# 2. 実験結果

## 課題(1)

課題(1)では一様乱数を発生させて、その平均と分散、度数分布を求めた。まず、実行したプログラムの実行結果を Listing 1 に示す。ここで、このプログラムでは、乱数を発生させる回数を$30,000$回としている。

```
dosu[0] = 6040
dosu[1] = 6068
dosu[2] = 5981
dosu[3] = 5920
dosu[4] = 5991

average = 0.498628
variance = 0.083291
```

Listing 1: 課題(1): 実行結果

これをグラフにプロットし、度数分布を求めた結果を Figure 1 に示す。Listing 1、Figure 1 から、それぞれの区間での度数が、理論値（6000）との誤差が80以下になっており、発生させた乱数が一様乱数になっていることが確認できる。

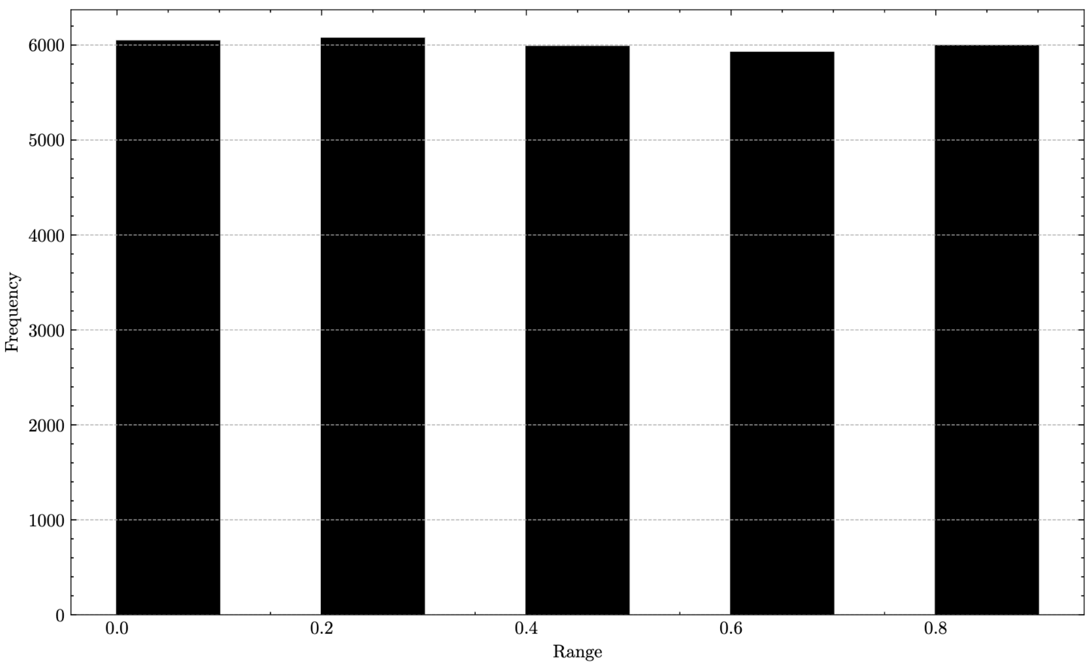


Figure 1: 課題(1): 度数分布のグラフ

次に、同じプログラム乱数生成法のプログラムを用いて、乱数の発生回数を$1,000$回から100万回まで、$1,000$回ずつ増やして、それぞれの平均と分散を求め、その時の平均と分散の値をグラフにプロットした。その結果を Figure 2 と Figure 3 に示す。

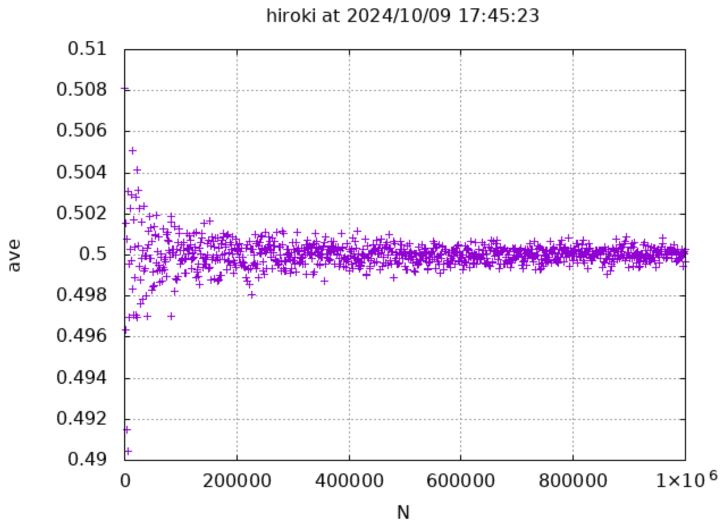


Figure 2: 課題(1): 平均のグラフ

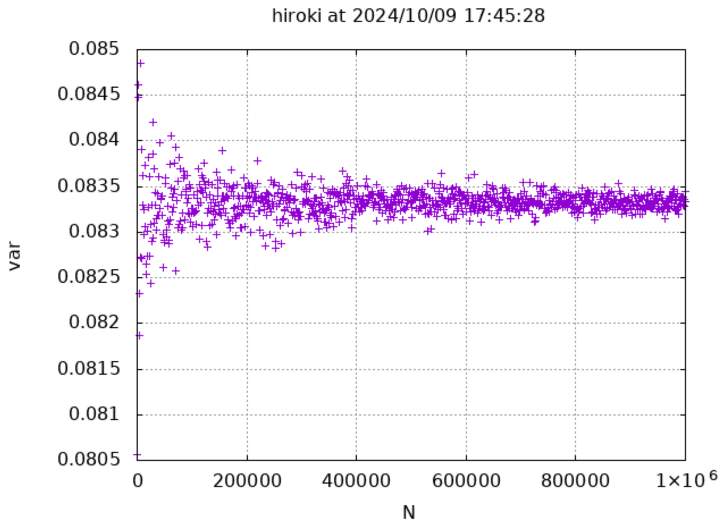


Figure 3: 課題(1): 分散のグラフ

Figure 2 から、乱数の発生回数が増えるにつれて、平均の値が0.5に収束していることがわかる。また、Figure 3 から、乱数の発生回数が増えるにつれて、分散の値が0.083付近に収束していることがわかる。

## 課題(2)

課題(2)では、buffon の針問題をシミュレーションするプログラムを実行した。このプログラムでは乱数を3万回発生させ、buffon の針問題の理論を用いて、円周率$\pi$の値を計算した。その結果を Listing 2 に示す。

```
N= 30000 PAI = 3.125104
```

Listing 2: 課題(2) $\pi$ の計算結果

また、このプログラムを用いて、乱数の発生回数を$1,000$回から100万回まで、$1,000$回ずつ増やして、それぞれの$\pi$の値を計算し、その時の$\pi$の値をグラフにプロットした。その結果を

Figure 4 に示す。 Listing 2 から、乱数の発生回数が増えるにつれて、$\pi$の値がある一定の値に収束していることがわかる。

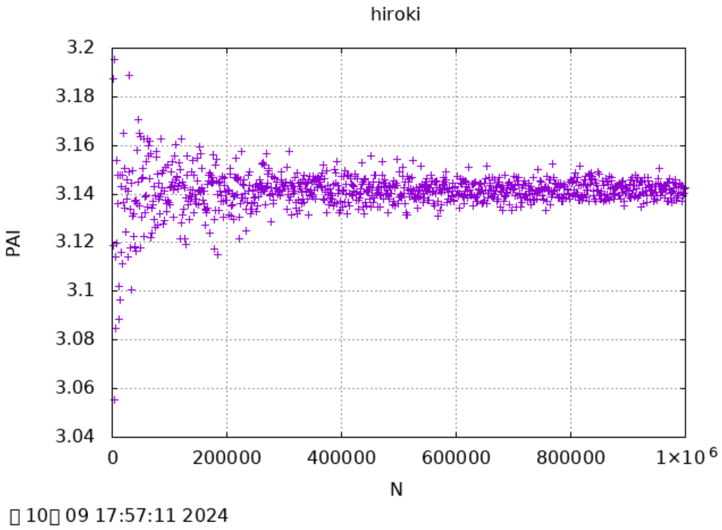


Figure 4: 課題(2): $\pi$ への収束の様子

## 課題(3) 求積問題による $\pi$ の値

### (3)-1: 入門的モンテカルロ法により $\pi$ の値を求める

入門的モンテカルロ法を用いたプログラムを実行して、$\pi$ の値を計算した。この時、乱数発生の試行回数を30, 000、100, 000、1, 000, 000、10, 000, 000、100, 000, 000、300, 000, 000回で実行した。その結果を Listing 3 に示す。

```
N= 30000 PI= 3.144584
N= 100000 PI= 3.141603
N= 1000000 PI= 3.141620
N= 10000000 PI= 3.141603
N= 100000000 PI= 3.141609
N= 300000000 PI= 3.141649
```

Listing 3: 課題(3)-1: $\pi$ の値の計算結果

### (3)-2: 当たり外れのモンテカルロ法により $\pi$ の値を求める

次に、当たり外れのモンテカルロ法を用いたプログラムを実行して、$\pi$ の値を計算した。この時も乱数発生の試行回数を30, 000、100, 000、1, 000, 000、10, 000, 000、100, 000, 000、300, 000, 000回で実行した。その結果を Listing 4 に示す。

```
N= 30000 PI= 3.158400
N= 100000 PI= 3.141520
N= 1000000 PI= 3.141664
N= 10000000 PI= 3.141130
N= 100000000 PI= 3.141698
N= 300000000 PI= 3.141570
```

Listing 4: 課題(3)-2: $\pi$ の値の計算結果

そして、Listing 3 と Listing 4 の結果からそれぞれの絶対誤差を計算し、グラフにプロットすることで、それぞれのモンテカルロ法の精度を比較した。その結果を Figure 5 に示す。

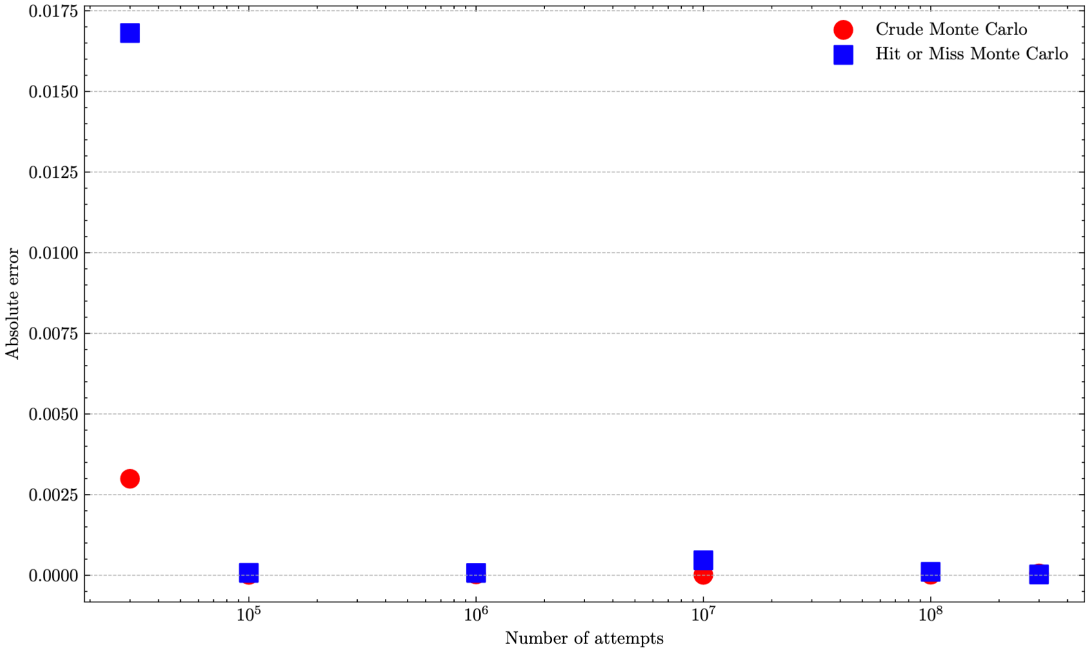


Figure 5: 課題(3): モンテカルロ法の比較

Figure 5 から、どちらの手法も初めは回数が増えるにつれて精度が向上しているが、試行回数が$10^5$を超えてからは、精度の向上がほとんど見られず、誤差が一定になっている。また、$10^9$の時以外は、入門的モンテカルロ法の方が当たり外れのモンテカルロ法よりも精度が高いことがわかる。

## 課題(4) モンテカルロシミュレーション

### (4)-1: ランダムウォーク

ここでは、ランダムウォークをシミュレーションするプログラムを実行した。まず、今回のランダムウォークでは、1ステップの移動距離を1とし、1回のシミュレーションで10回の移動を行った。初めに、表計算ソフトを用いて、今回の状況の確率分布の理論式から位置の確率分布を求めた。その結果を Figure 6 に示す。

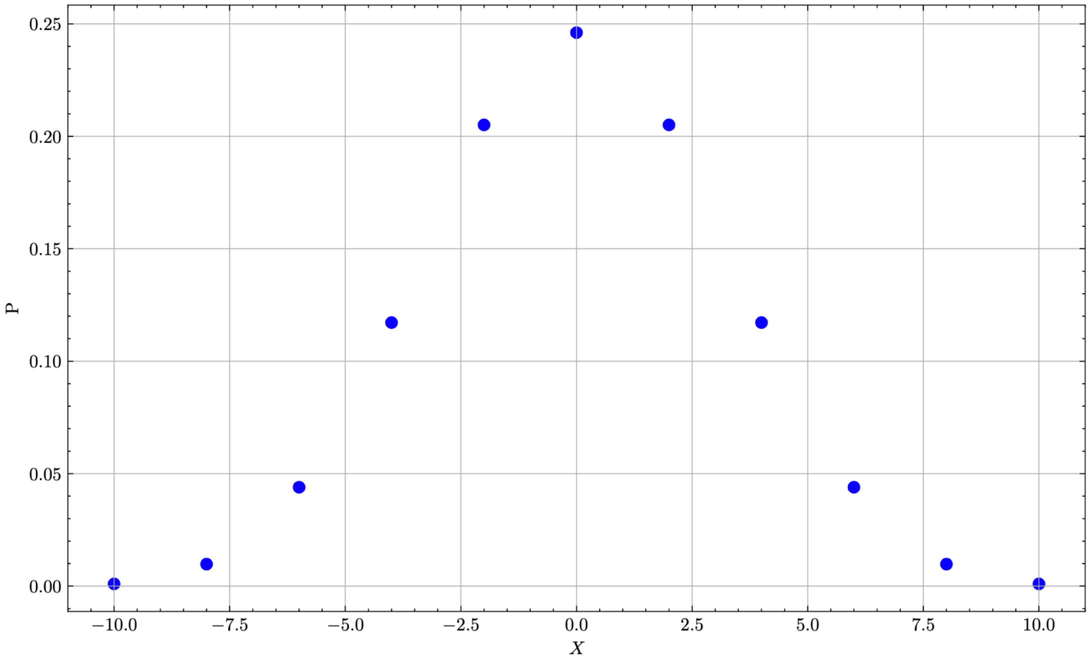


Figure 6: 課題(4)-1: ランダムウォークの理論値

次に、ランダムウォークのシミュレーションをするプログラムを試行回数100万回で実行し、その時の位置の確率分布をグラフとして可視化した。その結果を Figure 7 に示す。そして、理論値と実験値の比較を Figure 8 に示す。Figure 8 から、理論値と実験値のプロットがほとんど重なっており、プログラムの精度の良さが確認できる。

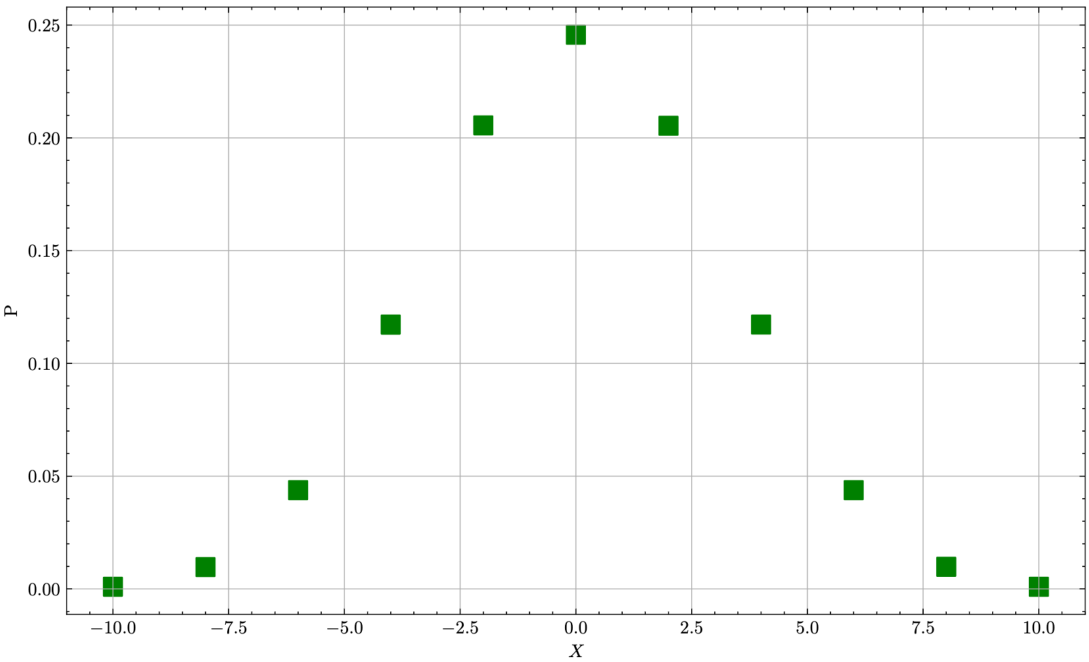


Figure 7: 課題(4)-1: ランダムウォークの実験値

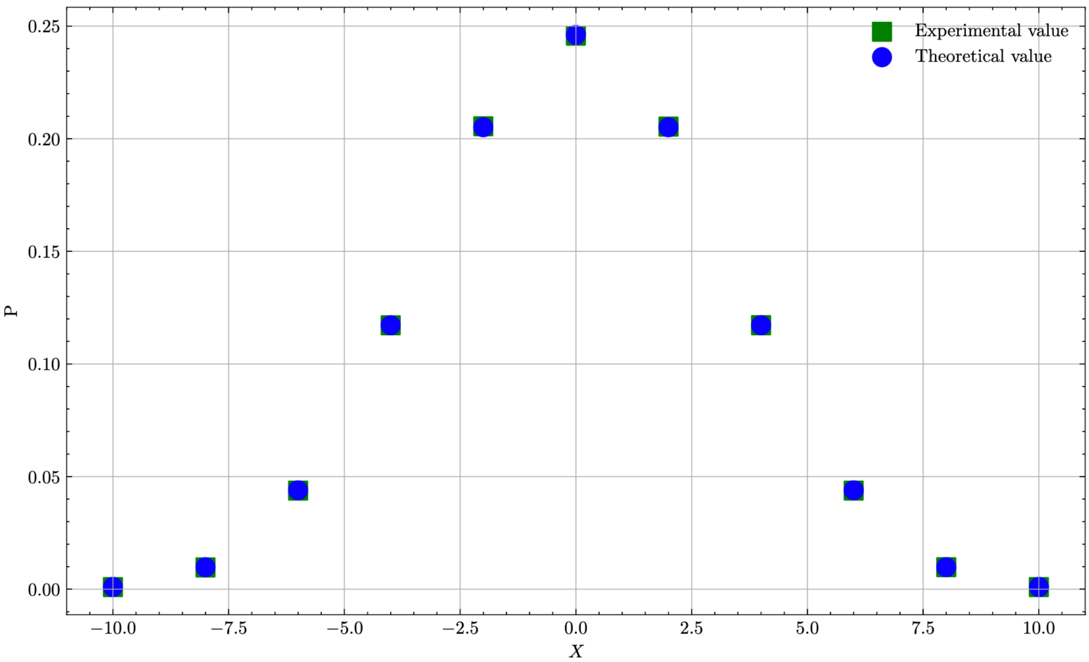


Figure 8: 課題(4)-1: ランダムウォークの理論値と実験値の比較

### (4)-2: 二項分布に従う確率分布

ここでは、「全住民の 5% がある感染症に罹患しており、その中から無作為に 500 人を抽出する。ただし住民は 500 人よりずっと多いとする。このとき、抽出された集団の中に罹患者が 30 人以上いる確率はどれくらいか。」という問題を考え、その確率を求めるプログラムを実行した。まず、(4)-1 と同様に、表計算ソフトを用いて、この問題の確率分布の理論式から位置の確率分布を求めた。ここで、求めた値は患者数が0~29人の時までである。その結果を Figure 9 に示す。

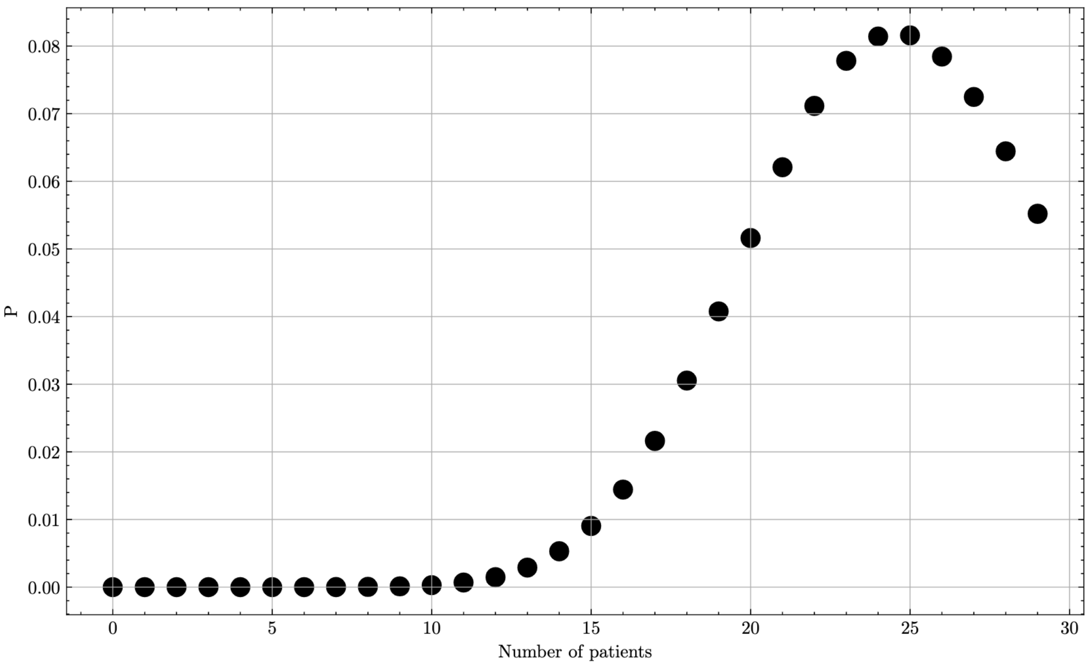


Figure 9: 課題(4)-2: 二項分布の理論値

次に、試行回数を$100$、$1,000$、1万、10万、100万、$1,000$万、1億回としてプログラムを実行し、その時の確率を計算し、その確率の値をグラフにプロットした。ここでも求めた値は患者数が0~29人の時までである。また、プログラム上で、患者数の期待値を計算させた。まず、期待値の計算結果を Table 1 に示す。この表から、試行回数が増えるにつれて、期待値が理論値である$25(500 \times 0.05)$に収束していることがわかる。 次に、確率の値をグラフにプロットした結果を Figure 10 に示す。この時、試行回数が1億回の時の確率の値を用いた。そして、理論値と実験値の比較を Figure 11 に示す。Figure 11 から、理論値と実験値のプロットが、確率が小さいところ(患者数が15以下)ではほぼ完全に重なっており、確率が大きいところでは、理論値と実験値のプロットが少しのズレがあるが、ほぼ一致していることがわかる。

| 試行回数 | 期待値 | 期待値の絶対誤差 |
|---|---|---|
| 100 | 24.400 | 0.600 |
| 1,000 | 24.880 | 0.120 |
| 1万 | 24.989 | 0.011 |
| 10万 | 24.979 | 0.021 |
| 100万 | 24.993 | 0.007 |
| $1,000$万 | 24.998 | 0.002 |
| 1億 | 25.000 | 0.000 |

Table 1: 課題(4)-2: 二項分布の期待値の計算結果

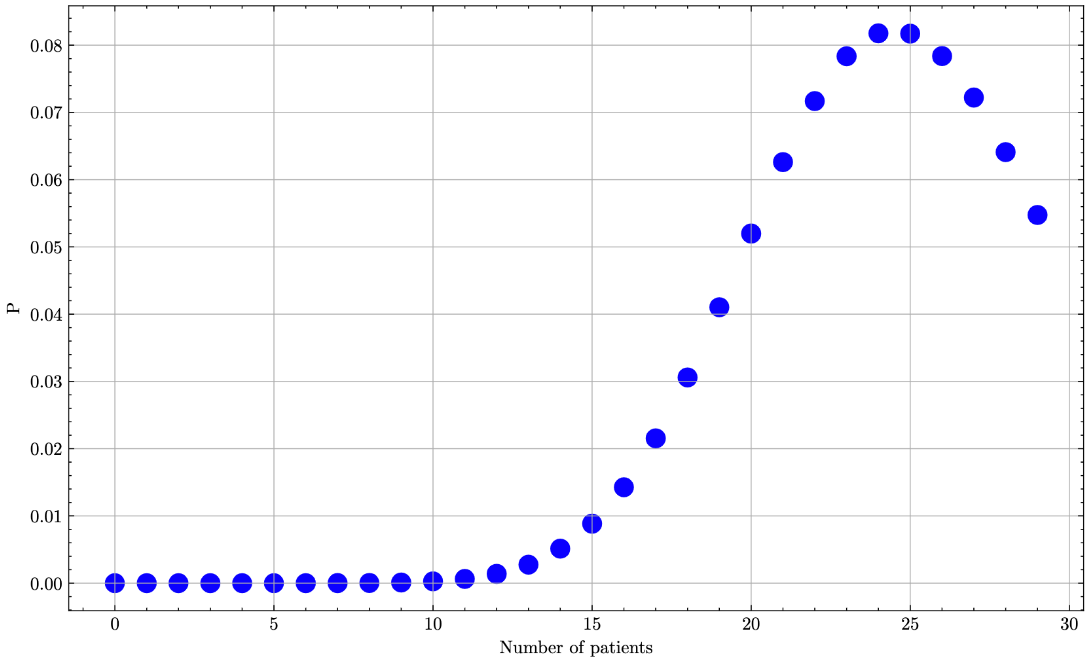


Figure 10: 課題(4)-2: 二項分布の実験値

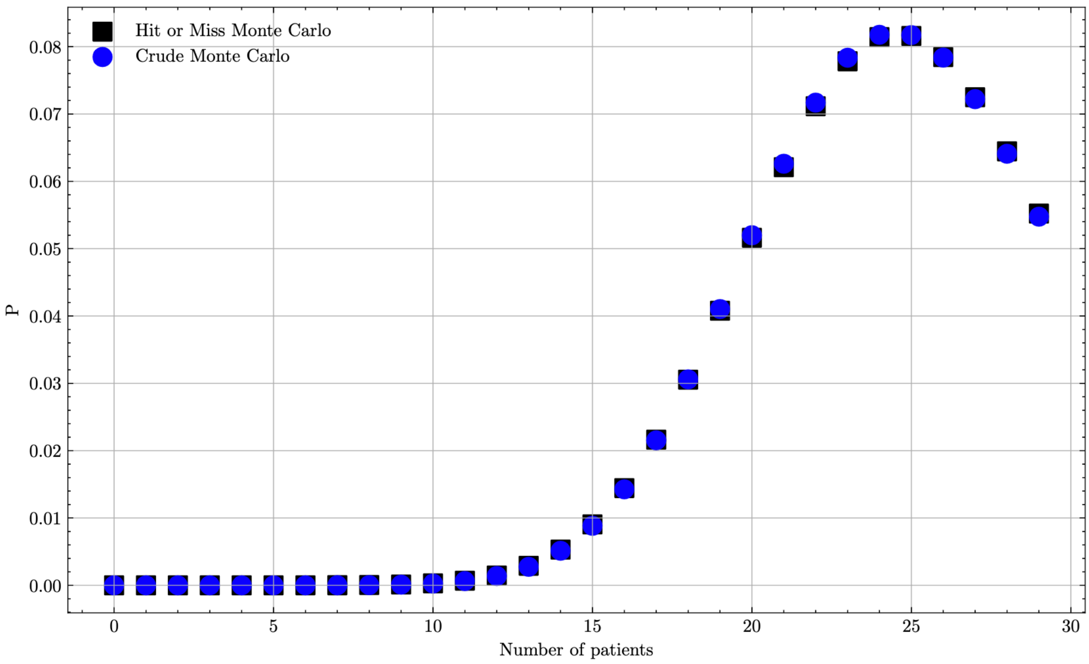

Figure 11: 課題(4)-2: 二項分布の理論値と実験値の比較