

# Appunti personali

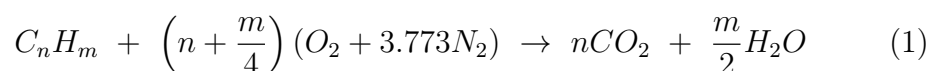
Olivieri Daniele

## 1 Potere calorifico

Esistono due definizioni di potere calorifico: superiore ed inferiore. Il potere calorifico **superiore**, indicato con  $\Delta_c H_s^\circ$ , è la quantità totale di calore estraibile da un combustibile, esso tiene conto del calore latente necessario alla vaporizzazione dell'acqua formatasi con la combustione. Il potere calorifico **inferiore**, indicato con  $\Delta_c H_i^\circ$ , invece non tiene conto del calore necessario alla vaporizzazione dell'acqua, indica quindi la quantità massima di energia convertibile idealmente dal combustibile, viene utilizzato infatti nella definizione del rendimento globale. Valori tipici del potere calorifico per il metano sono:  $\Delta_c H_s^\circ = 55.50 \text{ MJ/kg}$ ,  $\Delta_c H_i^\circ = 50.00 \text{ MJ/kg}$

## 2 Combustione

Il processo di combustione degli idrocarburi in aria (78%  $N_2$  – 21%  $O_2$ ) avviene seguendo la seguente relazione stechiometrica



Come si può vedere c'è produzione di acqua che evaporando sottrae energia termica.

## 3 Rendimento

Il **rendimento globale** di un impianto motore è definito dalla seguente

$$\eta_g \stackrel{def}{=} \frac{P_{ua}}{\dot{m}_c H_i} \quad (2)$$

dove  $P_{ua}$  è la **potenza utile all'asse** ( $kW$ ),  $\dot{m}_c$  è la **portata massica** di combustibile ( $\frac{kg}{s}$ ) e  $H_i$  è il **potere calorifico inferiore** prima definito ( $\frac{kJ}{kg}$ ).

L'inverso del rendimento è definito come **consumo specifico di calore**

$$C_{sq} \stackrel{def}{=} \frac{\dot{m}_c H_i}{P_{ua}} = \frac{m_c H_i}{L_{ua}} \quad (3)$$

Utilizzando la potenza elettrica generata anzichè quella meccanica (spesso confondibili tra loro) si definisce l'**heat rate**

$$C_{sel} \stackrel{def}{=} \frac{\dot{m}_c H_i}{P_{el}} = \frac{m_c H_i}{E_{el}} \quad \left( \frac{kJ}{kWh} \right) \quad (4)$$

Fissato il tipo di combustibile si definisce il **consumo specifico di combustibile**

$$C_{sc} \stackrel{def}{=} \frac{\dot{m}_c}{P_{ua}} = \frac{m_c}{L_{ua}} = \frac{1}{\eta_g H_i} \quad \left( \frac{g}{kWh} \right) \quad (5)$$

## Schematizzazione del rendimento

Essendo il rendimento globale un parametro così generale per un impianto e povero di informazioni dettagliate, è comodo schematizzarlo e suddividerlo in 4 parti

$$\eta_g \stackrel{sch}{=} \frac{\dot{Q}_1}{\dot{m}_c H_i} \cdot \frac{P_l}{\dot{Q}_1} \cdot \frac{P_r}{P_l} \cdot \frac{P_{ua}}{P_r} \quad (6)$$

Analizziamo i 4 rapporti presenti nella (6)

1. **Rendimento di combustione:** potenza termica trasferita al fluido rispetto a quella disponibile nel combustibile
2. **Rendimento limite:** potenza ricavabile se il fluido reale eseguisse un ciclo limite, rispetto alla potenza termica ricevuta
3. **Rendimento interno** (o specifico): potenza meccanica ottenuta dall'impianto reale rispetto a quello limite
4. **Rendimento meccanico:** rapporto tra la potenza meccanica effettivamente disponibile rispetto a quella complessivamente prodotta, alla quale va sottratta la potenza necessaria al funzionamento dei dispositivi ausiliari e le perdite per attrito

Moltiplicando il secondo e terzo termine della (6) si definisce il **rendimento termico reale**

$$\frac{P_l}{\dot{Q}_1} \cdot \frac{P_r}{P_l} = \frac{P_r}{\dot{Q}_1} \stackrel{def}{=} \eta_r \quad (7)$$

## 4 Richiami di termodinamica

### 4.1 Regola delle fasi di Gibbs

$$V = n - f + 2 \quad (8)$$

V è la **varianza** ovvero il numero di gradi di libertà del sistema

n è il numero di **sostanze** presenti nel sistema

f è il numero di **fasi** presenti nel sistema

### 4.2 Primo principio della termodinamica

$$Q - L = \Delta E \quad (9)$$

trascurando le variazioni di energia esterna

$$Q - L = \Delta U \quad (10)$$

vale anche in forma specifica.

Una formulazione più generale del primo principio è la seguente:

$$\Delta U = Q - L - \Delta(PV) \quad (11)$$

Definendo quindi l'**entalpia**  $H = U + PV$ , la (11) diventa

$$\Delta H = Q - L \quad (12)$$

### 4.3 Gas perfetti

Calori specifici:

$$C_p \stackrel{def}{=} \left. \frac{\delta q}{dT} \right|_{p=\text{cost}} \quad (13)$$

$$C_v \stackrel{def}{=} \left. \frac{\delta q}{dT} \right|_{v=\text{cost}} \quad (14)$$

Equazione dei gas perfetti e  $CdT$ :

$$pv = RT \quad (15)$$

$$\Delta h = C_p \Delta T \quad (16)$$

$$\Delta u = C_v \Delta T \quad (17)$$

Relazione di Mayer:

$$R = C_p - C_v \quad (18)$$

$$k = \frac{C_p}{C_v} \quad (19)$$

Equazioni di Gibbs in forma differenziale:

$$ds = \frac{du}{T} + p \frac{dv}{T} \quad (20)$$

$$ds = \frac{dh}{T} - v \frac{dp}{T} \quad (21)$$

Equazioni di Gibbs in forma integrale:

$$\Delta s = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (22)$$

$$\Delta s = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (23)$$

## 4.4 Politropica

L'equazione politropica permette di descrivere tutte le trasformazioni reversibili

$$p \cdot v^x = \text{cost} \quad (24)$$

Al variare di  $x$  si ottengono trasformazioni diverse rappresentate nella figura sottostante

$$\begin{cases} x = k & \text{adiabatica isoentropica} \\ x = 1 & \text{isoterma} \\ x = 0 & \text{isobara} \\ x = \pm\infty & \text{isocora} \end{cases}$$

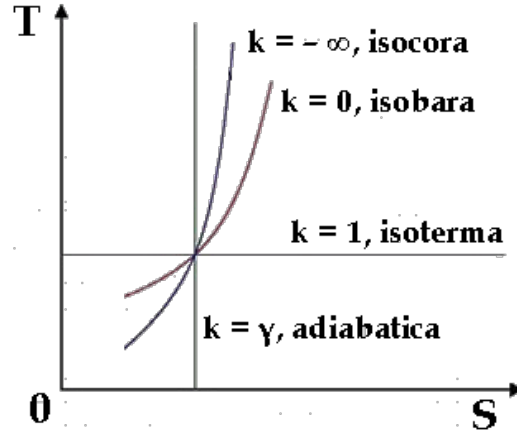


Figura 1: Principali politropiche sul piano T-S

## 4.5 Rendimento del ciclo di Carnot

Il rendimento del ciclo di Carnot è definito dalla seguente:

$$\eta_c \stackrel{def}{=} 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} \quad (25)$$

Si definiscono inoltre le temperature medie di adduzione o sottrazione del calore con

$$T_{media} \stackrel{def}{=} \left| \frac{q}{\Delta S} \right| \quad (26)$$

## 5 Bilanci di energia

Preso un sistema generico è possibile esaminarne le trasformazioni mediante un bilancio energetico

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q}_c + \dot{Q}_{12} - \dot{L}_{12} + \dot{m}_1(p_1 v_1 + \frac{c_1^2}{2} + g z_1 + u_1) - p \frac{dV}{dt} - \dot{m}_2(p_2 v_2 + \frac{c_2^2}{2} + g z_2 + u_2) \quad (27)$$

Se il sistema è chiuso la portata massica è nulla, di conseguenza sarà nullo il lavoro d'elica, quindi la (27) diventa:

$$dQ - p dV = d \left( U + m g z + m \frac{c^2}{2} \right) \quad (28)$$

Per sistemi aperti e trasformazioni reversibili, il lavoro di compressione isoentropico si esprime tramite la seguente:

$$L_{is} = (h_1 - h_2) = - \int_{p_1}^{p_2} v \cdot dp \quad (29)$$

## 5.1 Macchine operatrici

Se la trasformazione non è isoentropica, vale la disuguaglianza

$$L_r = (h_1 - h_2) > - \int_{p_1}^{p_2} v \cdot dp \quad (30)$$

ossia l'energia globalmente fornita al fluido è maggiore della variazione di energia di pressione

Si definisce quindi rendimento di compressione il rapporto

$$\eta_c \stackrel{def}{=} \frac{- \int_{p_1}^{p_2} v \cdot dp}{h_1 - h_2} \quad (31)$$

Si definisce rendimento **politropico** di compressione

$$\eta_{pc} \stackrel{def}{=} \frac{\frac{n}{n-1} R T_1 \left( 1 - \beta^{\frac{n-1}{n}} \right)}{C_p (T_1 - T_2)} = \frac{L_{pc}}{L_r} \quad (32)$$

sviluppando diventa:

$$\eta_{pc} = \frac{n}{n-1} \frac{k-1}{k} \quad (33)$$

il rendimento politropico di compressione non dipende dal rapporto di compressione  $\beta$  ma soltanto dal valore dell'esponente  $n$  della politropica

Si definisce rendimento **adiabatico** di compressione

$$\eta_{ad-c} \stackrel{def}{=} \frac{L_{is}}{L_r} = \frac{C_p T_1 \left( 1 - \beta^{\frac{k-1}{k}} \right)}{C_p T_1 \left( 1 - \beta^{\frac{n-1}{n}} \right)} = \frac{1 - \beta^{\frac{k-1}{k}}}{1 - \beta^{\frac{k-1}{k} \eta_{pc}}} \quad (34)$$

## 5.2 Macchine motrici

Si definisce rendimento di espansione

$$\eta_e \stackrel{def}{=} \frac{h_1 - h_2}{- \int_{p_1}^{p_2} v \cdot dp} \quad (35)$$

Rendimento **politropico** di espansione

$$\eta_{pe} \stackrel{def}{=} \frac{C_p (T_1 - T_2)}{\frac{n}{n-1} R T_1 \left( 1 - 1/\beta^{\frac{n-1}{n}} \right)} = \frac{L_r}{L_{pe}} \quad (36)$$

sviluppando diventa:

$$\eta_{pe} = \frac{n-1}{n} \frac{k}{k-1} \quad (37)$$

anche in questo caso non dipende da  $\beta$

Si definisce il rendimento **adiabatico** di espansione

$$\eta_{ad-e} \stackrel{def}{=} \frac{1 - 1/\beta^{\frac{k-1}{k} \eta_{pe}}}{1 - 1/\beta^{\frac{k-1}{k}}} \quad (38)$$