

# **ProFIIT 2004**

## **problémy pre korešpondenčné kolo**

### **Úvod**

Len málo máp zachycuje Kráľovstvo južnej hviezdy Fénix také, aké v skutočnosti je. Ľudia z Veľkého kontinentu sa sem už dávno neplavia, aby objavovali a skúmali zvláštnu pevninu s jej ľuďmi a inou kultúrou. Považované za zaostalejšiu civilizáciu, Kráľovstvo Fénix upadlo do zabudnutia. A predsa, po dlhej dobe sa plachetnica Felicite, naložená zásobami, rôznymi prístrojmi a počítačmi pomaly blíži k pevnine.

Aj vy ste mali to šťastie a prešli ste výberom prísneho kapitána a teraz môžete sledovať východ slnka nad pevninou Kráľovstva. Onedlho vydá kapitán povel na spustenie kotvy a vy budete mať príležitosť spoznať túto vzrušujúcu krajinu a jej obyvateľstvo.

Ešte netušíte, že sa vám podarí dostať sa priamo na kráľovský hrad, kde nahliadnete do problémov vznešenej kráľovskej rodiny a jej služobníctva. Ako ľudia z Veľkého kontinentu, pokúste sa pomôcť týmto dobrým ľuďom vyriešiť ich problémy, na ktoré počas návštevy narazíte.

## Vysychajúce jazero

Kráľovná Filoména si veľmi obľúbila prechádzky okolo kráľovského jazera. Nanešťastie v dôsledku dlhotrvajúceho sucha začalo jazero pomaly vysychať. Nešťastná kráľovná sa preto rozhodla sledovať, ako sa mení okraj jazera. Rozhodla sa zistiť pôvodnú dĺžku obrysu jazera (jeho obvod) a obvod jazera v rôznych časových okamihoch. V starých záznamoch našla niekoľko máp ako jazero vyzeralo pôvodne a ďalej prikázala každý prvý deň v mesiaci nakresliť aktuálnu mapu jazera. Tak nazbierala súbor máp nakreslených na štvorčekovom papieri. Tie odovzdala svojmu radcovi a prikázala mu pre každú mapu vypočítať obvod jazera. Kráľovná definovala obvod jazera ako počet políčok jazera, ktoré sa aspoň jedným rohom dotýkajú pevniny.

Pomôžte kráľovninmu radcovi tak, že napíšete program, ktorý načíta mapu a pre každú načítanú mapu vypočíta obvod jazera.

### Vstup

V prvom riadku načítajte počet máp  $p$ . Ďalej načítajte  $p$  ( $p \leq 50\,000$ ) blokov, každý pre jednu mapu. Každý blok obsahuje riadok obsahujúci rozmery mapy  $m$   $n$  oddelené jednou medzerou,  $m$  je počet riadkov a  $n$  je počet stĺpcov matice ( $m, n \leq 100$ ). V bloku ďalej nasleduje  $m$  riadkov, pričom každý riadok obsahuje  $n$  núl a jednotiek,  $1$  reprezentuje pevninu a  $0$  reprezentuje jazero. Jazero môže mať aj polostrovy, ale nemôže obsahovať ostrovy. Predpokladajte, že žiadne políčko jazera nesusedí s okrajom mapy.

### Výstup

Vypíšte  $p$  riadkov.  $i$ -ty riadok má obsahovať celé číslo určujúce obvod mapy načítanej z  $i$ -teho bloku.

### Ukážkový vstup

```
2
4 6
111111
110001
100001
111111
8 9
111111111
111000111
110000001
100000001
111100001
100110011
110000111
111111111
```

### Ukážkový výstup

```
7
25
```

## Nešťastné osemsmerovky

Kráľova matka Františka má slabosť na hlavolamy. Veľmi rada lúšti osemsmerovky, a keďže to každý v kráľovstve aj mimo neho vie, kráľovská matka dostáva od priateľov, vládcov susedných kráľovstiev, ako aj od svojich obdivovateľov v kráľovstve do daru denne veľké množstvo osemsmeroviek. Denne niekoľko z nich vyrieši, nikdy však nestihne vylúštiť všetky, ktoré v ten deň dostala. Nevylúštené osemsmerovky sa hromadia v jej komnatách a z veľkej záľuby sa postupne stala nočná mora. Všade, kam sa okolo seba pozrie, sú hory nevylúštených osemsmeroviek. Pomôžte kráľovej matke vyriešiť to veľké množstvo osemsmeroviek a napíšte jej na to program.

### Vstup

Z prvého riadku načítajte číslo  $p$  ( $p \leq 50\,000$ ), ktoré vyjadruje počet osemsmeroviek. Za prvým riadkom nasleduje  $p$  blokov, každý pre jednu osemsmerovku. Prvý riadok bloku obsahuje rozmery osemsmerovky  $m$   $n$  oddelené medzerou ( $m, n \leq 100$ ). Nasleduje  $m$  riadkov obsahujúcich  $n$  veľkých písmen reprezentujúcich osemsmerovku (písmená v riadku nie sú oddelené medzerami). Potom nasleduje riadok s celým číslom  $s$  ( $s \leq 10000$ ) určujúcim počet slov osemsmerovky, ktoré je treba vyškrtať. Maximálna dĺžka slova je  $100$ . Poslednou časťou bloku osemsmerovky je  $s$  riadkov, každé obsahujúce jedno slovo napísané veľkými písmenami bez diakritiky. Predpokladajte, že slová sú zoradené podľa abecedy.

### Výstup

Výstup bude obsahovať  $p$  riadkov, každý pre jednu osemsmerovku.  $i$ -ty riadok bude obsahovať slovo zložené z nevyškrtnutých písmen  $i$ -tej osemsmerovky (slovo sa skladá z písmen po riadkoch, od 1. riadku po posledný).

### Ukážkový vstup

```
1
3 4
AHOJ
BUMO
KLUK
3
AHOJ
BUM
LUK
```

### Ukážkový výstup

```
OK
```

## Kráľovské hodiny

Kráľovná Filoména bola známa svojou dobrosrdečnosťou a láskou k deťom. Počas celého roka podporovala chudobné deti z Kráľovstva a raz do roka, pri príležitosti sviatku jari, pre ne usporiadala hostinu. Deťom sa na zámku veľmi páčilo a najviac obdivu zožali veľké hodiny v slávnostnej komnate. Boli to hodiny, ktoré dostal kráľ Filip do daru zo susedného kráľovstva a dal ich zavesiť na čestné miesto najreprezentatívnejšej komnaty zámku.

Počas hostiny bolo na zámku veselo a veľa zábavy. Kazili ju len dvaja chlapci Rozumko a Popletko, ktorí sa pred veľkými hodinami hádali. Popletko tvrdil, že ručičky menších hodín na nádvorí hradu určite zvierajú menší uhol ako ručičky týchto veľkých hodín. Rozumko však trval na tom, že uhol ručičiek oboch hodín je rovnaký. Lásková kráľovná si ich spor vypočula, no nechcela ich hneď rozsúdiť, keďže nechcela, aby ani jeden z nich bol smutný. Navrhla im preto, že sa zahrajú takúto hru: kráľovná povie čas, Rozumko vypočíta uhol medzi ručičkami a Popletko zmeria uhol na veľkých aj menších hodinách. Vašou úlohou je pomôcť Rozumkovi vypočítať uhly medzi ručičkami ak viete, že všetky ručičky sa posúvajú každú sekundu.

### Vstup

Zo štandardného vstupu načítajte prvý riadok obsahujúci číslo  $p$  ( $p \leq 50\,000$ ), ktoré značí počet časov, pre ktoré je treba vypočítať uhly medzi ručičkami. Ďalej na vstupe nasleduje  $p$  riadkov, každý obsahujúci jeden čas vo formáte  $hh:mm:ss$ .  $hh$  reprezentuje hodiny a je to celé číslo z intervalu  $<0, \dots, 11>$ , pričom čísla z intervalu  $<0, \dots, 9>$  sú doplnené jednou nulou zľava tak, aby bolo číslo dvojciferné. Podobne je to pre minúty  $mm$  a sekundy  $ss$ , kde  $mm, ss \in <0, \dots, 59>$  a je tiež poprípade doplnené zľava nulou na dvojciferné číslo.

### Výstup

Na štandardný výstup vypíšte  $p$  riadkov, pre každý čas jeden riadok. Každý z  $n$  riadkov bude vo formáte  $x\ y\ z$  (oddelené medzerou), pričom  $x, y, z$  budú desatinné čísla s pevným počtom 3 desatinných miest (správne zaokrúhlené).  $x$  je uhol hodinovej a minútovej ručičky,  $y$  je uhol minútovej a sekundovej ručičky a  $z$  je uhol medzi hodinovou a sekundovou ručičkou. Pre uhly platí  $x, y, z \in <0, \dots, 180>$ .

### Ukázkový vstup

```
2
00:00:00
03:00:00
```

### Ukázkový výstup

```
0.000 0.000 0.000
90.000 0.000 90.000
```

## Heslá na vstup do kráľovskej pokladnice

Keďže Kráľovstvo v posledných rokoch veľmi dobre prosperuje, kráľovská pokladnica je plná a denne do nej prinášajú a odnášajú veľké mešce plné dukátov. Strážca pokladnice postupom času úplne stratil prehľad, kto všetko je oprávnený vstupovať do kráľovskej pokladnice a odnášať z nej peniaze.

Preto po porade s vrchným radcom vymyslel heslo, ktoré musel prichádzajúci povedať strážcovi pred vstupom do pokladnice. Heslo sa však veľmi rýchlo prezradilo a bolo tak nutné vymyslieť nejaký účinnejší spôsob ako pokladnicu chrániť. Opäť to dostal na starosť vrchný radca. Ten vedel, že účtovníci, ktorí prichádzajú do styku s peniazmi a chodia do kráľovskej pokladnice, sú veľmi dobrí v matematike.

Vymyslel preto takýto systém hesiel: Pre dané  $n$ , ktoré sa každý deň mení, dostane strážca papier s dvoma stĺpcami. Prvý stĺpec tvoria poradové čísla permutácií, teda čísla od 1 do  $n!$ . Druhý stĺpec tvoria permutácie čísel 1, 2, ...,  $n$ , ktoré sú lexikograficky zoradené. V  $i$ -tom riadku je teda číslo permutácie  $i$  a  $i$ -ta permutácia.

Pri kontrole, či je prichádzajúci oprávnený k vstupu do pokladnice, mu strážca povie náhodne vybrané číslo  $i$  z prvého stĺpca a prichádzajúci mu povie  $i$ -tu permutáciu. Tú potom strážca na papieri skontroluje. Ak je správna, vie, že prichádzajúci človek je účtovník. Ako už vieme, účtovníci sú zbehlí v matematike, nie je pre nich problém po chvíli rozmýšľania určiť správnu permutáciu. Účtovníka potom môže strážca vpustiť do pokladnice.

Problém máva však strážca pokladnice, ktorý každú chvíľu stráca papier s očíslovanými permutáciami. Pomôžte mu tak, že mu napíšete program, ktorý pre poradové čísla permutácií vypíše prislúchajúce permutácie.

### Vstup

Prvý riadok vstupu obsahuje celé číslo  $p$  ( $p \leq 50\,000$ ) vyjadrujúce počet zisťovaných kódov permutácií. Ďalej nasleduje  $p$  riadkov, ktoré obsahujú dve celé čísla  $n$  a  $i$  oddelené medzerou. Číslo  $n$  ( $1 \leq n \leq 9$ ) vyjadruje počet cifier v  $n$ -tici 1, ...,  $n$  a číslo  $i$  ( $i \leq n!$ ) určuje poradie zisťovanej permutácie.

### Výstup

Výstupom je  $p$  riadkov, každý obsahuje permutáciu prislúchajúcu  $n$  a  $i$  na vstupe.

### Ukázkový vstup

```
2
3 4
4 3
```

### Ukázkový výstup

```
231
1324
```

## Nočná mora kráľovského pokladníka

Kráľovský pokladník dostal za úlohu vyzbierať dane. Ľudia z kráľovstva mu začali prinášať požadovanú sumu peňazí. Každý však platil rôznymi mincami. Pokladník bol prekvapený ako sa dá mincami rozličnej hodnoty poskladať tá istá suma. Keď to pri poslednom rozhovore spomenul kráľovi, ten sa ho opýtal, či vie presne koľko teda existuje spôsobov vyplatenia požadovanej sumy. Pokladník sa najprv zahanbil, pretože hneď nevedel odpovedať. Rozhodol sa však, že do budúceho rozhovoru s kráľom to zistí. Vzal si mince a začal si zapisovať všetky spôsoby, na ktoré prišiel, až nakoniec našiel počet, ktorý zisťoval. Večer išiel spokojný spať. V noci sa mu ale prisnili zlé sny. Začali sa mu vynárať kombinácie, ktoré nezapočítal a okrem toho mu v sne prišli oznámiť, že sa mení suma, ktorú má vybrať a on musí hľadať spôsoby rozmieňania od začiatku. Zobudil sa celý spotený a zmätený a nevedel, čo má robiť.

Pomôžte kráľovskému pokladníkovi vyriešiť jeho problém a napíšte program, ktorý pre  $k$  typov mincí daných hodnotami  $m_1, \dots, m_k$  a sumu  $s$  vypíše počet spôsobov, ktorými sa dá suma  $s$  rozmeniť.

### Vstup

Z prvého riadku načítajte celé číslo  $p$  ( $p \leq 50\,000$ ) určujúce počet úloh. Každá z  $p$  úloh je zadaná jedným blokom. Prvý riadok bloku obsahuje celé číslo  $k$  ( $k \leq 100$ ) definujúce počet typov mincí. Ďalej nasleduje  $k$  riadkov, každý obsahujúci jedno celé číslo  $m_i$ ,  $i \in \langle 1, k \rangle$ ,  $m_i \leq 5000$ ,  $m_i \neq m_j$  pre všetky  $i \neq j$ . Tieto čísla určujú hodnoty typov mincí, ktoré sú k dispozícii. Ďalší riadok bloku obsahuje celé číslo  $s$ , ktoré vyjadruje sumu, ktorá sa má rozmieňať,  $s \leq 5000$ .

### Výstup

Výstup bude pre každý blok pozostávať z jedného riadku, ktorý bude obsahovať počet spôsobov rozmenenia sumy pomocou mincí s hodnotami  $m_1, \dots, m_k$ . Uvažujte, že pri rozmieňaní sumy máte k dispozícii neobmedzený počet mincí každého typu a každá zadaná suma sa dá rozdeliť. Výsledok  $< 2^{31}$ .

### Ukázkový vstup

```
1
3
10
50
30
60
```

### Ukázkový výstup

```
4
```

## Názvy miest

Kráľ si všimol, že ľudia v jeho kráľovstve obľubujú pravidelnosti rôzneho druhu a obzvlášť veľkú slabosť majú na palindrómy. Palindrom je také slovo, ktoré prečítané od začiatku je také isté ako keď sa prečíta od konca. Mnohé názvy miest v kráľovstve sú preto palindromami, ako napríklad názov hlavného mesta Karimirak. Z historických dôvodov však také nie sú všetky názvy. Kráľ sa rozhodol, že poteší všetkých obyvateľov kráľovstva a premenuje všetky mestá, mestečká a dedinky tak, aby ich názvy boli palindromami. Aby nespôsobil veľa zmätku, rozhodol sa ďalej, že názvy zmení čo najmenej, teda tak, že ich doplní čo najmenším počtom písmen.

Kráľa pre každý názov zaujíma minimálny počet písmen, ktorými je treba názov doplniť tak, aby výsledný názov bol palindrom. Pomôžte mu tak, že na to napíšete program.

### Vstup

Prvý riadok vstupu obsahuje celé číslo  $p$  ( $p \leq 50\,000$ ) vyjadrujúce počet názvov miest. Ďalej nasleduje  $p$  riadkov, každé obsahujúce jeden názov mesta. Každý názov mesta obsahuje len malé písmená bez diakritiky. Predpokladajte, že každý názov obsahuje najviac 10 písmen.

### Výstup

Pre každý názov mesta vypíšte číslo vyjadrujúce minimálny počet písmen, ktoré treba doplniť, aby bol výsledný názov palindrom.

### Ukážkový vstup

```
3
aha
ah
abc
```

### Ukážkový výstup

```
0
1
2
```

## V kráľovstve straší

V kráľovstve sa začali šíriť povery, že v kráľovských lesoch, ktoré tvoria väčšinu územia kráľovstva, straší. Rozumný kráľ Filip síce na strašidlá neverí, no vie, že väčšina obyvateľov kráľovstva áno. Strach sa postupne rozšíril a v kráľovstve zakorenil tak, že len málo ľudí sa odvážilo opustiť mestá a dediny. Kráľ musel situáciu rázne riešiť. Premýšľal o tom, že na cesty medzi mestami rozmiestni na každý kilometer vojenské stráže, ktoré budú obyvateľstvo strážiť. Dal si spočítať dĺžku všetkých ciest, a teda aj počet stráží a zhrozil sa. Bolo to veľmi vysoké číslo a kráľ vedel, že toľko stráží nemôže poskytnúť. Uvedomil si, že nebude môcť dať strážiť všetky cesty. Dlho do noci potom sedel nad mapou kráľovstva a premýšľal o tom, ako vybrať tie cesty, ktoré má dať strážiť. Napokon uložil svojim radcom nájsť na mape také cesty, aby sa pomocou nich dalo dostať z každého mestečka do každého iného mestečka a pritom by na ne bolo treba umiestniť čo najmenej stráží, teda boli by najkratšie. Napíšte program, ktorý pomôže radcom zistiť, aká je spolu dĺžka tých ciest, na ktoré má dať kráľ umiestniť stráže.

### Vstup

V prvom riadku vstupu bude celé číslo  $p$  ( $p \leq 50\,000$ ) určujúce počet máp. Každá mapa bude popísaná jedným blokom. V prvom riadku bloku bude počet miest  $m$  ( $2 \leq m \leq 100$ ), mestá na mape označíme číslami  $1, \dots, m$ . Ďalší riadok obsahuje počet ciest  $c$  ( $1 \leq c \leq 4950$ ). Nasleduje  $c$  riadkov, každý popisujúci jednu priamu cestu medzi dvoma mestami. Každý riadok popisujúci cestu obsahuje 3 celé čísla  $a\ b\ d$  oddelené medzerou, pričom  $1 \leq a, b \leq m$ ,  $a \neq b$  sú čísla miest, ktoré cesta spája a  $d$  ( $d < 300$ ) je dĺžka cesty. Predpokladajte, že z každého mesta v kráľovstve sa dá dostať do každého iného mesta a medzi dvoma mestami existuje najviac jedna priama cesta.

### Výstup

Výstup bude obsahovať jeden riadok pre každý blok zo vstupu. V každom riadku bude jedno celé číslo obsahujúce súčet dĺžok ciest, na ktoré je treba umiestniť stráže.

### Ukázkový vstup

```
2
3
3
1 2 1
2 3 1
1 3 5
5
7
1 2 1
1 3 5
1 5 4
2 3 1
3 4 1
3 5 3
4 5 1
```

### Ukázkový výstup

```
2
4
```



## Skúška dôvtipu

V poslednom roku sa o kráľovskú dcéru Frederiku začali uchádzať princovia z okolitých kráľovstiev. Kráľ Filip nechcel ešte o svadbe svojej dcéry ani počuť, aj keď vedel, že Frederika by sa rada vydala za princa Floriána zo Severného kráľovstva. Po dlhom presviedčaní a pôsobení kráľovnej, kráľ nakoniec povolil. Ako správny kráľ, chcel Filip princa Floriána vyskúšať, či je jeho dcéry hoden. Po tom, čo Florián úspešne absolvoval skúšku odvahy a rytierske zápasy, zostávala mu už iba posledná skúška – skúška dôvtipu.

Kráľ nechal pred princa Floriána postaviť rad mešcov rozličnej hmotnosti obsahujúce mince tej istej hodnoty. Potom princovi povedal: „Z týchto mešcov, ktoré tu stoja v rade, musíš vybrať čo najviac mincí tak, aby v celom rade nakoniec z každých troch po sebe idúcich mešcov bol aspoň jeden plný a aspoň jeden prázdny. Pritom môžeš buď celý mešec vyprázdniť, alebo ho nechať plný, teda nemôžeš z niektorého mešca vybrať len časť mincí.“

Pomôžte princovi Floriánovi vyriešiť túto skúšku tak, že vytvoríte program, ktorý mu pre daný rad mešcov vypočíta hmotnosť mincí, ktoré má vybrať.

### Vstup

Prvý riadok vstupu obsahuje číslo  $p$  ( $p \leq 50\,000$ ) určujúce počet blokov, každý pre jednu Floriánovu úlohu. Každý blok obsahuje riadok s celým číslom  $m$  ( $3 \leq m \leq 10\,000$ ), ktoré vyjadruje počet mešcov. Nasleduje  $m$  riadkov, každý obsahujúci celé číslo  $h$  ( $h > 0$ ) vyjadrujúce hmotnosť jedného mešca. Hmotnosti mešcov sú na vstupe v takom poradí, v akom sú uložené do radu pred princom. Predpokladajte, že súčet hmotností všetkých mešcov je menší ako  $2^{31}$ .

### Výstup

Výstup bude obsahovať jeden riadok pre každý blok vstupu. Každý riadok obsahuje jedno celé číslo určujúce súčet hmotností vybraných mincí.

### Ukážkový vstup

1  
5  
2  
5  
6  
8  
4

### Ukážkový výstup

19