

# Fizyka Fazy Skondensowanej

## Spis treści

<b>1</b>	<b>Zestaw:</b>	<b>3</b>
1.1	Pierwszy . . . . .	3
	1.1.1 . . . . .	3
	1.1.2 . . . . .	3
	1.1.3 . . . . .	3
	1.1.4 . . . . .	3
1.2	Drugi . . . . .	4
	1.2.1 . . . . .	4
	1.2.2 . . . . .	4
	1.2.3 . . . . .	4
	1.2.4 . . . . .	4
1.3	Trzeci . . . . .	6
	1.3.1 . . . . .	6
	1.3.2 . . . . .	6
	1.3.3 . . . . .	6
	1.3.4 . . . . .	6
	1.3.5 . . . . .	7
1.4	Czwarty . . . . .	7
	1.4.1 . . . . .	7
	1.4.2 . . . . .	8
	1.4.3 . . . . .	8
	1.4.4 . . . . .	8
	1.4.5 . . . . .	8
	1.4.6 . . . . .	8
	1.4.7 . . . . .	8

# 1 Zestaw:

## 1.1 Pierwszy

### 1.1.1

1. Sieć krystaliczna, węzły sieci, proste sieciowe, płaszczyzny sieciowe, wskaźniki Millera (hkl), Komórka elementarna i typy układów krystalograficznych
2. Operacje symetrii, grupy punktowe.
3. Sieć prosta a sieć odwrotna. Objętości komórki elementarnej w sieci odwrotnej. Odległości międzypłaszczyznowe. Strefy Brillouina.

### Rozwiązanie:

#### 1.1.2

Obliczyć objętość komórki elementarnej dla układu regularnego, romboedrycznego, heksagonalnego, jednoskośnego.

### Rozwiązanie:

#### 1.1.3

Wykaż, że:

1. dla prostej sieci regularnej o stałej sieciowej  $a$ , odległość międzypłaszczyznowa

$$d_{hkl}^2 = \frac{a^2}{h^2 + k^2 + l^2}$$

2. obliczyć  $\frac{1}{d_{hkl}^2}$  dla układu heksagonalnego oraz rombowego

### Rozwiązanie:

#### 1.1.4

Struktura diamentu zawiera dwa identyczne atomy w położeniach 000 i  $\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{4}$  związane z każdym węzłem sieci powierzchniowo centrowanej (*fcc*). Obliczyć czynnik strukturalny dla tej struktury. Pokaż, że dozwolone odbicia spełniają warunek  $h + k + l = 4n$ , gdzie wszystkie wskaźniki są parzyste, a  $n$  jest dowolną liczbą całkowitą, albo wszystkie składniki są nieparzyste.

### Rozwiązanie:

## 1.2 Drugi

### 1.2.1

Energia oddziaływania między dwoma atomami w cząsteczce opisywana jest wzorem:

$$U(r) = -\frac{\alpha}{r^n} + \frac{\beta}{r^m}$$

Pokazać, że  $m > n$ .

**Rozwiązanie:**

### 1.2.2

Rozważ liniowy układ  $2N$  jonów o ładunku równym na przemian  $\pm q$ . Załóż, że energia potencjalna odpychania między najbliższymi sąsiadami ma postać  $\frac{A}{R^n}$ .

1. Pokaż, że dla odległości między jonami odpowiadającej stanowi równowagi

$$U(R_0) = -\frac{2Nq^2 \ln(2)}{R_0} \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

2. Załóżmy, że kryształ został ściśnięty tak, że  $R_0 \rightarrow R_0(1 - \delta)$ . Pokaż, że w wyrażeniu na pracę związaną ze ściśnięciem kryształu największy wkład opisuje człon  $\frac{C\delta^2}{2}$  gdzie:

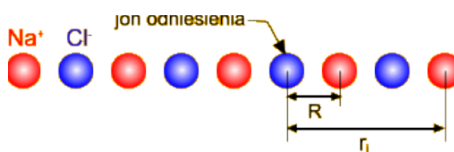
$$C = \frac{(n-1)q^2 \ln(2)}{R_0}$$

**Rozwiązanie:**

### 1.2.3

Obliczyć stałą Madelunga dla kryształu  $NaCl$ :

1. przypadek jednowymiarowy (nie krystaliczna  $NaCl$ )



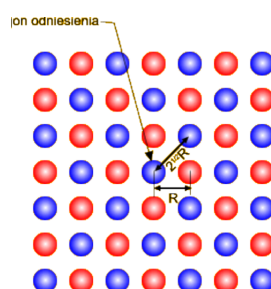
2. przypadek dwuwymiarowy (siatka płaska  $NaCl$ )

**Rozwiązanie:**

### 1.2.4

Obliczyć jakie ciśnienie należy przyłożyć do kryształu jonowego, aby odległość między jonami zmniejszyła się o 1 procent.

**Rozwiązanie:**



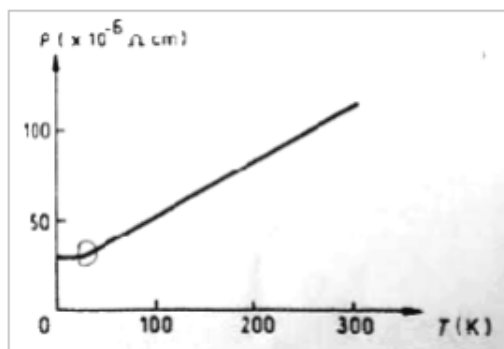
## 1.3 Trzeci

### 1.3.1

Poniższy rysunek przedstawia temperaturową zależność oporu elektrycznego. Określ, czy jest to zależność dla metali czy izolatorów. Opisz proces fizyczny, który opisuje tę zależność w zakresie temperatur: a) blisko 0 K, b) około 25 K, c) około 300 K. Oszacuj średnią drogę swobodną i czas w  $T = 0\text{K}$  i  $T = 300\text{K}$ . Przydatne stałe:  $n = 10^{23}\text{cm}^{-3}$ ,  $m = 10^{-27}\text{kg}$ ,  $v_f = 10^8\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ ,  $e = 4.8 \cdot 10^{10}\text{esu}$  ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ ),  $1(\Omega\text{cm})^2 = 9 \cdot 10^{11}\text{esu}$ .

**Rozwiązanie:**

### 1.3.2



**Rozwiązanie:**

### 1.3.3

Rozpatrzmy falę podłużną  $u_s = u(0) \cos(\omega t - sKa)$ , która rozchodzi się w jednoatomowej sieci liniowej składającej się z atomów o masach  $M$  oddległych od siebie o  $a$ ; stała siłowa oddziaływania między najbliższymi sąsiadami wynosi  $C$ .

- Wykazać, że całkowita energia fali wynosi:

$$E = \frac{1}{2}M \sum_s \left( \frac{du_s}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2}C \sum_s (u_s - u_{s+1})^2$$

- Podstawiając wyrażenie na  $u_s$  do powyższego wzoru wykaż, że uśredniona w czasie energia całkowita przypadająca na jeden atom wynosi:

$$\frac{1}{4}M\omega^2 u^2(0) + \frac{1}{2}C(1 - \cos(Ka))u^2(0) = \frac{1}{2}M\omega^2 u^2(0)$$

**Rozwiązanie:**

### 1.3.4

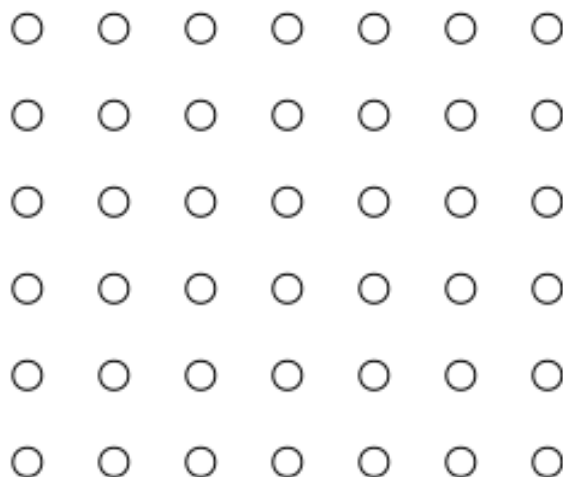
Wyznaczyć podłużny fonon akustyczny oraz widmo optyczne dla sieci liniowej o stałej  $a$  zawierającej w komórce dwa jednakowe atomy o masach  $M$ , których odległość w położeniu równowagi wynosi  $\delta < \frac{1}{a}$ .

Rozwiązanie:

Rozwiązanie:

### 1.3.5

Dana jest sieć:



- Wykazać, że

$$M \frac{d^2 u_{lm}}{dt^2} = C \left( (u_{l+1,m} - u_{l-1,m} - 2u_{lm}) + (u_{l,m+1} - u_{l,m-1} - 2u_{lm}) \right)$$

- Przyjąć:  $u_{lm} = u(0) \exp(i(lK_x a + mK_y a - \omega t))$  i wykazać, że:

$$\omega^2 M = 2C(2 - \cos(K_x a) - \cos(K_y a))$$

- Wykazać, że przedział wartości wektora  $K$ , dla których istnieją niezależne rozwiązania można przyjąć kwadrat o boku  $\frac{2\pi}{a}$
- Dla  $Ka \ll 1$  wykazać, że:

$$\omega = \left( \frac{Ca^2}{M} \right)^{\frac{1}{2}} (K_x^2 + K_y^2) = \left( \frac{Ca^2}{M} \right) K$$

Rozwiązanie:

## 1.4 Czwarty

### 1.4.1

Wyprowadzić wzory na funkcję gęstości stanów dla łańcucha jednoatomowego zakładając, że  $\omega = v \cdot k$ . Określić częstotliwość Debye'a.

**Rozwiązanie:**

#### 1.4.2

Wyprowadzić wzory na funkcję gęstości stanów dla sieci kwadratowej zakładając, że  $\omega = v \cdot k$ . Określić częstotliwość Debye'a.

**Rozwiązanie:**

#### 1.4.3

Korzystając z wyników zadań 1.4.1 i 1.4.2 wyprowadzić wzory na molowe ciepło właściwe.

**Rozwiązanie:**

#### 1.4.4

Znaleźć zależność poziomu Fermiego w temperaturze zera bezwzględnego od gęstości elektronowej  $n$ :

$$E_F(T = 0) = \frac{\hbar^2}{2m} (3n\pi)^{\frac{2}{3}}$$

oraz zależność średniej energii na elektron od energii Fermiego.

$$\bar{E}(T = 0) = \frac{3}{5} E_F$$

**Rozwiązanie:**

#### 1.4.5

Wyprowadzić wzór na funkcję gęstości stanów elektronów swobodnych w przypadku jednowymiarowym.

**Rozwiązanie:**

#### 1.4.6

Wyprowadzić wzór na funkcję gęstości stanów  $g(E)$  gazu elektronowego dla sieci kwadratowej.

**Rozwiązanie:**

#### 1.4.7

Korzystając z wyników zadania ?? wyprowadzić wzór na molowe ciepło właściwe gazu Fermiego w przypadku jednowymiarowym.

**Rozwiązanie:**



**Spis rysunków**

**Kod źródłowy**