Compte rendu Calderon-Déchelette

Détermination de la formule

On est parti de l'équation de la chaleur : $\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi V) = S$

Méthode analytique

On a d'abord supprimé un certain nombre de variables.
Tout d'abord, on a considéré que l'objet ne bouge pas, mais également qu'il est uniforme.
On a par ailleurs supposé qu'aucune source de chaleur active n'existe.
Cela permet donc de simplifier la formule grâce à la méthode numérique.

Méthode numérique

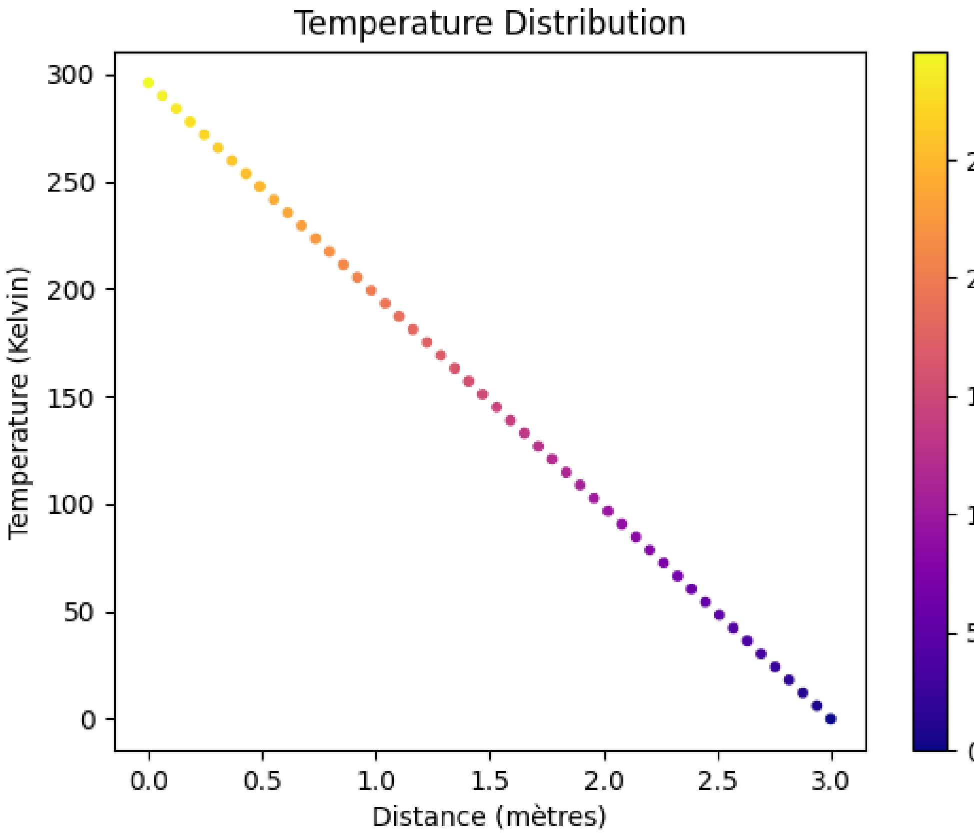
Au précedent cours, on avais simplifié l'équation de la chaleur par : $\frac{d^2T}{dx^2} = 0$
On sait que $\frac{dT}{dx} = \lim_{x \to a} \frac{T(x+a)-T(a)}{x-a} = \lim_{x \to} \frac{T(x)-T(a)}{\Delta x}$
On en déduit donc : $\frac{d^2T}{dx^2} = \lim_{x \to 0} \left(\lim_{x \to 0} \frac{T_{j+1}-T_j}{\Delta x} \right) \frac{T_j - T_{j-1}}{\Delta x}$
Ainsi : $\frac{d^2T}{dx^2} = \lim_{x \to 0} \frac{T_{j-1}-2T_j+T_{j+1}}{(\Delta x)^2} = 0$

Détermination de la matrice

Avec la formule précente : $\frac{d^2T}{dx^2} = \lim_{x \to 0} \frac{T_{j-1}-2T_j+T_{j+1}}{(\Delta x)^2} = 0,$

On peut déduire que sous forme matricielle cela s'écrit : $\begin{pmatrix} 296 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & \ddots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_0 \\ \vdots \\ T_n \end{pmatrix}$

Il ne nous reste plus qu'à résoudre le système matriciel à l'aide de python.
On peut également simplement choisir la présision de notre résolution en choisissant la valeur de n.



On obtient finalement la courbe :

Conditions limites :

On obtient bien $T_0 = 296.0$ (température initiale)
et $T_n = 0$

Les conditions aux limites sont donc bien respectées