МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова»

Институт судостроения и морской арктической техники (Севмашвтуз)
(наименование высшей школы/ филиала/ института/ колледжа)

РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

По дисциплине Теоретические основы электротехники. Вариант 15

Выполнил обучающийся:
Самсонов Павел Сергеевич
(ФИО)

Направление подготовки / специальность:
27.03.04 Управление в технических системах
(код и наименование)

Курс: 2
Группа: 521325

Руководитель:
Коновалова Александра Игоревна
(ФИО руководителя)

Отметка о зачете отлично (отметка прописью) 15.05.2025 (дата)

Руководитель Аког (подпись руководителя) А. И. Коновалова (инициалы, фамилия)

Северодвинск 2025

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова»
филиал в г. Северодвинске Архангельской области

Кафедра судовой электроэнергетики и автоматики
(наименование кафедры)

ЗАДАНИЕ НА РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ

По дисциплине «Теоретические основы электротехники»
(наименование дисциплины)

студенту Института судостроения и морской арктической техники (Севмашвтуз) 2 курса 521325 группы
Самсонову Павлу Сергеевичу
(фамилия, имя, отчество студента)

27.03.04 Управление в технических системах
(код и наименование направления подготовки/специальность)

ТЕМА: Вариант 15

Задание:

1. Расчёт переходных процессов в цепях первого порядка (классический метод)
2. Расчёт переходных процессов в цепях первого порядка (операторный метод)
3. Расчёт переходных процессов в цепях второго порядка

Руководитель старший преподаватель (должность) _________ (подпись) А.И. Коновалова (инициалы, фамилия)

Северодвинск 2025

ЛИСТ ДЛЯ ЗАМЕЧАНИЙ

1 РАСЧЁТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ ПЕРВОГО ПОРЯДКА (КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД)

Для изображенной на рисунке 1 цепи с параметрами, указанными в таблице 1, найти:

1) Ток в индуктивности $i_L(t)$ при переходном процессе, вызванном размыканием ключа «К»;

2) Напряжение в индуктивности $U_L(t)$ при переходном процессе, вызванном размыканием ключа «К»;

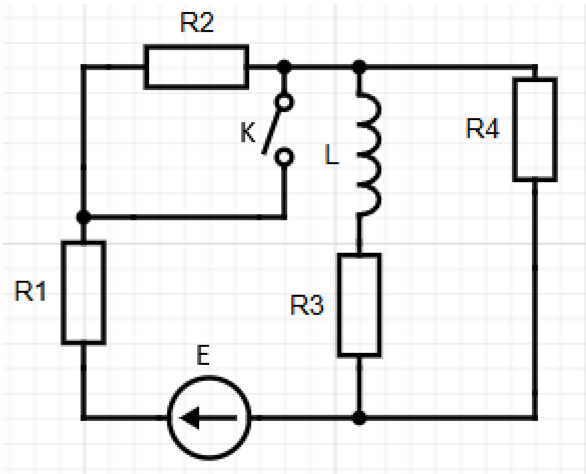

Рисунок 1 – Схема цепи

Таблица 1 – Параметры цепи

E, В	L, мГн	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом
120	20	95	95	95	95

Укажем направления искомых величин в цепи (рисунок 2).

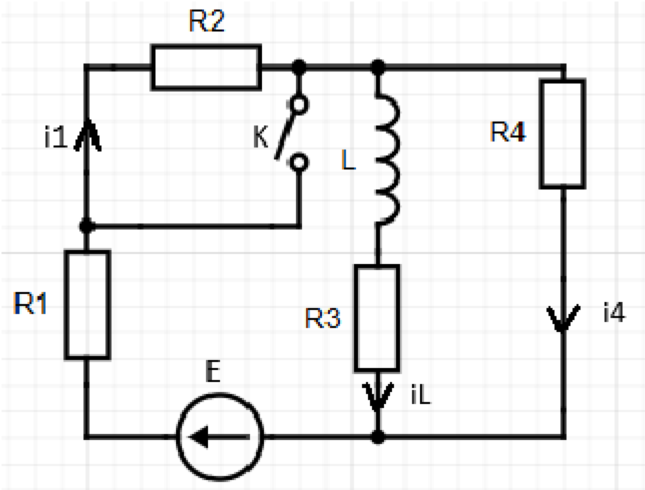

Рисунок 2 – Цепь с направлениями токов

Для нахождения силы тока и напряжения в ветви с индуктивным элементом найдём зависимость силы тока в катушке от времени. Представим искомые величины как сумму принужденной и свободной составляющих:

$$i_L = i_{L\text{пр}} + i_{L\text{св}}. \tag{1}$$

Найдём независимые начальные условия из докоммутационной цепи с помощью следующих уравнений, приняв, что катушка индуктивности это идеальный провод, не имеющий сопротивления

$$i_0 = \frac{E}{R_1 + R_2 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}} = 1.263, \tag{1.1}$$

$$i_{L0} = \frac{i_0}{2} = 0.632. \tag{1.2}$$

В результате расчёта получены начальные условия:

$i_{L0} = 0.632$ (А).

Далее построим цепь после коммутации, чтобы посчитать принуждённую составляющую (Рисунок 3)

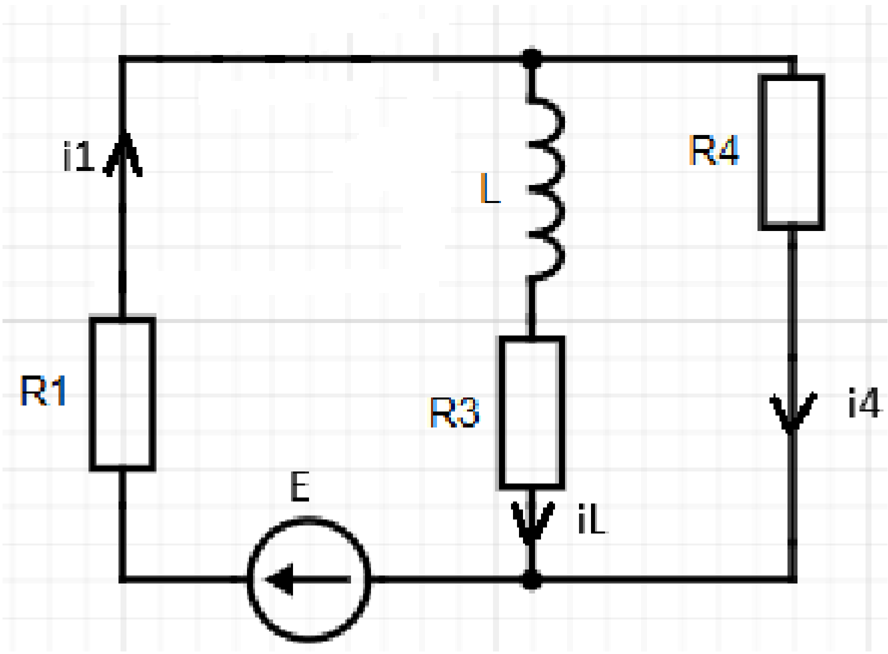

Рисунок 3 – Цепь после коммутации

Найдём принуждённую составляющую из послекоммутационной цепи с помощью следующих уравнений, приняв, что катушка индуктивности это идеальный провод, не имеющий сопротивления

$$i_{pr} = \frac{E}{R_1 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}} = 2.105, \tag{1.3}$$

$$i_{Lpr} = \frac{i_{pr}}{2} = 1.053. \tag{1.4}$$

В результате расчёта получены начальные условия:

$i_{Lpr} = 1.053$ (А).

Для нахождения свободных составляющих $i_{Lсв}$ тока i_Lи $U_{Lсв}$ напряжения U_L найдём корни характеристического уравнения для послекоммутационной цепи постоянного тока первого порядка путём нахождения эквивалентного сопротивления, заменив идеальный ЭДС на перемычки, сделав разрыв в цепи, и используя оператор «р» ($p = j \cdot w$)

Формула для нахождения эквивалентного сопротивления для данной цепи:

$$R_{экв} = R_1 + \frac{(R_4 + p \cdot L) \cdot R_3}{R_3 + R_4 + p \cdot L}. \tag{1.5}$$

В результате расчета получен корень характеристического уравнения:

$p = -7125.$

Далее найдём постоянную интегрирования с помощью следующих уравнений

$$I_{L0} = I_{Lpr} + A \cdot e^{p \cdot t}, \tag{1.6}$$

$$A = I_{L0} - I_{Lpr} = -0.421. \tag{1.7}$$

По результат расчётов получаем следующую постоянную интегрирования: $A = -0.421$.

Составим уравнение зависимости силы тока от времени на катушке, продифференцируем его, чтобы получить уравнение зависимости напряжения от времени на катушке:

$$I_L(t) = I_{Lpr} + A \cdot e^{p \cdot t}, \tag{1.8}$$

$$U_L(t) = L \cdot \frac{d}{dt} I_L(t). \tag{1.9}$$

Подставим постоянную интегрирования в уравнения (1.8), (1.9) и получим следующие уравнения:

$$I_L(t) = I_{Lpr} + A \cdot e^{p \cdot t} = 1.053 - 0.421 * e^{-7125 \cdot t}, \tag{2.0}$$

$$U_L(t) = L \cdot \frac{d}{dt} I_L(t) = 60 * e^{-7125 \cdot t}. \tag{2.1}$$

По результатам расчётов получим зависимости силы тока и напряжения в индуктивности от времени.

$I_L(t) = 1.053 - 0.421 * e^{-7125 \cdot t}$

$U_L(t) = 60 * e^{-7125 \cdot t}$

Графики зависимости силы тока и напряжения в индуктивности показаны на рисунках 4 и 5.

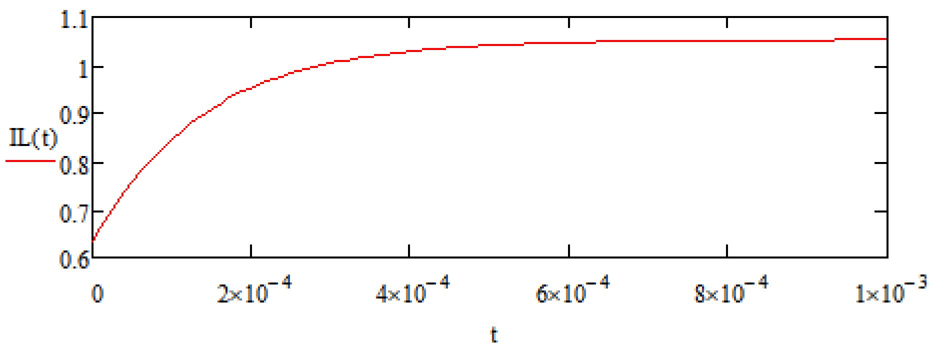

Рисунок 4 – Зависимость силы тока в индуктивности от времени, полученная классическим методом

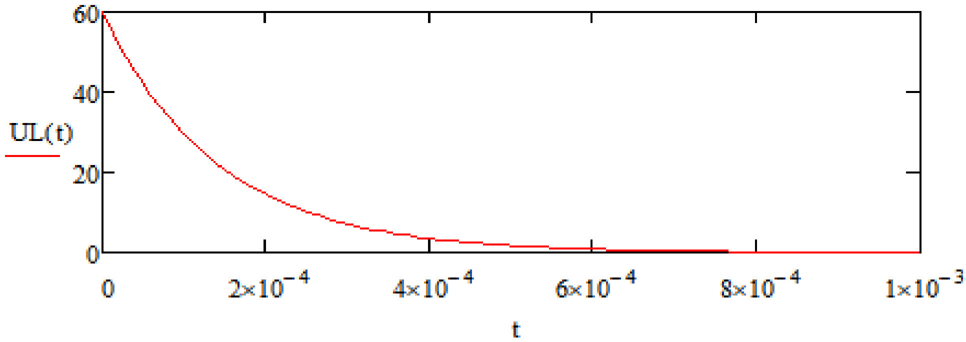

Рисунок 5 – Зависимость напряжения в индуктивности от времени, полученная классическим методом

2 РАСЧЁТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ ПЕРВОГО ПОРЯДКА (ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД)

Для изображенной на рисунке 1 цепи с параметрами, указанными в таблице 1, найти:

1) Ток в индуктивности $i_L(t)$ при переходном процессе, вызванном размыканием ключа «К»;

2) Напряжение в индуктивности $U_L(t)$ при переходном процессе, вызванном размыканием ключа «К»;

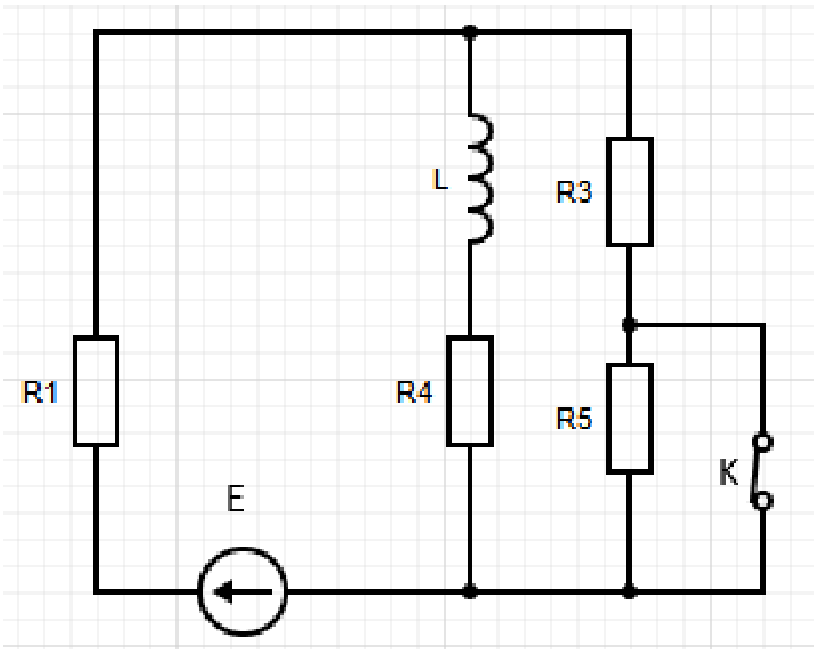

Рисунок 6 – Схема цепи

Таблица 2 – Параметры цепи

E, В	L, мГн	R_1, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	R_5, Ом
120	20	95	95	95	95

Для нахождения силы тока и напряжения в ветви с индуктивным элементом найдём независимые начальные условия из докоммутационной цепи с помощью следующих уравнений, приняв, что катушка индуктивности это идеальный провод, не имеющий сопротивления

$$i_0 = \frac{E}{R_1 + \dfrac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}} = 2.105, \tag{3.1}$$

$$i_{L0} = \frac{i_0}{2} = 1.053. \tag{3.2}$$

В результате расчёта получены начальные условия:

$i_{L0} = 1.053$ (А).

Так же посчитаем внутреннее сопротивление ЭДС, которое появится после замещение катушки

$$E_L = i_{L0} \cdot L = 0.021 \tag{3.3}$$

В результате расчёта получены следующие значения ЭДС:

$E_L = 0.021$ (А).

Далее построим схему замещения в цепи после коммутации (Рисунок 7)

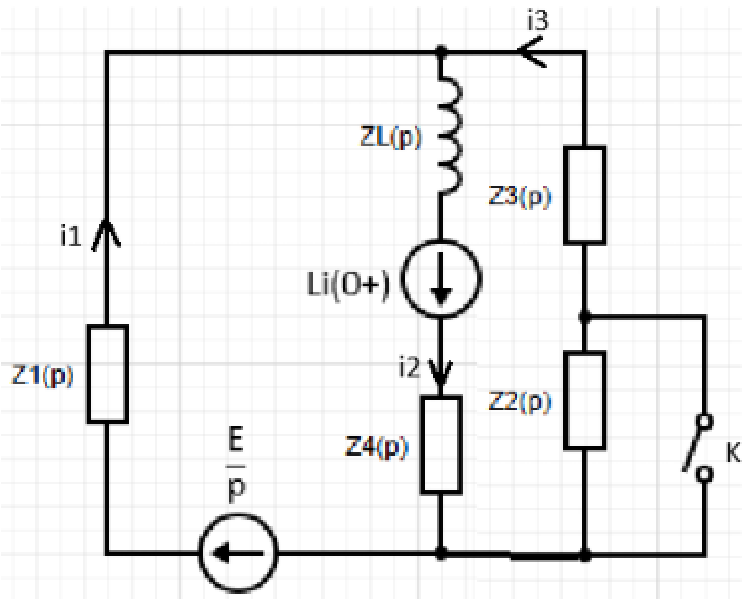

Рисунок 7 – Схема замещения

Используя законы Кирхгофа составим уравнения, для нахождения тока в ветви с индуктивностью:

$$i_1 - i_2 + i_3 = 0, \tag{3.4}$$

$$\frac{E}{p} + E_L = i_1 \cdot R_1 + L \cdot p \cdot i_2 + i_2 \cdot R_4, \tag{3.5}$$

$$E_L = i_2 \cdot R_4 - +i_3 \cdot R_2 + L \cdot p \cdot i_2. \tag{3.6}$$

По результатам расчётов получим зависимость $i_L(p)$.

$i_L(p) = \dfrac{2.631578947368421 \cdot 10^{15} \cdot p + 7{,}5 \cdot 10^{19}}{2.5 \cdot 10^{15} \cdot p^2 + 3.5625 \cdot 10^{19} \cdot p}$,

$M(p) = 2.631578947368421 \cdot 10^{15} \cdot p + 7{,}5 \cdot 10^{19}$.

Возьмем знаменатель, приравняем его к нулю и найдём корни характеристического уравнения.

$$2.5 \cdot 10^{15} \cdot p^2 + 3.5625 \cdot 10^{19} \cdot p = 0. \tag{3.7}$$

По результатам расчётов получим корни:

$p_1 = 0$,

$p_2 = -14250.0$.

Найдём производную знаменателя:

$$\frac{d}{dp} 2.5 \cdot 10^{15} \cdot p^2 + 3.5625 \cdot 10^{19} \cdot p. \tag{3.8}$$

Получим следующее выражение:

$N(p) = 5.0 \cdot 10^{15} + 3.5625 \cdot 10^{19}$

Сформируем решение в виде:

$$i_L(t) = \frac{M_1(p_1)}{N_1'(p_1)} \cdot e^{p_1 \cdot t} + \frac{M_1(p_2)}{N_1'(p_2)} \cdot e^{p_2 \cdot t} \tag{3.9}$$

Окончательное решение.

$i_L(t) = -1.0526315789473684421 \cdot e^{-14250.0 \cdot t} + 2.1052631578947368421$,

$U_L(t) = 300 \cdot e^{-14250.0 \cdot t}$.

Графики полученных зависимостей представлены на рисунках 8 и 9.

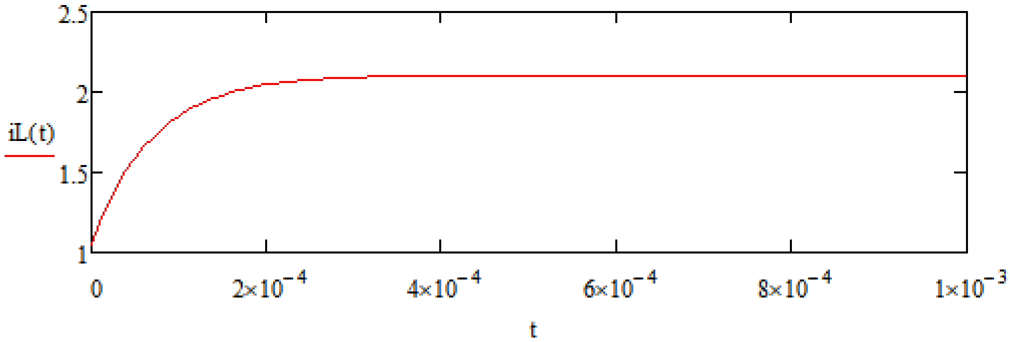

Рисунок 8 – Зависимость силы тока в индуктивности от времени, полученная операторным методом

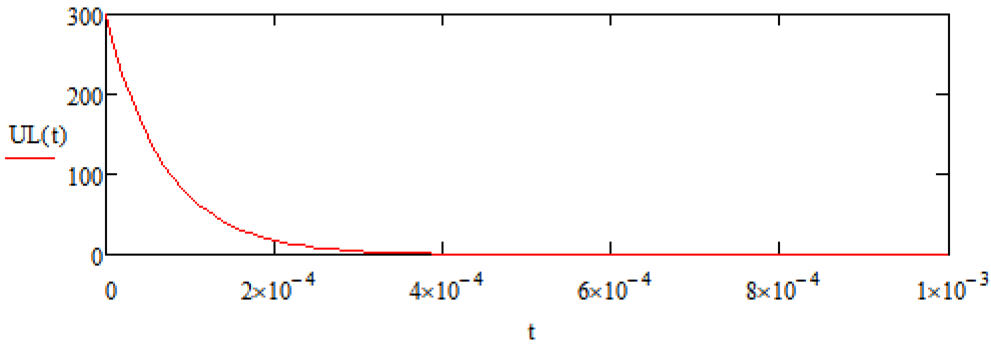

Рисунок 9 – Зависимость напряжения в индуктивности от времени, полученная операторным методом

3 РАСЧЁТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Для изображенной на рисунке 10 цепи с параметрами, указанными в таблице 1, найти:

1) Ток в индуктивности $i_L(t)$ при переходном процессе, вызванном замыканием ключа «К»;

2) Напряжение в индуктивности $U_L(t)$ при переходном процессе, вызванном замыканием ключа «К»;

3) Ток в ёмкости $i_C(t)$ при переходном процессе, вызванном замыканием ключа «К»

4) Напряжение в ёмкости $U_C(t)$ при переходном процессе, вызванном замыканием ключа «К»

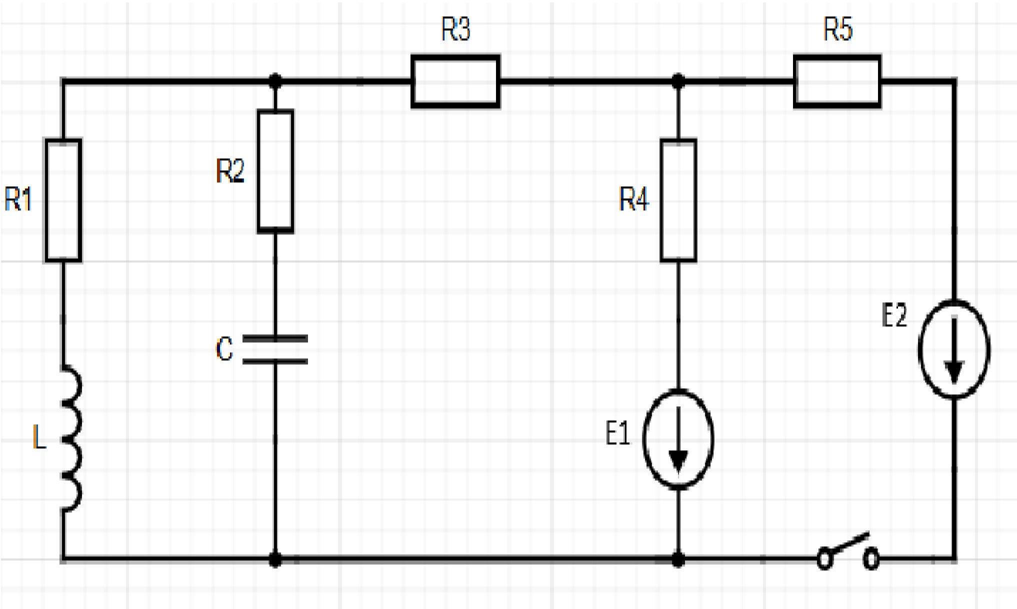

Рисунок 10 – Схема цепи

Таблица 3 – Параметры цепи

E_1, В	E_2, В	C, мкФ	L, Гн	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	R_5, Ом
300	300	100	0.5	300	300	300	300	300

3.1 Расчёт переходного процесса классическим методом

Укажем направления искомых величин в цепи

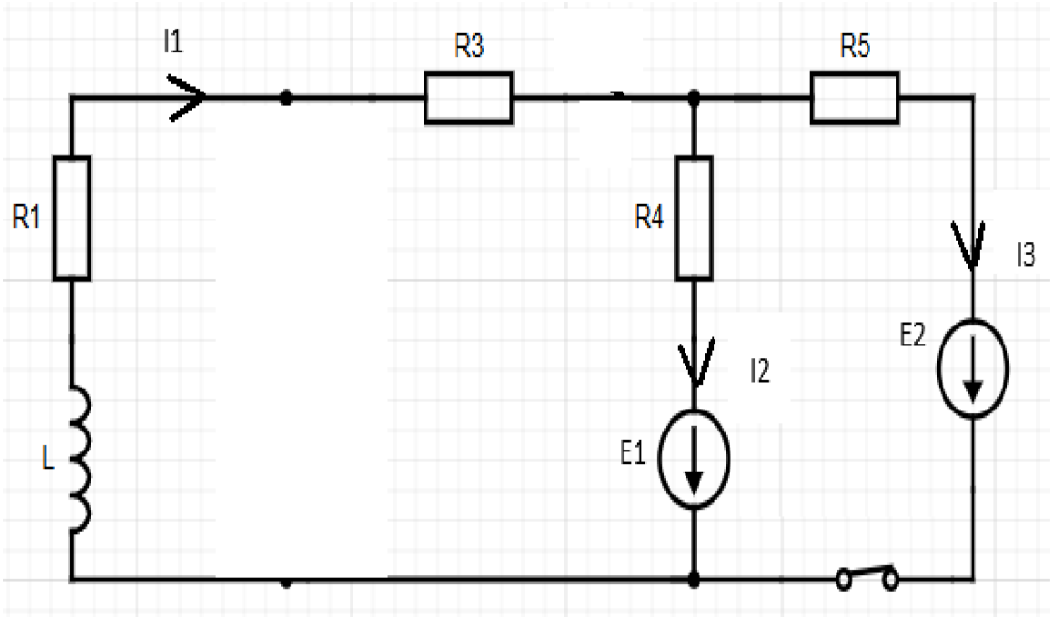

Рисунок 11 – Цепь с направлениями токов

Для нахождения сил токов в индуктивности и резисторе для начала найдём зависимость силы тока в катушке и напряжения на конденсаторе от времени. Представим искомые величины как сумму принужденной и свободной составляющих

$$i_L = i_{L\text{пр}} + i_{L\text{св}}, \tag{4.1}$$

$$U_C = U_{C\text{пр}} + U_{C\text{св}}. \tag{4.2}$$

Найдём принужденную составляющую из послекоммутационной цепи с помощью уравнений составленных по законам Кирхгофа:

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0, \tag{4.3}$$

$$E_1 = i_1 \cdot R_1 + i_1 \cdot R_3 + i_2 \cdot R_4, \tag{4.4}$$

$$E_2 - E_1 = -i_2 \cdot R_4 + i_3 \cdot R_5, \tag{4.5}$$

В результате расчётов получили ток, протекающий через катушку:

$I_{Lpr} = 0.4$ (А).

Теперь можно посчитать напряжение на катушке, до комутации:

$$U_{Cpr} = I_{Lpr} * R_1, \tag{4.6}$$

Получим напряжение:

$U_{Cpr} = 120$ (В).

Далее нам потребуется составить характеристическое уравнение. Для этого заменим источники ЭДС их внутренним сопротивлением, разорвем цепь и найдём её эквивалентное сопротивление. Заменим в полученном выражении $j \cdot \omega$ на оператор p, приравняем выражение к нулю и найдем p.

$$Z_{\text{экв}} = \frac{1}{\frac{1}{R_3 + R_4} + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + p \cdot C} + \frac{1}{R_1 + p \cdot L}} = 0. \quad (4.7)$$

По результатам расчётов получаем корни характеристического уравнения

$p_1 = -836.079; p_2 = -23.921$

Найдём независимые начальные условия из докоммутационной цепи, представленной на рисунке 12

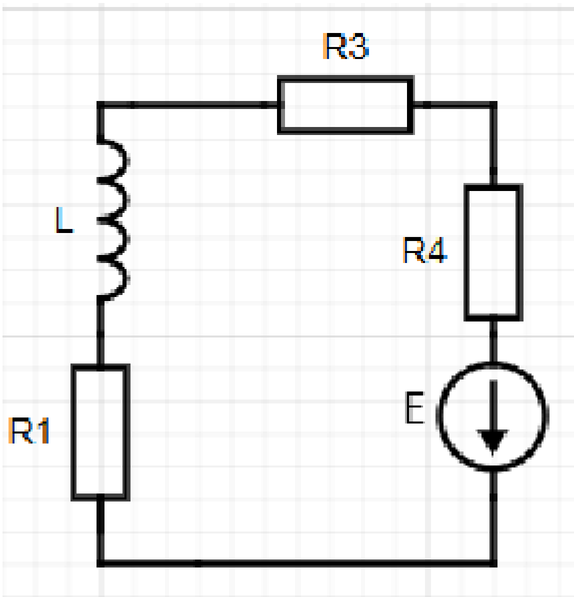

Рисунок 12 – Цепь до коммутации

$$I_0 = \frac{E_1}{R_1 + R_3 + R_4}, \quad (4.8)$$

$$I_{L0} = I_0, \quad (4.9)$$

В результате расчётов получили ток, протекающий через катушку:

$I_{L0} = 0.333$ (А).

Теперь можно посчитать напряжение на катушке, до комутации:

$$U_{C0} = I_{L0} * R_1, \quad (4.6)$$

Получим напряжение:

$U_{C0} = 100$ (В).

Для расчёта постоянных интегрирования составим схему замещения в послекоммутационной цепи

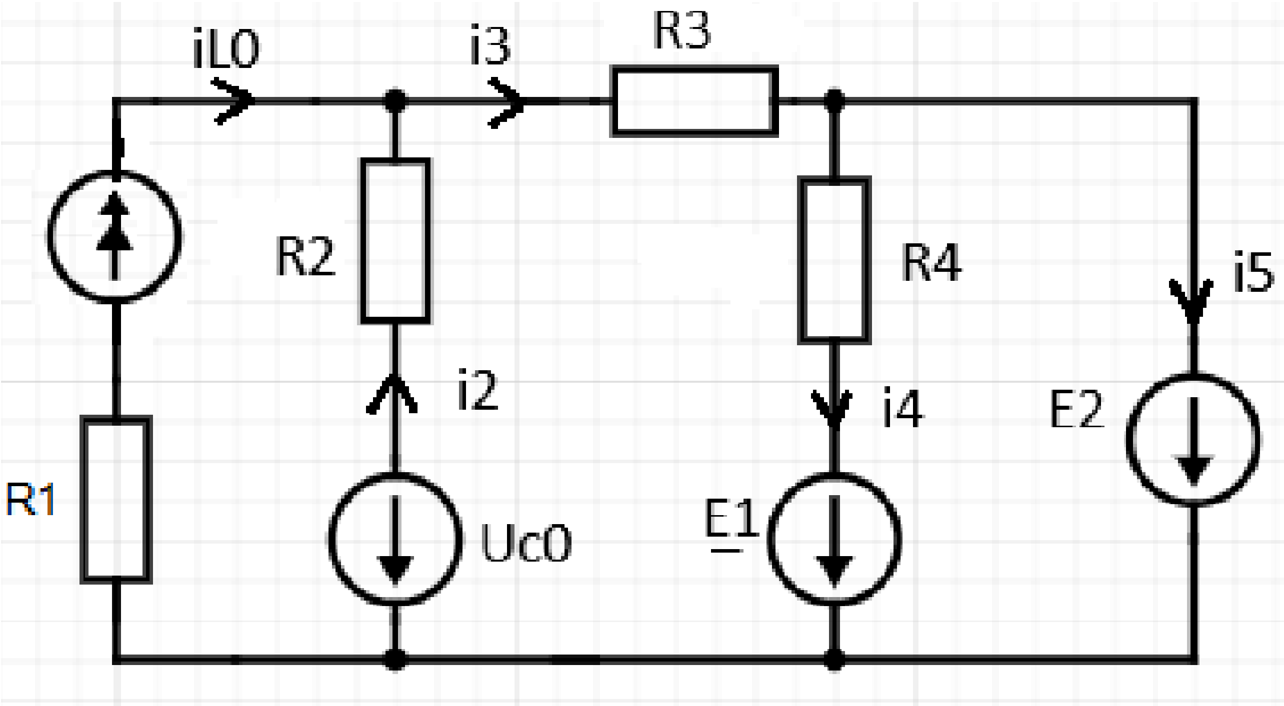

Рисунок 13 – Схема замещения после коммутации

Воспользуемся законами Кирхгофа для того, чтобы рассчитать токи в цепи:

$$I_{L0} + I_2 - I_3 = 0, \tag{4.7}$$

$$I_3 - I_4 - I_5 = 0, \tag{4.8}$$

$$U_{C0} - U_{L0} = I_{L0} \cdot R_1 - R_2 \cdot I_2, \tag{4.9}$$

$$E_1 - U_{C0} = R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 + R_4 \cdot I_4, \tag{5.0}$$

$$E_2 - E_1 = -R_4 \cdot I_4 + R_5 \cdot I_5. \tag{5.1}$$

По результатам расчётов получаем следующие зависимые начальные условия:

U_{L0} = -20 (В).

$I_{C0} = 0.067$ (А).

Составим системы уравнений для момента времени 0 секунд и найдём постоянные интегрирования с помощью следующих уравнений:

$$I_{L0} = I_{Lpr} + A_1 + A_2, \tag{5.2}$$

$$\frac{U_{L0}}{L} = p_1 \cdot A_1 + p_2 \cdot A_2, \tag{5.3}$$

$$U_{C0} = U_{Cpr} + B_1 + B_2, \tag{5.4}$$

$$\frac{I_{C0}}{C} = p_1 \cdot B_1 + p_2 \cdot B_2. \tag{5.5}$$

По результатам расчётов получаем следующие постоянные интегрирования: для тока в катушке – $A_1 = -0.047$, $A_2 = -0.019$; для напряжения на конденсаторе – $B_1 = -0.232, B_2 = -19.768$.

Подставим постоянные интегрирования в исходное уравнение и перейдём от тока в катушке и напряжения на конденсаторе к необходимым нам величинам

$$I_L(t) = I_{Lpr} + A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}, \tag{5.6}$$

$$U_L(t) = L \cdot \frac{d}{dt} I_L(t), \tag{5.7}$$

$$U_C(t) = U_{Cpr} + B_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + B_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}, \tag{5.8}$$

$$I_C(t) = C \cdot \frac{d}{dt} U_c(t). \tag{5.9}$$

По результатам расчётов получим зависимость силы тока и напряжения в индуктивности от времени и зависимость силы тока и напряжения от времени в ёмкости:

$i_L(t) = -0.01937 \cdot e^{-23.921 \cdot t} - 0.0472 \cdot e^{-836.079t} + 0.4,$

$U_L(t) = 0.23177 \cdot e^{-23.921 \cdot t} + 19.768 \cdot e^{-836.079 \cdot t},$

$U_C(t) = -19.7682 \cdot e^{-23.921 \cdot t} - 0.231 \cdot e^{-836.079 \cdot t},$

$I_C(t) = 0.01937 \cdot e^{-836.079 \cdot t} + 0.047287545 \cdot e^{-23.921 \cdot t}.$

Графики зависимости силы тока и напряжения в индуктивности показаны на рисунках 14 и 15, а графики зависимости силы тока и напряжения в ёмкости показаны на рисунках 16 и 17.

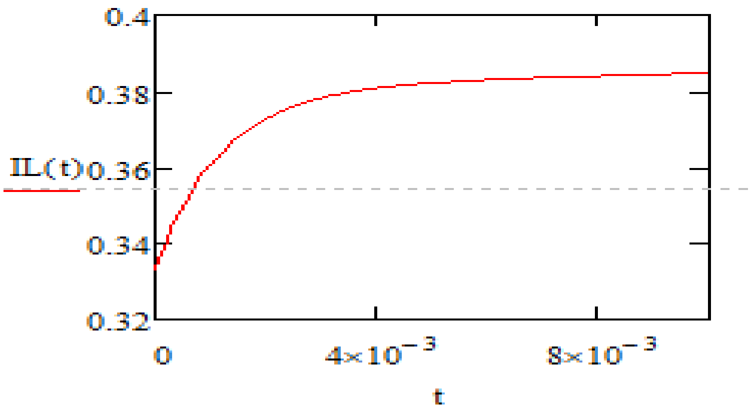

Рисунок 14 – График зависимости силы тока от времени в индуктивности

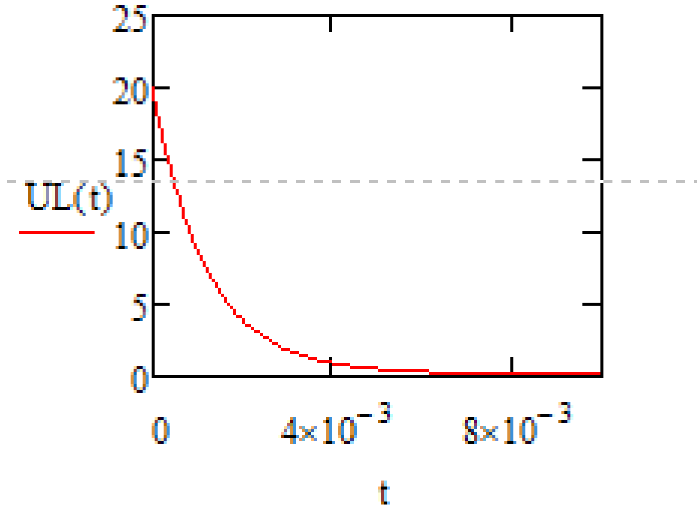

Рисунок 15 – График зависимости напряжения от времени в индуктивности

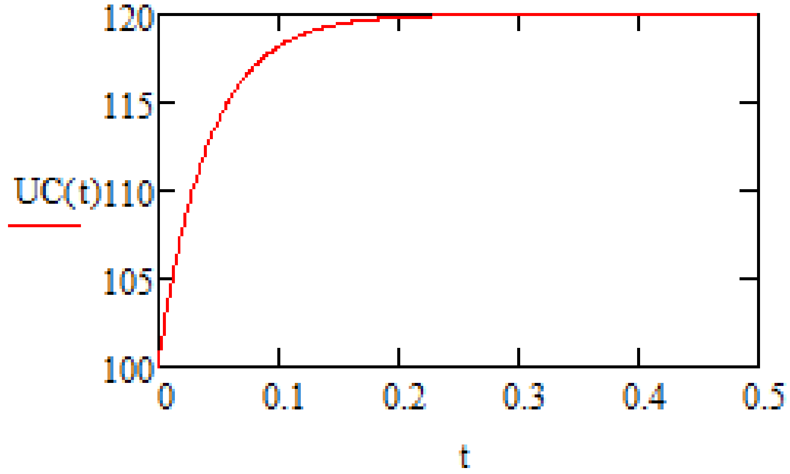

Рисунок 16 – График зависимости силы тока от времени в ёмкости

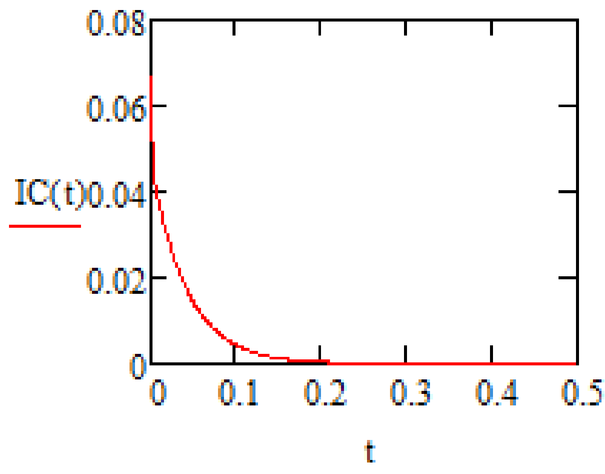

Рисунок 17 – График зависимости напряжение от времени в ёмкости

3.2 Расчёт переходного процесса операторным методом

Для составления схемы замещения воспользуемся независимыми начальными условиями, полученными при расчётах классическим методом. Так как ток в катушке в момент коммутации не был равен нулю, то необходимо произвести замену. Заменим катушку в цепи на катушку и источник ЭДС. Так же необходимо заменить конденсатор в цепи на конденсатор и источник ЭДС. Схема примет вид, показанный на рисунке 18.

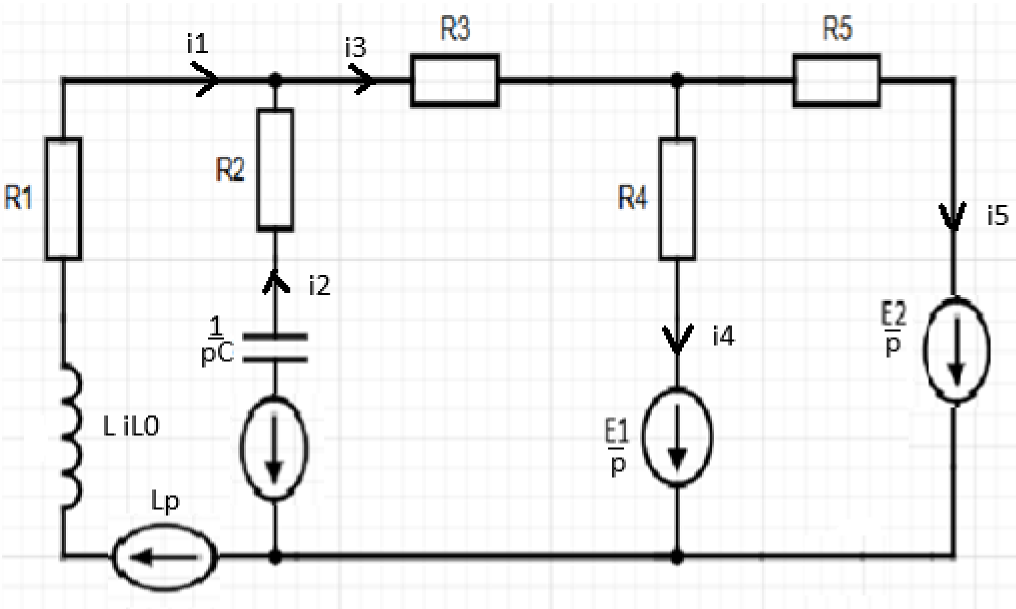

Рисунок 18 – Схема замещения

Воспользуемся законами Кирхгофа, чтобы составить уравнения, для расчета изображений неизвестных величин

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0, \tag{6.1}$$

$$-I_1 - I_2 + I_4 + I_5 = 0, \tag{6.2}$$

$$\frac{E_2}{p} - \frac{E_1}{p} = -I_4.R_4 + I_5 \cdot R_5, \tag{6.3}$$

$$\frac{E_c}{p} - \frac{E_1}{p} = -I_4.R_4 - I_3 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot \frac{1}{p \cdot C}, \tag{6.4}$$

$$\frac{E_c}{p} + E_L = -I_4.R_4 - I_3 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot \frac{1}{p \cdot C}, \tag{6.5}$$

По результата расчётов получим зависимость для $I_L(p)$.

$$i_L(t) = \frac{2.5 \cdot p^2 + 2.73 \cdot 10^{19} \cdot p + 6 \cdot 10^{20}}{7.5 \cdot 10^{16} \cdot p^2 + 7.3 \cdot 10^{19} \cdot p + 1.5 \cdot 10^{21}}$$

В полученном выражении возьмем знаменатель, приравняем его к нулю и найдём корни характеристических уравнений.

$$N1(p) = 7.5 \cdot 10^{16} \cdot p^2 + 7.3 \cdot 10^{19} \cdot p + 1.5 \cdot 10^{21}, \quad (6.6)$$

$$7.5 \cdot 10^{16} \cdot p^2 + 7.3 \cdot 10^{19} \cdot p + 1.5 \cdot 10^{21} = 0, \quad (6.7)$$

В результате расчётов получим корни характеристического уравнения:

$p_1 = 0,$

$p_2 = -952.332,$

$p_3 = -21.$

$I_C(t) = 0.01937 \cdot e^{-836.079 \cdot t} + 0.047287545 \cdot e^{-23.921 \cdot t}.$

Найдём производную знаменателя.

$$N2(p) = \frac{d}{dp} N1(p), \quad (6.8)$$

Получим ответ:

$N2(p) = 1.46 \cdot 10^{20} \cdot p + 2.25 \cdot 10^{17} \cdot p^2 + 1.5 \cdot 10^{21}$

Сформируем решение в виде:

$$\mathrm{M(p)} = 2.5 \cdot p^2 + 2.73 \cdot 10^{19} \cdot p + 6 \cdot 10^{20}, \quad (6.9)$$

$$i_L(t) = \frac{M(p_1)}{N2(p_1)} \cdot e^{p_1 t} + \frac{M(p_2)}{N2(p_2)} \cdot e^{p_2 t} + \frac{M(p_3)}{N2(p_3)} \cdot e^{p_3 t}, \quad (7.0)$$

$$U_c(t) = \cdot\, i_L(t) \cdot R_1, \quad (7.1)$$

$$U_L(\mathrm{t}) = \mathrm{L} \cdot \frac{d}{dt} i_L(t), \quad (7.2)$$

$$i_C(\mathrm{t}) = \mathrm{C} \cdot \frac{d}{dt} U_c(t). \quad (7.3)$$

Подставим корни, и получим решение:

$i_L(t) = -0.025 \cdot e^{-21 \cdot t} - 0.041 \cdot e^{-952.33 \cdot t} + 0.4,$

$U_L(t) = 0.264 \cdot e^{-21 \cdot t} + 19.73 \cdot e^{-952.33 \cdot t},$

$U_c(t) = -7.566 \cdot e^{-21 \cdot t} - 12.43 \cdot e^{-952.33 \cdot t} + 120,$

$U_L(t) = 0.015 \cdot e^{-21 \cdot t} + 1.184 \cdot e^{-952.33 \cdot t}.$

Графики полученных зависимостей представлены на рисунках 19-22

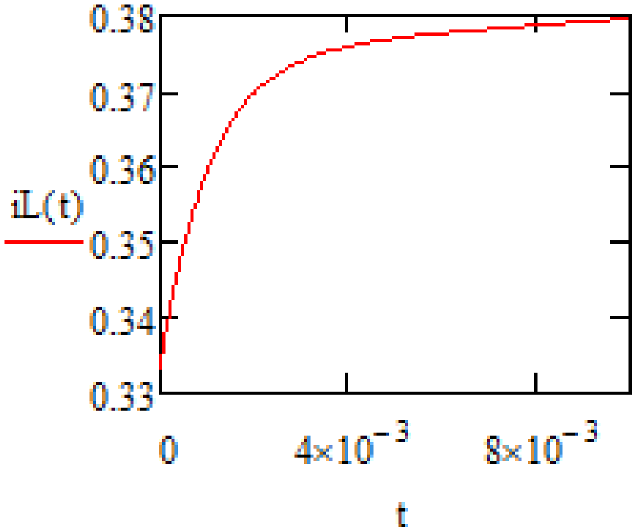

Рисунок 19 – График зависимости силы тока от времени в индуктивности

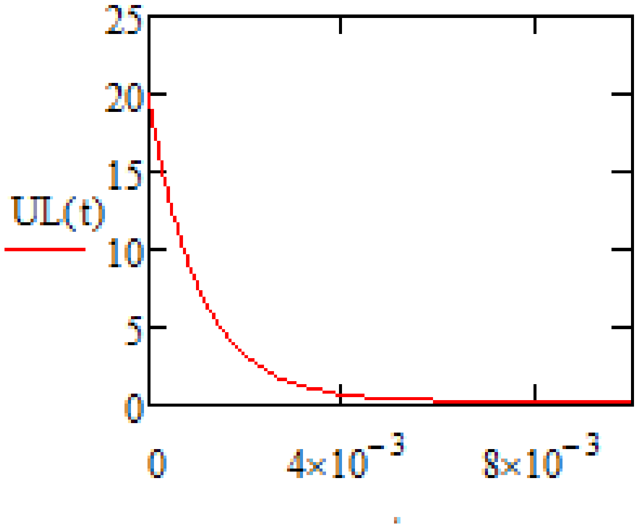

Рисунок 20 – График зависимости напряжения от времени в индуктивности

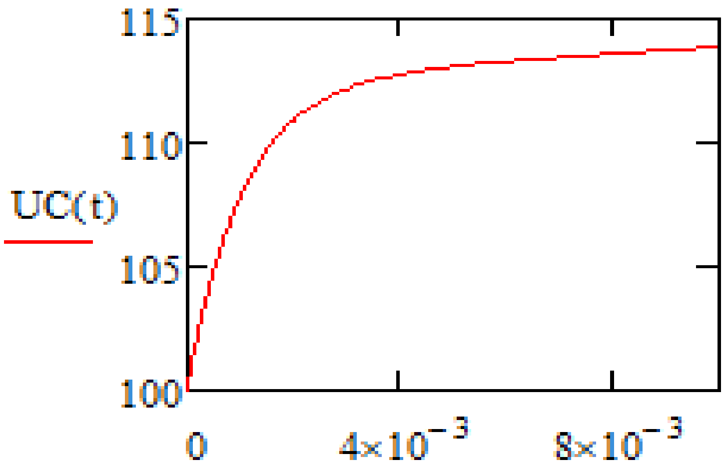

Рисунок 21 – График зависимости напряжения от времени в ёмкости

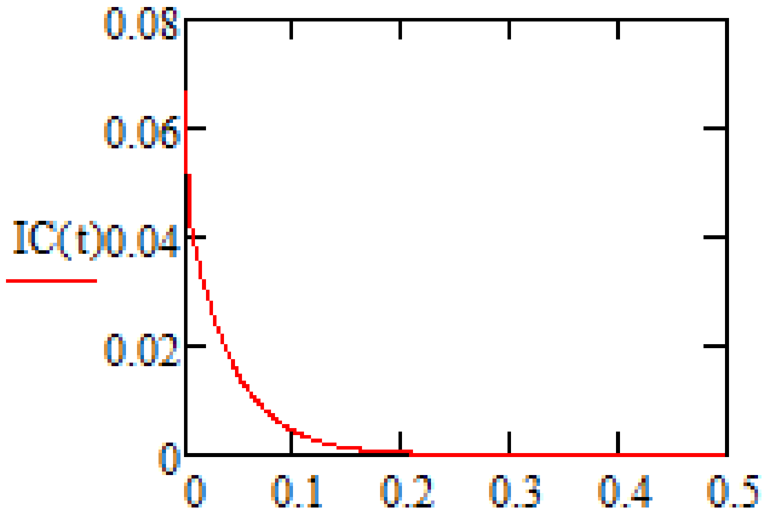

Рисунок 22 – График зависимости силы тока от времени в ёмкости

3.3 Вывод

В ходе работы были исследованы переходные процессы в электрических цепях первого и второго порядков с использованием классического и операторного методов. Для каждой цепи определены токи и напряжения на реактивных элементах. Работа подтверждает корректность применения различных аналитических методов для расчёта переходных процессов. Полученные результаты соответствуют физическим законам и демонстрируют важность учёта начальных условий и типа реактивных элементов. Расчёты позволили закрепить практические навыки анализа линейных электрических цепей при мгновенных изменениях режима работы.