



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н. Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ \_\_\_\_\_ «СПЕЦИАЛЬНОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ»

КАФЕДРА \_\_\_\_\_ «РАКЕТНЫЕ И ИМПУЛЬСНЫЕ СИСТЕМЫ» (СМ-6)

## Лабораторная работа

ПО ДИСЦИПЛИНЕ:  
«Проектирование энергетических установок РО»

НА ТЕМУ:  
Расчет параметров двухфазного потока при течении по соплу

Выполнил: студент группы \_\_\_\_\_ СМ6-92 \_\_\_\_\_ Михайлов Д.С.  
(подпись, дата) (И.О. Фамилия)

Преподаватель \_\_\_\_\_ **ПРОСМОТРЕНО** \_\_\_\_\_ Федоров. А.А.  
2022/12/01 20:47:30 (подпись, дата) (И.О. Фамилия)

Москва, 2022 г.

## Оглавление

Введение .....	3
Теоретическая часть .....	3
Основная расчетная часть .....	6
Выводы .....	17
Список литературы .....	18

## Введение

Целью проводимой работы является:

- приобретение студентами навыков в части расчета и проектирования соплового блока;
- проведение расчетов параметров газовой и конденсированной фазы при течении по тракту сопла;
- закрепление навыков программирования и разработка математической модели, которая в дальнейшем будет использована при курсовом проектировании;
- более глубокое усвоение лекционного материала путем самостоятельного решения практической задачи.

Сопло является одним из ключевых узлов РДТТ, формирующих реактивную струю и создающих тягу. Для проектирования соплового блока РДТТ на смесевом топливе необходимо провести его правильное профилирование и рассчитать основные параметры потока, в том числе влияние конденсированной фазы.

В основу выполняемой работы положены следующие допущения:

1. одномерность течения в сопле;
2. отсутствие конденсированной к-фазы (массовая доля неизвестна);
3. отсутствие коагуляции и дробления частиц (считается, что диаметр частицы постоянен при течении по соплу);
4. все частицы одинакового размера и имеют форму шара.

## Теоретическая часть

Сопло двигателя предназначено для создания тяги путем превращения тепловой энергии, выделяющейся при сгорании топлива, в кинетическую энергию продуктов сгорания. Сопло представляет собой газовый тракт переменного сечения, сужающийся до минимального – критического сечения, в котором скорость продуктов сгорания достигает скорость звука. В сужающейся части сопла поток имеет дозвуковую скорость, в закритическом

сечении поток ускоряется до получения расчетной сверхзвуковой скорости в выходном сечении.

Для повышения энергетических характеристик топлива и его плотности применяют добавки металлов. Продукты сгорания металлов топлива находятся в конденсированной фазе. Это приводит к тому, что при работе двигателей на топливе с металлическими добавками, продукты сгорания представляют собой двухфазное рабочее тело – смесь газа конденсированных частиц. При течении двухфазного рабочего тела ускорение частиц происходит только под действием аэродинамических сил, возникающих при обтекании частиц газом, имеет место отставания скорости частиц от скорости газовой фазы:  $V_s < V_r$ . Охлаждение частиц происходит лишь из-за теплообмена с газом, поэтому температура частиц выше, чем температура газа:  $T_s > T_r$ . В результате обмена количеством движения и энергией между двумя фазами рабочего тела скорость частиц увеличивается, а температура падает.

Скоростная и температурная неравновесность двухфазного потока приводит к дополнительным потерям удельного импульса в сопле.

Размеры конденсированных частиц зависят оказывают существенное влияние на неравновесность двухфазного течения в соплах двигателей и на потери удельного импульса  $J_{уд}$ . Размеры частиц, образующихся при горении топлива с добавками алюминия, определяются, в основном, механизмом горения металла. По имеющимся данным, размеры частиц на входе в сопло составляют  $d_s = 0,5 \dots 5$  мкм, на выходе из сопла  $d_s = 5 \dots 10$  мкм.

В настоящей работе рассматривается математическая модель расчета двухфазного течения продуктов сгорания в сопле РДТТ для случая одномерного стационарного течения смеси газа и конденсированных частиц, имеющих одинаковый размер. Принимаются следующие допущения:

1. течение теплоизолированное, т. е. теплообмен с внешней средой отсутствует (но теплообмен между газом и частицами учитывается);

2. газ идеальный: невязкий, нетеплопроводный, неизменного состава (замороженное течение); но при взаимодействии газа и конденсированных частиц учитываются вязкие силы;
3. конденсированные частицы имеют сферическую форму и постоянный размер (коагуляция и дробление не учитываются);
4. объём, занимаемый частицами, пренебрежимо мал;
5. коэффициент теплопроводности конденсированного вещества очень велик (откуда следует равномерность температуры частицы по её объёму).

Система дифференциальных уравнений, описывающих двухфазное течение, имеет следующий вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_r = \rho_r(x); \\ \frac{dV_s}{dx} = \frac{3}{4} C_x(\text{Re}) \frac{\rho_r(V_r - V_s)|V_r - V_s|}{d_s V_s \rho_{\text{конд}}}; \\ \frac{dT_s}{dx} = 6\alpha \cdot \frac{(T_r - T_s)}{\rho_{\text{конд}} C_s V_s d_s}; \\ \frac{dp_r}{dx} = \frac{kp_r}{C_p T_r} \left[ \frac{z}{1-z} V_r \frac{dV_s}{dx} - \frac{z}{1-z} \left( C_s \frac{dT_s}{dx} + V_s \frac{dV_s}{dx} \right) \right] + \frac{kp_r}{\rho_r} \frac{d\rho_r}{dx}; \\ \frac{dT_r}{dx} = \frac{1}{C_p} \left[ \frac{1}{\rho_{r_{i-1}}} \frac{dp_r}{dx} + \frac{z}{1-z} V_{r_{i-1}} \frac{dV_s}{dx} - \frac{z}{1-z} \left( C_s \frac{dT_s}{dx} + V_{s_{i-1}} \frac{dV_s}{dx} \right) \right]; \\ \frac{dV_r}{dx} = -\frac{1}{V_r \rho} \frac{dp_r}{dx} - \frac{z}{1-z} \frac{dV_s}{dx}; \\ F = \frac{\dot{m}_r}{\rho_r V_r}; \\ \rho_s = \frac{\dot{m}_r}{F V_s}. \end{array} \right. \quad (1)$$

В результате решения данной системы определяются все параметры течения.

Коэффициенты скоростной и температурной неравновесности определяются в выходном сечении сопла по формулам:

$$K_V = \frac{V_s(L_c)}{V_r(L_c)};$$

$$K_T = \frac{T_s(L_c)}{T_r(L_c)},$$

где  $L_c$  – длина сопла.

### Основная расчетная часть

Поскольку в выполненной ранее лабораторной работе «Профилирование сопла и расчет тепловых потоков по его тракту» использовалось топливо «16% ПБГГ, 84% ПХА», которое не содержит конденсированную фазу, был выполнен пересчет данной лабораторной работы.

Исходные данные – результат выполнения предыдущих лабораторных работ, представлены в таблице 1.

Таблица 1. Исходные данные

Топливо	17% ПБКГ, 67% ПХА, 16% АІ
Давление в камере $p_0$ , МПа	16,4
Реализуемая масса топлива $\omega$ , кг	158,2
Время работы двигателя $t_p$ , с	4,6
Температура продуктов сгорания $T_0$ , К	3093,81
Массовая доля к – фазы	0,281017
Плотность к – фазы $\rho_{kf}$ , кг/м <sup>3</sup>	2700
Удельная теплоемкость к – фазы (АІ) $C_s$ , Дж/кг · К	920

Теплофизические параметры продуктов сгорания по тракту сопла: газовая постоянная  $R$ , показатель адиабаты  $k$ , коэффициент динамической вязкости  $\mu_r$ , коэффициент теплопроводности  $\lambda_r$  получены из программы Terra [2] по условной формуле топлива и представлены на рис. 1 – 4.

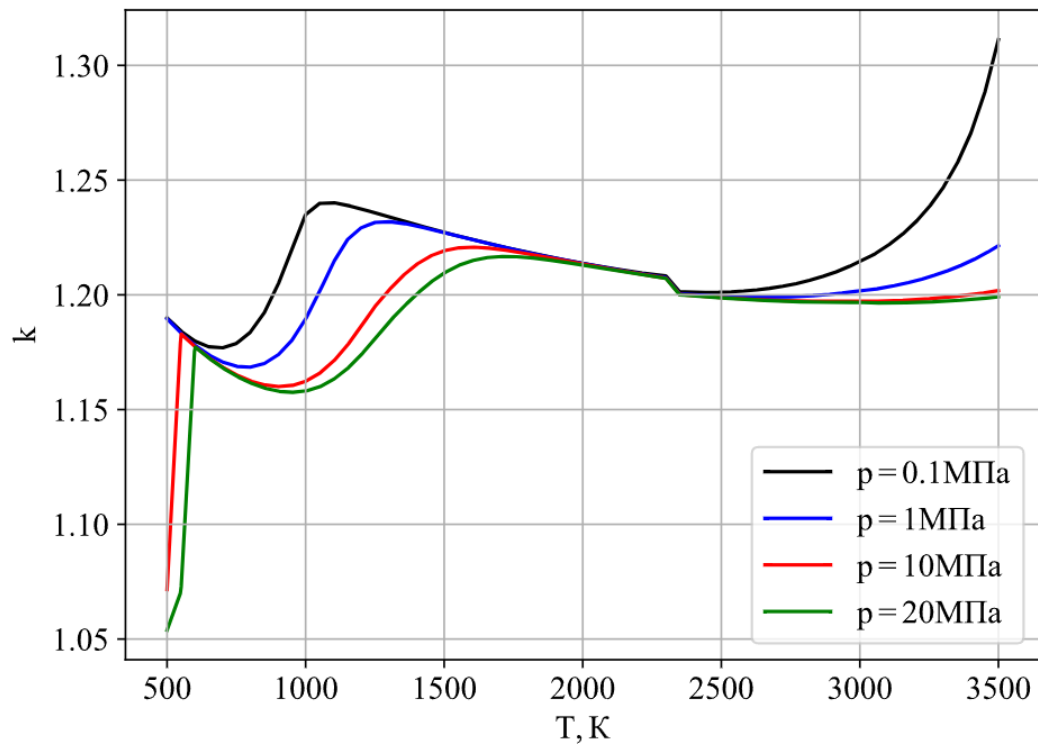


Рис. 1. График зависимости  $k(p, T)$

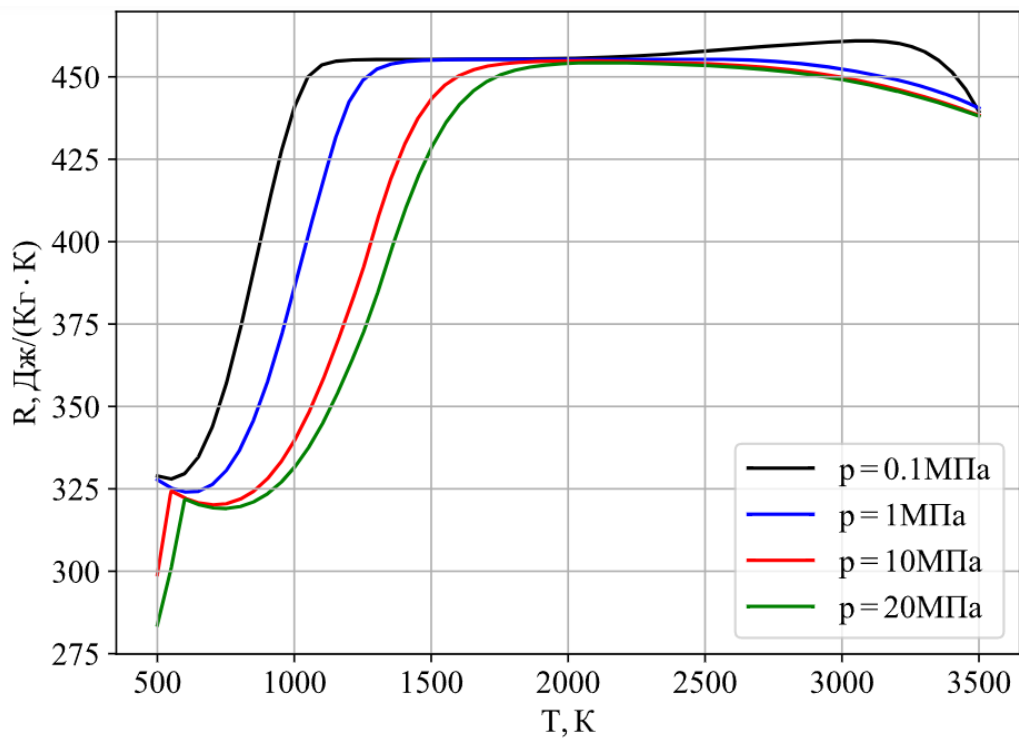


Рис. 2. График зависимости  $R(p, T)$

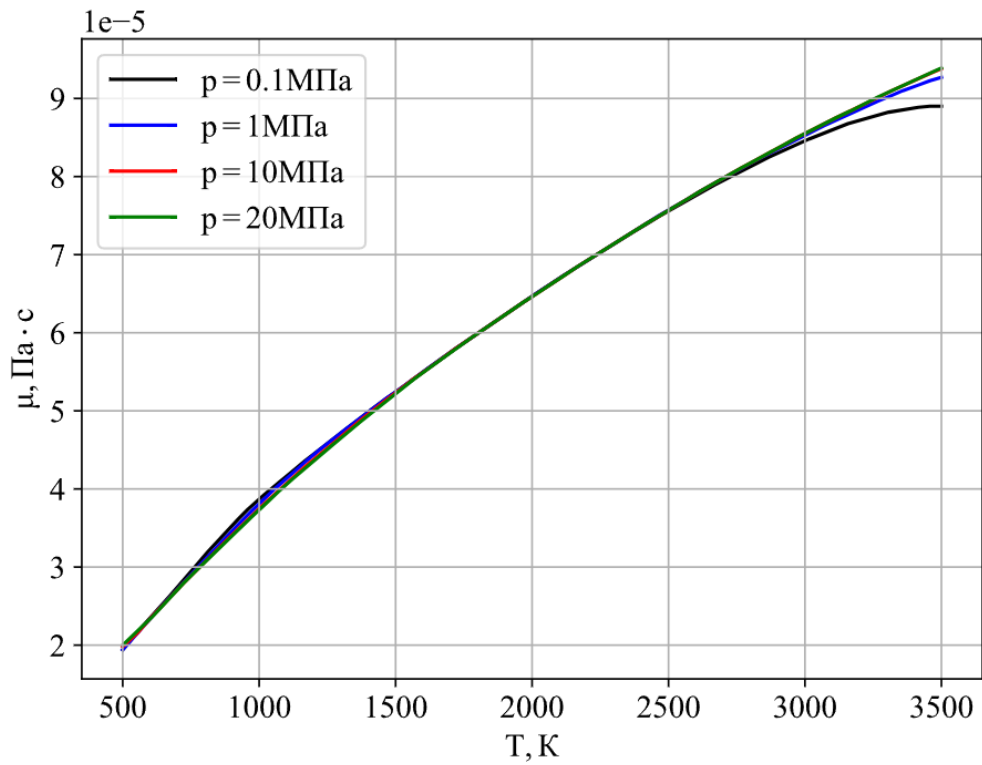


Рис. 3. График зависимости  $\mu_r(p, T)$

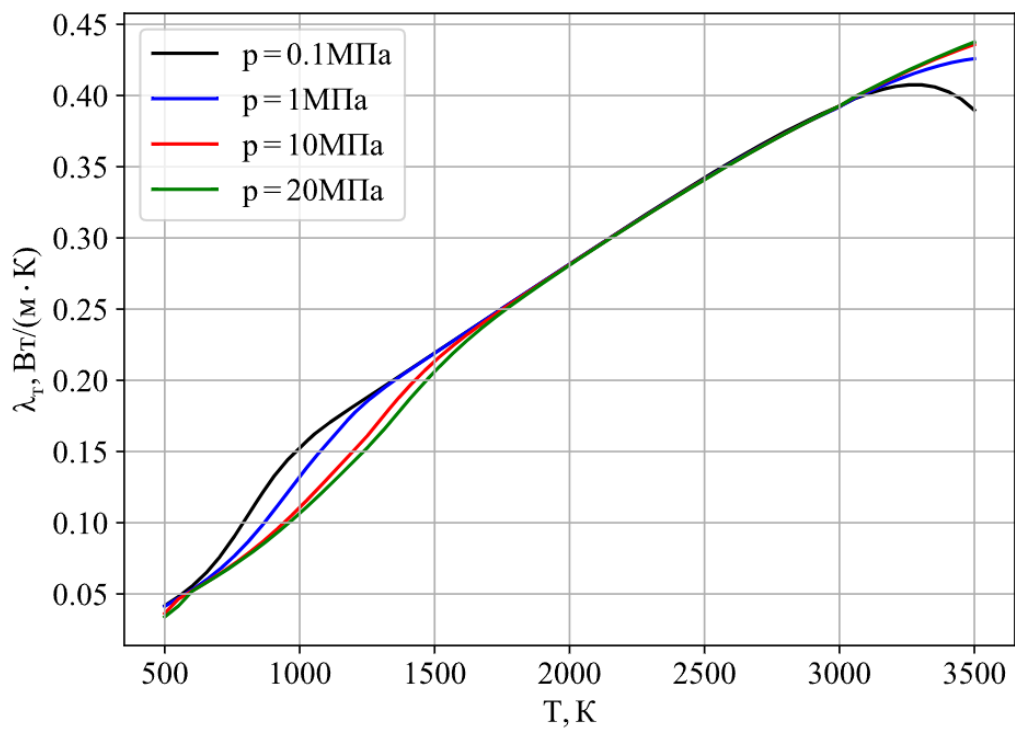


Рис. 4. График зависимости  $\lambda_T(p, T)$

В ходе выполнения лабораторной работы «Профилирование сопла и расчет тепловых потоков по его тракту» получены зависимости скорости,



давления и статической температуры потока  $V_{data}(x), p_{data}(x), T_{data}(x)$ . Для расчетов дополнительно понадобится массив площади поперечного сечения  $F_{data}(x)$  и плотности:

$$\rho_{data}(x) = \frac{p_{data}(x)}{R(p_{data}(x), T_{data}(x))T_{data}(x)}.$$

Графики зависимости  $V_{data}(x), p_{data}(x), T_{data}(x), F_{data}(x)$  и  $\rho_{data}(x)$  представлены на рис. 5 – 9.

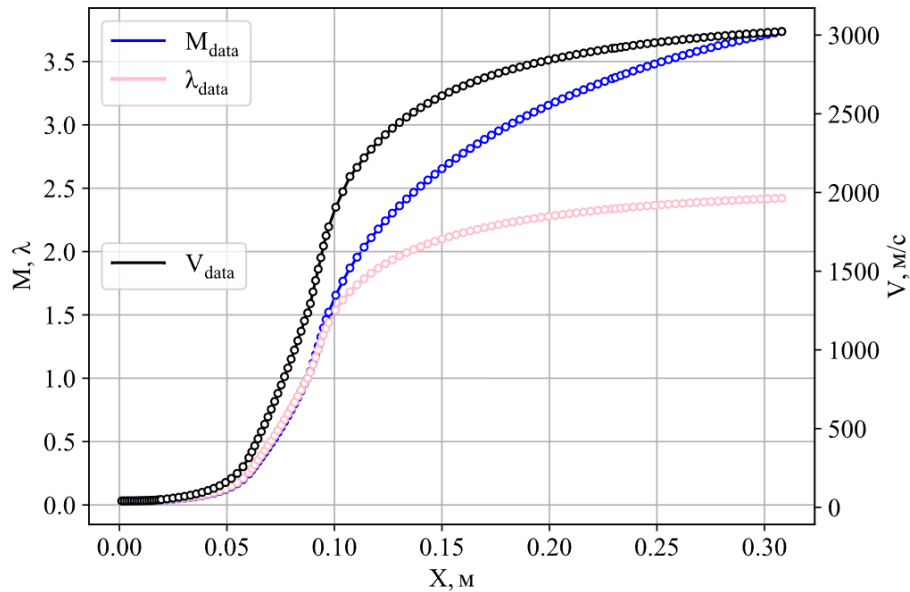


Рис. 5. График зависимости  $V_{data}(x)$

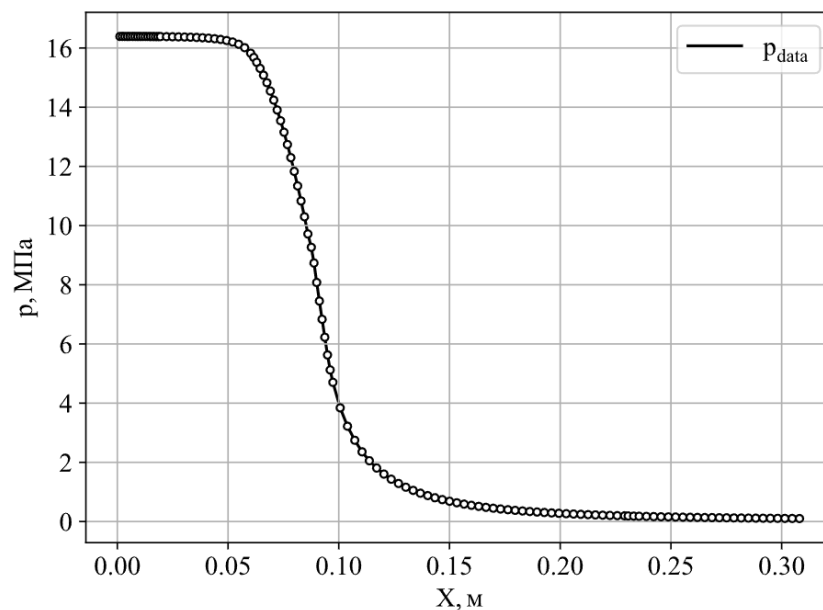


Рис. 6. График зависимости  $p_{data}(x)$

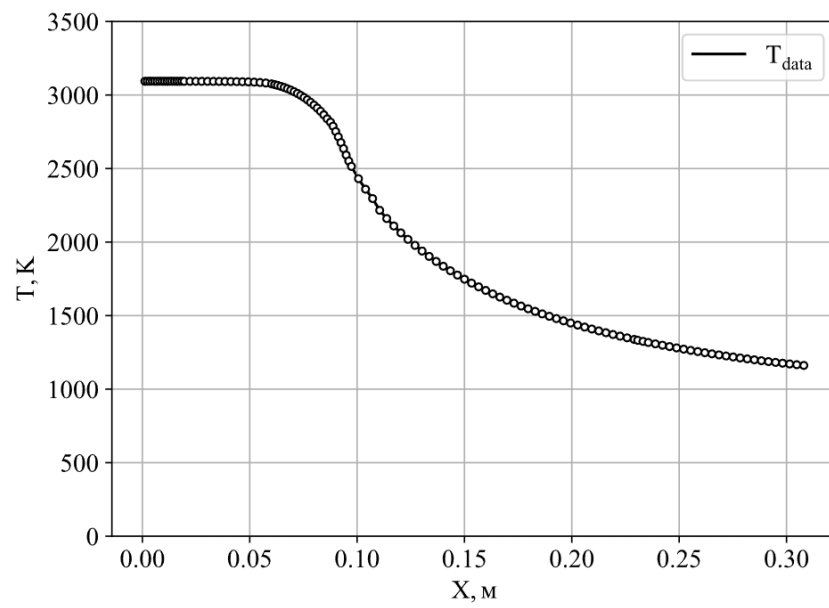


Рис. 7. График зависимости  $T_{data}(x)$

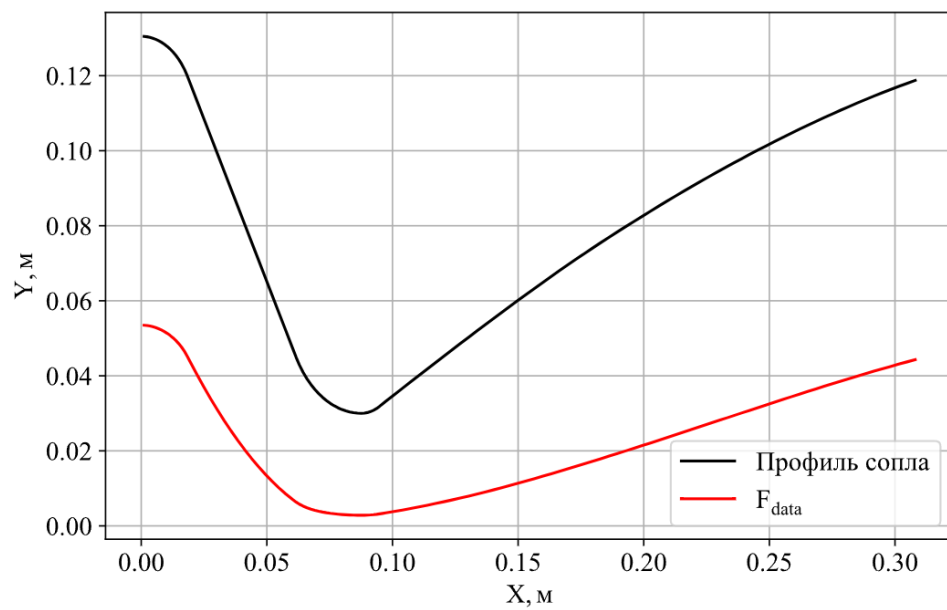
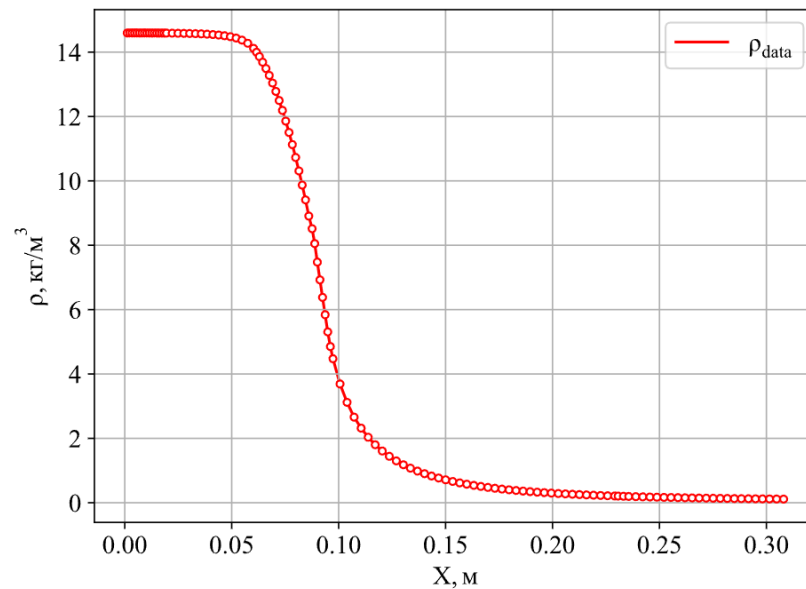


Рис. 8. График зависимости  $F_{data}(x)$



**Рис. 9.** График зависимости  $\rho_{data}(x)$

Средний расход топлива определяется как:

$$G_T = \frac{\omega}{t_p};$$

$$G_T = \frac{158,2}{4,6} = 34,56 \text{ кг/с.}$$

Расходы газовой и конденсированной фаз равны:

$$\dot{m}_T = G_T(1 - z);$$

$$\dot{m}_S = G_T z;$$

$$\dot{m}_T = 24,85 \text{ кг/с;}$$

$$\dot{m}_S = 9,71 \text{ кг/с.}$$

Начальные условия для интегрирования системы уравнений (1)

$$\left\{ \begin{array}{l} x_0 = 0; \\ p_{r_0} = p_0; \\ T_{r_0} = T_0; \\ V_{r_0} = V_{data}(0); \\ V_{s_0} = 0,95V_{r_0}; \\ \rho_{r_0} = \rho_{data}(0); \\ F_0 = F_{data}(0). \end{array} \right.$$

Для интегрирования системы уравнений (1) вводится шаг по координате  $dx$ . Шаг по координате определяется как:

$$dx = \frac{L_c}{h},$$

где  $h$  - количество шагов интегрирования. Для данной задачи  $h = 1500$ . Шаг  $dx = 0,308/1500 = 0,000205$  м.

Для решения системы уравнений необходимо найти приращение искомых параметров для каждой координаты  $x_i$ . Такой подход предполагает наличие цикла по  $i = 1 \dots h$ . Начало цикла от  $i = 1$  обусловлено тем, что предварительно заданные начальные условия имеют индекс 0.

Система интегрируется методом Эйлера. Поскольку плотность задается в качестве исходного массива, то на каждом шаге интегрирования могут быть записаны уравнения:

$$\begin{aligned}\rho_{\Gamma i} &= \rho_{data}(x_i); \\ d\rho_{\Gamma i} &= \rho_{\Gamma i} - \rho_{\Gamma i-1}.\end{aligned}$$

Приращение скорости частицы:

$$dV_s = \frac{3}{4} C_x(\text{Re}_{i-1}) \frac{\rho_{\Gamma i-1} (V_{\Gamma i-1} - V_{s i-1}) |V_{\Gamma i-1} - V_{s i-1}|}{d_s V_{s i-1} \rho_{\text{кф}}} dx,$$

где

$$\text{Re} = \frac{|V_{\Gamma} - V_s| d_s \rho_{\Gamma}}{\mu_{\Gamma}},$$

здесь используется  $V_{\Gamma} - V_s$ , поскольку рассматривается относительное движение частицы и газовой фазы.

Зависимость  $C_x(\text{Re})$

$$C_x(\text{Re}) = \frac{21,12}{\text{Re}} + \frac{6,3}{\sqrt{\text{Re}}} + 0,25.$$

Приращение температуры частицы:

$$dT_s = \frac{6\alpha_{i-1} (T_{\Gamma i-1} - T_{s i-1})}{\rho_{\text{кф}} C_s V_{s i-1} d_s},$$

где

$$\alpha = \frac{\text{Nu} \lambda_{\Gamma}}{d_s}.$$

Число Нуссельта может быть определено по формуле:

$$Nu = 2 + 0,459Re^{0,55}Pr^{0,33},$$

где  $Pr$  – число Прандтля, определяемое по формуле

$$Pr = \frac{\mu_r C_p}{\lambda_r}.$$

Приращение параметров газовой фазы равны:

$$dp_r = \frac{kp_{r_{i-1}}}{C_p T_{r_{i-1}}} \left[ \frac{z}{1-z} V_{r_{i-1}} dV_s - \frac{z}{1-z} (C_s dT_s + V_{s_{i-1}} dV_s) \right] + \frac{kp_{r_{i-1}}}{\rho_{r_{i-1}}} d\rho_r;$$

$$dV_r = -\frac{1}{V_{r_{i-1}} \rho_{r_{i-1}}} dp_r - \frac{z}{1-z} dV_s;$$

$$dT_r = \frac{1}{C_p} \left[ \frac{1}{\rho_{r_{i-1}}} + \frac{z}{1-z} V_{r_{i-1}} dV_s - \frac{z}{1-z} (C_s dT_s + V_{s_{i-1}} dV_s) \right].$$

Параметры в новом сечении определяются как

$$Y_i = Y_{i-1} + dY,$$

где  $Y_i$  – вектор параметров

$$Y_i = (x_i, V_{r_i}, T_{r_i}, V_{s_i}, T_{s_i}, p_{r_i}).$$

Площадь поперечного сечения рассчитывается по уравнению

$$F = \frac{\dot{m}_r}{\rho_r V_r}.$$

Интегрирование системы уравнений (1) проводится в среде языка программирования Python. Соответствующий листинг части программы имеет следующий вид:

```
Y_i_m_1 = np.array([0, p_arr[0], T_arr[0], V_arr[0], 0.95 * V_arr[0], ro_arr[0],
F[0] * 0.93, T_arr[0]])

res = np.array(Y_i_m_1)

while Y_i_m_1[0] < x_arr[-1]:
    Re_i_m_1 = Re(Y_i_m_1[3], Y_i_m_1[4], ds, Y_i_m_1[5], Y_i_m_1[1],
Y_i_m_1[2])
    p_i_m_1 = Y_i_m_1[1]
    Tg_i_m_1 = Y_i_m_1[2]
    Vg_i_m_1 = Y_i_m_1[3]
    Vs_i_m_1 = Y_i_m_1[4]
    ro_i_m_1 = Y_i_m_1[5]
    Ts_i_m_1 = Y_i_m_1[7]
    ro_i = np.interp(Y_i_m_1[0] + dx, x_arr, ro_arr)

    dro_i = (ro_i - ro_i_m_1)
```

опиcиf 6

```

buf = Cx(Re_i_m_1)
dVs = 3/4 * Cx(Re_i_m_1) * ro_i_m_1 * (Vg_i_m_1 - Vs_i_m_1) *
np.abs(Vg_i_m_1 - Vs_i_m_1) / (Vs_i_m_1 * ds * rho_kf) * dx
a_i_m_1 = alpha(ds, Re_i_m_1, p_i_m_1, Tg_i_m_1)
dT_s = 6 * a_i_m_1 * (Tg_i_m_1 - Ts_i_m_1) / (rho_kf * Cs * Vs_i_m_1 * ds) *
dx
dpg = k(p_i_m_1, Tg_i_m_1) * p_i_m_1 / (Cp(p_i_m_1, Tg_i_m_1) * Tg_i_m_1)
* (z / (1 - z) * Vg_i_m_1 * dVs - z / (1 - z) * (Cs * dTs + Vs_i_m_1 * dVs)) +
k(p_i_m_1, Tg_i_m_1) * p_i_m_1 / ro_i_m_1 * dro_i
dVg = -1 / (Vg_i_m_1 * ro_i_m_1) * dpg - z / (1 - z) * dVs
dTg = 1 / Cp(p_i_m_1, Tg_i_m_1) * (1 / ro_i_m_1 * dpg * 0.8 + z / (1 - z)
* Vg_i_m_1 * dVs - z / (1 - z) * (Cs * dTs + Vs_i_m_1 * dVs))
F_i = dm_g / (ro_i * Vg_i_m_1) / 2

Y_i = np.array([Y_i_m_1[0] + dx, Y_i_m_1[1] + dpg, Y_i_m_1[2] + dTg,
Y_i_m_1[3] + dVg, Y_i_m_1[4] + dVs, Y_i_m_1[5] + dro_i, F_i, Y_i_m_1[7] + dTs])
res = np.append(res, Y_i)
Y_i_m_1 = np.array(Y_i)

```

Результаты расчета для диаметра частиц  $d_s = 10$  мкм представлены на рис. 10 – 13.

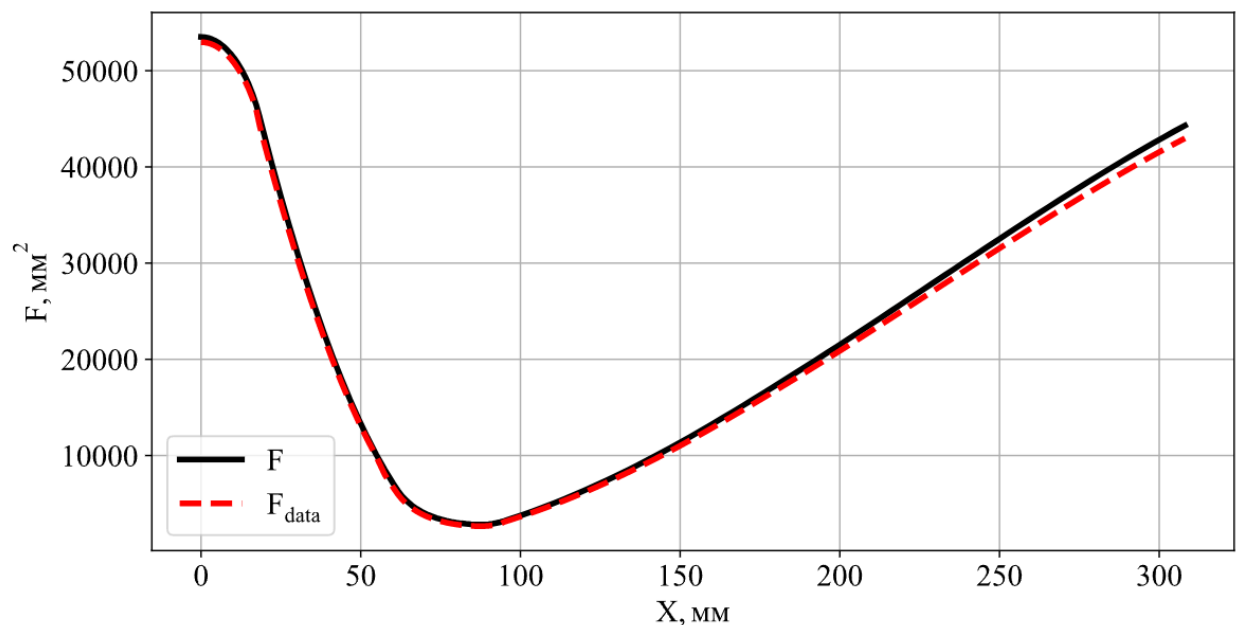
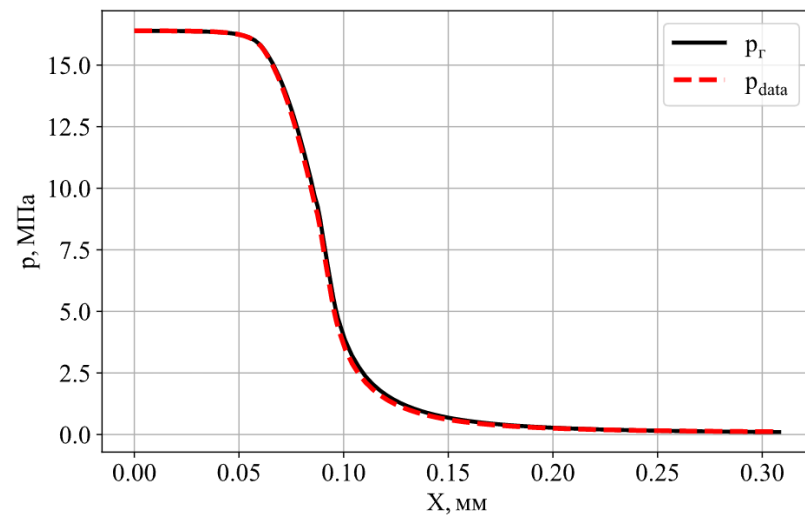
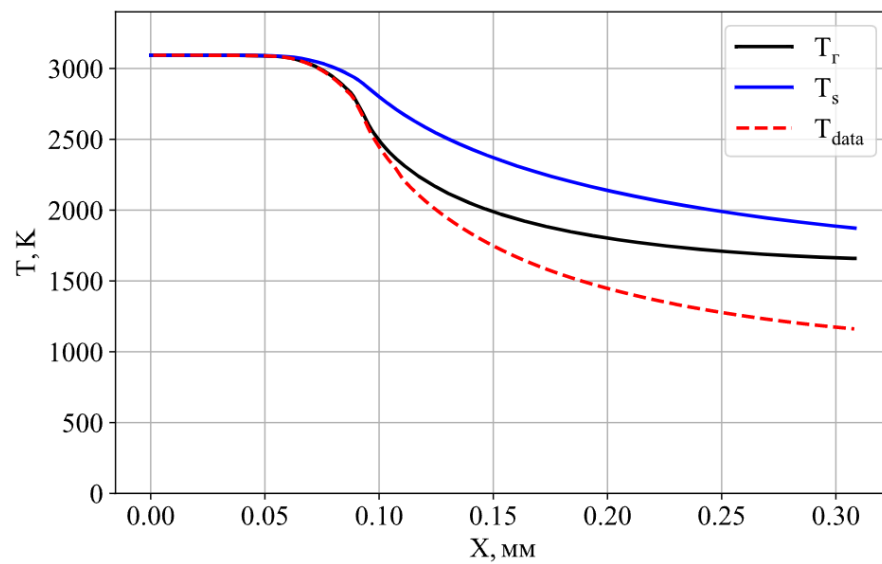


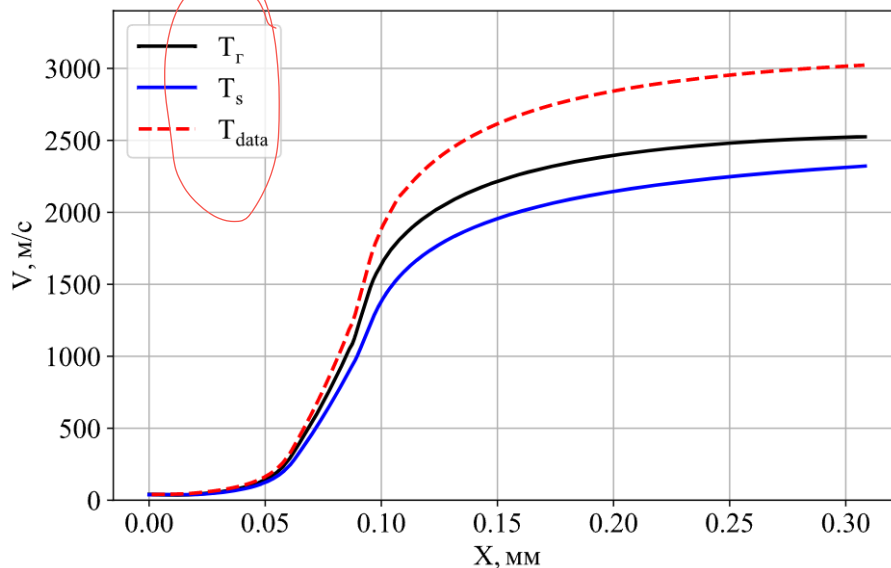
Рис. 10. Площадь поперечного сечения



**Рис. 11.** Изменение давления по тракту сопла



**Рис. 12.** Изменение температуры по тракту сопла



**Рис. 13.** Изменение скорости по тракту сопла

Как видно из рис. 10 – 13, при наличии к-фазы скорость потока снижается, что связано с потерями энергии, затрачиваемыми на разгон частиц. Температура потока с конденсированной фазой больше температуры равновесного течения. Это связано с тем, что при течении двухфазного потока температура газа увеличивается за счет теплообмена с остывающими частицами.

Также стоит отметить, что на рис. 13 можно наблюдать относительно небольшое смещение критики в сверхзвуковую часть сопла.

По параметрам выходного сечения сопла определяются параметры неравновесности:

$$K_V = \frac{V_s(L_c)}{V_r(L_c)};$$

$$K_T = \frac{T_s(L_c)}{T_r(L_c)};$$

$$K_V = 0,909;$$

$$K_T = 1,234.$$



## Выводы

В результате выполнения лабораторной работы был проведен расчет параметров газовой и конденсированной фазы. Решена система уравнений (1), описывающих движение двухфазного потока. В результате решения получены распределения площади поперечного сечения, давления, температуры и скорости по тракту сопла, рис. 10 – 13, соответственно.

Как можно видеть из распределения параметров двухфазного течения, скорость газовой фазы отстает от скорости равновесного течения, поскольку имеет место потеря энергии на разгон частиц. Температура газовой фазы растет по сравнению с равновесным течением за счет того, что газ подогревается от частиц.

После поиска распределения температуры и скорости по тракту сопла были определены параметры неравновесности:

$$K_V = 0,909;$$

$$K_T = 1,234.$$

### Список литературы

1. Федоров А.А. Расчет параметров двухфазного потока при течении по соплу: Методические указания по выполнению лабораторной работы – М: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2021. – 20 с., ил.
2. Белов Г.В., Трусов Б.Г. Термодинамическое моделирование химически реагирующих систем. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. – 96 с.