

# Esercitazione 2

Olivieri Daniele

## 1 Definizione dei rendimenti

A partire dai dati sperimentali riportati nei tre schemi d'impianto calcolare i seguenti rendimenti:

- Rendimento globale elettrico

$$\eta_{gel} \stackrel{def}{=} \frac{P_{el}}{\dot{m}_c \cdot H_i} \quad (1)$$

- Rendimento globale

$$\eta_g \stackrel{def}{=} \frac{P_{ua}}{\dot{m}_c \cdot H_i} \quad (2)$$

- Rendimento di combustione

$$\eta_b \stackrel{def}{=} \frac{\dot{Q}_1}{\dot{m}_c \cdot H_i} \quad (3)$$

- Rendimento limite

$$\eta_l \stackrel{def}{=} \frac{P_l}{\dot{Q}_1} \quad (4)$$

- Rendimento interno d'impianto

$$\eta_{ii} \stackrel{def}{=} \frac{P_r}{P_l} \quad (5)$$

- Rendimento reale

$$\eta_r \stackrel{def}{=} \eta_l \cdot \eta_{ii} = \frac{P_l}{\dot{Q}_1} \cdot \frac{P_r}{P_l} = \frac{P_r}{\dot{Q}_1} \quad (6)$$

- Rendimento meccanico

$$\eta_m \stackrel{def}{=} \frac{P_{ua}}{P_r} \quad (7)$$

- Rendimento adiabatico di espansione

$$\eta_{ade} \stackrel{def}{=} \frac{P_r}{P_{is}} \quad (8)$$

Valutare inoltre le temperature medie di adduzione e sottrazione del calore.

## 2 Impianto minimo da 20.11 MW

### 2.1 Rendimento globale elettrico

Il primo schema presenta i componenti minimi necessari alla realizzazione di un impianto con turbina a vapore; è possibile valutare rapidamente il rendimento elettrico dell'impianto dopo aver trasformato la portata massica di combustibile da tonnellate/ora in kilogrammi/secondo, ossia dividere per 3.6. Il risultato sarà 1524.4 kg/s di gas naturale immessi nel generatore di vapore. Il potere calorifico inferiore, ossia la massima quantità di calore ottenibile da una combustione completa del gas naturale è di 47.7 MJ/kg. Il **rendimento globale elettrico** sarà dunque pari a 27.7 %.

### 2.2 Rendimento globale

In prima approssimazione il rendimento globale può essere confuso con quello elettrico. In questo caso, infatti, la turbina ha una velocità di 3000 giri al minuto ossia 50 Hz, quindi non è necessario collegare un riduttore meccanico tra la turbina e l'alternatore. Il rendimento dell'alternatore, per una potenza di circa 20 MW, è stimabile da valori tabellati ed è pari a circa il 97.5 %. La potenza **utile all'asse**  $P_{ua}$  sarà dunque il rapporto della potenza elettrica generata per il rendimento dell'alternatore, ossia 20.625 MW, fornendo un rendimento **globale** di impianto pari a 28.37 %.

### 2.3 Rendimento di combustione

Definito nella (3) il rendimento di combustione esprime il rapporto tra la quantità di calore fornita al fluido e quella potenzialmente ottenibile dal combustibile.

La potenza termica trasferita al fluido è valutabile come la portata di fluido per la variazione di entalpia  $\dot{m} \cdot \Delta h$  cioè 3276 kJ/kg per 19.89 kg/s ossia 65.156 MW di potenza termica trasferita.

La potenza termica potenziale è pari invece alla portata di combustibile per il suo potere calorifico inferiore: 1524 kg/s per 47.7 MJ/kg ossia 72.716 MW.

Il **rendimento di combustione** è dunque pari a 89.60%

## 2.4 Rendimento limite

Per poter calcolare il rendimento limite definito nella (4) è necessaria un'analisi più approfondita dell'impianto che permetta di valutare il ciclo termodinamico limite, ovvero quello che avverrebbe con processi di scambio termico isobari ed espansione/compressione adiabatici isoentropici.

Notando che i valori di entalpia riportati nello schema sono espressi in kcal/kg e che 1 kcal è pari a 4.186 kJ, bisogna moltiplicare per questo fattore la differenza di entalpia. Utilizzando come punti di riferimento i valori reali misurati nello stato termodinamico 1 e 3 ossia a monte delle macchine adiabatiche, è possibile raccogliere i dati in una tabella (la pressione è stata trasformata da *ata* ad *atm* mentre l'entalpia da *kcal* a *kJ*):

stato	$p$ (atm)	$h$ (kJ/kg)	$T$ (°C)
1	0.0419	125.6	30
3	59.05	3381	485

Confrontando il valore di entalpia con quello delle tabelle dell'acqua in condizioni di saturazione possiamo affermare che l'acqua si trova nella condizione di liquido saturo, possiamo quindi leggere la pressione dalla stessa tabella. Consideriamo unica la compressione eseguita dalle due pompe.

Riportiamo questi valori in una tabella che comprenda anche l'entropia ed il titolo per il calcolo degli altri 2 stati termodinamici, lo stato 1, come precedentemente detto, è in condizioni di liquido saturo mentre lo stato 3 è nella condizione di vapore surriscaldato poichè la temperatura è maggiore della temperatura critica dell'acqua (373.9 °C) e la pressione è minore di quella critica (217.7 atm). Ricordando le ipotesi precedenti possiamo fissare pressione ed entropia per gli stati 2 e 4. I valori di temperatura, titolo ed entalpia per lo stato 2 e 4 sono stimabili mediante l'uso del diagramma di Mollier, tabelle o software appositi.

stato	$p$ (atm)	$T$ (°C)	$X$ (%)	$h$ ( $\frac{kJ}{kg}$ )	$s$ ( $\frac{kJ}{kg \cdot K}$ )
1	0.0419	30	0	125.6	0.4368
2	59.05	30.137	liq. sott.	131.7	0.4368
3	59.05	485	vap. surr.	3381	6.837
4	0.0419	29.98	79.85	2066	6.837

Siamo ora in possesso di tutti i dati necessari al calcolo della potenza limite ricavata dal ciclo termodinamico ideale. La potenza meccanica ricavata dall'espansione in turbina sarà pari ancora una volta al prodotto della

portata massica per il salto entalpico del fluido,  $\dot{m} \cdot (h_3 - h_4)$  ossia 19.65 kg/s per 1315 kJ/kg, una potenza di 25.840 MW. A questa va sottratta la potenza meccanica necessaria alle pompe (in questo caso racchiusa in un'unica trasformazione) pari a  $\dot{m} \cdot (h_2 - h_1) = 121$  kW.

La **potenza meccanica limite** è quindi 25.719 MW, mentre la potenza termica fornita al fluido è pari al salto di entalpia tra lo stato 3 e 2, 64.258 MW. Il **rendimento limite** è del 40.02 %

Il rendimento limite è pari al rendimento del ciclo ideale di Carnot che avverrebbe tra le stesse temperature medie di adduzione e sottrazione del calore, temperature stimabili dalla seguente:

$$Q = T \Delta s \quad (9)$$

La temperatura media di adduzione del calore è pari a:

$$T_{m_a} = \frac{h_3 - h_2}{s_3 - s_2} = 507.68 \text{ K} = 234.53^\circ\text{C}$$

mentre quella di sottrazione è pari a:

$$T_{m_s} = \frac{h_4 - h_1}{s_4 - s_1} = 303.17 \text{ K} = 30.02^\circ\text{C}$$

Il rendimento del ciclo di Carnot è quindi definito come

$$\eta_{Carnot} \stackrel{def}{=} 1 - \frac{T_{m_s}}{T_{m_a}} \quad (10)$$

e utilizzando le temperature in Kelvin esso vale 0.402 ossia 40.2 %.

## 2.5 Rendimento interno di impianto

Per il calcolo del rendimento interno di impianto è necessario valutare la potenza ottenuta dalla trasformazione reale, valutabile come la portata di fluido per il salto di entalpia al quale va sottratta la potenza meccanica necessaria al funzionamento dei dispositivi ausiliari (pompe).

È presente una fuga di vapore in turbina quindi per una stima più precisa consideriamo la portata massica più bassa pari a 70.72 t/h, pari a 19.65 kg/s. La variazione di entalpia è pari a 254.9 kcal/kg o 1067 kJ/kg. La potenza ottenuta dalla turbina è dunque 20.960 MW.

Nell'impianto sono presenti 2 pompe, una di estrazione dal condensatore e l'altra di alimento verso il generatore di vapore; entrambi i lavori sono stimabili attraverso la variazione di entalpia subita dal fluido: la pompa di

**estrazione** produce un aumento di entalpia pari a 0.7 kcal/kg o 2.93 kJ/kg con una portata massica di 71.6 t/h o 19.89 kg/s, la potenza meccanica necessaria sarà dunque 58.3 kW, una modesta quantità rispetto a quella prodotta dalla turbina. La pompa di **alimento** produce una variazione di entalpia pari a 2.11 kcal/kg o 8.833 kJ/kg, la portata massica è identica alla precedente, la potenza necessaria è 175.69 kW, maggiore della pompa precedente ma comunque molto piccola rispetto alla potenza ricavata dalla turbina.

È proprio questo il grande vantaggio degli impianti a vapore rispetto agli impianti a gas dove la potenza necessaria alla compressione del gas non è affatto trascurabile. La potenza meccanica **reale** è dunque 20.726 MW.

Definito nella (5) il rendimento **interno** esprime il rapporto tra la potenza ricavata dall'impianto reale e quella massima ricavabile dallo stesso impianto se fosse ideale, esprime cioè la bontà costruttiva dell'impianto rispetto al limite ideale. La potenza meccanica ideale è stata calcolata nella sezione 2.4 e valutando il rendimento si ottiene un valore di 80.59%.

## 2.6 Rendimento reale

Il rendimento reale definito nella (6) è pari al prodotto tra i rendimenti interno e limite, vale dunque 32.25 %

## 2.7 Rendimento meccanico

Definito nella (7) esprime le perdite meccaniche ed è pari a 0.995

## 2.8 Rendimento adiabatico di espansione

Il rendimento adiabatico di espansione permette di stimare le irreversibilità introdotte dall'espansione in turbina come definito dalla (8). La potenza meccanica **limite** è stata calcolata nella sezione 2.4 e vale 25.840 MW (ignorando la spesa necessaria alla compressione), mentre quella **reale** nella sezione 2.5 e vale 20.960 MW. Il rendimento **adiabatico** di espansione vale dunque 81.11%.

## 2.9 Considerazioni finali

Possiamo verificare il calcolo dei rendimenti effettuati mediante la seguente schematizzazione del rendimento globale:

$$\eta_g \stackrel{sch}{=} \eta_b \cdot \eta_l \cdot \eta_{ii} \cdot \eta_m = \frac{\dot{Q}_1}{\dot{m}_c H_i} \cdot \frac{P_l}{\dot{Q}_1} \cdot \frac{P_r}{P_l} \cdot \frac{P_{ua}}{P_r} \quad (11)$$

e ricapitolando i rendimenti essi valgono:

- Rendimento di combustione: 0.8960
- Rendimento limite: 0.4002
- Rendimento interno: 0.8059
- Rendimento meccanico: 0.995

Il loro prodotto vale 0.2875, ossia 28.75% molto prossimo al rendimento globale calcolato all'inizio della trattazione (2.2).

### 3 Secondo impianto da 19.69 MW

Il secondo impianto prevede rispetto al primo uno **spillamento** dalla turbina, ossia una sottrazione di vapore caldo da uno degli stadi della turbina, utile al preriscaldamento del fluido di lavoro prima dell'ingresso nel generatore di vapore. La potenza elettrica generata è quindi diminuita ma è diminuita anche la portata di combustibile, è necessario quindi rieseguire il calcolo dei rendimenti.

#### 3.1 Rendimento globale

Il rendimento globale elettrico calcolabile con la (1) vale 27.66%.

Considerando il rendimento dell'alternatore identico al caso precedente, il rendimento globale d'impianto è pari a 28.36%

#### 3.2 Rendimento di combustione

La potenza termica trasferita al fluido nel generatore di vapore è valutabile con il suo salto entalpico e pari a 63.10 MW. Il calore prodotto dal combustibile, calcolato in precedenza per i rendimenti globali è pari a 70.29 MW. Il rendimento di combustione è quindi pari al 89.77%.

#### 3.3 Rendimento limite

Eseguiamo ora l'analisi del ciclo limite considerando come valori di riferimento quelli dello stato 1 e 3.

stato	$p \text{ (atm)}$	$h \text{ (kJ/kg)}$	$T \text{ (}^{\circ}\text{C)}$
1	0.0419	125.6	30
3	59.05	3381	485

Considero SP2 lo stato termodinamico successivo allo spillamento dalla turbina, con una portata massica di 0.725 kg/s. Ricalcolo la tabella degli stati. Non è possibile calcolare immediatamente lo stato 2' dato che è successivo ad un mescolamento adiabatico con il vapore spillato dalla turbina, calcolo quindi prima lo stato 4 in uscita dalla turbina considerando la trasformazione isoentropica e la pressione identica alla pressione misurata nell'impianto reale. Anche l'entropia del vapore spillato sarà quindi pari a quella dello stato 3 e 4 ossia 6.837 kJ/kgK, ricaviamo gli altri valori dello stato.

Per permettere un corretto mescolamento, la pompa di estrazione deve portare l'acqua dallo stato 1 ad uno stato 1' con una pressione di 5.32 atm, il processo si assume isoentropico.

Considerando la trasformazione adiabatica nell'estrattore di vapore è possibile fare un bilancio sull'entalpia:

$$h_{2'} = \frac{\dot{m}_{1'} \cdot h_{1'} + \dot{m}_{SP2} \cdot h_{SP2}}{\dot{m}_{2'}} = 222.5 \text{ kJ/kg}$$

Considerata la pressione dello stato 2' identica a quella del vapore spillato e calcolata l'entalpia si possono ricavare le altre variabili di stato.

Lo stato 2 è successivo alla pompa di alimento, trasformazione considerata isoentropica, fissiamo il valore di pressione identico a quello dello stato 3 e calcoliamo le altre variabili.

stato	$p \text{ (atm)}$	$T \text{ (}^\circ\text{C)}$	$X \text{ (\%)}$	$h \text{ (}\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\text{)}$	$s \text{ (}\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\text{)}$
1	0.0419	30	0	125.6	0.4368
1'	5.32	30.01	liq. sott.	126.3	0.4368
2'	5.32	53.1	liq. sott.	222.5	0.743
2	59.05	53.1	liq. sott.	228.0	0.743
3	59.05	485	vap. surr.	3381	6.837
SP2	5.32	160.9	vap. surr.	2767	6.837
4	0.0419	29.76	79.81	2064	6.837

È ora possibile calcolare il rendimento limite definito nella (4). Per conoscere la potenza limite eseguo un'analisi energetica ai flussi di massa entranti e uscenti dalla turbina:

$$P_T = \dot{m}_3 \cdot h_3 - \dot{m}_1 \cdot h_1 - \dot{m}_{SP2} \cdot h_{SP2} = 25.819 \text{ MW}$$

A questa potenza devo sottrarre quella necessaria alle pompe, ricavabile analogamente.

$$P_{p_{estrazione}} = \dot{m}_1 \cdot (h_{1'} - h_1) = 13.4 \text{ kW} \quad P_{p_{alimento}} = \dot{m}_2 \cdot (h_2 - h_{2'}) = 109 \text{ kW}$$

La **potenza limite** è dunque pari a 25.697 MW.

La potenza termica trasferita al fluido è pari alla portata per il salto di entalpia a monte e a valle del generatore di vapore

$$\dot{Q}_1 = \dot{m}_2 \cdot (h_3 - h_2) = 62.709 \text{ MW}$$

Il rendimento limite è dunque pari al 40.98%

Per il confronto del rendimento limite con il rendimento di Carnot è necessario calcolare le temperature medie di adduzione e sottrazione del calore utilizzando nuovamente la (9).

La temperatura media di adduzione del calore è pari a

$$T_{ma} = \frac{h_3 - h_2}{s_3 - s_2} = 517.4 \text{ K} = 244.2 \text{ }^\circ\text{C}$$

La temperatura media di sottrazione del calore vale invece:

$$T_{ms} = \frac{h_4 - h_1}{s_4 - s_1} = 302.9 \text{ K} = 29.7 \text{ }^\circ\text{C}$$

Utilizzando la (10) troviamo il rendimento di Carnot pari a 41.46%.

### 3.4 Rendimento interno di impianto

Ricaviamo ancora una volta la potenza reale erogata dalla turbina, riferendoci questa volta ai dati termodinamici reali.

$$P_T = \dot{m}_3 \cdot h_3 - \dot{m}_{SP2} \cdot h_{SP2} - \dot{m}_4 \cdot h_4 = 20.531 \text{ MW}$$

Calcolo ora la potenza necessaria ai meccanismi ausiliari, posso trascurare la potenza necessaria alla pompa di estrazione, non conosco in ogni caso lo stato termodinamico reale successivo alla pompa.

$$P_{palimento} = \dot{m}_2 \cdot (h_2 - h_{2'}) = 250 \text{ kW}$$

La potenza netta reale sarà circa 20.280 MW.

Il rendimento interno vale dunque 78.92%.

### 3.5 Rendimento reale

È necessario il calcolo della potenza termica trasferita nell'impianto reale per poter valutare il rendimento reale:

$$\dot{Q}_1 = \dot{m}_2 \cdot (h_{3'} - h_2) = 63.130 \text{ MW}$$

Il rendimento reale è dunque 32.12%.



### 3.6 Rendimento meccanico

Si assume che l'alternatore sia identico all'impianto precedente e così anche il suo rendimento pari a 97.5%. La  $P_{ua}$  sarà pari quindi a 20.195 MW. Il rendimento meccanico quindi vale 99.58%.

### 3.7 Rendimento adiabatico di espansione

Valutata nella sezione 3.3 la potenza ideale disponibile in turbina, è possibile calcolare il rendimento adiabatico di espansione pari a 79.90%.

### 3.8 Verifica dei rendimenti

$$\eta_g^{sch} = \eta_b \cdot \eta_l \cdot \eta_{ii} \cdot \eta_m = \frac{\dot{Q}_1}{\dot{m}_c H_i} \cdot \frac{P_l}{\dot{Q}_1} \cdot \frac{P_r}{P_l} \cdot \frac{P_{ua}}{P_r} =$$
$$= 0.8977 \cdot 0.4098 \cdot 0.7892 \cdot 0.9958 = 28.91\%$$

## 4 Impianto da 18 MW con 4 spillamenti

L'ultimo impianto presenta 4 spillamenti per il preriscaldamento del fluido, la potenza netta è necessariamente diminuita ma un rapido calcolo permette di valutare il rendimento elettrico globale aumentato ad un valore di 30.01%. Il rendimento dell'alternatore si può stimare, anche in questo caso, pari a 97.5%. Il rendimento globale vale dunque 30.78%

### 4.1 Rendimento di combustione

Potenza termica ricavabile dal combustibile:  $\dot{m}_c \cdot H_i = 59.850$  MW.

Potenza termica trasferita al fluido:  $\dot{m}_{3'} \cdot (h_{3'} - h_{2R}) = 53.916$  MW.

Rendimento di combustione: 90.08%.

### 4.2 Rendimento limite

seguiamo ora l'analisi del ciclo limite considerando come valori di riferimento quelli dello stato 1 e 3.

stato	$p$ (atm)	$h$ (kJ/kg)	$T$ (°C)
1	0.0419	125.6	30
3	59.05	3381	485

Siano SP1, SP2, SP3 ed SP4 gli stati termodinamici consecutivi ai vari spillamenti, si suppone che abbiano tutti la stessa entropia specifica. Sia fissata ancora una volta la pressione all'interno del mescolatore adiabatico uguale a quella del secondo spillamento, ossia 5.32 atm. Si può ricavare lo stato 1' consecutivo alla compressione isoentropica provocata dalla pompa di estrazione.

Calcolo quindi gli stati termodinamici degli spillamenti, l'entropia è identica a quella dello stato 3 in ingresso alla turbina.

stato	$p$ (atm)	$T$ ( $^{\circ}C$ )	$X$ (%)	$h$ ( $\frac{kJ}{kg}$ )	$s$ ( $\frac{kJ}{kg \cdot K}$ )
SP1	8.42	211	vap. surr.	2863	6.837
SP1'	8.42	173	liq. sott.	732.2	2.071
SP2	5.32	162	vap. surr.	2769	6.837
SP3	1.47	111	93.30	2544	6.837
SP4	0.55	84	88.83	2393	6.837

Anche lo stato 4 si può ricavare fissando l'entropia e la pressione successive alla espansione in turbina.

Supponiamo che lo stato 2R sia ad una temperatura pari alla temperatura di saturazione dello spillamento 1 (SP1) pari a 173 $^{\circ}C$ .

Ipotizzando uno scambio termico ideale, posso supporre che le temperature dei due fluidi uscenti dal rigeneratore siano identiche, ossia che la temperatura del fluido spillato dalla turbina, dopo lo scambio termico, abbia la stessa temperatura del fluido in ingresso al generatore di vapore (173 $^{\circ}C$ ).

Per valutare la temperatura in uscita dalla pompa (stato 2) posso eseguire un bilancio energetico sul rigeneratore.

$$h_2 = \frac{\dot{m}_{2R} \cdot h_{2R} - \dot{m}_{SP2} \cdot (h_{SP2} - h_{SP2'})}{\dot{m}_{2R}} = 700.6 \text{ kJ/kg}$$

Ricavato lo stato 2, si può ricavare lo stato 2' considerando la compressione isoentropica.

stato	$p$ (atm)	$T$ ( $^{\circ}C$ )	$X$ (%)	$h$ ( $\frac{kJ}{kg}$ )	$s$ ( $\frac{kJ}{kg \cdot K}$ )
1	0.0419	30	0	125.6	0.4368
1'	5.32	30.01	liq. sott.	126.3	0.4368
2'	5.32	154	liq.sott.	694	1.9866
2	59.05	165	liq. sott.	700.6	1.9866
2R	59.05	173	liq. sott.	735	2.0644
3	59.05	485	vap. surr.	3381	6.837
4	0.0419	29.76	79.81	2064	6.837