Esercitazione 4

Olivieri Daniele

In un serbatoio è contenuta dell'aria ad una pressione p_a di 2.58 bar ed una temperatura T_a di 378 K. La pressione ambiente p_2 è di 1 bar.

1. Valutare le trasformazioni che avvengono in uno stadio di turbina assiale nel quale espande il suddetto fluido, nell'ipotesi di trasformazioni adiabatiche isoentropiche e flusso monodimensionale. In particolare si valuti lo stato termodinaico statico e totale monte/valle statore e monte/valle rotore. Si consideri sia uno stadio ad azione ed uno a reazione (triangoli delle velocità "simmetrici")

2. Calcolare il salto entalpico disponibile, Δh^*

3. Calcolare il lavoro ricavato dalla turbina

4. Calcolare il rendimento di palettatura

5. Valutare e disegnare i triangoli delle velocità

6. Rappresentare sul piano T-s ed h-s le trasformazioni

7. Disegnare le palettature statoriche e rotoriche

Si assuma un angolo tra la velocità assoluta all'uscita dello statore e la direzione tangenziale α_1 di 15°

1 Analisi condizioni termodinamiche

Il gas si trova inizialmente alle condizioni di ristagno (A), supposta nulla la velocità all'interno del serbatoio, espande isoentropicamente fino alla pressione di 1 bar attraverso uno stadio di turbina che ne ricaverà dunque del lavoro da tale espansione. Non conoscendo le dimensioni del serbatoio o la massa di gas possiamo fare solo ragionamenti per unità di massa. Considerando la trasformazione isoentropica possiamo facilmente calcolare lo stato termodinamico 2 in uscita dalla turbina.

$$T_2 = T_a \cdot \beta^{\frac{1-k}{k}} \tag{1}$$

con β pari a 2.58 e k pari a 1.4, la temperatura in uscita dalla turbina varrà 288.3 K, con l'ausilio dell'equazione di stato dei gas

$$pv = RT \tag{2}$$

possiamo quindi completare la tabella con gli stati termodiamici a monte e a valle della turbina.

Stato	p (bar)	T (°C)	v (m^3/kg)
A	2.58	104.8	0.420
2	1	15.2	0.827

Il salto entalpico specifico disponibile Δh^* è quindi pari a $C_p \cdot (T_1 - T_2)$ ossia 90.12 kJ/kg

2 Stadio ad azione

Consideriamo in prima analisi uno stadio ad azione, l'espansione del gas avviene nelle palette statoriche che trasformano tutta l'energia di pressione in velocità, essendo ferme non producono ovviamente lavoro, si individua quindi una condizione termodinamica intermedia tra statore e rotore nella quale la pressione è identica alla pressione in uscita ma l'energia cinetica ha eguagliato l'energia potenziale (ossia l'entalpia totale Δh^*) posseduta in precedenza dal gas.

$$\Delta h^* = \frac{c_1^2}{2} \tag{3}$$

quindi

$$c_1 = \sqrt{2\Delta h^*} \tag{4}$$

$c_1 = 424.5$ m/s

Il gas deve essere quindi rallentato fino alla velocità c_2 dalle palette rotoriche per poter ottenere un lavoro utile, per massimizzare tale lavoro la velocità in uscita dalla turbina deve essere la minima possibile ma al limite diversa da zero per conservare la condizione di flusso stazionario (non può esserci accumulo). Il lavoro ottenuto dall'espansione sarà quindi

$$l = \Delta h^* - \frac{c_2^2}{2} \tag{5}$$

Sia $\vec{u}$ la velocità tangenziale del rotore, $\vec{c}$ la velocità assoluta del fluido rispetto ad un sistema inerziale esterno alla turbina, risulterà $\vec{w}$ la velocità relativa del fluido rispetto alla palettatura e pari quindi a $\vec{c} - \vec{u}$. Questi tre vettori formano un **triangolo delle velocità** e permettono un'analisi rapida del moto del fluido attraverso le palettature, supponiamo quindi di costruire la turbina in maniera ottimale, limitando il più possibile il modulo delle velocità per ridurre al minimo le perdite. Per ricavare la velocità tangenziale $\vec{u}_1$ della turbina ad azione possiamo utilizzare la seguente relazione

$$\left.\frac{u_1}{c_1}\right|_{opt} = \frac{\cos\alpha_1}{2} \tag{6}$$

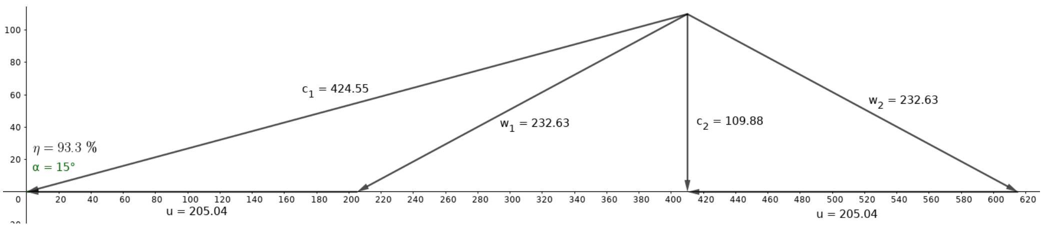
L'angolo α_1 varia generalmente tra i 10 e i 20 gradi al fine di ottenere rendimenti elevati, un angolo troppo elevato delle palette sstatoriche rallenta poco il fluido, un angolo troppo piccolo richiederebbe dimensioni maggiori della palettatura per consentire una pari portata. Nel testo dell'esercizio quest'angolo viene richiesto uguale a 15° quindi $|\vec{u}_1|$ sarà pari a 205 m/s e uguale anche a $|\vec{u}_2|$ per la rigidità del rotore.

Supponiamo ora che la velocità in uscita dal rotore sia parallela all'asse della turbina, sarà quindi pari a

$$c_2 = c_1 \cdot \sin\alpha \tag{7}$$

ossia 109.9 m/s.

Utilizzando la (4) possiamo infine calcolare il lavoro ricavato dall'espansione: 84.08 kJ/kg con un rendimento del 93.3 %. Con l'ausilio di *GeoGebra* possiamo facilmente disegnare i due triangoli impostando i parametri α_1 e Δh^*



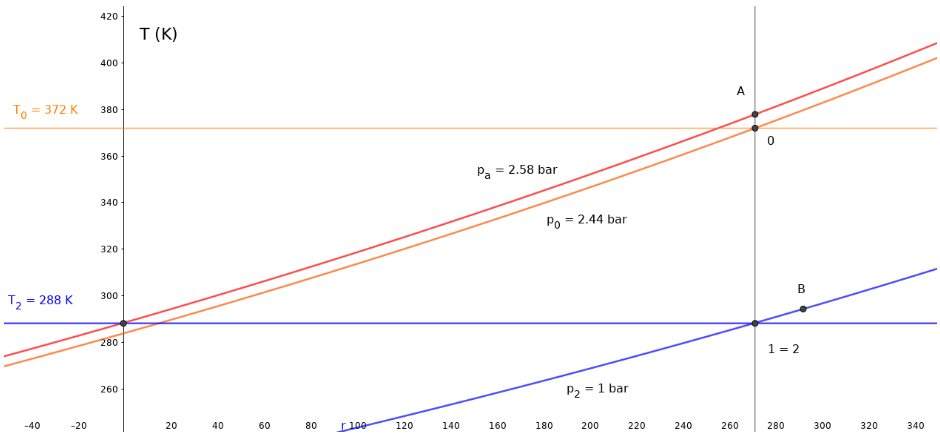
e misurare le lunghezze dei vettori.

Nell'ipotesi di flusso stazionario possiamo supporre che la velocità c_2 in uscita dalla turbina sia la stessa di quella in ingresso allo statore, ai fini dell'analisi energetica non ci interessa se l'espansione iniziale avviene nel condotto o interamente nello statore (non si può in ogni caso supporre che questa velocità sia nulla). Considerando la (3) possiamo valutare la variazione di entalpia rispetto allo stato A e da quella ricavare la temperatura all'ingresso dello statore. La pressione si ricava sempre con la (1).

Si può indicare con B la condizione di ristagno dello stato 2, non è possibile fare l'ipotesi di trasformazione isoentropica dato che la pressione ambiente è fissata e il fluido fermo non potrebbe avere una pressione maggiore, ci spostiamo dunque lungo l'isobara inferiore aumentando temperatura ed entropia. Valutiamo quindi la differenza di entalpia dovuta al contributo cinetico e ripetiamo i passaggi precedenti.

Stato	p (bar)	T (°C)	v (m^3/kg)
A	2.58	104.8	0.420
0	2.44	98.9	0.437
1	1	15.2	0.827
2	1	15.2	0.827
B	1	21.18	0.845

Di seguito sono riportati gli stati sul piano T-S



3 Stadio a reazione

Non siamo costretti a far espandere il fluido interamente nello statore, è possibile costruire uno stadio detto a **reazione** compiendo una espansione parziale nello statore e la rimanente differenza di pressione verrà trasformata in lavoro nella successiva palettatura rotorica. Si definisce **grado di reazione** il rapporto:

$$R \overset{def}{=} \frac{\Delta h_{\text{rot}}}{l} = \frac{\frac{w_2^2-w_1^2}{2} + \frac{u_1^2-u_2^2}{2}}{\frac{c_1^2-c_2^2}{2} + \frac{w_2^2-w_1^2}{2} + \frac{u_1^2-u_2^2}{2}} \tag{8}$$

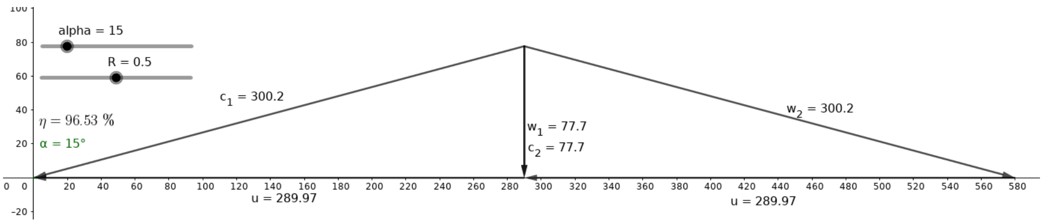
Volendo suddividere equamente i contributi di energia meccanica ricavati nel rotore tra la variazione di velocità assoluta e quella relativa al rotore stesso posso costruire uno stadio con grado di reazione pari a 0.5. La (3) diventa

$$\frac{c_1^2}{2} = \Delta h^*(1 - R) \tag{9}$$

diventa immediato il calcolo di c_1 pari a 300 m/s. I triangoli di velocità sono ottimizzati se c_2 è parallelo all'asse del rotore ed uguale a w_1, la velocità del rotore u sarà dunque

$$u = c_1 \cdot \cos\alpha \tag{10}$$

e pari a 290 m/s. Seguendo i passaggi precedenti è possibile rappresentare quindi i triangoli di velocità.



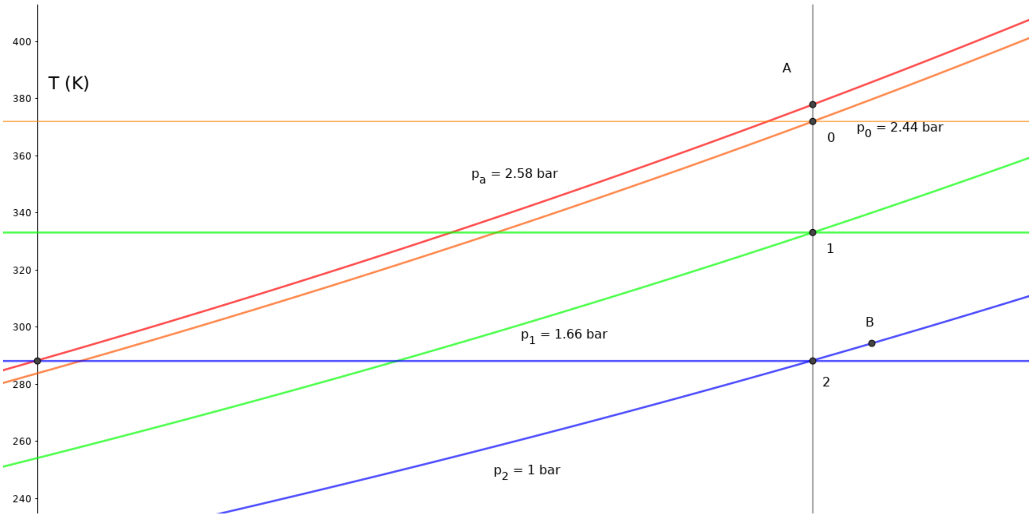
Il lavoro ricavato dallo stadio a reazione si calcola allo stesso modo del caso precedente e risulta pari a 87.1 kJ/kg, il rendimento è quindi maggiore dello stadio ad azione (96.5%). Di contro la velocità tangenziale della turbina è aumentata notevolmente, ciò può causare uno stress eccessivo alle palette soggette ad un'elevata forza centrifuga.

Conoscendo la velocità c_1 è possibile valutare lo stato termodinamico intermedio tra la palettatura statorica e quella rotorica con la (3) dato che ancora il lavoro ricavato nello statore è nullo. Conoscendo la variazione di entalpia si ricava la variazione di temperatura dividendo per il C_p, si ricava β dalla (1) ed applicando la (2) determiniamo lo stato intermedio 1.

Ripetiamo i passaggi svolti nella precedente sezione per ricavare lo stato termodinamico in ingresso allo statore (stato 0) e le condizioni di ristagno a monte e a valle di statore e rotore.

Stato	p (bar)	T (°C)	v (m^3/kg)
A	2.58	104.8	0.420
0	2.51	101.8	0.429
1	1.66	60	0.576
B	1	21.18	0.845
2	1	15.2	0.827

Considerato un valore di riferimento per l'entropia, è possibile rappresentare le trasformazioni isoentropiche sul piano T-S, dove sono segnati gli stati termodinamici appena ricavati.


400
380
360
340
320
300
280
260
240
T (K)
A
0
1
2
B
p_0 = 2.44 bar
p_a = 2.58 bar
p_1 = 1.66 bar
p_2 = 1 bar