

Квантовый эффект Зенона

Журавлев Владимир

МФТИ, 621кт

24 Января 2019

Парадокс Зенона

«Летящая стрела неподвижна, так как в каждый момент времени она покоится, а поскольку она покоится в каждый момент времени, то она покоится всегда.»

Парадокс Зенона

«Летящая стрела неподвижна, так как в каждый момент времени она покоится, а поскольку она покоится в каждый момент времени, то она покоится всегда.»



Многократное измерение квантовой системы останавливает её эволюцию.

Наблюдаемая

$$\hat{Q}^\dagger = \hat{Q} \rightarrow \hat{Q} = \sum_q q |q\rangle \langle q|$$

$$\forall |\phi\rangle \in \mathbb{H} \Rightarrow |\phi\rangle = \sum_q |q\rangle \langle q|\phi\rangle$$

Редукция Фон-Неймана

$$P(q|\psi) = |\langle q|\psi\rangle|^2, |\psi\rangle \rightarrow |q\rangle$$

$$i\hbar \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial t} = \hat{H} |\psi\rangle$$

$$i\hbar \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial t} = \hat{H} |\psi\rangle$$

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U} |\psi\rangle = \exp(-i\hbar^{-1}\hat{H}t) |\psi(0)\rangle$$

$$i\hbar \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial t} = \hat{H} |\psi\rangle$$

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U} |\psi\rangle = \exp(-i\hbar^{-1}\hat{H}t) |\psi(0)\rangle$$

Как эволюционируют собственные функции \hat{H} ?

$$\hat{H} |\psi\rangle = E |\psi\rangle \rightarrow |\psi(t)\rangle = \exp(-i\hbar^{-1}Et) |\psi(0)\rangle$$

$$i\hbar \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial t} = \hat{H} |\psi\rangle$$

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U} |\psi\rangle = \exp(-i\hbar^{-1}\hat{H}t) |\psi(0)\rangle$$

Как эволюционируют собственные функции \hat{H} ?

$$\hat{H} |\psi\rangle = E |\psi\rangle \rightarrow |\psi(t)\rangle = \exp(-i\hbar^{-1}Et) |\psi(0)\rangle$$

$$\begin{aligned} H^\dagger = H \rightarrow |\psi(t)\rangle &= \hat{U} \left(\sum_E \langle \psi_0 | E \rangle E \right) = \\ &= \sum_E \langle \psi_0 | E \rangle |E\rangle \exp(-i\hbar^{-1}Et) \end{aligned}$$

Предел $t \rightarrow 0$

Оператор эволюции

$$\hat{U} = \exp(-i\hbar^{-1}t\hat{H}) \approx \hat{\mathbb{I}} - i\hbar^{-1}t\hat{H} + o(t^2), \quad t \rightarrow 0$$

Предел $t \rightarrow 0$

Оператор эволюции

$$\hat{U} = \exp(-i\hbar^{-1}t\hat{H}) \approx \hat{\mathbb{I}} - i\hbar^{-1}t\hat{H} + o(t^2), \quad t \rightarrow 0$$

Динамика состояния

$$|\psi(t)\rangle = |\psi_0\rangle - i\hbar^{-1}t \sum_E E \langle E|\psi_0\rangle |E\rangle$$

Вероятность найти в некотором состоянии

$$\begin{aligned} P(q, t) &= |\langle q | \psi(t) \rangle|^2 = \langle q | \psi(t) \rangle \langle \psi(t) | q \rangle = \\ &= |\langle q | \psi_0 \rangle|^2 - \frac{it}{\hbar} \langle q | \hat{H} | \psi_0 \rangle + \frac{it}{\hbar} \langle \psi_0 | \hat{H} | q \rangle - \frac{t^2}{\hbar^2} |\langle q | H | \psi_0 \rangle|^2 + \\ &\quad + \frac{t^2}{\hbar^2} |\langle q | H^2 | \psi \rangle| \end{aligned}$$

Вероятность найти в некотором состоянии

$$\begin{aligned} P(q, t) &= |\langle q | \psi(t) \rangle|^2 = \langle q | \psi(t) \rangle \langle \psi(t) | q \rangle = \\ &= |\langle q | \psi_0 \rangle|^2 - \frac{it}{\hbar} \langle q | \hat{H} | \psi_0 \rangle + \frac{it}{\hbar} \langle \psi_0 | \hat{H} | q \rangle - \frac{t^2}{\hbar^2} |\langle q | H | \psi_0 \rangle|^2 + \\ &\quad + \frac{t^2}{\hbar^2} |\langle q | H^2 | \psi \rangle| \end{aligned}$$

Собственный вектор наблюдаемой

$$P(t) = 1 - 2\frac{t}{\hbar} \text{Im} \sum_E E |\langle q | E \rangle|^2 - \frac{t^2}{\hbar^2} |\langle q | H | q \rangle|^2 + \frac{2t^2}{2\hbar^2} |\langle q | H^2 | q \rangle|$$

Среднее

$$\bar{A} = \langle \psi | A | \psi \rangle$$

Среднее

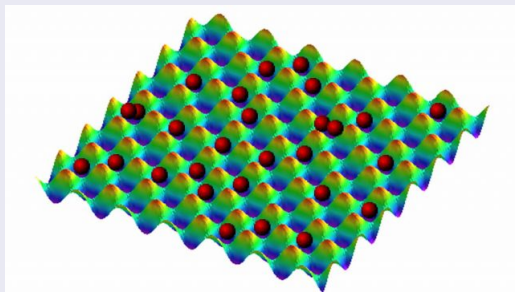
$$\bar{A} = \langle \psi | A | \psi \rangle$$

Продолжение

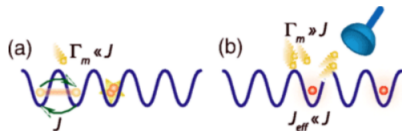
$$\begin{aligned} P(t) &= 1 - 2 \frac{t}{\hbar} \text{Im} \sum_E E |\langle q | E \rangle|^2 - \frac{t^2}{\hbar^2} |\langle q | H | q \rangle|^2 + \frac{2t^2}{2\hbar^2} |\langle q | H^2 | q \rangle| = \\ &= 1 - 0 - \frac{t^2}{\hbar^2} (\bar{E}^2 - \bar{E}^2) = 1 - \frac{t^2}{\hbar^2} \sigma^2 E + o(t^2) \end{aligned}$$

Эффективный потенциал

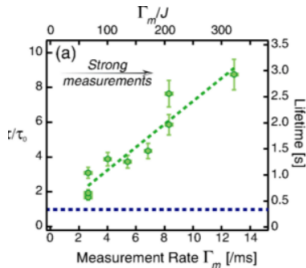
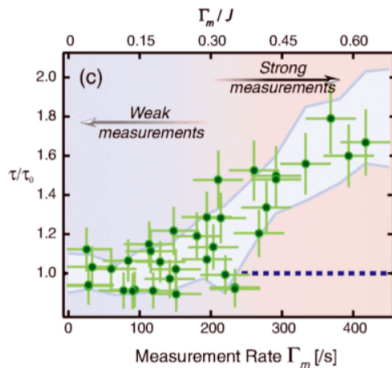
$$\vec{E}(\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t + kx)) = 2\vec{E} \cos(\omega t) \cos(kx)$$



Экспериментальное подтверждение



Nondestructive imaging of
an ultracold lattice gas »
PHYSICAL REVIEW A 90,
033422 (2014)



The end

Спасибо за внимание!

Вопрос по выбору подготовил

Журавлев Владимир, 621