Compte rendu

Détermination de la formule

Au précedent cours, on avais simplifié l'équation de la chaleur par : $\frac{d^2T}{dx^2}=0$ On sait que $\frac{dT}{dx}=\lim_{x\to a}\frac{T(x+a)-T(a)}{x-a}=\lim_{x\to}\frac{T(x)-T(a)}{\Delta x}$ On en déduit donc : $\frac{d^2T}{dx^2}=\lim_{x\to 0}\left(\lim_{x\to 0}\frac{T_{j+1}-T_{j}}{\Delta x}\right)\frac{T_{j}-T_{j-1}}{\Delta x}$ Ainsi : $\frac{d^2T}{dx^2}=\lim_{x\to 0}\frac{T_{j-1}-2T_{j}+T_{j+1}}{(\Delta x)^2}=0$

On sait que
$$\frac{dT}{dx} = \lim_{x \to a} \frac{T(x+a) - T(a)}{x-a} = \lim_{x \to a} \frac{T(x) - T(a)}{\Delta x}$$

On en déduit donc :
$$\frac{d^2T}{dx^2} = \lim_{x\to 0} \left(\lim_{x\to 0} \frac{T_{j+1}-T_j}{\Delta x}\right) \frac{T_j-T_{j-1}}{\Delta x}$$

Ainsi:
$$\frac{d^2T}{dx^2} = \lim_{x\to 0} \frac{T_{j-1} - 2T_j + T_{j+1}}{(\Delta x)^2} = 0$$

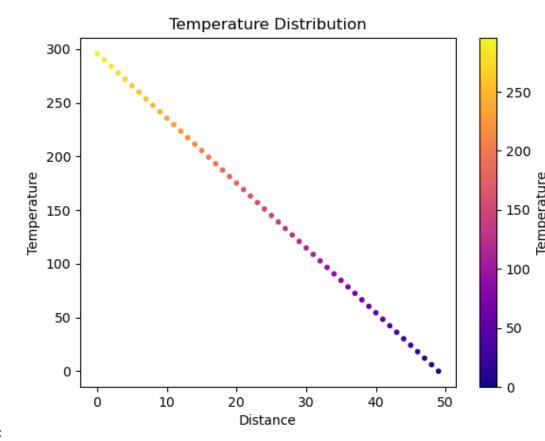
Détermination de la matrice

Avec la formule précente : $\frac{d^2T}{dx^2}=\lim_{x\to 0}\frac{T_{j-1}-2T_j+T_{j+1}}{(\Delta x)^2}=0$,

On peut déduire que sous forme matriciel cela s'écrit : $\begin{pmatrix} 296 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & \ddots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_0 \\ \vdots \\ T_n \end{pmatrix}$

Il ne nous reste plus qu'à résoudre le système matriciel à l'aide de python.

On peut également simplement choisir la présision de notre résolution en choisissant la valeur de n.



On obtient donc la courbe:

Conditions limites:

On obtient bien $T_0=296.0$ (température initiale)

$$\mathsf{et}\, T_n = 0$$

Les conditions aux limites sont donc bien respectées

2