

## ALGORITMOS MIN-MAX E ALFA-BETA NO “JOGO DO GALO”

Ricardo Dias Azevedo | up201403133  
Rodrigo Flamínio Ribeiro | up201407863

# Índice

Introdução .....	2
Algoritmo Min-Max .....	3
Algoritmo Alfa-Beta .....	4
Jogo do Galo.....	5
Min-Max e Alfa-Beta Aplicados ao Jogo do Galo.....	5
Conclusões .....	7
Bibliografia .....	8

# Introdução

Um jogo pode ser definido, de forma simples, como um problema de procura constituído por alguns elementos, entre os quais se destacam: **estado inicial** ( $S_0$ ), indicativo da configuração do jogo aquando do início, acompanhado da decisão de quem inicia o jogo, **função para gerar sucessores**, que indica as jogadas possíveis para um dado jogador num determinado estado, **teste de terminação**, que se constitui verdadeiro quando o jogo termina e falso na situação contrária, sendo os estados em que o jogo acaba designados por “estados terminais” e **função utilidade**, capaz de atribuir um valor numérico ao jogo, ou seja, vitória, derrota ou empate <sup>[1]</sup>.

De notar que, enquanto ambiente competitivo, um jogo com oponentes pressupõe a existência de um número de jogadores maior ou igual a dois e introduz uma variável significativa: a **incerteza**. Tal ocorre pelo facto de não possuímos a capacidade de prever as jogadas do nosso adversário. Deste modo, apesar de se constituir como um problema de procura, não o faz de forma habitual, uma vez que estes não consideram a presença de um oponente. Por outro lado, este tipo de problema requer ainda um espaço de busca significativamente maior e o tempo para cada jogada reveste-se de particular importância <sup>[2]</sup>. Assim, podemos considerar que o impacto do outro é de extrema importância na nossa decisão de jogo.

No sentido da resolução destes jogos deparamo-nos, essencialmente, com dois grandes algoritmos: Algoritmo Min-Max e Algoritmo Alfa-Beta.

## Algoritmo Min-Max

O algoritmo Min-Max corresponde a uma função recursiva, cujo principal objetivo é minimizar a derrota, maximizando a possibilidade de vitória <sup>[1]</sup>.

Inicialmente aplicado em jogos *Zero-Sum* para dois jogadores (jogos em que a vitória de um traduz, necessariamente, a derrota de outro) encontra-se, atualmente, aplicado em situações bastante mais complexas.

Tendo por base uma heurística capaz de determinar a utilidade de cada jogada, este algoritmo implementa um valor minmax em cada possível estado <sup>[1]</sup>, sendo Min a representação do segundo jogador e Max o jogador que inicia o jogo.

Iniciando o jogo no nível máximo, o presente algoritmo irá alternar entre o nível mínimo e o nível máximo, consoante estamos perante a jogado do adversário ou de quem chamou a função, respetivamente. Assim, vai realizando uma pesquisa em profundidade que, quando atinge um estado final, determina a sua utilidade. Este é comparado com o nó pai e, caso o nó pai seja o Min, este adotará o valor mais baixo entre o do nó pai e o da utilidade. Caso o pai se trate do Max, irá desejar o valor mais alto entre os dois (figura 1). De notar que este processo é realizado para todos os filhos desse nó pai, no sentido de permitir ao iniciador a melhor jogada possível para possibilitar ao máximo a vitória <sup>[1]</sup>.

MINIMAX-VALUE( $n$ ) =

$$\begin{cases} UTILITY(n) & \text{if } n \text{ is a terminal state} \\ \max_{s \in \text{successors}(n)} \text{MINIMAX-VALUE}(s) & \text{if } n \text{ is a MAX node} \\ \min_{s \in \text{successors}(n)} \text{MINIMAX-VALUE}(s) & \text{if } n \text{ is a MIN node} \end{cases}$$

Figura 1 – Função Min-Max <sup>[1]</sup>

Uma vez que este algoritmo realiza uma busca completa em profundidade, podemos admitir que, sendo  $m$  a profundidade máxima da nossa árvore e  $b$  todas as possíveis jogadas em cada ponto, a complexidade tempo temporal deste algoritmo pode definir-se como  $O(b^m)$ . Por sua vez, a complexidade espacial pode definir-se por  $O(bm)$  [caso este algoritmo gere todas as ações em simultâneo], ou  $O(m)$  [quando as ações são geradas uma de cada vez] <sup>[1]</sup>.

## Algoritmo Alfa-Beta

De uma forma geral, este algoritmo pode definir-se como uma otimização do algoritmo Min-Max, na medida em que se implementa e atua de forma semelhante a este, mas tem a particularidade de solucionar o problema que lhe estava associado: quantidade exponencial de estados a examinar na profundidade da árvore de busca [1]. Assim, com este algoritmo tornou-se possível computar a solução correta, sem a necessidade de examinar todos os possíveis nós. Deste modo, quando aplicado a uma árvore *standard* de Min-Max, este algoritmo retorna o mesmo movimento que Min-Max, mas suprime ramos que não influenciam a decisão final [1], consumindo, por isso, menos tempo e memória.

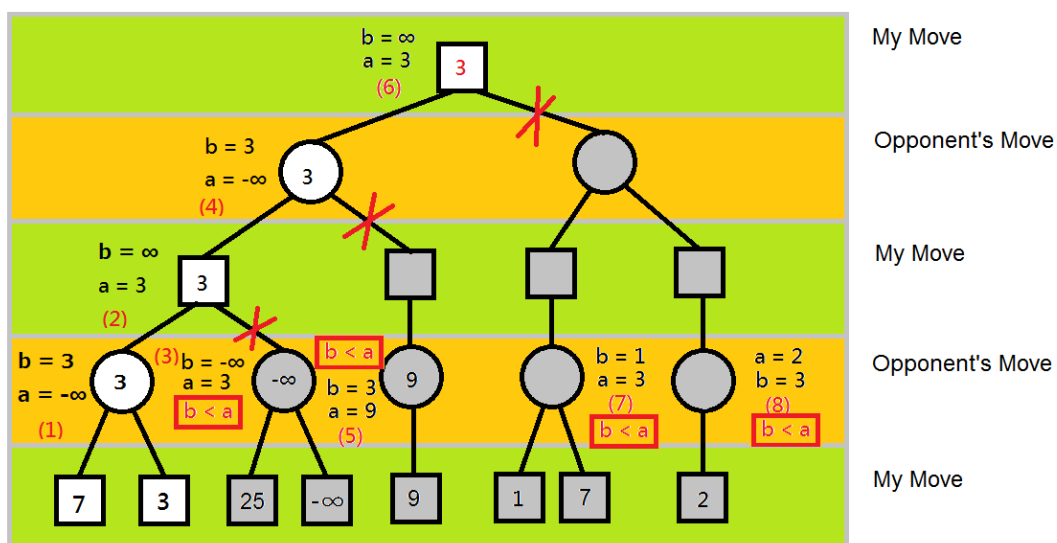


Figura 2 – Pesquisa Alfa-Beta [3]

Este algoritmo é definido por duas variáveis [1]:

- ✓ Alfa – O valor da melhor opção que encontramos até ao momento ao longo do caminho para Max;
- ✓ Beta – O valor da melhor opção que encontramos até ao momento ao longo do caminho para Min.

Assim, sempre que alfa for superior ou igual a beta o presente nó não será expandido, em prol de um mais favorável já encontrado [1].

## Jogo do Galo

O Jogo do Galo consiste num jogo de oponentes para dois jogadores, sendo um representado por X e outro por O. Consiste numa matriz 3x3, sendo o objetivo ter três Xs ou Os em linha, sejam elas horizontais, verticais ou diagonais.

De notar que este jogo não é tão linear quanto a dualidade vitória/derrota, havendo margem para empate.

## Min-Max e Alfa-Beta Aplicados ao Jogo do Galo

A nossa implementação dos algoritmos Min-Max e Alfa-Beta no Jogo do Galo teve por base a criação de uma função utilidade que, sempre que a matriz de jogo atingisse um estado final, fosse capaz de atribuir um valor a esse estado, que poderia variar entre -1 (perder), 0 (empatar) e +1 (ganhar) (figura 3). A estratégia de exploração da árvore teve por base a implementação, ao nível dos algoritmos, de um método de procura em profundidade recursivo. Com a utilização do algoritmo Alfa-Beta foram cortadas todas as porções da árvore de procura para as quais  $\alpha \geq \beta$ .

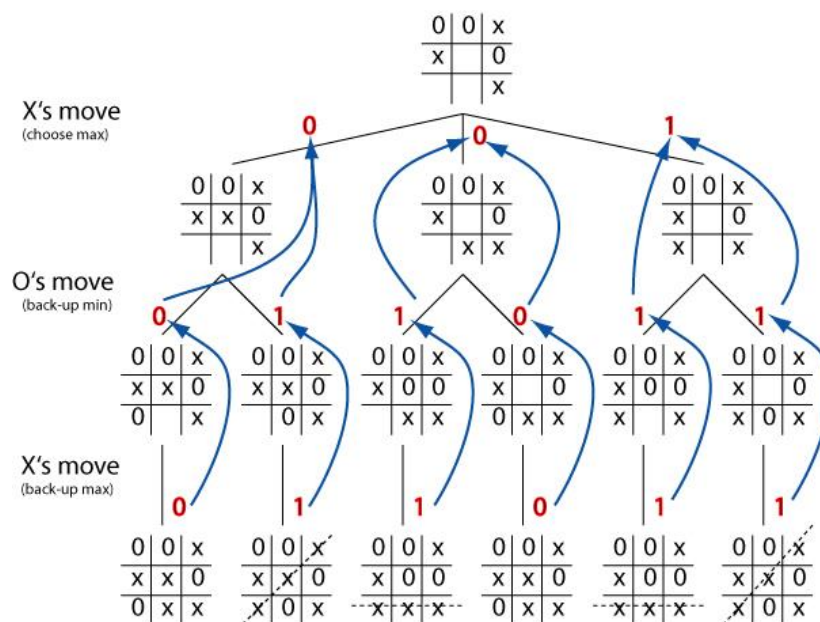


Figura 3 – Função utilidade aplicada ao Jogo do Galo [4]

Quanto às estruturas de dados utilizadas, recorreremos a um *array* para memorizar as várias configurações do jogo, sendo este capaz de percorrer todos os nós da árvore visitados.

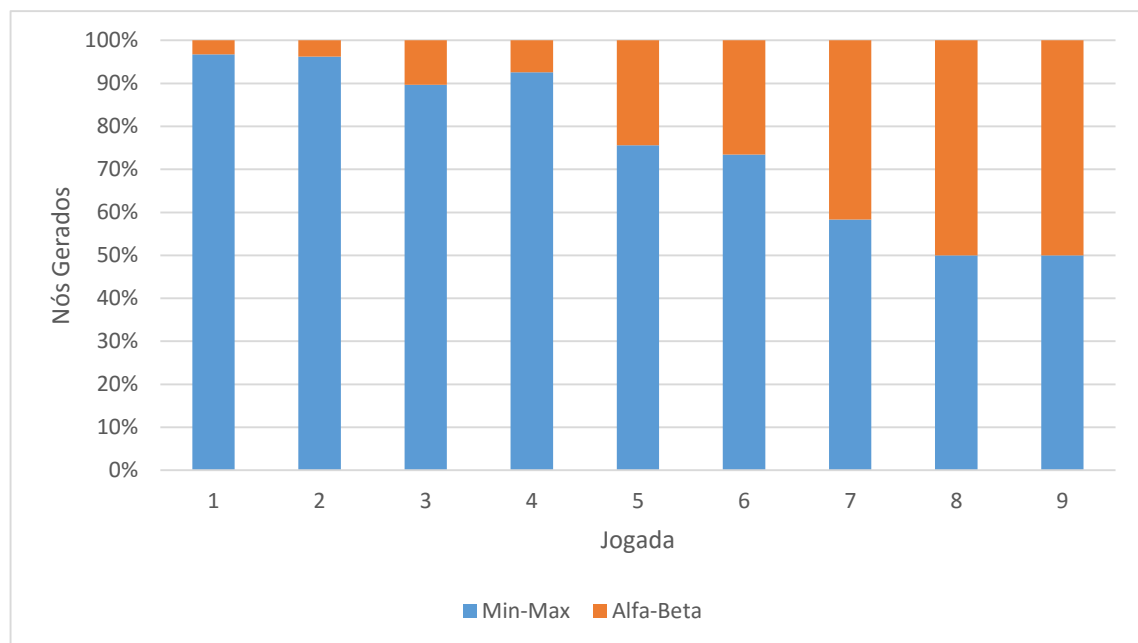
No que respeita aos resultados, verificamos que o algoritmo Min-Max correu um número de nós significativamente maior quando comparado com Alfa-Beta. De notar que, devido à linguagem por nós utilizada (C++), apenas nos foi possível determinar o tempo total que o programa demora a correr, sem nos ser possível

individualizar o tempo necessário a cada jogada em função do algoritmo. Assim, o tempo total no jogo computador vs computador com os dois algoritmos foi: 0.058s para Min-Max e 0.004s para Alfa-Beta.

Em seguida encontram-se, esquematicamente representados, os resultados obtidos, considerando o número de nós expandidos pelo computador, a cada jogada, em função do algoritmo utilizado:

<i>Jogada</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>
<i>Min-Max</i>	549946	59705	7332	935	198	47	14	5	2
<i>Alfa-Beta</i>	18311	2352	844	75	64	17	10	5	2

**Tabela 1** – Quadro representativo do número de nós expandidos pelo computador de acordo com o algoritmo.



**Gráfico 1** – Representação gráfica da tabela 1.

## Conclusões

Após uma cuidada avaliação dos resultados obtidos, podemos afirmar que o algoritmo Alfa-Beta, enquanto otimização de Min-Max, foi claramente superior a este em termos de eficácia, uma vez que, por gerar menos nós, permite uma poupança de tempo e memória.

Assim, podemos seguramente afirmar que o algoritmo Alfa-Beta se revelou como o mais eficiente.



## Bibliografia

- [1] Russell, Stuart J.; Norvig, Peter, 2009. *Artificial Intelligence a Modern Approach*. 3ª edição, Pearson Education, Inc., 13-978-0-13-604259-4
- [2] Aula Teórica *Jogos com Oponentes*, Prof. Inês Dutra
- [3] <https://pjdelta.wordpress.com/2015/06/20/computer-chess-and-alpha-beta-pruning/>
- [4] <http://snipd.net/minimax-algorithm-with-alpha-beta-pruning-in-c>