Compte rendu Guillaume Calderon - Eymeric Déchelette

Détermination de la formule

Nous sommes partis de l'équation de la chaleur : $\frac{\partial\phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi V) = S$

Méthode analytique

Nous avons commencé par simplifier l'expression :
Tout d'abord, nous avons considéré que l'objet ne bougeait pas, et également qu'il était uniforme.
Nous avons ensuite supposé qu'aucune source de chaleur active n'existait.

Méthode numérique

Au précedent cours, nous avions simplifié l'équation de la chaleur par : $\frac{d^2T}{dx^2} = 0$
On sait que $\frac{dT}{dx} = \lim_{x\to a} \frac{T(x+a)-T(a)}{x-a} = \lim_{x\to} \frac{T(x)-T(a)}{\Delta x}$
Nous obtenons donc : $\frac{d^2T}{dx^2} = \lim_{x\to 0} \left(\lim_{x\to 0} \frac{T_{j+1}-T_j}{\Delta x}\right) \frac{T_j - T_{j-1}}{\Delta x}$
Ainsi : $\frac{d^2T}{dx^2} = \lim_{x\to 0} \frac{T_{j-1}-2T_j+T_{j+1}}{(\Delta x)^2} = 0$

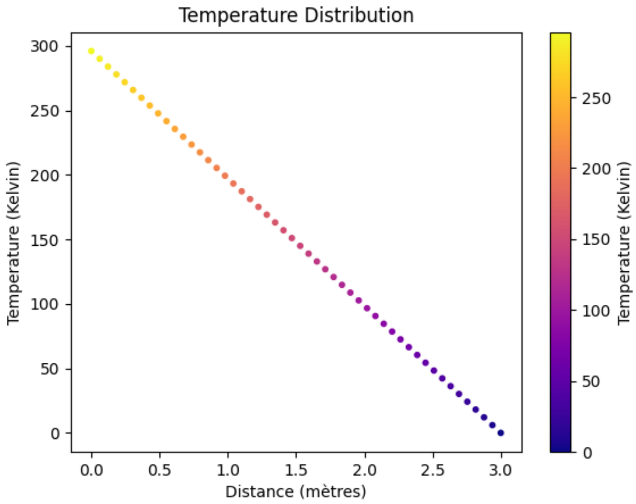
Détermination de la matrice

Avec la formule précente : $\frac{d^2T}{dx^2} = \lim_{x\to 0} \frac{T_{j-1}-2T_j+T_{j+1}}{(\Delta x)^2} = 0,$

On peut déduire que sous forme matricielle cela s'écrit : $\begin{pmatrix} 296 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & \ddots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_0 \\ \vdots \\ T_n \end{pmatrix}$

Il ne nous reste plus qu'à résoudre le système matriciel à l'aide de python.
On peut également simplement choisir la présision de notre résolution en choisissant la valeur de n.

Après simulation numérique, on obtient la courbe :



Conditions limites :

Nous obtenons bien $T_0 = 296.0$ (température initiale)
et $T_n = 0$

Les conditions aux limites sont donc respectées