Stofftransportmodellierung im hydrogeologischen Kontext auf Basis eines künstlichen neuronalen Netzes

Semesterarbeit im Kurs "Programmieren für Data Science"

Alexander Prinz
Studiengang: Data Science
Fachbereich: Informatik und Sprachen



Hochschule Anhalt

Anhalt University of Applied Sciences



Motivation

 Beispielszenario zur Anwendung von Stofftransportmodellierung im Grundwasserbereich

Methoden

- Konventionelle Methode und ihr Nutzen als Trainingsdatenquelle
 - numerische Lösung der Stofftransportgleichung
 - exemplarische Lösung der Stofftransportgleichung als Animation
 - Implementierung des Solvers und des semistochastischen Permeabilitätsfeldgenerators
- Künstliches neuronales Netz als mögliche alternative Methode
 - Parametrisierung und Topologie

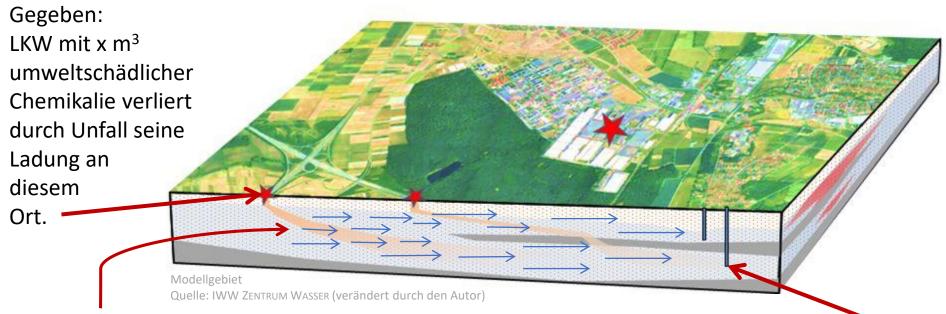
Ergebnisse

- Präsentation/Diskussion einiger exemplarischer Ergebnisse
- Fragen und Antworten

Motivation

Beispielszenario zur Anwendung von Stofftransportmodellierung





Grundwasserleiter:

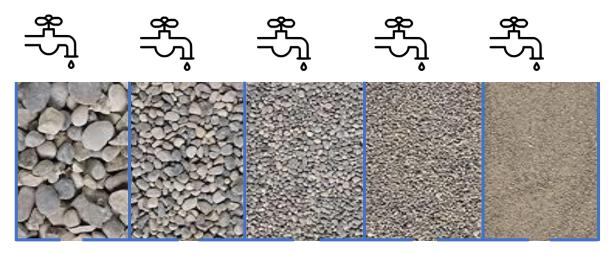
Hydraulisch leitende Formation aus permeablen Sedimenten wie Kies, Sand, Silt und einer Wasserschicht über einer impermeablen Schicht (oftmals bestehend ausTon) Fragestellung:

Kann man "voraussagen", ob, und wenn ja, wann an diesem Ort die Chemikalie in welcher Konzentration ankommt?

Motivation



Kleines Gedankenexperiment: Durch welchen der Behälter fließt eine bestimmte Menge Wasser wohl "am besten"?



Unterschiedliche konkrete Ausprägungen von permeablen Sedimenten in Form von Kiesen und Sand Quelle: GANSER KIES & SAND (verändert durch den Autor)



Der Stofftransport kann durch die Lösung einer *hinreichend genau* beschreibenden Differentialgleichung modelliert werden.

Stofftransportgleichung

berücksichtigt in der Grundwassermodellierung: Diffusion, Advektion sowie Quellen/Senken

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \nabla (D \cdot \nabla (c)) + (-\nabla (v_A \cdot c)) + \underline{\sigma}$$

Substitution der Abstandsgeschwindigkeit v_A durch implizites Darcy-Gesetz: $v_A = \kappa \cdot \nabla(h)$ führt zu:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \nabla(D \cdot \nabla(c)) - \nabla(\kappa \cdot \nabla(h) \cdot c) + \sigma$$

 $c=c(\vec{x},t)$:= Konzentration, t:= Zeitpunkt, D:= Diffusionskoeffizient (konstant über Ort und Zeit), $v_A(\vec{x})$:= Abstandsgeschwindigkeit, $\kappa=\kappa(\vec{x})$:= Permeabilitätsfeld, $h=h(\vec{x})$:= Höhe am Ort \vec{x} , ∇ := Nabla-Operator, $\sigma=\sigma(\vec{x},t)$:= Inhomogenität (Quelle/Senke)



"Natura non facit saltus." [CARL VON LINNÉ] ...und sie tut es doch!



Karbon-Kreide-Diskordanz, Geologischer Garten. Man beachte die umgebene Fauna als Maßstab. Quelle: http://www.geologie-digital.de

http://www.geologie-digital.de
[Fotograf wurde in der Quelle nicht genannt]



Diskordanz zwischen dem späten Präkambrium und dem frühen Perm (Ort wurde nicht angegeben) Quelle: http://umweltgeologie-bonn.com [SARA STÜCKER]



Turbidit bei Pt. Lobos on the Monterey Peninsula in Californien Quelle: https://epod.usra.edu/blog/2004/10/turbidite.html [DOMINIC MAZE]



- Modellparameter sind häufig nicht stetig.
 - -> Stofftransportgleichung nicht analytisch lösbar
- Daher:

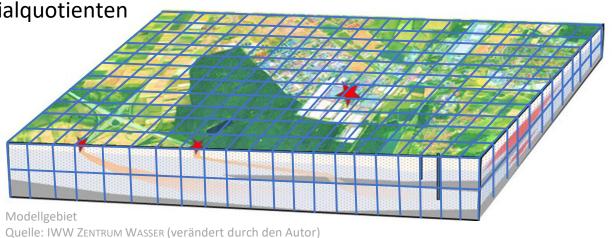
Numerische Lösung der Stofftransportgleichung durch Approximation des Differentialquotienten

$$\frac{\partial c}{\partial t} \approx \frac{c^{t+1} - c^t}{\Delta t}$$

Einschrittverfahren zum Lösen von Anfangswertproblemen.

Es gibt verschiedene Lösungsverfahren

Aus Zeitlichen Gründen habe ich das einfachste (explizites Eulerverfahren) angewendet/implementiert.





Animation der Lösung der Stofftransportgleichung anhand zweier Beispiele auf Basis unterschiedlicher Permeabilitätsfelder...



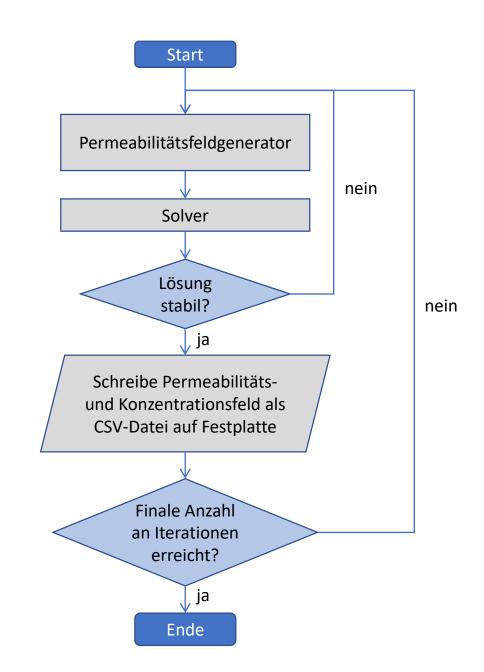
- Automatisiertes Generieren von Trainingsdaten durch semistochastisch erzeugte Permeabilitätsfelder gekoppelt mit dem Solver.
 - Es wurde für jeden Fall die Lösung zum 3000sten Zeitschritt berechnet.
 - Instabile Lösungen wurden durch entsprechende Stabilitätskriterien (Neuman'sches Kriterium, Maximumsnorm) evaluiert und falls nötig verworfen.
 - Valide Lösungen wurden als Ausgabedateien (Permeabilitätsfeld und Konzentrationsfeld) im CSV-Format gespeichert.
 - Permeabilitätsfelder wurden zudem als PNG-Datei zu Visualisierungszwecken pro erzeugten Datensatz gespeichert.

...Noch ein wenig Anschauliches dazu.

Schema des Programmablaufs zum Generieren der Trainingsdaten.

Gerechnet wurde anfangs auf zwei Raspberry Pi 4
-> 3 Wochen für 4677 so erzeugte Datensätze.

...dann auf Desktop-Rechner -> 6 h für weitere 3611 Datensätze.





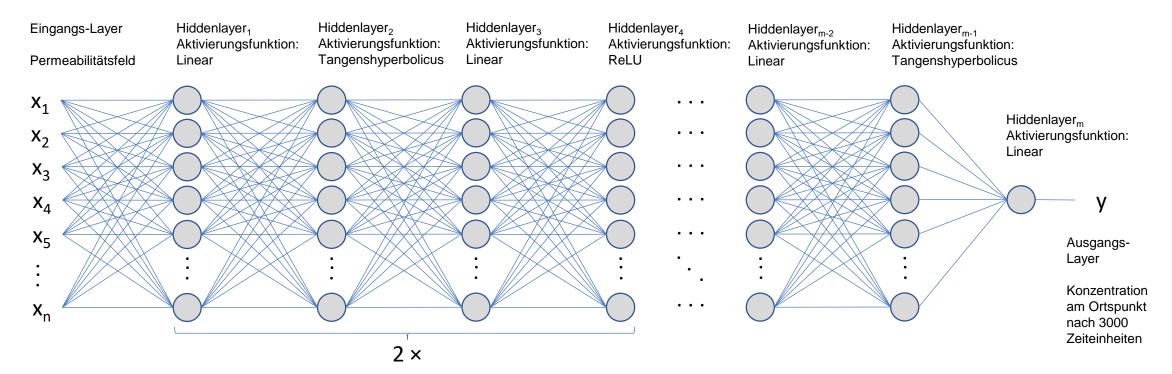


Das neuronale Netz

- PyTorch als verwendetes Framework
- Gerechnet wurde final auf einer GPU (GeForce RTX 2060 mit 1920 Shader-Einheiten)
 ...dazu by the way ein kleiner Benchmark:
 - -> ca. 6 mal schneller als auf Desktop-Rechner-CPU (i9 9900k, 16 Threads / @3.6 GHz)
 - -> ca. 18 mal schneller als auf Laptop-CPU (i5, 8 Threads @1.6 GHz
- Zwei Trainingsdatensätze zu 4677 und 8288 Lösungen wurden in des Modell einbezogen
- 2500 Eingabeneuronen (da 50×50 Gitterzellen)
- 11 Hiddenlayer mit unterschiedlichen Aktivierungsfunktionen
- Ein Ausgabeneuron (Konzentrationswert an der definierten Gitterzelle)
- Mehrere Modelle definiert durch unterschiedliche Orte wurden automatisiert gerechnet.



Das künstlich neuronale Netz

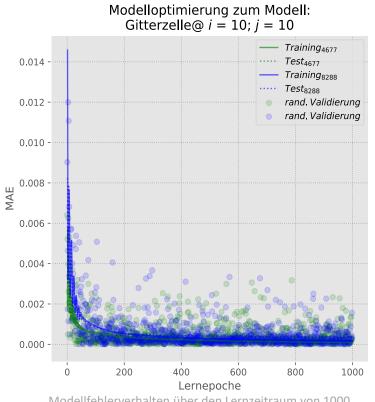


- klassisches Feedforeward-Netz
 - -> allen Neuronen sind mit den Neuronen der folgenden Schicht verbunden

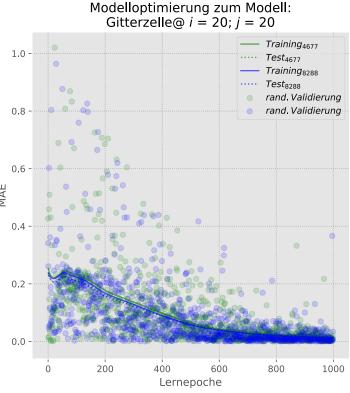
Ergebnisse/Diskussion



Drei Modellergebnisse: einziger veränderter Parameter ist die Gitterzellenkoordinate

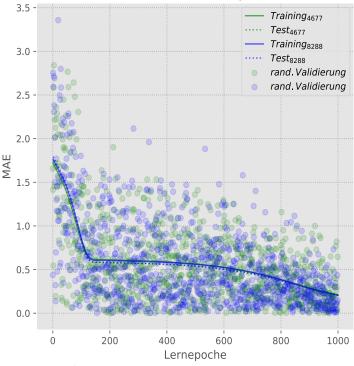


Modellfehlerverhalten über den Lernzeitraum von 1000 Lernepochen an der Gitterzelle i=10, j=10



Modellfehlerverhalten über den Lernzeitraum von 1000 Lernepochen an der Gitterzelle i=20, j=20

Modelloptimierung zum Modell: Gitterzelle@ i = 30; j = 30



Modellfehlerverhalten über den Lernzeitraum von 1000 Lernepochen an der Gitterzelle i=30, j=30