

# Analisi ponte trifase total-controllato

Olivieri Daniele

18 novembre 2019

## Sommario

In questa prova di laboratorio si analizza il comportamento di un ponte trifase a tiristori alimentato tramite un trasformatore, valutando le forme d'onda di tensione e corrente sul carico tramite un oscilloscopio. Viene inoltre confrontato il valore medio di tensione in uscita con quello calcolato analiticamente mediante il modello matematico del ponte.

## 1 Norme tecniche che disciplinano la procedura di prova

Il comitato tecnico che disciplina l'elettronica di potenza è il CT 22 e la norma di riferimento per la prova è la CEI EN 60146: “Convertitori a semiconduttore”.

## 2 Strumenti utilizzati

Per effettuare la prova sono stati utilizzati i seguenti strumenti di misura:

- Oscilloscopio a 4 canali Keysight DSO-X 2014A;
- Trasduttore di corrente a 2 canali ad effetto Hall da 5 A, artigianale.

## 3 Componenti utilizzati

I componenti sottoposti a prova sono sei tiristori collegati in maniera tale da costituire un ponte raddrizzatore trifase. L'alimentazione del ponte è fornita tramite un trasformatore trifase a flusso vincolato TTSK0.20 da 200 VA conforme alla norma di sicurezza CEI 96-7. La tensione nominale al primario è pari a 230 V, mentre quella al secondario è pari a 42 V. Si può approssimare il rapporto tra le due tensioni nominali del trasformatore uguale al rapporto di trasformazione e pari quindi a circa 9.5.

Il trasformatore è collegato a stella con neutro alla rete trifase con una tensione concatenata di  $220\text{ V}_{\text{RMS}}$  mentre il secondario è collegato a stella senza neutro alle tre gambe del ponte.

Il carico è composto da un induttore da  $100\text{ mH}$  e un resistore in serie da  $10\Omega$ .

## 4 Schema elettrico del circuito di prova

Il seguente schema rappresenta la struttura in esame con le relative sonde di misura.

I trasduttori di corrente sono stati rappresentati con degli amperometri. Il voltmetro collegato al canale 1 permette di visualizzare la tensione sul carico, il voltmetro collegato al canale 2, tramite una costante di attenuazione di valore pari alla resistenza, permette di misurare la corrente che circola nel carico.

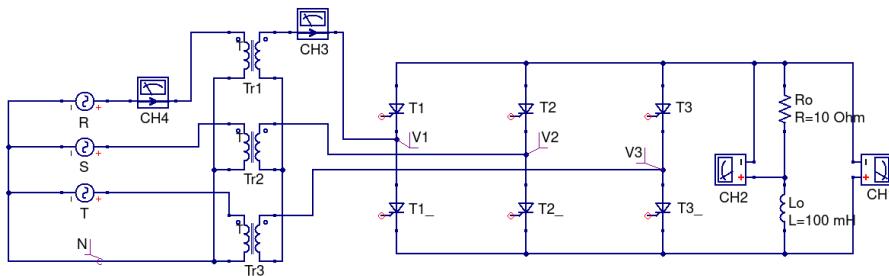


Figura 1: Struttura e circuito di misura

Un unico gate driver trifase appositamente realizzato gestisce il turn-on dei singoli tiristori.

Il trasformatore trifase è a flusso vincolato poiché sono presenti solo tre colonne, questa proprietà non è individuabile dallo schema in cui è presente un banco trimonofase a flusso libero.

In seguito si riporta una foto del banco di prova:

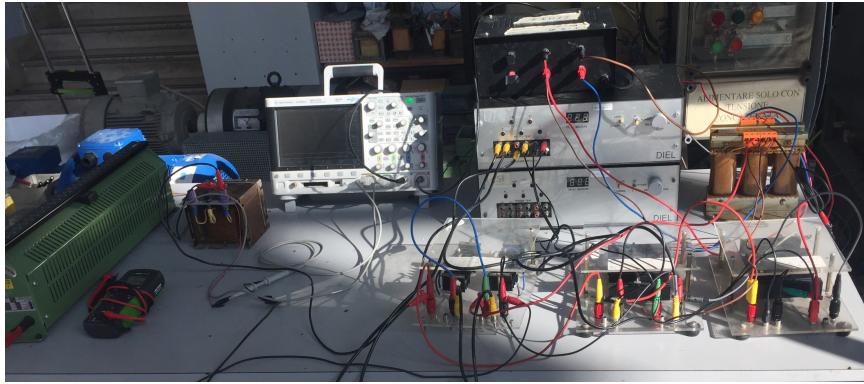


Figura 2: Circuito realizzato per la misura

## 5 Richiami teorici

La rete trifase fornisce una terna di tensioni sinusoidali ad una frequenza di 50 Hz sfasate tra loro con un angolo di  $120^\circ$  così rappresentabile:

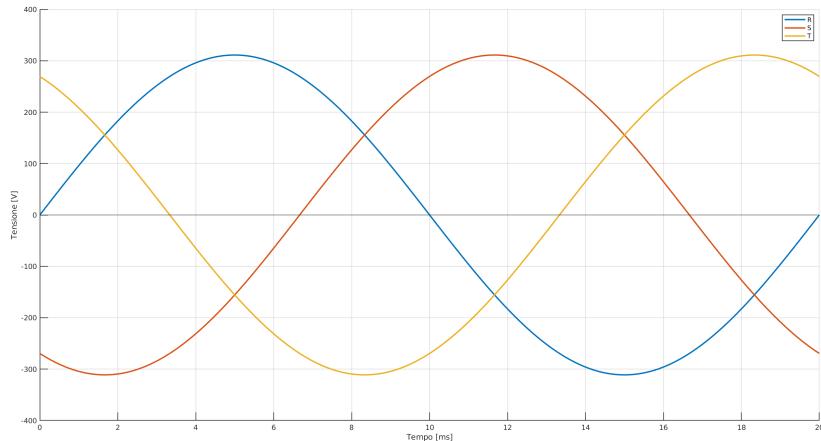


Figura 3: Terna trifase

Per il turn-on di un tiristore è necessario che si verifichino le seguenti condizioni:

- $\exists$  una maglia di corrente possibile che coinvolga il componente;
- $V_{AK} \geq 0$  la tensione anodo-catodo sia maggiore di 0;
- $I_G \geq I_{GT}$  la corrente di gate sia maggiore di un certo valore di soglia (trigger).

È possibile dividere i tiristori in due gruppi, superiore ed inferiore.

Quelli del gruppo superiore ( $T1, T2, T3$ ) hanno gli anodi collegati tra loro e con il carico. Ai catodi invece, sono collegate le tre fasi e i tiristori vedono le rispettive tensioni stellate riferite rispetto al centro stella formatosi al secondario del trasformatore.

Per quanto riguarda i tiristori del gruppo inferiore ( $T1_-, T2_-, T3_-$ ) invece si presenta la situazione opposta, i catodi sono in comune tra essi e con il carico, gli anodi sono connessi all'alimentazione e quindi ai catodi dei tiristori del gruppo precedente.

Trascurando la caduta di tensione sui tiristori si può assumere che, tramite un opportuno driving dei componenti, si può fornire al carico la tensione concatenata tra due fasi opportunamente scelte. È possibile rappresentare le tensioni concatenate in un periodo di tempo nel seguente modo:

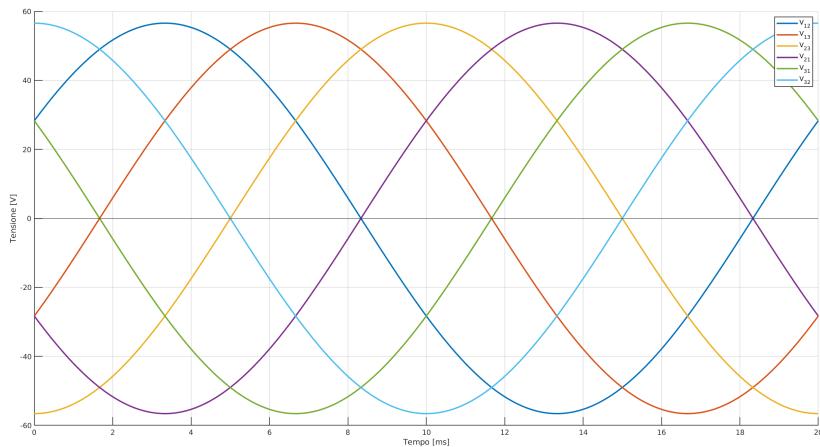


Figura 4: Andamento delle tensioni concatenate a valle del trasformatore

Osservando l'immagine si suppone che inizialmente conducano i tiristori  $T3_-$  e  $T2$ , dopo un tempo pari a  $\frac{1}{6} \cdot \frac{T}{2}$ , ossia 1.667 ms, la tensione  $V_{12}$  sarà maggiore di  $V_{32}$ ; impulsando quindi il tiristore  $T1_-$  esso andrà in conduzione perché, tramite la precedente conduzione di  $T3_-$ , il potenziale al suo catodo sarà  $V3$  e quindi la tensione anodo-catodo sarà pari a  $V_{13} > 0$ . In prima approssimazione è possibile considerare il tempo di commutazione nullo; la conduzione di  $T1_-$  porta il potenziale  $V1$  al catodo di  $T3_-$  e quindi la tensione  $V_{31} < 0$  ai suoi capi, ne consegue quindi l'interdizione di  $T3_-$ . La conduzione di  $T1_-$  e  $T2$  porta sul carico la tensione  $V_{12}$ .

Queste considerazioni si possono ripetere per le commutazioni successive, ipotizzando di impulsare i componenti quando due tensioni concatenate passano per lo zero si può ottenere la seguente tabella:

Tempo [ms]	Tiristore impulsato	Tensione sul carico
10/6	$T1_-$	$V_{12}$
5	$T3$	$V_{13}$
25/3	$T2_-$	$V_{23}$
35/3	$T1$	$V_{21}$
15	$T3_-$	$V_{31}$
55/3	$T2$	$V_{32}$

Poiché la frequenza di alimentazione può non essere necessariamente pari a 50 Hz, è comodo rappresentare le tensioni in un dominio angolare anziché temporale, si fissa ovvero il periodo di tempo  $T$  pari ad un angolo giro ossia  $2\pi$ ; il rapporto tra l'angolo giro e il periodo di una forma d'onda prende il nome di pulsazione  $\omega$  e si misura in rad s<sup>-1</sup>.

## 5.1 Valore medio di tensione in uscita

Nonostante il tiristore sia un componente controllabile solo nel turn-on, questa struttura permette la commutazione forzata dal turn-on di un secondo tiristore, per questo motivo si classifica come struttura total-controllata. È possibile infatti ritardare il comando d'impulso di un certo angolo  $\alpha$  in modo tale da modificare la forma d'onda di tensione sul carico e soprattutto il suo valore medio.

Sia  $\alpha$  l'angolo d'impulso dei componenti, riferito rispetto al valore nullo delle tensioni concatenate, è possibile calcolare il valore medio della tensione in uscita. Usando la definizione di media integrale per le funzioni periodiche:

$$V_0 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{T} \int_T v_0(t) dt \quad (1)$$

Traslando l'intervallo di analisi in ritardo di un angolo pari a  $\frac{\pi}{6}$  è possibile notare che le forme d'onda consecutive sono tutte identiche fra loro e pari a 6 in un periodo; sfruttando questa proprietà si può calcolare l'integrale per una singola forma d'onda e poi moltiplicarlo per 6. La forma d'onda da integrare è quindi la cuspidate di un coseno; il valore medio di tensione in uscita si calcola quindi nel seguente modo:

$$V_0 = \frac{6}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{6} + \alpha}^{\frac{\pi}{6} + \alpha} V \cdot \cos(\omega t) d\omega t \quad (2)$$

Svolgendo i passaggi:

$$\begin{aligned}
V_0 &= \frac{3V}{\pi} \left[ \sin(\omega t) \right]_{-\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha} = \\
&= \frac{3V}{\pi} \left[ \sin \left( \frac{\pi}{6} + \alpha \right) - \sin \left( -\frac{\pi}{6} + \alpha \right) \right] = \\
&= \frac{3V}{\pi} \left[ \sin \left( \frac{\pi}{6} \right) \cos \alpha + \cancel{\cos \left( \frac{\pi}{6} \right)} \sin \alpha - \cancel{\sin \alpha \cos \left( \frac{\pi}{6} \right)} + \cos \alpha \sin \left( \frac{\pi}{6} \right) \right] = \\
&= \frac{3V}{\pi} \left[ 2 \cos \alpha \cdot \sin \left( \frac{\pi}{6} \right) \right] = \\
&= \frac{3V}{\pi} \left[ 2 \cos \alpha \cdot \frac{1}{2} \right] = \frac{3V}{\pi} \cos \alpha
\end{aligned}$$

dove  $V$  è il valore di picco della tensione concatenata al secondario del trasformatore pari a  $N \cdot \sqrt{2}\sqrt{3} \cdot V_\lambda$  con  $N$  pari al rapporto di trasformazione e  $V_\lambda$  il valore efficace della tensione in ingresso (stellata). Ignorando il rapporto di trasformazione ci si riferirà per semplicità con  $V_\lambda$  alla tensione al secondario del trasformatore. In conclusione si ottiene:

$$V_0 = \frac{3}{\pi} \sqrt{2}\sqrt{3} V_\lambda \cos \alpha \quad (3)$$

Se l'angolo  $\alpha$  è maggiore di  $\frac{\pi}{2}$  il valore medio di tensione è negativo, ciò significa che si inverte il flusso di potenza: se si dispone di una sorgente attiva a valle della struttura, questa fornirà potenza alla rete. Questo tipo di funzionamento si dice ‘da inverter’ proprio perché il flusso di potenza è invertito.

## 5.2 Valore efficace tensione in uscita

È possibile ora calcolare il valore efficace della tensione in uscita al variare dell'angolo  $\alpha$  mediante la definizione di valore efficace:

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T f^2(x) dx} \quad (4)$$

svolgendo i calcoli:

$$\begin{aligned}
V_{RMS} &= \sqrt{\frac{6}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha} V^2 \cdot \cos^2(\omega t) d\omega t} = \\
&= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}} V \cdot \sqrt{\int_{-\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha} \cos^2(\omega t) d\omega t} = \\
&= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}} \sqrt{2\sqrt{3}V_\lambda} \cdot \sqrt{\int_{-\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha} \frac{1 + \cos(2\omega t)}{2} d\omega t} = \\
&= \frac{3\sqrt{2}V_\lambda}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{3} + \int_{-\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha} \frac{\cos(2\omega t)}{2} d\omega t} = \\
&= \frac{3\sqrt{2}V_\lambda}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{6} + \frac{1}{4} \left[ \sin(2\omega t) \right]_{-\frac{\pi}{6}+\alpha}^{\frac{\pi}{6}+\alpha}} = \\
&= \frac{3\sqrt{2}V_\lambda}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{6} + \frac{1}{4} \left[ \sin\left(\frac{\pi}{3} + 2\alpha\right) - \sin\left(\frac{-\pi}{3} + 2\alpha\right) \right]} = \\
&= \frac{3\sqrt{2}V_\lambda}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\pi}{6} + \frac{1}{4} \left[ 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cos(2\alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \cancel{\sin(2\alpha)} - \cancel{\sin(2\alpha)} \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \right]} \\
&= \frac{3\sqrt{2}V_\lambda}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4} \cos(2\alpha)} = \sqrt{3V_\lambda^2 + \frac{9\sqrt{3}}{2\pi} V_\lambda^2 \cos(2\alpha)}
\end{aligned}$$

### 5.3 Indici di prestazione

Gli indici di prestazione sono dei parametri adimensionali che determinano le performance di un convertitore a semiconduttori. È utile il calcolo degli indici di prestazione della struttura in analisi al fine di poterla confrontare con altri raddrizzatori a semiconduttori.

#### 5.3.1 Ripple Factor

Il Ripple Factor è un indice di qualità della forma d'onda in uscita, confronta il valore efficace di una grandezza, come ad esempio la tensione sul carico, con il suo valore medio mediante la seguente definizione:

$$RF \stackrel{def}{=} \sqrt{\frac{V_{rms}^2}{V_0^2} - 1} \quad (5)$$

Sostituendo le espressioni prima trovate si ottiene la seguente funzione:

$$RF(V_0) = \sqrt{\frac{3 + \frac{9\sqrt{3}}{2\pi} \cos(2\alpha)}{\frac{54}{\pi^2} \cos^2(\alpha)} - 1}$$

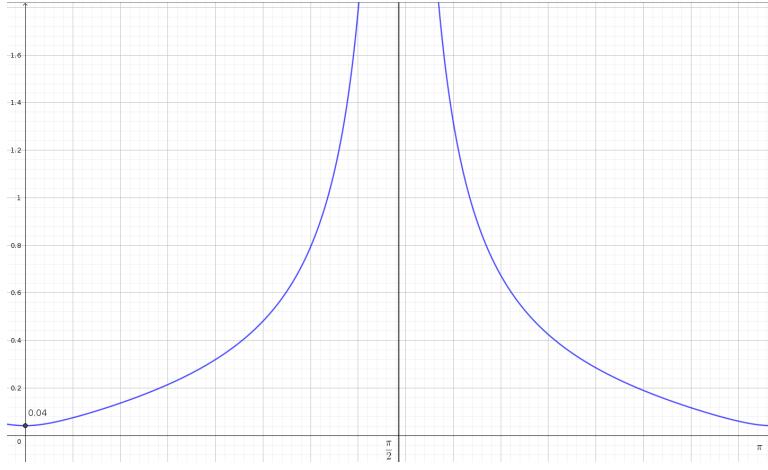


Figura 5: Andamento RF in funzione di  $\alpha$

Il RF minimo per un angolo  $\alpha$  nullo è quindi pari al 4%.

### 5.3.2 THD

Il ‘Total Harmonic Distortion’ è un indice che valuta il peso del contenuto armonico di una forma d’onda. È interessante calcolarlo per la forma di corrente a monte del trasformatore poiché il fornitore di energia elettrica può applicare una sovrattassa se si assorbe dalla rete una corrente molto deformata e ricca di armoniche.

$$THD \stackrel{def}{=} \sqrt{\left(\frac{I_{rms}}{I_{rms_1}}\right)^2 - 1} \quad (6)$$

Per calcolare questo indice è quindi necessario conoscere la forma d’onda di corrente di fase della struttura e calcolarne il valore efficace complessivo e della prima armonica.

#### Valore efficace corrente

Conoscendo i tempi di conduzione dei tiristori precedentemente ricavati, si può supporre che la corrente attraversi un ramo del trasformatore in un verso per i  $\frac{2}{3}$  di un semi periodo e nell’altro verso per altri  $\frac{2}{3}$  del secondo semi periodo.

Supponendo per semplicità una corrente costante  $I_0$  nel carico (nel caso R-L) il valore efficace si calcola nel seguente modo:

$$\begin{aligned} I_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left( I_0^2 \cdot \frac{2\pi}{3} + I_0^2 \cdot \frac{2\pi}{3} \right)} = \\ &= I_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{2\pi}{3}} = I_0 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

### Valore efficace prima armonica

Preso in considerazione un sistema di riferimento che abbia l'origine posizionato in maniera tale da rendere la forma d'onda dispari, essa potrà essere scomposta in serie di Fourier con termini di soli seni.

La serie avrà la seguente forma:

$$I(t) = \sum_{k=1}^{+\infty} b_k \sin(k\omega t - \varphi_k) \quad (7)$$

Il coefficiente della serie  $b_k$  si calcola nel seguente modo:

$$b_k \stackrel{\text{def}}{=} \frac{2}{T} \int_0^T I(t) \sin(k\omega t) dt \quad (8)$$

sostituendo si ottiene:

$$\begin{aligned} \sqrt{2}I_k &= \frac{2}{2\pi} \cdot \frac{1}{2} \int_0^\pi i(t) \sin(k\omega t) d\omega t = \\ &= \frac{2}{\pi} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} I_0 \sin(k\omega t) d\omega t = \\ &= \frac{2I_0}{k\pi} [-\cos(k\omega t)]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} = \\ &= \frac{2I_0}{k\pi} \left( \cos k\frac{\pi}{6} - \cos k\frac{5\pi}{6} \right) = \\ \text{con } k=1 &= \frac{2I_0}{\pi} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ I_1 &= \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}I_0}{\pi} \end{aligned}$$

Si calcola quindi il THD:

$$\begin{aligned} THD(I) &= \sqrt{\left( \frac{I_0 \sqrt{\frac{2}{3}}}{\frac{\sqrt{2}\sqrt{3}I_0}{\pi}} \right)^2 - 1} = \\ &= \sqrt{\left( \frac{\pi}{3} \right)^2 - 1} = 31.1\% \end{aligned}$$

In realtà questo valore viene abbattuto dalla presenza del trasformatore che si comporta come un filtro passa basso, attenuando le componenti di corrente ad alta frequenza.

## 6 Descrizione della prova eseguita

La prova è stata eseguita inizialmente su un carico puramente resistivo, è possibile vedere in seguito le forme d'onda di tensione e corrente, simili a quelle descritte analiticamente:

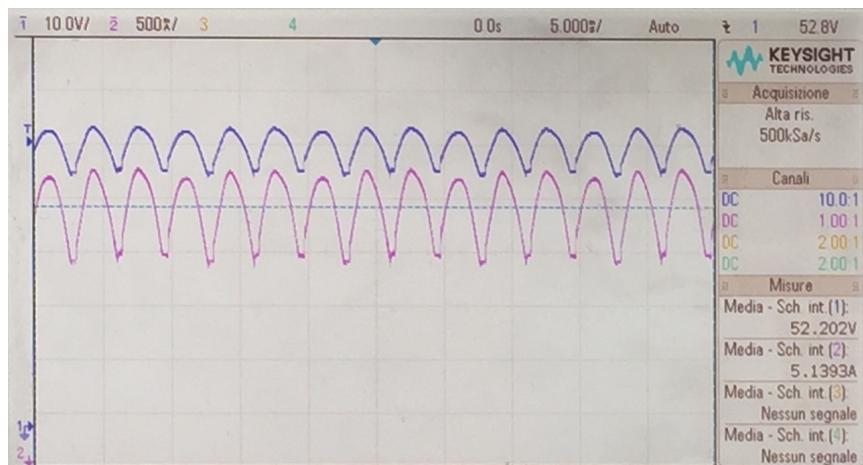


Figura 6: Blu:  $V_0$  Viola:  $I_0$

È possibile leggere sul display dell'oscilloscopio il valore medio di tensione pari a 52.2 V e quello di corrente pari a 5.14 A coerentemente con il fatto di avere un carico di  $10\Omega$ .

Analizzando le correnti di fase a monte e a valle del trasformatore si vede che il valore medio di corrente a monte del trasformatore è circa pari al 10% della corrente di picco mentre il valore medio di corrente al secondario è minore del 3% del valore di picco.

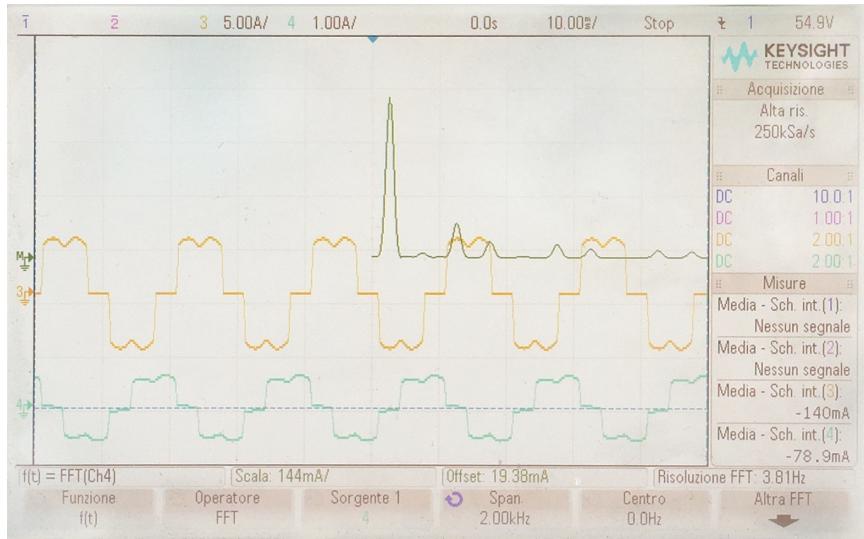


Figura 7: Giallo:  $I_s$  Verde:  $I_p$

Il trasformatore è collegato al primario con il neutro mentre il ponte è alimentato con soli 3 fili, questo spiega la presenza di una corrente omopolare al primario. Osservando la FFT (Fast Fourier Transform) della corrente al primario, si notano la presenza della fondamentale, della 5° e della 7° armonica; la terza armonica, omopolare, circola nel neutro. È sicuramente vantaggioso quindi, come già accennato, alimentare la struttura tramite un trasformatore.

Inserendo nel carico anche l'induttore è possibile vedere la variazione della forma d'onda di corrente che non assume più la forma a cuspide ma assume andamenti esponenziali smorzati; è ad ogni modo molto più filtrata rispetto al caso con carico puramente resistivo.

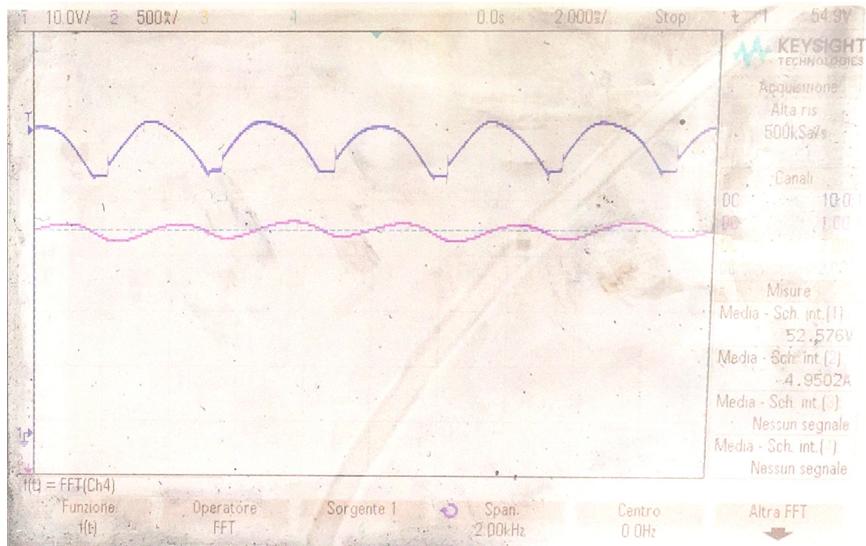


Figura 8: Blu:  $V_0$  Viola:  $I_0$

## 7 Risultati ottenuti

È stata dimostrata con questa prova la congruenza tra i modelli matematici e le prestazioni di una reale struttura a semiconduttori. Il valore medio di tensione in uscita ad esempio coincide con quanto calcolato analiticamente, l'oscillazione della stessa attorno al valore medio avviene ad una frequenza pari a 6 volte quella di alimentazione.

Anche il comportamento del trasformatore rispecchia quanto ci si aspetta dal modello analitico in quanto si comporta come filtro per la componente di 3° armonica di corrente, tuttavia è necessaria un'analisi più approfondita delle forme d'onda di tensione e corrente per poter analizzare i parametri prestazionali della struttura come il Ripple Factor o il THD.