

# Planification du pompage dans un réseau de distribution d'eau potable ramifié

Sophie Demassey  
CMA, Mines Paris – PSL  
[sophie.demassey@minesparis.psl.eu](mailto:sophie.demassey@minesparis.psl.eu)

4 décembre 2025

## 1 Contexte

Dans l'optique de contribuer à un système énergétique « plus compétitif, plus fiable et plus soutenable » et « d'atteindre les objectifs de réduction de gaz à effet de serre à l'horizon 2050 », les pays de l'Union Européenne ont adopté en 2014 le second *paquet climat-énergie* fixant les objectifs à l'horizon 2030 [3] : une baisse de 40% des émissions de gaz à effet de serre par rapport à 1990 ; 27% d'énergie consommée d'origine renouvelable ; 27% d'économies d'énergie par rapport au scénario *business-as-usual*. Le passage d'un système énergétique reposant principalement sur les énergies fossiles à une économie s'appuyant sur de la production renouvelable rend l'équilibrage du réseau électrique plus complexe du fait de la nature largement intermittente de cette dernière, avec comme conséquence un surcoût important pour le système électrique : renforcement du réseau, marché de capacité, solutions de stockage, etc.

La gestion de la demande, ou *Demand-Response*, permet de limiter les investissements à pourvoir : au lieu de considérer la demande agrégée d'électricité comme une variable exogène et d'adapter la production en fonction, pourquoi ne pas inciter le consommateur final à adapter sa consommation en fonction de la production escomptée par des incitations tarifaires ? C'est le principe des tarifs heure creuse / heure pleine : du fait de la demande d'électricité plus faible pendant la nuit, le coût marginal de l'électricité est également plus faible qu'en journée. La dynamique tarifaire augmente lorsqu'un important gisement intermittent est disponible ; le *merit order* devenant alors fonction des conditions météorologiques : quand le vent ou le soleil sont présents en abondance, les productions éolienne ou photovoltaïque viennent s'intercaler en tête du *merit order*, poussant le prix de l'électricité à la baisse. Ainsi, à chaque heure, l'équilibre offre-demande dépend de la demande d'électricité et de la météo.

Au regard de ces éléments, comment les réseaux d'eau potable peuvent contribuer à cet équilibre offre-demande ? Un réseau de distribution d'eau potable est souvent équipé de pompes électriques et de réservoirs (tels les châteaux d'eau) qui garantissent une pression adéquate au niveau des consommateurs d'eau finaux. Éléments de stockage à la fois d'eau et d'énergie, ces réservoirs permettent en outre de dissocier, dans le temps, consommation et pompage : l'eau est pompée de la source vers les châteaux d'eau, en hauteur, d'où elle sera acheminée ensuite, par gravitation, aux consommateurs. Ils offrent ainsi la possibilité d'adapter la consommation d'électricité liée au pompage en fonction des conditions du marché électrique en temps réel. L'objectif de ce projet est de produire, à partir de prévisions sur une journée de la demande en eau et du tarif électrique, un plan de pompage qui minimise le coût électrique. La figure 1 décrit deux réseaux de distribution d'eau potable ramifiés, l'un fictif, l'autre réel, à considérer.

## 2 Éléments de modélisation d'un réseau d'eau

Les réseaux de distribution d'eau potable considérés sont représentés comme un ensemble de canalisations, pompes et valves, connectant les nœuds du réseau : source, jonctions et réservoirs.

**Canalisations** Une canalisation achemine l'eau d'un nœud  $A$  à un nœud distant  $B$  avec un débit  $Q$  variable (en  $m^3/h$ ) et induit, par friction, une dissipation de l'énergie mécanique de l'eau ou *perte de*

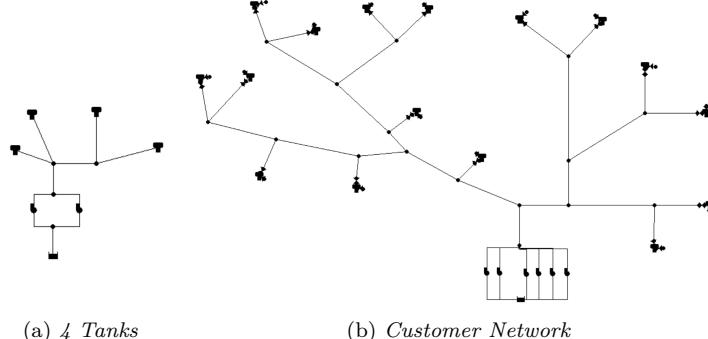


FIGURE 1 – Deux réseaux avec, respectivement, 2 et 6 pompes en parallèle, et 4 et 16 châteaux d'eau.

charge  $\Delta H$  (en  $m$ ), régi par le théorème de Bernoulli généralisé :

$$Z_A + \frac{P_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + \Delta H, \quad (1)$$

avec  $Z$  l'altitude (en  $m$ ),  $P$  la pression (en  $Pa$ ),  $\rho$  la masse volumique de l'eau ( $kg/m^3$ ),  $g$  l'accélération de la pesanteur ( $m/s^2$ ) et  $v$  la vitesse d'écoulement de l'eau ( $m/s$ ). L'équation de Darcy-Weisbach donne une bonne approximation de cette perte de charge :

$$\Delta H = \frac{fL\rho v^2}{2D_h}, \quad (2)$$

avec  $f$  le coefficient de perte de charge, fonction de la rugosité de la canalisation et du régime d'écoulement ;  $L$  la longueur de la canalisation ( $m$ ),  $D_h$  le diamètre hydraulique ( $m$ ). Différentes approximations analytiques, valables dans différentes conditions, sont proposées dans [5, 2], et notamment l'expression par une fonction quadratique du débit :

$$\Delta H = \phi_1 Q + \phi_2 Q^2, \quad (3)$$

où  $\phi_1, \phi_2 > 0$  sont des paramètres propres à la canalisation.

**Pompes** Une pompe consomme de l'électricité, lorsqu'elle est allumée, et la convertit en puissance hydraulique, élevant ainsi la pression de l'eau qui la traverse. La différence de pression ou *gain de charge* (en  $m$ ) peut s'exprimer comme une fonction quadratique du débit pompé  $Q$  :

$$\psi(Q) = \psi_0 + \psi_2 Q^2, \quad (4)$$

avec  $\psi_0 \geq 0$  et  $\psi_2 \leq 0$  des paramètres propres à la classe de la pompe, obtenus par interpolation des points de fonctionnement fournis par le constructeur.

L'efficacité de la pompe  $\eta(Q)$ , définie comme le ratio entre la puissance hydraulique fournie au fluide et la puissance électrique consommée, est une fonction concave du débit. La puissance électrique consommée (en  $kW$ ) peut alors être calculée à différents points de fonctionnement puis approchée par interpolation par une fonction affine du débit pompé :

$$\Gamma(Q) = \Gamma_0 + \Gamma_1 Q, \quad (5)$$

avec  $\Gamma_0, \Gamma_1 \geq 0$  des paramètres propres à la classe de la pompe. Enfin, la zone de fonctionnement recommandée pour une classe de pompe est définie par des valeurs minimale et maximale de débit pompé.

**Réservoirs** Les réservoirs sont ici des châteaux d'eau cylindrique de surface donnée. La pression à la surface d'un réservoir est égale à la pression atmosphérique. De plus, pour chaque réservoir, un volume d'eau minimal doit être présent à tout instant en cas de force majeur (incendie, avarie sur le réseau, ...) alors que le volume maximal est contraint par la taille du réservoir. Enfin, pour chaque réservoir, nous considérons une demande d'eau agrégée correspondant à la somme des demandes des consommateurs finaux desservis par ce réservoir.

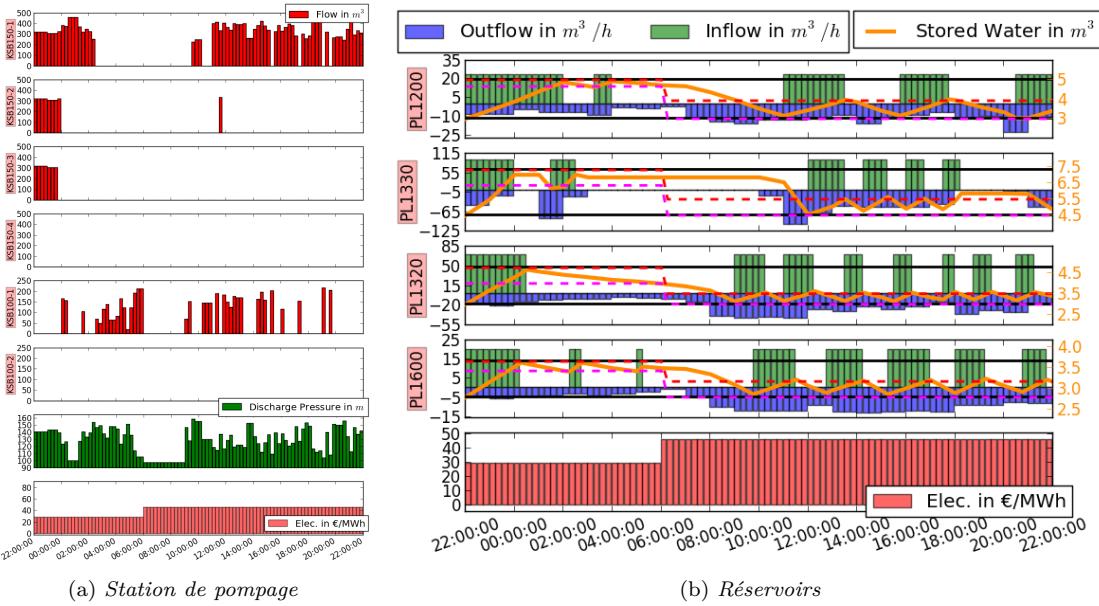


FIGURE 2 – Plan de pompage pour le réseau *Customer Network* sur 24h : (a) évolution du débit des 6 pompes (rouge), de la pression à la sortie de la station (vert) et du tarif électrique (rose); (b) pour 4 des 16 réservoirs du réseau : évolution du niveau d'eau (orange), de la demande (bleu), du remplissage (vert), du seuil minimal (rose) et maximal (rouge).

**Valves** Une valve réductrice de pression est installée en amont de chacun des réservoirs, dans les deux réseaux considérés.

### 3 Stratégie de pompage

En pratique, dans le réseau réel considéré, les pompes sont activées en fonction du niveau d'eau dans les châteaux d'eau : la valve précédant chaque château d'eau s'ouvre lorsque le niveau d'eau dans le château d'eau passe sous un seuil minimal, fixé par les opérateurs, et se ferme lorsque le niveau passe au dessus d'un seuil maximal. Lorsque la valve est ouverte, le débit entrant est contrôlé par celle-ci et garde un niveau constant, fixé au préalable et résultant d'un arbitrage entre la sécurisation de l'acheminement (qui requiert un débit élevé) et la conservation de la charge (qui requiert un débit faible). Cette valeur du débit entrant est ainsi modifiée deux fois l'an, pour s'adapter à la demande d'eau estivale qui croît en raison de l'activité touristique. Par ailleurs, les seuils sur les niveaux d'eau sont ajustés aux périodes tarifaires creuse et pleine, pour forcer le remplissage des réservoirs principalement pendant la nuit. La figure 2 illustre un plan de pompage journalier dans le réseau *Customer Network* obtenu par la stratégie actuelle. Le coût associé est de 260.10€ pour une consommation électrique de 6.34MWh.

## 4 Le projet

### 4.1 Objectifs

L'objectif de ce projet est d'élaborer une solution d'optimisation pour le problème de planification journalière du pompage, au pas horaire, basée sur un modèle de programmation mathématique. Le modèle devra être évalué sur deux instances du problème correspondant à un jour de consommation sur le réseau fictif *4 Tanks* et sur le réseau réel *Customer Network*. Les données d'instance sont fournies dans un fichier texte au format du langage GAMS (<http://www.gams.com>). Il s'agira de compléter ces fichiers avec l'implémentation d'un programme mathématique dans ce même langage (se référer à l'exemple introductif du guide de l'utilisateur [4] pour une présentation de la syntaxe). Par ce biais, le

Instance	<i>4 Tanks</i>	<i>Customer Network</i>
<i>MINLP</i>	11.28 (300s)	235.94 (400s)
<i>No Pressure</i>	9.73 (30s)	218.85 (30s)
<i>Convex Relaxation</i>	10.99 (60s)	235.45 (60s)

TABLE 1 – Coût des solutions obtenues en € (et temps de calcul alloué) par résolution de 3 modèles différents : complet, sans perte de charge, avec relaxation convexe des pertes/gains de charge [1].

modèle pourra alors être résolu par tout solveur adapté, mis à disposition librement sur le serveur NEOS (<http://www.neos-server.org/neos/solvers/index.html>).

Il est attendu une solution pour chacune des deux instances proposées. À défaut d'une solution optimale pour le modèle complet, on pourra fournir une solution réalisable approchée, construite à partir d'une relaxation du modèle. Différentes relaxations sont envisageables, par exemple : la relaxation des pertes de charge ; la relaxation continue ; l'approximation des contraintes couplant pression-débit par des fonctions linéaires par morceaux ; la relaxation des contraintes couplant pression-débit en inégalités. La table 1 donne un ordre d'idée des résultats attendus.

## 4.2 Rendu

Les fichiers GAMS correspondant aux réseaux *4 Tanks* et *Customer Network* et un rapport de 2 pages maximum indiquant :

- la typologie de chaque modèle implémenté (linéaire/quadratique, non/convexe, discret/continu) ;
- les méthodes de résolution testées (au moins 2) : nom du solveur, options d'exécution, classe d'algorithme (branch-and-cut, LP-NLP branch-and-bound, OA,...) ;
- les informations de résolution : meilleure valeur obtenue, gap d'optimalité, temps de calcul, nombre d'itérations de l'algorithme ;
- une courte analyse des résultats, limites et potentiels d'amélioration.

## Références

- [1] G. Bonvin, S. Demassey, C. Le Pape, V. Mazauric, N. Maïzi, A. Samperio (2017). *A convex mathematical program for pump scheduling in a class of branched water networks*, Applied Energy, 185(2), 1702-1711.
- [2] B. Eck, M. Mevissen (2012). *Valve Placement in Water Networks : Mixed-Integer Non-Linear Optimization with Quadratic Pipe Friction*, Report No RC25307 (IRE1209-014), IBM Research.
- [3] European Commission, *2030 Energy Strategy*.
- [4] GAMS User's Guide.
- [5] A. M. Gleixner, H. Held, W. Huang, S. Vigerske (2012). *Towards globally optimal operation of water supply networks*, Numerical Algebra, Control and Optimization, 2(4), 695-711.