

ProFIIT 2010 – zadania problémov pre korešpondenčné kolo súťaže

Úvod

Žedáj Mi`pok-oj ide na prázdniny k svojej francúzkej babke do dedinky Omdziland, ktorá je pri štvrtom mesiaci Saturnu medzi jeho nultým a posledným prstencom, pričom prežíva rôzne dobrodružstvá. Je si vedomý, že cesta je dôležitá a nie cieľ. Jeho učiteľ Qancenokejn je v duchu stále s ním a pomáha mu v jeho šibalstvách. Cestou musí ísť cez Sekule, aby druhej babke odniesol nákup a tam nasadne na medziplanetárny autobus.

Upozornenie: Pre všetky problémy platí takéto pravidlo: posledný riadok výstupu má byť odriadkovaný presne tak, ako všetky ostatné riadky výstupu (t.j. na konci každého riadku je ENTER).

Zaokrúhľovanie

Žedáj vo svojom živote zažil už nejednu situáciu, kedy bolo potrebné zaokrúhliť nejakú hodnotu na rôzne násobky. Najbežnejšie je na desiatky, stovky, apod., ale tiež sa v niektorých krajinách zaviedlo zaokrúhľovanie na 5 kreditov, úseky ciest sa zaokrúhľujú na 25m, sekundy na 60, atď.

Keď sa dozvedel, že cesta k babke sa ráta po 125000km, rozhodol sa, že si vytvorí všeobecný program na zaokrúhľovanie. Nejakú sa zamotal, ale keď počas cesty bude mať dosť času ho doladiť...

Vstup

Na prvom riadku vstupu sa nachádza jedno celé číslo n ($1 \leq n \leq 1\,000$), počet zaokrúhlení, ktoré budú nasledovať. Každé zaokrúhlenie je na samostatnom riadku, ktorý obsahuje dve celé čísla s a z , a reťazec `nadol` alebo `nahor`. Obe čísla a reťazec sú oddelené práve jednou medzerou. Číslo s ($0 \leq s \leq 10^9$) vyjadruje hodnotu, ktorú treba zaokrúhliť a číslo z ($1 \leq z \leq 10^9$) na najbližší násobok ktorého čísla zaokrúhliť.

Výstup

Výstup bude obsahovať n riadkov. Na každom z nich práve jedno celé číslo, číslo s zaokrúhlené na najbližší násobok čísla z buď `nahor`, alebo `nadol` podľa vstupu.

Vzorový vstup

```
3
1023 5 nahor
17 13 nahor
47 10 nadol
```

Vzorový výstup

```
1025
26
40
```

GTA

Jedna zo Žedájových výhod žitia vo futuristickom sci-fi svete je fakt, že vtedajší historici preskúmali našu súčasnosť a odhalili mnoho vecí, ktorým my nevieme ani za nič prísť na kĺb.

Jedna z takýchto vecí je napr. dôvod neuveriteľnej hardvérovej náročnosti jednej z momentálne viac-menej aktuálnych počítačových hier. V tejto hre sa dostanete do role neokrôchaného žoldniera z východného bloku, ktorému sa podarí dostať do vymysleného mesta v Amerike a snaží sa prebojovať si cestu typickým americkým životom. Jazdí na dopravných prostriedkoch všetkých typov, strieľa zo všetkých možných zbraní, behá, šplhá, pláva.

O tejto hre je všeobecne známe, že kladie neuveriteľne vysoké nároky na procesor. Niektorí ľudia tvrdia, že je to kvôli nezvládnutému portu z hernej konzoly, historici budúcnosti však odhalili pravdu.

Najprv však trocha teórie. Jednoduchý matematický graf je usporiadaná dvojica množín V a E . V je množina vrcholov a E je množina, v našom prípade, neusporiadaných dvojíc vrcholov, ktoré nazývame hrany. Cesta je postupnosť hrán, v ktorej pre susedné hrany platí, že zdieľajú práve jeden vrchol. Ak existuje cesta medzi dvoma vrcholmi, vravíme, že sú prepojené. Ak pre ľubovoľné dva vrcholy z V platí, že sú prepojené, takýto graf označujeme za súvislý. Keď z grafu začneme odstraňovať hrany a skončíme až vtedy, keď by ďalšie odstránenie znamenalo, že medzi dvoma vrcholmi, medzi ktorými existovala cesta, už žiadna cesta existovať nebude, dostaneme kostru pôvodného grafu. Je zrejmé, že odstraňovacím procesom sa môžeme dopracovať ku kostrám rôznych tvarov.

No a predstavte si, že to je presne to, čím je zamestnaný váš procesor počas hrania tejto hry. Snaží sa totiž nájsť všetky možné kostry grafu tvoreného mapou mesta, v ktorom sa dej hry odohráva. Tieto kostry potom využíva pri rozmiestňovaní policajných zátarás, v prípade že sa nesprávate úplne korektne...

Napíšte program, ktorý pre zadaný súvislý graf zistí počet rôznych kostier, ku ktorým sa dá týmto odstraňovacím procesom dopracovať. Dve kostry sú rôzne, keď podmnožiny E , ktoré ich tvoria, sú rôzne. Keďže tento počet môže byť značne veľký, vypíšte iba jeho zvyšok po delení číslom 1 000 000 009.

Vstup

Na prvom riadku vstupu sa nachádza jediné celé číslo n ($1 \leq n \leq 100$) reprezentujúce počet opisov úloh, ktoré budú nasledovať. Prvý riadok každého opisu úlohy obsahuje dve celé čísla V a E ($1 \leq V \leq 17$, $0 \leq E \leq V \times (V-1)/2$). Každý z nasledujúcich E riadkov obsahuje opis jednej hrany grafu, ktorý tvoria dve celé čísla A_i a B_i ($0 \leq A_i, B_i < V$, $A_i \neq B_i$), indexy vrcholov, ktoré daná hrana prepája. Predpokladajte, že medzi každými dvoma vrcholmi je najviac jedna hrana.

Výstup

Výstup bude obsahovať práve n riadkov. Na každom riadku sa bude nachádzať jediné celé číslo, vyjadrujúce riešenie prislúchajúcej úlohy, t.j. počet kostier grafu ako zvyšok po delení číslom 1 000 000 009.

Vzorový vstup

```
2
2 1
0 1
3 3
0 1
1 2
2 0
```

Vzorový výstup

```
1
3
```

Jabĺčka

Ako tak Žedáj prichádzal na medziplanetárnu autobusovú stanicu, všimol si vedľa cesty záhradu plnú jabloní. Keďže mal ešte chvíľku čas, rozhodol sa zobrať si zopár jablák na dlhú cestu k babičke. Aby to spravil čo najefektívnejšie, vybral si z tašky laserovú pištoľ (ktorú každý občan môže vlastniť na svoju obranu), ktorou chce jablká zhodiť zo stromu odpálením ich stopiek. Pre každý strom by však rád vedel, koľko najviac jabĺčok je možné z neho zhodiť na jeden výstrel, či sa mu vôbec oplatí míňať energiu.

Vstup

Na prvom riadku je celé číslo n ($1 \leq n \leq 50$), ktoré určuje počet stromov. Ďalej nasleduje n popisov jednotlivých stromov. Každý popis sa skladá z niekoľkých riadkov, pričom v prvom riadku je celé číslo N ($1 \leq N \leq 100$) určujúce počet jabĺčok a za ním N dvojíc celých čísel x, y ($-1\,000 \leq x, y \leq 1\,000$), každá v samostatnom riadku vyjadrujúca pozíciu stopky jabĺčka. Predpokladajte, že aj viacero jabĺčok môže mať rovnaké súradnice.

Výstup

Pre každý strom vypíšte jedno celé číslo určujúce najväčší počet jabĺčok, ktorým je možné odpáliť stopky na jeden výstrel laserovou pištoľou, t.j. sú na jednej priamke. Predpokladajte, že pištoľ má dostatočný výkon na odpálenie ľubovoľnej stopky, a že Žedáj môže vystreliť odkiaľkoľvek.

Vzorový vstup

```
1
6
0 0
4 0
4 4
0 4
2 2
3 3
```

Vzorový výstup

```
4
```

Ozembuch

Strojovňa, jadro každej lode. Aspoň tak to vždy učili Žedája. Všetky tie ukazovatele, diódy, displeje a páky. Neuveriteľné množstvo obrovských pák. Pomocou týchto pák sa ovláda každý jeden mechanizmus lode a tých sú tisíce. Čo však Žedája a ani žiadneho priemerného človeka nikto nikdy neučil, pretože to je prísne tajné, je spôsob napájania strojovne energiou. Všetci sme už videli veľa filmov a seriálov, kde hlavný energetický zdroj lode bola akási svietiaci rúra, akože plná antihmoty.

To je však len bezpečnostné opatrenie, prijaté ako prevencia proti vesmírnym pirátom a iným teroristom. Zopár neónových žiaroviek, azúrová fólia a falošný terč zákerných útokov veselo blikal do vesmírnej tmy.

Tak kde sa teda berie všetka tá energia? Zoberme to pekne od podlahy. Základom všetkého je pozitronmi nabitá, žiarivo vyleštená podlaha, ktorá funguje ako jedna platňa kapacitoru. Pozitronová vrstva antihmoty, ktorá sa nachádza tesne nad ňou tvorí druhú platňu. Nebojte sa, chôdzou po takejto podlahe nemôžete spôsobiť žiadny problém, pretože k antihmotovej vrstve vašu topánku nepustia odpudivé sily na molekulovej úrovni. Čo však podlahu poškodiť môže, sú veľké železné páky, ktorými obsluhujúci personál pohybuje vo vertikálnom smere. Keď je páka v spodnej polohe, dotýka sa podlahy, pritláča pozitrony na podlahu a uvoľňuje energiu z kapacitoru.

Preto sa pod páky často umiestňujú špeciálne koberce, ktoré izolujú páku od podlahy. Problémom však zostáva, že pák je veľmi veľa, a tak je ťažké vždy určiť, či nehrozí, že nejaká páka udrie na holú zem.

Napíšte pre mechanikov program, ktorý pre zadanú konfiguráciu kobercov a pák vypočíta, koľko pák môže pri používaní narážať o podlahu (t.j. nie je pod nimi koberec).

Vstup

Na prvom riadku vstupu sa nachádza jediné celé číslo n ($1 \leq n \leq 100$) reprezentujúce počet popisov úloh, ktoré budú nasledovať. Prvý riadok každého opisu úlohy obsahuje jediné číslo N ($1 \leq N \leq 100\,000$). Každý z nasledujúcich N riadkov obsahuje opis jednej skúmanej páky, ktorý tvorí jediné celé číslo X_i ($-1\,000\,000 \leq X_i \leq 1\,000\,000$), pozícia páky v smere osi X . Ďalší riadok opisu úlohy obsahuje opäť len jedno číslo K ($0 \leq K \leq 100\,000$). Každý z nasledujúcich K riadkov obsahuje opis jedného koberca. Opis každého koberca pozostáva z medzerou oddelených súradníc jeho okrajov ($-1\,000\,000 \leq A_j \leq B_j \leq 1\,000\,000$) v smere osi X .

Výstup

Výstup bude obsahovať práve n riadkov. Na každom riadku sa bude nachádzať jediné celé číslo, riešenie prislúchajúcej úlohy – počet pák, pod ktorými sa nenachádza žiadny koberec.

Vzorový vstup

```
1
3
0
5
7
2
1 5
33 66
```

Vzorový výstup

```
2
```

Strojček

Žedáj si na púť k babke nezabudol vziať svoj obľúbený holiaci strojček. Tento strojček nebol v žiadnom smere špeciálny, slúžil rovnako ako ostatné strojčky tej doby. V zásade to znamená, že okrem holenia brady ste do neho mohli vložiť ľubovoľné prirodzené číslo, on ho ako správny strojček spracoval a následne z neho vypadlo nejaké iné prirodzené číslo.

Empirickým pozorovaním došiel Žedáj na to, že vo vnútri jeho strojčka je schovaná funkcia:

$$\begin{aligned}f(N) &= S \\4x + 7y + 47z &= N \\x + y + z &= S\end{aligned}$$

Tiež zistil, že strojček vždy vyprodukuje čo najmenšie S tak, aby obe rovnosti platili a $x, y, z \geq 0$. Keď také S neexistuje, strojček len smutne zavrčí. Rád by toto pozorovanie overil, a tak potrebuje nejaké testovacie dáta. Ako už isto tušíte, toto je miesto, kde do príbehu vstupujete vy.

Vstup

Na prvom riadku vstupu sa nachádza jediné celé číslo n ($1 \leq n \leq 1\,000$) reprezentujúce počet popisov úloh, ktoré budú nasledovať. Na každom z nasledujúcich n riadkov sa nachádza práve jedno celé číslo N_i ($0 \leq N_i \leq 1\,000\,000\,000$), ktoré Žedáj vloží do strojčka.

Výstup

Výstup bude obsahovať práve n riadkov. Na každom riadku sa bude nachádzať jediné celé číslo, riešenie prislúchajúcej úlohy – číslo, ktoré strojček vyprodukuje pre daný vstup N_i . V prípade, že strojček len zavrčí, bude sa na riadku nachádzať iba reťazec „Vrrr : (“ bez úvodzoviek.

Vzorový vstup

```
3
4
6
7
```

Vzorový výstup

```
1
Vrrr : (
1
```

Skúška číslo 3

Bolo už skoro po polnoci pozemského času, keď Žedáj zaspával v medziplanetárnom autobuse. V autobuse bolo niekoľko ľudí. Kto nespál, pozeral sa na vzdialené hviezdy a nekončiacu Mliečnu dráhu tiahnucu sa čierno-čiernym vesmírom. Ticho cestujúcich a monotónny hluk motorov bol ako uspávanka na dobrú noc. Žedáj už-už zaspával, keď k nemu prišiel jeho učiteľ Qančenokejn.

„Žedáj, učeň môj, rozprával som ti už príbeh o tajomnej moci znaku nekonečna? Nejde o to, že to je ležatá osmička, ide o to, že to je osmička...“ Qančenokejn bol už trochu zábudlivý, pretože Žedáj počul tento príbeh už asi ôsmy krát. V tom si to uvedomil aj Qančenokejn a pokračoval.

„Ale iné som ti chcel povedať. Každý učeň musí poznať špeciálnu postupnosť, v ktorej za každých okolností nájde zdroj svojej sily. Je to ako pásy v karate. Noví uční musia poznať postupnosť číslo jeden, ktorej zmyslom je vedieť všetky čísla, ktorých prvá mocnina končí na jednu osmičku. Druhý stupeň je o poznaní čísiel, ktorých druhá mocnina končí na dve osmičky.“

Žedáj už dosiahol tretí stupeň a jeho poslednou úlohou zostáva naučiť sa postupnosť čísiel, ktorých tretia mocnina končí na tri osmičky. Posledné overenie spôsobilosti vlastnenia tretieho stupňa spočíva v jednoduchom teste. Učiteľ Qančenokejn povie poradové číslo (počítané od 1) v postupnosti čísiel, ktorých tretia mocnina končí na tri osmičky a Žedáj odpovie príslušné číslo z tejto postupnosti.

Vstup

Prvý riadok vstupu obsahuje prirodzené číslo n ($1 \leq n \leq 400\,000$) vyjadrujúce počet poradových čísiel, ktoré hovorí Qančenokejn. Nasleduje n riadkov. Každý riadok obsahuje jedno prirodzené číslo P ($1 \leq P \leq 2 \times 10^{12}$), určujúce poradové číslo v postupnosti.

Výstup

Výstup pozostáva z n riadkov. Každý riadok obsahuje jedno prirodzené číslo zodpovedajúce danému poradovému číslu z postupnosti čísiel, ktorých tretia mocnina končí na tri osmičky.

Vzorový vstup

```
2
1
47
```

Vzorový výstup

```
192
11692
```

Zampara

Vesmírny medziplanetárny autobus po dlhej ceste zastavil na krátku prestávku (krátku z relatívneho hľadiska absolútnej dĺžky cesty, takže približne na pol dňa). Našťastie pre Žedája to bolo jedno z najväčších vesmírnych odpočívadiel v Slnecnej sústave. Už sa bál, že sa pol dňa bude nudiť, ale ako každý dobre vie, pri tomto odpočívadle je obrovské nákupné stredisko, ktorého súčasťou je aj štadión Zampara. Zampara je Žedájova obľúbená hra. Okamžite ako autobus zastavil, Žedáj vybehol z autobusu a vydal sa rovno na štadión pozrieť ako hrajú jeho obľúbení hráči.

Pre tých čo nepoznajú hru Zampara, ide o hru, kde na každej strane hrá 10 hráčov a hra má 10 kôl. Základom hry je variabilné hracie pole (veľkosť pola je náhodne určená na začiatku každého kola) obdĺžnikového tvaru, ktoré sa skladá z políčok o veľkosti $1\text{m} \times 1\text{m}$. Medzi každým políčkom je tunel tvorený čiernou dierou, pomocou ktorej sa hráč vie posúvať medzi políčkami v nulovom čase. To v praxi znamená, že jeden hráč vie byť v jednom momente na viacerých políčkach. Ale pozor, na každom políčku musí byť v jednom momente práve jeden hráč (preto je veľmi dôležitá tímová taktika). Zatiaľ čo prvý tím „pobehuje“ po ihrisku, v druhom tíme jeden člen (v 10tich kolách sa vystriedajú všetci členovia tímu) háda Mucho.

Mucho je počet ľubovoľne veľkých obdĺžnikov, ktoré obsahujú práve P protihráčov vo svojom vnútri (strany obdĺžnika sú rovnobežné so stranami ihriska). Hra končí, keď tím nedokáže splniť rozmiestnenie pre dané rozmery ihriska v nulovom čase, alebo keď tím neuhádne Mucho. V prípade splnenia oboch úloh vyhráva tím, ktorý má lepší súčet reakčných časov pri hádaní Mucho.

Vstup

Prvý riadok vstupu obsahuje prirodzené číslo n ($1 \leq n \leq 100$) vyjadrujúce počet rozostavení hráčov. Pre každé rozostavenie je na vstupe zadaný jeden riadok pozostávajúci z troch prirodzených čísiel M , N a P ($1 \leq M, N \leq 200$, $1 \leq P \leq 10$) oddelených jednou medzerou, kde M a N sú rozmery ihriska v metroch a P je počet hráčov, ktorý má obsahovať každý obdĺžnik pri hádaní Mucho. Nasleduje M riadkov, kde na každom riadku je N znakov z množiny $\{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J\}$, označujúcich jednotlivých hráčov rozostavených na jednotlivých hracích políčkach.

Výstup

Výstup pozostáva z n riadkov, pričom každý riadok obsahuje jedno prirodzené číslo Mucho, ktoré vyjadruje počet obdĺžnikov obsahujúcich práve P hráčov pre dané rozostavenie.

Vzorový vstup

```
2
3 4 3
JICH
IJHA
HBJJ
2 2 1
AA
AB
```

Vzorový výstup

```
13
6
```


Rozvrh

Babička už medzičasom z veľkej nedočkavosti pripravila pre Žedája rozvrh rozličných aktivít, ktorými si bude môcť vyplniť svoj voľný čas. Nie vždy je však možné vykonať všetky, lebo sú medzi sebou závislé. Keďže Žedájovi sa zdajú byť celkom zaujímavé, rád by vedel, či existuje také poradie vykonania aktivít, v ktorom by ich všetky zvládol.

Vstup

Na prvom riadku sa nachádza jedno celé číslo n ($1 \leq n \leq 20$), ktoré určuje počet dní. Každý deň je popísaný na niekoľkých riadkoch, pričom v prvom riadku je celé číslo N ($1 \leq N < 100\,000$) určujúce počet aktivít dňa a v $(i+1)$. riadku sú popísané závislosti i -tej aktivity. Prvé číslo v riadku K_i ($0 \leq K_i \leq N$) určuje celočíselný počet aktivít, ktoré sa musia vykonať pred i -tou aktivitou. Za ním nasleduje K_i medzerou oddelených navzájom rôznych celých čísel z intervalu 1 až N , ktoré určujú indexy potrebných aktivít. Závislostí pre jeden deň je najviac 2 000 000.

Výstup

Pre každú testovaciu sadu (deň) je potrebné vypísať poradie, v akom majú aktivity nasledovať. V prípade, že také poradie pre daný deň neexistuje, vypíšte jediný riadok obsahujúci správu „Neda sa“. Inak nasleduje N riadkov, kde číslo v i -tom riadku určuje index aktivity, ktorá sa vykoná ako i -ta. Ak existuje viacero možných usporiadaní, vypíšte to, ktoré je najmenšie. Usporiadanie A je menšie ako usporiadanie B vtedy, keď prvé miesto, na ktorom sa líšia, je pri A menšie ako pri B .

Vzorový vstup

```
2
3
1 3
2 1 3
0
2
1 2
1 1
```

Vzorový výstup

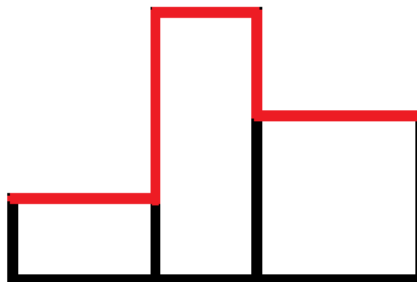
```
3
1
2
Neda sa
```

Škatuľná dráha

Ako išiel Žedáj po Omdzilande, niekoľko ulíc od babkinho domu, stretol sa so starým kamarátom, ktorý býval cez prázdniny vo vedľajšom dome ako Žedájova babka. Chceli si trochu zaspomínať, tak zašli na detské ihrisko, ktoré bolo v centre Omdzilandu.

Bola tam zaujímavá prekážková dráha s názvom „Škatuľná dráha“ pozostávajúca z niekoľkých škatúl uložených v rade. Každá škatuľa má pevne danú svoju poradovú pozíciu, ale každá sa dá uložiť vertikálne alebo horizontálne (pre jednoduchosť uvažujeme, že škatuľa má iba 2 rozmery).

Kamaráti si chcú postaviť čo najdlhšiu dráhu zo škatúl. Dráha začína na začiatku vrchnej strany prvej škatule a končí na konci vrchnej strany poslednej škatule (to znamená, že prvá bočná strana prvej a druhá bočná strana poslednej škatule sa nezapočítavajú do dĺžky dráhy). Dĺžka dráhy je suma dĺžok vrchných strán a rozdielov bočných susediacich strán všetkých škatúl. Na obrázku je znázornená červenou farbou dráha cez tri škatule.



Vstup

Prvý riadok vstupu obsahuje prirodzené číslo n ($1 \leq n \leq 600$) vyjadrujúce počet dráh na ihrisku. Pre každú dráhu je na vstupe jeden riadok obsahujúci jedno prirodzené číslo S ($1 \leq S \leq 10\,000$), vyjadrujúce počet škatúl pre danú dráhu. Nasleduje S riadkov. Na každom riadku sú dve celé čísla a a b ($0 \leq a, b \leq 1\,000$), vyjadrujúce rozmery danej škatule. Škatule sú na dráhe rozmiestnené v takom poradí, v akom sú zoradené na vstupe.

Výstup

Výstup pozostáva z n riadkov, pričom každý riadok obsahuje jedno celé číslo, ktoré udáva dĺžku najdlhšej dráhy, ktorá sa dá vytvoriť zo škatúl danej dráhy.

Vzorový vstup

```
3
1
4 7
3
4 7
13 5
8 8
2
1 0
0 2
```

Vzorový výstup

```
7
34
3
```