

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

ЭФФЕКТ ДЖОЗЕФСОНА И SQUID.

Журавлев Владимир

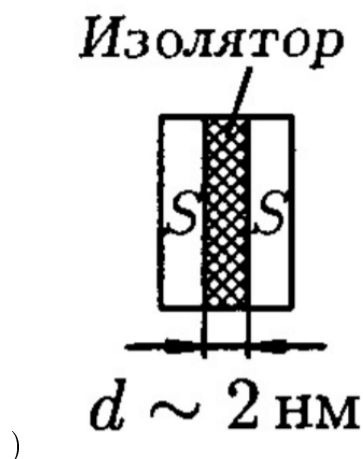
Введение

Построение теории БКШ привело к бурному развитию области сверхпроводников, одним из очень важных последствий этого стало предсказание эффекта Джозефсона, который теперь повсеместно используется в высокотехнологичных областях: квантовых компьютерах, сверхточных измерителях магнитных полей, напряженностей и зарядов. А так же многих других. За это открытие была вручена Нобелевская премия в 197 году.

Я учусь на кафедре ФПФКТ, поэтому считаю Джозефсоновский переход и его применения очень важными в науке, и считаю интересным и полезным это рассказать.

Эффект Джозефсона

Эффект был предсказан на основании БКШ американским физиком Джозефсоном, и в дальнейшем нашел множество важных применений. Так как детальное изучение БКШ не входит в нашу программу, расскажем лишь о результатах её применения. Рассмотрим одномерный контакт сверхпроводник-изолятор-сверхпроводник:



Свести задачу к одномерной можно сделав плоскости соприкосновения контактов параллельными, тогда интерес представляет сечение этой системы. Необычные свойства её проявляются при толщине слоя изолятора порядка нанометров. На рисунке изображен ДжК с толщиной два нанометра. **В таких системах через изолятор может течь сверхпроводящий ток.** Бозе-конденсат куперовских пар имеет волновую функцию

$$\Psi(x) = |\Psi(x)|e^{i\theta(x)}$$

которая частично проникает в слой изолятора, и если слой диэлектрика тонкий, то правый и левый концы функций перекрываются, что вызывает туннелирование куперовских пар через барьер. Туннелирование, как и всегда, вызывает скачок фазы на разных концах системы, что является характерной чертой джозефсоновского контакта. Важным предположением далее является то, что плотность конденсата меняется медленно, по сравнению с фазой. Аналогичным предположением мы негласно пользовались при выводе уравнения Лондонов.

Изначально полагалось, что эффект наблюдается на расстояниях порядка длины когерентности сверхпроводника, но затем было показано, что явление сохраняется и на больших расстояниях между сверхпроводниками. В своей работе Джозефсон дал описание происходящих процессов, уравнения получили названия первого и второго уравнений Джозефсона:

$$I = I_c \sin \varphi, \quad \varphi = \theta(x_1) - \theta(x_2) \text{ - скачок фазы}$$

$$2eV = \hbar\omega = \hbar\dot{\varphi}$$

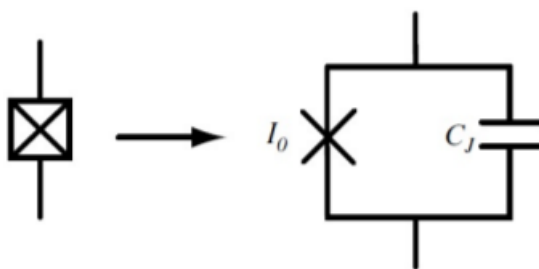
Отметим, что критический ток пропорционален ширине щели сверхпроводника при нулевой температуре.

Свойства Джозефсоновского контакта.

После первичного изучения этого эффекта становится интересно узнать его свойства. Я приведу некоторые из них:

Джозефсоновский контакт обладает собственной емкостью:

которая возникает из-за геометрических характеристик системы S-I-S. Тогда принято рассматривать ДжК как систему: идеальный ДжК + конденсатор. Емкость эта невелика, и в практически важных задачах ДжК обычно шунтируется дополнительной емкостью, которая подавляет естественную.



Стандартная схема.

Джозефсоновский контакт обладает нелинейной индуктивностью:

Это можно показать с помощью уравнений Джозефсона:

$$V_I = -L\dot{I}$$

$$V(t) = \frac{\hbar}{2e} \frac{d}{dt} \left\{ \arcsin \left(\frac{I(t)}{I_c} \right) \right\} = \frac{\hbar}{2e} \frac{\dot{I}}{I_c} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{I(t)}{I_c} \right)^2}}$$

В режиме малых токов можно разложить корень по малости и явно убедиться в нелинейности.

Джозефсоновский контакт - отличный кандидат на роль кубита.

Суммируя сказанное в двух предыдущих пунктах отметим, что один ДжК уже представляет собой колебательную систему. Важным результатом здесь является то, она представляет собой не идеальный гармонический осциллятор, а систему с немного «погнутым» потенциалом, в такой системе уровни уже не эквидистантны, что позволяет внешним воздействием индуцировать переходы между желаемыми подуровнями, а не сразу всеми.

Рассчитаем энергию джозефсоновского контакта с конденсатором:

$$E = \int_0^t I(t)V(t)dt = \int_0^t \left(\frac{\Phi}{2\pi} \dot{\varphi} I_c \sin \varphi + \dot{Q}V \right) dt = \frac{\Phi}{2\pi} I_c (1 - \cos \varphi) + \frac{1}{2} CV^2 = E_J (1 - \cos \varphi) + \frac{1}{2} CV^2$$

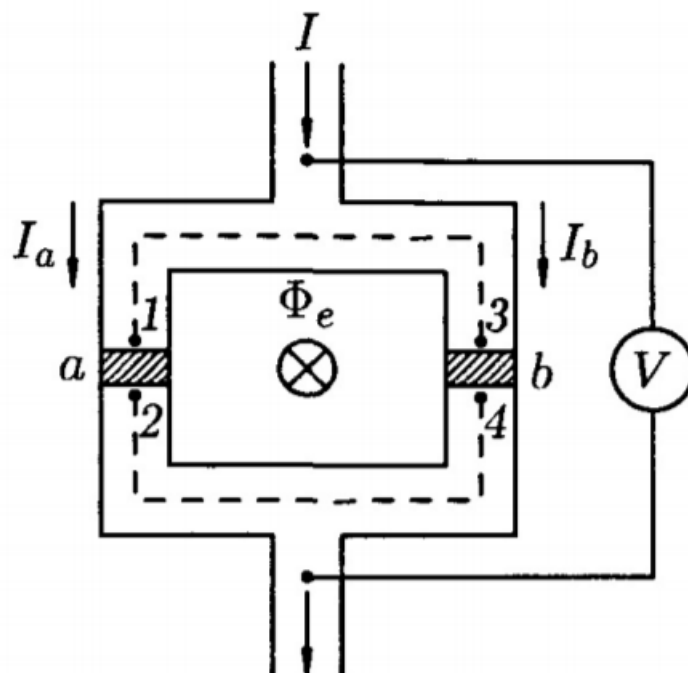
Здесь неквадратичность потенциала видна особенно хорошо.

Примечание: Этот осциллятор квантуется, сопряженные переменные здесь: φ , n - число куперовских пар на конденсаторе.

Благодаря этим свойствам Джозефсоновские контакты сегодня повсеместно применяются в квантовых компьютерах.

Superconducting QUantum Interference Device

Однако, эффект Джозефсона принес нам не только кубиты, благодаря ему человечество получило лучший способ измерять напряженность магнитного поля.



Типичная схема двухконтактного SQUIDa.

Рассмотрим результирующий сверхток через кольцо:

$$I = I_c(\sin \varphi_a + \sin \varphi_b) = 2I_c \sin \left(\frac{\varphi_a + \varphi_b}{2} \right) \cos \left(\frac{\varphi_a - \varphi_b}{2} \right)$$

Выделим две пары точек (1,2) и (3,4). Проинтегрируем импульс куперовской пары по стандартным правилам, как мы это делали при выводе уравнения Лондонов, с учетом релятивистской поправки к полному импульсу.

$$\theta_3 - \theta_1 + \theta_2 - \theta_4 = \frac{2e}{\hbar} \left(\int_1^3 (\vec{A}, d\vec{l}) + \int_4^2 (\vec{A}, d\vec{l}) \right)$$

Считая, что зазоры тонкие:

$$\varphi_a - \varphi_b = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}$$

Мы видим очень важное свойство - критический ток зависит от потока поля через SQUID!

Так же видно, что двухконтактный SQUID можно рассматривать как джозефсоновский контакт, у которого критический ток может изменяться.

Обратите внимание на название - Interference Device. Где же здесь интерференция? Существует еще одно объяснение работы SQUIDa «на пальцах»: внешнее поле наводит кольцевой ток в контуре, который уменьшает и увеличивает эффективно токи по правой и левой веткам устройства. Токи пришедшие в фазе, при правильно подобранном поле, начинают интерферировать, как бы влияя на результирующий ток.

Современные SQUIDы вкупе с правильной обработкой данных позволяют измерять поля около $5 \cdot 10^{-18} T^1$.

¹Ran, Shannon K'doah (2004). Gravity Probe B: Exploring Einstein's Universe with Gyroscopes

Вывод

В этом вопросе по выбору мы проанализировали работу SQUIDa и ознакомились с работой джозефсоновского контакта. На данный момент одного из важнейших сверхпроводящих приборов.