가설검정 및 유의확률
T-test

6조

1

가설검정
P-value
T-test

신해솔

01 가설 검정

What is Hypothesis?

어떤 현상은 이럴 것이다”라고
잠정적 진술을 하고,
이에 대해 옳고 그름을 판단하는 의사결정을
하게 되는데,
이 때 잠정적 진술을 가설이라고 한다.

01 가설 검정

영가설(H_0)

vs.

대립가설(H_A)

기각 될 것을 기대하고
수립되는 가설 (= 귀무가설)

일반적으로 연구자가
주장하고자 하는 가설
(= 연구가설)

01 가설 검정

영가설(H_O)

vs.

대립가설(H_A)

	진리 (truth)		
의사 결정 (통계적 판단)		H_O	H_A
	H_O	$1-\alpha$	(제2종 오류)
	H_A	(제1종 오류)	$1-\beta$ (검정력, Power)

가설 검정 과정

1. 영가설, 대립가설 설정
2. P-value & α 교
   Or T-test 실시
   * Under Ho
3. 결론 (Ho 기각?)

01 P-value

What is P-value?

귀무가설이 참이라는 전제하에
얻은 통계량이 귀무가설을
얼마나 지지하는지를 나타낸 확률

* '확률'의 지표점

What is α ?

(= 유의도, 유의수준)

틀릴 가능성이 있는

01 P-value

P-Value & 유의수준

유의수준 파악

P-value < 유의수준

=> 귀무가설 reject

대부분 0.01,0.05,0.1사용

-> 연구자가 정함

01 P-value

P-Value 파악

```
> summary(lm(cars$speed~cars$dist))

Call:
lm(formula = cars$speed ~ cars$dist)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-7.5293 -2.1550  0.3615  2.4377  6.4179

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  8.28391    0.87438   9.474 1.44e-12 ***
cars$dist    0.16557    0.01749   9.464 1.49e-12 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 3.156 on 48 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.6511,    Adjusted R-squared:  0.6438
F-statistic: 89.57 on 1 and 48 DF,  p-value: 1.49e-12
```

=>매우 작은 값 (=0.000000000000149)

->귀무가설 reject = “car$dist” 매우 의미(o)

What is T-test

t검정(t test)은
모집단의 분산(혹은 표준편차)을 알지 못할 때
추정된 분산(혹은 표준편차)을 가지고 검정하는 방법

추정치 → $\hat{\sigma}_X = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n-1}}$

01 가설 검정

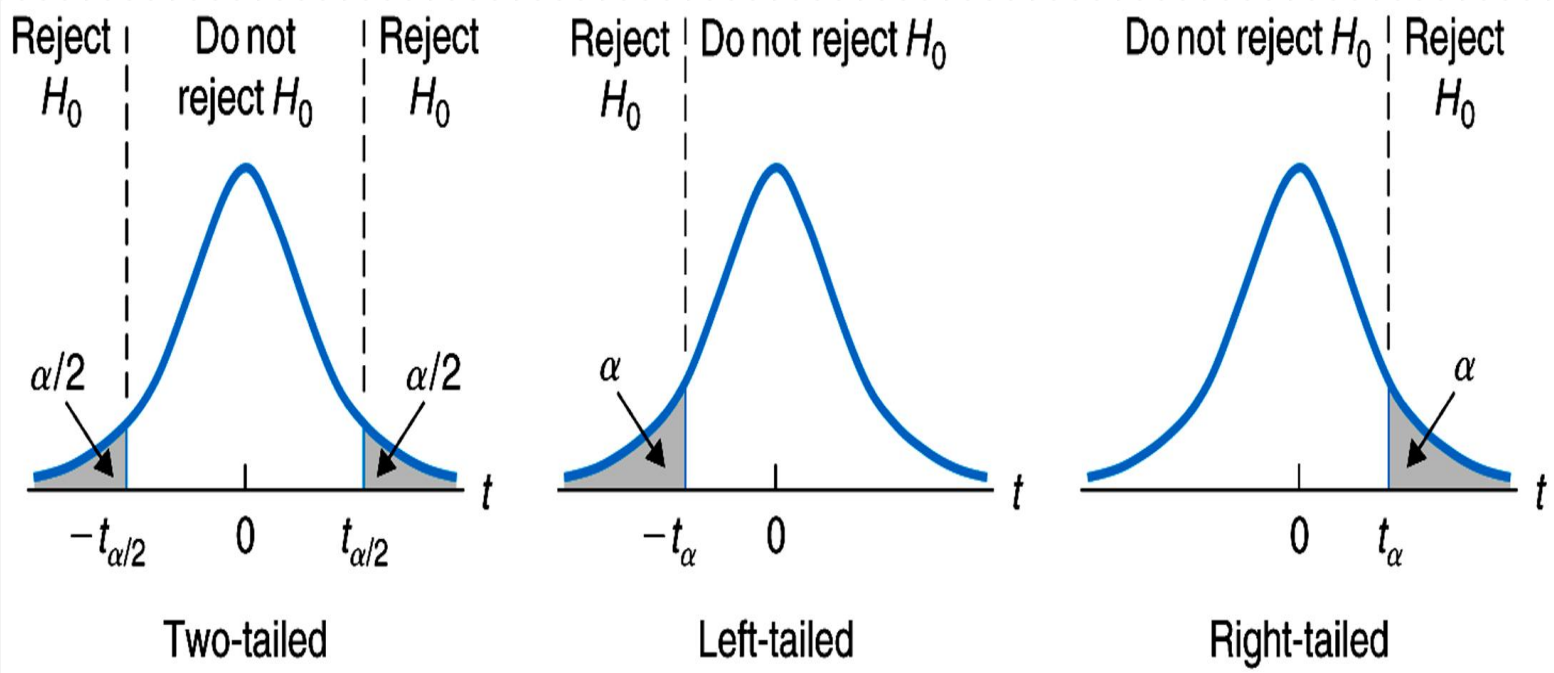
T-test 관련 일화

W.S.Gosset
-> T 분포 처음 제시

논문에서 필명으로 Student를 사용
오늘날까지 Student's t 분포라고 불린다.

01 가설 검정

T-test



양측검정 단측검정

T-검정통계량 > 임계값

=> 귀무가설 기각

2

Supervised Learning
&
Unsupervised Learning

Supervised learning
&
Unsupervised learning

Supervised learning

- Labeled training dataset D = $(x1,y1),(x2,y2),\ldots,(xn,yn)$, where each $xi = (x1,\ldots,xd)$ is associated with a label yi.
- Input variables: $x1,\ldots,xd$ (d features), output variable: y (label)

Unsupervised learning

- Unlabeled training dataset D = $\{x1,x2,\ldots,xn\}$, where each data point $xi \in Rd$ contains d features $xi = (xi1, \ldots, xid)$
- To find useful properties/patterns of the structures of the dataset

03 5.1 교사 비교사 학습
Supervised learning & Unsupervised learning

Supervised Learning

	Input				Output
id	X_1	X_2	X_3	...	X_d	Y
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	...	x_{1d}	y_1
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	...	x_{2d}	y_2
3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	...	x_{3d}	y_3
4	x_{41}	x_{42}	x_{43}	...	x_{4d}	y_4
5	x_{51}	x_{52}	x_{53}	...	x_{5d}	y_5
6	x_{61}	x_{62}	x_{63}	...	x_{6d}	y_6
7	x_{71}	x_{72}	x_{73}	...	x_{7d}	y_7
...	...	...	...	...	...	...

Unsupervised Learning

	Input				Output
id	X_1	X_2	X_3	...	X_d	
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	...	x_{1d}	
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	...	x_{2d}	
3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	...	x_{3d}	
4	x_{41}	x_{42}	x_{43}	...	x_{4d}	
5	x_{51}	x_{52}	x_{53}	...	x_{5d}	
6	x_{61}	x_{62}	x_{63}	...	x_{6d}	
7	x_{71}	x_{72}	x_{73}	...	x_{7d}	
...	...	...	...	...	...	

X

<각 학습 별 용도>

Supervised Learning

1. Classification
- Binary Classification
- Multi-class Classification
- Multi-label Classification
2. Regression

Unsupervised Learning

1. Data Preprocessing and Scaling
2. Dimensionality Reduction
   & Visualization
3. Clustering

<각 학습 별 다양한 모델들>

Supervised Learning

1. K – Nearest Neighbors
2. Linear Models
3. Decision Trees
4. Random Forests
5. Support Vector Machines
6. Neural Networks

Unsupervised Learning

1. Principal Component Analysis (PCA)
2. t-distributed Stochastic Neighbor Embedding (t – SNE)
3. K – means clustering
4. Hierarchical Clustering
5. DBSCAN

3

T-test

김진형

03 통계적 추론

- 과학적 추론
- 통계적 추론
  - 추정(estimation)
    - 점추정
    - 구간추정
  - 검정(testing)
    - Z-test
    - T-test

- T분포 vs T-test = 신뢰구간(by t분포) vs T-test
  ★모집단 추론(estimation) vs 모집단 추정(testing)
- T-test는 추정? 검정? **검정(Testing)!**

03 T-Test 함수 정리

What is T-test?

▶(1)"**두 집단 간**"의 (2)"**차이**"가 (3)"**유의미**"한 지 검증하는 방법

== (1)"**두 집단 간**"의 **(2)**"**평균의 차이**"가 (3)"**유의미**"한 지

== **(1)**"**두 모집단 간**"의 **(2)**"**평균의 차이**"가 (3)"**유의미**"한 지

== **(1)**"**두 집단 간**"의 **(2)**"**평균의 차이**"가 **(3)**"**존재**"한다고

(4)"**어느정도로 확실하게**" 말할 수 있는 지

What is T-test?

VS

What is Z-test?

"표본"집단 표준편차

s

"모"집단 표준편차

σ

03 T-test를 사용하는 이유

Z-test vs T-test

1)T-test vs Z-test
Z-test = 모집단 표준편차를 "**알고**" 있는 경우
T-test = 모집단 표준편차를 "**모르고**" 있는 경우
*일반적으로, 우리는 모집단의 표준편차를 알지 못한다.
->따라서 T-test 를 사용한다.

T-test를 위한 3가지 가정

1)표본이 독립적인가?
2)표본의 데이터가 정규분포를 따르는가?
3)집단이 2개인가?

03 T-test를 사용하는 이유

T-test를 위한 3가지 가정

1)표본이 독립적인가?
->A관측치가 B표본에 의해 영향 받지 않는 것.
Ex) A,B 상대방에 대한 호감도 조사.

<독립적>

$$\mathrm{Var}(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$$

2)표본의 데이터가 정규분포를 따르는가?
->CLT(Central Limit Theorem) 중심극한정리
(1)R의 qqnorm() + qqline()
(2)R의 shapiro.test()

3)집단이 2개인가?

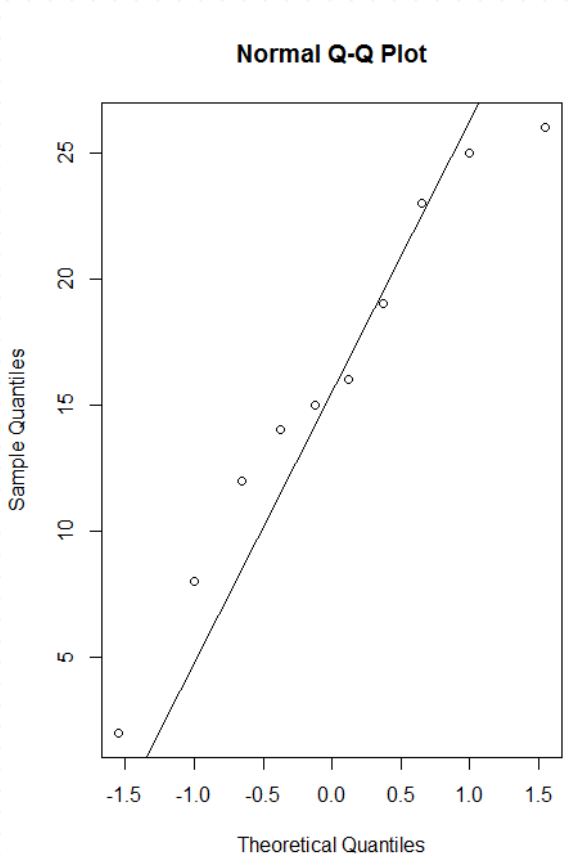
03 T-test를 사용하는 이유

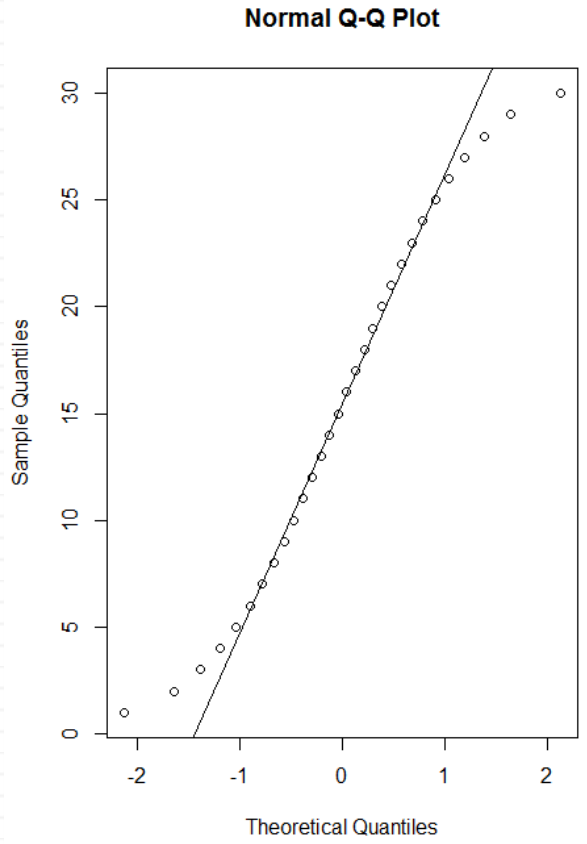
R_정규분포 여부 확인

```
> #n=10
> ex1=sample(1:30,10)
> qqnorm(ex1); qqline(ex2)
```

```
> #n=30
> ex2=sample(1:30,30)
> qqnorm(ex2); qqline(ex2)
```

```
> #항목 수가 30개 미만인 벡터 데이터 생성
> shapiro_test_vector=c(74,87,89,98,65,82,70,70,70)
> #Shapiro_Wilk 검정
> shapiro.test(shapiro_test_vector)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  shapiro_test_vector
W = 0.91132, p-value = 0.3252
```





Ho = 정규분포를 따른다.
Ha = 정규분포를 따르지 않는다.

= P-value>0.05 = Ho 기각 **X** = 정규분포를 따른다

03 T-test

T-test

▶t.test(x,y,paired=TRUE,var.equal=TRUE,alternative="two.sided")

입력 항목	설명
X	A집단 벡터
Y	B집단 벡터
Paired	대응표본인 경우 TRUE, 독립표본인 경우 FALSE
Var.equal	두 집단의 분산이 같다면 TRUE, 다르면 FALSE
alternative	양측검정, 단측검정

03 T-test를 사용하는 이유

T-test의 종류

1)One-sample(단일표본 검정)
- 한 모집단의 평균에 대한 검정
- Ho : μ = 특정값

2)Paired(대응표본 검정) – [Before and After]
- 종속적인 짝(쌍)을 이룬 두 변수간 평균의 차이에 대한 검정
- Ho : μ1 = μ2

3)Two-sample(독립표본 검정)
- 독립적인 두 모집단의 평균의 차이에 대한 검정
- Ho : μ1 = μ2

03 T-test를 사용하는 이유

T-test 정리

Q1. 약 복용 전후
Q2. 비타민 부원전체 중간고사 평균?
Q3. 비타민의 A,B 두조의 중간고사 평균 차이?

A1. – Paired
A2. – One sample
A3. – Two sample

최종 정리

표본집단 1개에 대한 추정이다 = “One sample T.” 사용
표본집단이 2개인데, 독립적이다 = “Two sample T.” 사용
표본집단이 2개인데, 종속적이다 = “Paired T.”사용

03 T-test를 사용하는 이유

T-test 변수 설명

1)paired = 대응 표본(한 집단)**[=T]** vs 독립 표본(두 집단)**[=F]**
Cf)T-test의 3번 조건 – 집단이 2개인가? – 표본집단이 2개인가?
->여기서의 집단은 "모"집단이 아닌, "**표본**"집단을 이야기한다.

3)alternative = Two sided vs One sided(less, greater)
->two.sided = A B 집단이 서로 같은지
->less = A집단이 B집단보다 작은지 ("**A**"<B)
->greater = A집단이 B집단보다 큰지 ("**A**">B)

03 T-test를 사용하는 이유

T-test 변수 설명

2)var.equal = 두 집단의 분산이 같은지**[=T]** vs 다른지**[=F]**

```
> #sample vector1
> var_test_vector1<-c(75,67,78,81,53,71,71,55,40,78,76,42,67,98,59,63,84,50,67,80,83)
> #sample vector2
> var_test_vector2<-c(58,81,77,80,76,63,54,64,85,54,70,71,71,55,40,78,76,100,51,42,63,61,82,57,48)
```

```
> #분산이 같은지 확인
> var.test(var_test_vector1,var_test_vector2)

        F test to compare two variances

data:  var_test_vector1 and var_test_vector2
F = 1.0085, num df = 20, denom df = 24, p-value = 0.974
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.433347 2.428065
sample estimates:
ratio of variances
          1.008516
```

= P-value>0.05 = Ho 기각 **X** = 두 집단의 분산의 차이가 없다.

03 T-test를 사용하는 이유

T-test 예시 with R

▶"동아리원"들이 "비타민"에 들어온 후 "R성적 향상 여부" 확인

1)모집단 = 비타민 동아리원들 (동일 집단 = "대응"표본)
2)Ho = 비타민에 입단 전 R 성적 == 비타민 입단 후 R 성적
3)Ha = 비타민에 입단 전 R 성적 !== 비타민 입단 후 R 성적

```
> #비타민에 다니기 전의 학생 점수
> before_study <- c(34,76,76,63,73,75,67,78,81,53,58,81,77,80,43,65,76,63,54,64,85,54,70,71,71,
+                   55,40,78,76,100,51,93,64,42,63,61,82,67,98,59,63,84,50,67,80,83,66,86,57,48)
>
> #비타민에 다닌 후 학생 점수
> after_study <- c(74,87,89,98,65,82,70,70,70,84,56,76,72,69,73,61,83,82,89,75,48,72,80,66,82,
+                  71,49,54,70,65,74,63,65,101,82,75,62,83,90,76,87,90,78,63,59,79,74,65,77,74)
```

03 T-Test 함수

<이분산>

< 이분산 가정 >

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\left(\frac{V_x}{n_x} + \frac{V_y}{n_y}\right)}}$$

$\sigma_1^2 \neq \sigma_1^2$ *일 때* $\mu_1 - \mu_2$*의 검정통계량*

$$t = \frac{\left(E(\bar{X}_1) - E(\bar{X}_2)\right) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

<등분산>

< 등분산 가정 >

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sigma_p \times \sqrt{\left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}\right)}}$$

Sp=합동표본분산(pooled sample variance)

$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ *일 경우*

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

자유도 $v = n_1 + n_2 - 2$

F검정(등분산,이분산 검정) -> T검정

03 T-Test 함수

<paired> = 종속적

짝을 이룬 두 표본의 대응 비교 (paired comparison)

	1	2	...	n	평균 (mean)	표준편차 (sd)
Paired Sample 1	X_1	X_2	...	X_n		
Paired Sample 2	Y_1	Y_2	...	Y_n		
$D_i = X_i - Y_i$	D_1	D_2	...	D_n	$\overline{D}$	S_D

짝을 이룬 두 표본 X, Y 에서 $\overline{D} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - Y_i)}{n}$ 일 때,

t-검정 검정통계량 $T = \frac{\overline{D}}{S_D / \sqrt{n}}$

F검정(등분산,이분산 검정) -> T검정

03 T-test를 사용하는 이유

양측검정("two-sided)

```
> #t-검정 수행(양측검정)
> t.test(before_study, after_study, paired = TRUE)

        Paired t-test

data:  before_study and after_study
t = -2.1129, df = 49, p-value = 0.03973
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -11.6285348  -0.2914652
sample estimates:
mean of the differences
                  -5.96
```

2)Ho = 비타민에 입단 전 R 성적 == 비타민 입단 후 R 성적
3)Ha = 비타민에 입단 전 R 성적 !== 비타민 입단 후 R 성적

= P-value<0.05 = Ho 기각 **O** = 비타민 입단 후 성적 차이가 있다.

03 T-test를 사용하는 이유

단측검정("one-sided"- "less")

```
> #t-검정 수행(단측검정-less)
> t.test(before_study, after_study, paired = TRUE, alternative = 'less')

        Paired t-test

data:  before_study and after_study
t = -2.1129, df = 49, p-value = 0.01986
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
      -Inf -1.230848
sample estimates:
mean of the differences
                  -5.96
```

2)Ho = 비타민에 입단 전 R 성적 == 비타민 입단 후 R 성적
3)Ha = 비타민에 입단 전 R 성적 < 비타민 입단 후 R 성적

= P-value<0.05 = Ho 기각 **O** = 비타민 입단 후 성적 차이가 있다.

03 T-test를 사용하는 이유

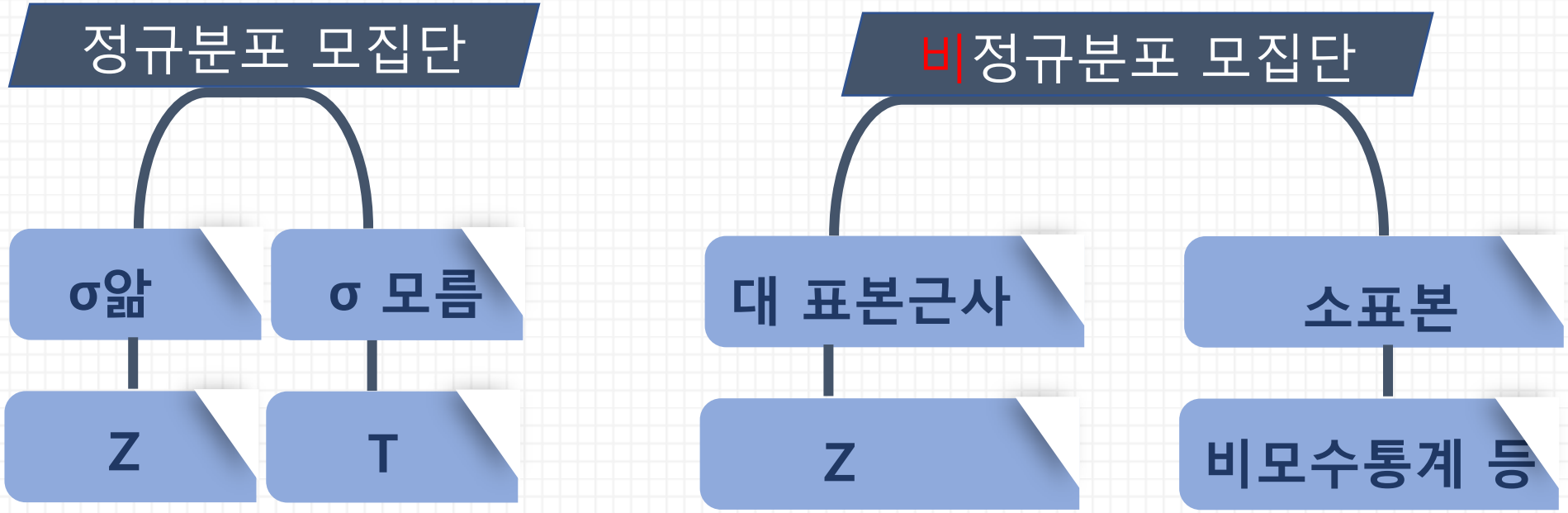
단측검정("one-sided"- "greater")

```
> #t-검정 수행(단측검정-greater)
> t.test(before_study, after_study, paired = TRUE, alternative = 'greater')

        Paired t-test

data:  before_study and after_study
t = -2.1129, df = 49, p-value = 0.9801
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
 -10.68915       Inf
sample estimates:
mean of the differences
                 -5.96
```

2)Ho = 비타민에 입단 전 R 성적 == 비타민 입단 후 R 성적
3)Ha = 비타민에 입단 전 R 성적 > 비타민 입단 후 R 성적

= P-value<0.05 = Ho 기각 **O** = 비타민 입단 후 성적 차이가 있다.

03 통계적 추론



1) **정규**분포를 따르는가? ->**2)σ**를 아는가? ->**3)분산**이 같은가?(F분포)