

## 1. 目的

レーザ光源とスリットを用いて、光の干渉、回折現象を観察する。そしてその結果を理論値と比較することで、現象の理解を図る。また、数値計算ソフトウェア Octave を用いて様々なスリットにおける光の干渉、回折現象をシミュレーションする。

## 2. 実験原理

光の干渉、回折現象は、光の波動性によって生じる現象である。波において、2つ以上の波が一点で重なる時、その点での光の振幅は、個々の波が足し合わされた振幅になる現象が干渉である。ただし光が干渉するには、2つの波の波長が等しく、位相差が一定に保たれており、少なくともある時間は振幅一定の合成振動をする場合にのみ干渉するという特徴がある。それに対し、障害物等がある際に、波が直進せずにその障害物の幾何学的影の部分に回り込むような動きをする現象が回折である。

次に図 1 のような状況を考える。光源 Q からでた光で、半径1のところの光を  $A = A_0 \sin \omega t$  とすると、光源から距離  $a$  離れた波面 E では、

$$A = \frac{A_0}{a} \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} a \right) \quad (1)$$

となる。次に、PM 間の距離を  $r$  とすると、P から出た光の M における振幅は、

$$A = \frac{\alpha A_0}{r a} \sin \left[ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (a + r) \right] \quad (2)$$

ここで、 $\alpha$  は光の方向によって変わるが、ここでは、 $\alpha = 1$  とする。そして、干渉を考えた際の M における振幅は、

$$A(M) = \int_E \frac{A_0}{ar} \sin \left[ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (a + r) \right] de \quad (3)$$

となる。スリットの幅が小さいことを考えると、 $\frac{A_0}{ar} \simeq \frac{A_0}{ab}$  となる。また、振幅の比のみを今後考えるために、 $\frac{A_0}{a}b = 1$  とする。ここで、図 1 の状況を 2 次元として考える。P、M の座標をそれぞれ  $(\xi, -b + \zeta)$ 、 $(x, 0)$  とすると、

$$r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (b - \zeta)^2} \quad (4)$$

となり、波面 E 上の座標の式は、

$$\xi^2 + (a + \zeta)^2 = a^2 \quad (5)$$

とすると、最終的に  $r$  は、

$$r = \sqrt{x^2 + b^2 - 2(a + b)\zeta - 2x\xi} \quad (6)$$

となる。ここで、 $\zeta$  が十分小さいとき、(5)式より  $\zeta = -\frac{\xi^2}{2a}$  となるため、これを踏まえてテイラー展開すると、

$$r = b \left( 1 + \frac{x^2}{2b^2} \right) - \left( \frac{x\xi}{b} - \frac{a+b}{2ab} \xi^2 \right) + \dots = \bar{\varepsilon} + \varepsilon(\xi) \quad (7)$$

となる。これを用いると、 $A(M)$ は、

$$\begin{aligned}
A(M) &= \int_E \sin \left[ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (a + \bar{\varepsilon} + \varepsilon(\xi)) \right] de \\
&= C \cdot \sin \left[ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (a + \bar{\varepsilon}) \right] + S \cdot \cos \left[ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (a + \bar{\varepsilon}) \right] \\
C &= \int_E \cos \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{x\xi}{b} - \frac{a+b}{2ab} \xi^2 \right) de \\
S &= \int_E \sin \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{x\xi}{b} - \frac{a+b}{2ab} \xi^2 \right) de
\end{aligned} \tag{8}$$

となり、光強度は  $|A(M)|^2 = C^2 + S^2$  となる。次に、図 2 のような状況を考える。この場合は、E'面の積分を考えれば良い。P を E' 上にとった時、波面 E' の式は  $\xi^2 + (b - \zeta)^2 = b^2$  となり、PM 間の距離を  $r'$  とすると、 $r' = \sqrt{(x - \xi)^2 + (b - \zeta)^2}$  となるため、

$$\begin{aligned}
a + r &= a + b + r - b = a + b + \sqrt{(x - \xi)^2 + (b - \zeta)^2} - b \\
&\simeq \left( a + b + \frac{x^2}{2b} \right) - \frac{x\xi}{b}
\end{aligned} \tag{9}$$

となる。 $\varepsilon = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{x\xi}{b} = kx\xi$  と置けるので、は、

$$\begin{aligned}
C &= \int_E \cos kx\xi de \\
S &= \int_E \sin kx\xi de \\
C + iS &= \int_E \exp(ikx\xi) de
\end{aligned} \tag{10}$$

となる。よって、(10) と、 $|A(M)|^2 = C^2 + S^2$  より、回折像が開口部 S のフーリエ変換になることがわかる。

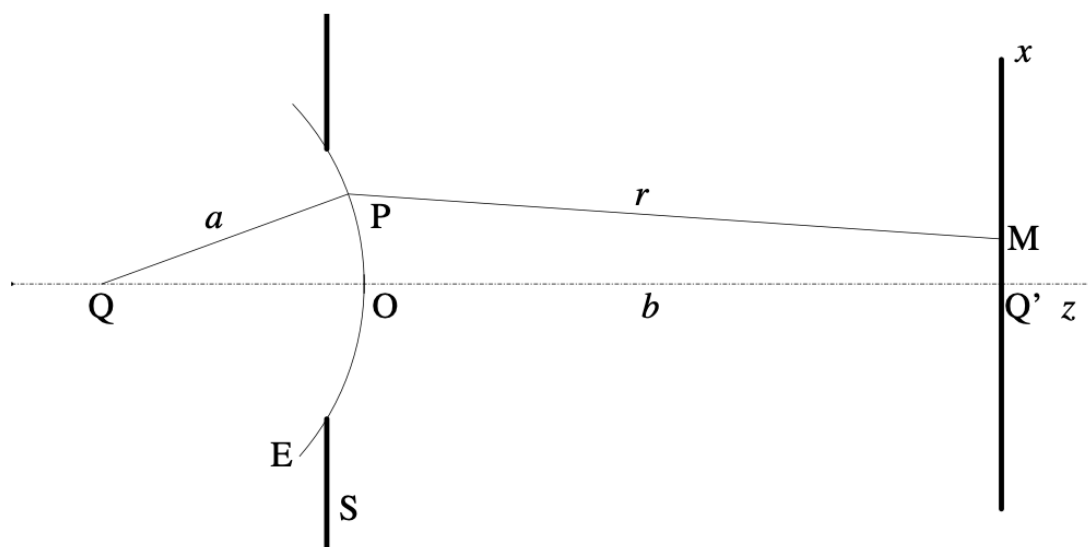


図 1: 光源 Q の回折像(参照: )

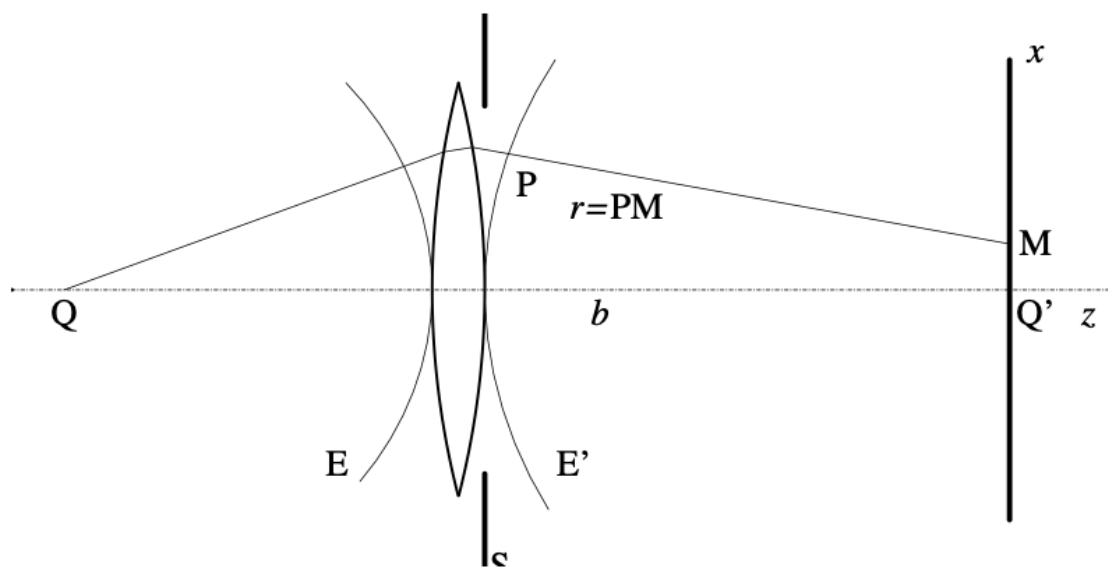


図 2: 光源 Q のフラウンホーファー回折像(参照: )

### 3. 実験方法

#### 3.1 レーザー光による回折強度パターン

今回は、レーザ光を用いて、スリットの回折強度パターンを観察することを実際には行わず、与えられた実験データを ImageJ を用いて解析することで、スリットの幅や個数による回折強度パターンの変化を観察した。まず、与えられた実験データには、3 種類の幅の単スリットを用いた時のスリット画像とスクリーン画像の計 6 枚、幅やスリット間隔を変えた 3 種類のダブルスリットを用いた時のスリット画像とスクリーンの計 6 枚である。まず、単スリットの場合は、ImageJ を用いてスリットの幅を測定し、また、精密な目盛りを顕微鏡で撮影した画像を用いて、pixel 単位を m 単位に変換した。次に、ImageJ によってスクリーン画像の光強度のグラフを得た。光強度のグラフから、強度パターンの周期を測定し

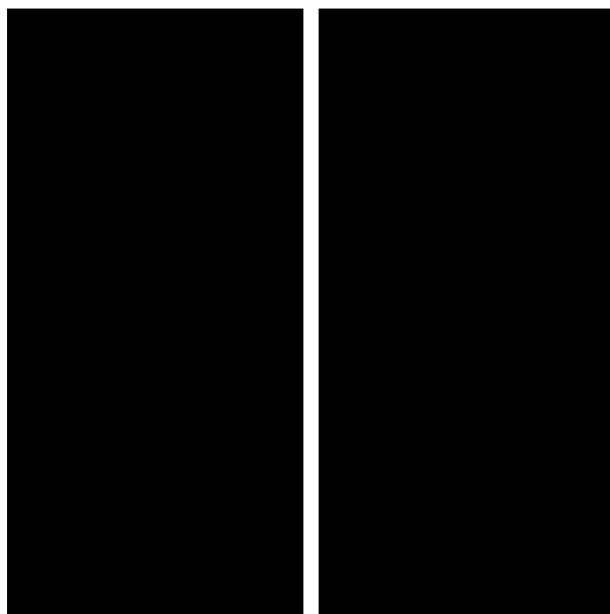


図 3: 単スリット (幅: 0.1)

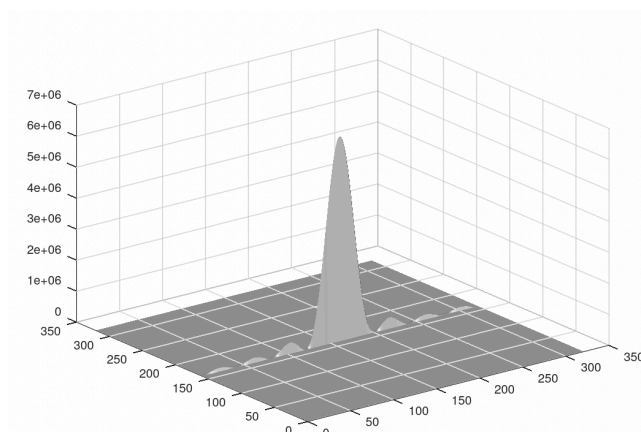


図 4: 単スリットの関数

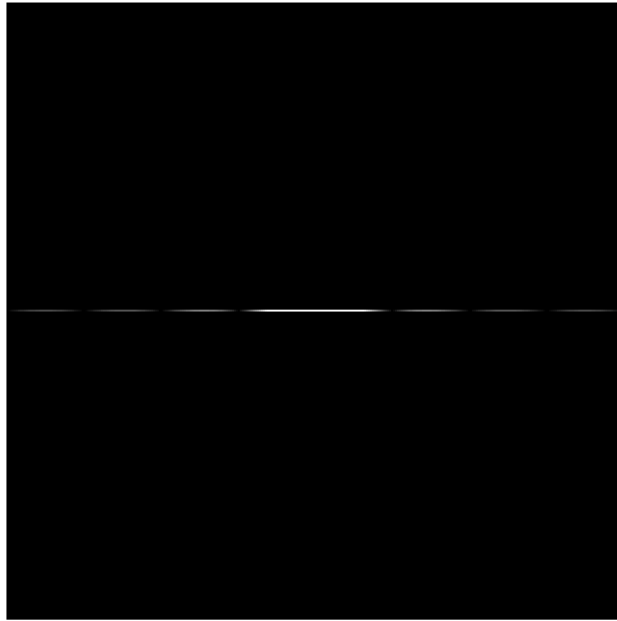


図 5: 単スリットのスクリーン



図 6: 単スリット (幅: 0.2)

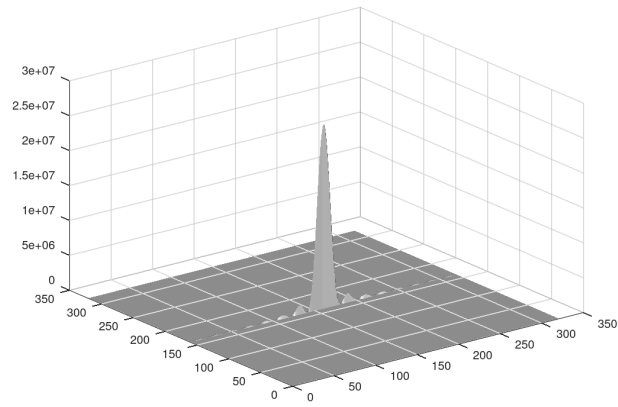


図 7: 単スリットの関数 (幅: 0.2)



図 8: 単スリットのスクリーン (幅: 0.2)

## 参考文献