扔鸡蛋问题

一幢 100 层的大楼，给你两枚鸡蛋。假设，在第 n 层扔下鸡蛋，鸡蛋不碎，那么从第 n-1 层扔鸡蛋，鸡蛋也不会碎。两个鸡蛋一模一样，不碎的话可以扔无数次。目标是利用这两个鸡蛋找出临界楼层 t , 使得鸡蛋从 t 层扔下不会碎， 从 t+1 层扔下会碎。现要求回答， 最少需要多少次尝试， 才能保证在最坏的情况下，找到楼层 t ， 且需要给出尝试的策略。

1. 明确问题

题目要求是考虑在最坏情况下，最大尝试次数最少的策略。 这个地方有些绕，但是必须搞清楚。

举个例子， 如果你用二分法，第一次把鸡蛋从50层扔下去， 最坏的情况是临界层在49层， 第一个鸡蛋碎了，第二个鸡蛋必须得从第一层楼找起。 因此这种策略最坏情况下的尝试次数是50次， 如果你决定采用这个策略， 那你针对题目的答案就是50。

现在的目标是找到一个最优策略， 该策略所对应的最坏情况， 比其他策略所对应的最坏情况所需要尝试的次数都要少。

明确了问题以后，首先可以获得一个直觉性的推论， 那就是， 最优的策略必然是用第一个鸡蛋先进行跳跃性的尝试， 如果中间碎了， 就可以用第二个鸡蛋，在剩余的范围内，锁定答案。

2.解题方法

1.数学猜想反推法

假设题目所要求的策略存在，该策略可以保证在最坏情况下至多需要扔x次鸡蛋就可以找出临界楼层；此时可以将问题转化为：如果只允许扔x次鸡蛋能确定的最高的楼层是多少。

现在思考， 第一次鸡蛋应该从哪个楼层扔下?

因为此时我们有两个鸡蛋，为了在有限次数内检查尽可能高的楼层。第一次扔的时候，我们会希望能尽可能高一些 如果鸡蛋没碎，我们就能排除掉越多的楼层。但是很显然，不能过高，因为万一鸡蛋碎了，第二个鸡蛋就只能从第一层开始尝试起。

那么第一次扔的楼层最高可以选几呢？是x, 因为我们总要考虑最坏情况， 当我们从x层扔下的时候， 最坏的情况有可能是临界层为x-1, 此时就需要尝试x次，才能找到这个临界层。 如果第一次尝试的楼层比x大， 显然会导致最大尝试次数超过x , 不符合我们的假设。

回到我们的问题， 现在知道了在最大尝试次数为x次时， 最优策略第一次必然只能从x层扔下的推论后， 我们最大能检查的楼层是多少。

由于第一次从x层扔下时，我们已经用掉了一次尝试机会，此时只能再尝试x-1次。这样我们可以第二次尝试的楼层数可以向上增加x-1层， 即为 x + (x-1).

如果再高，例如第二次我们从2x层扔下， 我们在最坏情况下（临界楼层为2x-1），需要尝试的次数会变成x+1, 不符合我们的假设。这样依次类推，第三次向上的增量就只能为 x-3, 第四次向上的增量就只能为 x-4, …….., 最后一次向上的增量为 1。

此时我们可以得出，如果只能尝试x次，我们能检测的最高楼层为 x+(x−1)+(x−2)+(x−3)....+1=(x∗(x+1))/2。

此时答案就出来了， 我们有100层楼，则有

x\*(x+1)/2 >=100, 解出来 x >= 14。

2.动态规划穷举法

现在考虑动态规划解法，根据上面的分析,其实可以发现，第一次尝试的楼层， 会对最终的结果产生直接的影响。现在 设 f(m, n) 为m个鸡蛋，n层楼时，在最坏情况下的最少尝试次数。如果第一次尝试从x层楼开始，则

f(m,n)=1+max(f(m−1,n−1)，f(m,n−x))

f(m−1,n−1)对应的是第一次尝试鸡蛋被摔碎的情况

f(m,n−x) 对应的是 第一次尝试鸡蛋没被摔碎的情况

接下来，只需要编写动态规划程序， 将每一种x都尝试一次， 计算出最小的结果即可;

