

Planification du pompage dans un réseau d'eau potable

Projet d'optimisation MINLP

Flavien BAZON

20 février 2026

1 Modèles implémentés

Modèle	Type	Convexité	Variables
MINLP complet	Quadratique	Non-convexe	Mixte (binaires + continues)
Sans pression	Linéaire	Convexe	Mixte (binaires + continues)
Relaxation convexe	Quadratique	Convexe	Mixte (binaires + continues)

TABLE 1 – Typologie des trois modèles implémentés

MINLP complet : Modèle avec toutes les contraintes hydrauliques, incluant les pertes de charge quadratiques et les contraintes bilinéaires $h(s, t) \cdot x(k, t)$ pour le gain de charge des pompes.

Sans pression : Relaxation où les contraintes de charge hydraulique sont supprimées.

Relaxation convexe : Les contraintes non-convexes (égalités bilinéaires) sont remplacées par des inégalités convexes.

Modèles implémentés pour le 4WT et le customer network

2 Résultats numériques

2.1 Démarche et première analyse

J'ai d'abord testé le modèle 4Tanks MINLP complet en résolvant avec BARON sur le serveur ECOS, sur la 2e run j'ai rajouté une limite de temps de 300s pour comparer avec les résultats du tableau de référence. Les résultats obtenus sur ces 2 runs sont dans le tableau ci-dessous.

Essayons ensuite avec DICOPT, on obtient :

Run	Coût (€)	Borne inf. (€)	Temps (s)	Remarque
BARON (8h)	11.0006	9.8446	28 902	Solution MINLP valide
BARON (300s)	11.4363	9.8446	300	Solution MINLP valide
DICOPT (300s)	9.9833*	9.9030*	300	*MIP linéarisé uniquement
DICOPT (8h)	9.9833*	9.9197*	28 930	*MIP linéarisé uniquement
Référence	11.28	–	300	–

TABLE 2 – Résultats BARON/DICOPT. *Les valeurs DICOPT correspondent au MIP linéarisé et ne sont pas des solutions réalisables du MINLP.

Qui sont les solveurs utilisés ? Le premier est BARON (pour Branch-And-Reduce Optimization Navigator), c'est un solveur global (donc il va trouver la meilleure solution). Pour cela il va procéder à

une relaxation convexe puis utiliser une évolution de l'algorithme de branch and bound : le branch and reduce, qui partitionne l'espace sur des variables binaires et continues ! BARON garantit de trouver l'optimum global si on lui laisse assez de temps.

Ensuite on a DICOPT, pour DIscete and Continuous OPTimizer, utilise la méthode Outer Approximation (approximation d'une fonction non linéaire à l'aide de ses tangentes) pour résoudre le MILNP. Il ne résout rien lui-même mais divise le problème en deux sous-solveurs : Un solveur NLP (CONOPT) et un solveur MIP (CPLEX). Pour faire ça l'algo procède par Itérations (résolution du NLP après relaxation continue -> linéarisation des contraintes non linéaires autour de la solution, ie création des tangentes -> résoudre le MIP pour fixer les entiers -> une fois les entiers fixés résoudre le NLP, ajouter une tangente -> répéter jusqu'à convergence). Mais DICOPT ne garantit qu'un optimum local, de plus l'OA marche moins bien pour des fonctions non convexes et la tangente peut alors exclure la solution.

Les résultats obtenus avec BARON confirment la validité du modèle MINLP. Avec un temps de calcul de 8 heures, BARON atteint une solution à 11.0006€. Le run limité à 300 secondes trouve une solution à 11.4363€, ce qui reste acceptable. La différence entre ces deux runs illustre l'importance du temps alloué pour les problèmes MINLP non-convexes : BARON améliore progressivement sa solution au fil des itérations du Branch-and-Reduce. On observe que la borne inférieure de BARON (9.8446€) reste significativement éloignée de la solution trouvée. Ce phénomène est caractéristique des problèmes non-convexes : la relaxation convexe sous-estime le vrai coût car elle autorise des solutions qui ne respectent pas exactement les contraintes bilinéaires. Fermer ce gap nécessiterait un temps de calcul très important au vu de la lenteur de montée de la borne inf.

Les résultats DICOPT nécessitent une interprétation plus prudente. Contrairement à BARON, DICOPT n'utilise pas de Branch-and-Bound sur le MINLP et ne produit donc pas de bornes supérieure/inférieure au sens classique. Comme on l'a vu, il procède par Outer Approximation : les contraintes non-linéaires sont linéarisées autour de points de fonctionnement successifs, puis le MIP résultant est résolu par CPLEX.

Dans notre cas, DICOPT n'a jamais complété une seule itération de l'algorithme. La résolution du MIP linéarisé par CPLEX a consommé la totalité du temps de calcul (Cplex Time : 28930.89sec) sans atteindre l'optimalité. Les valeurs 9.9833€ et 9.9197€ reportées dans le tableau correspondent donc aux bornes du MIP linéarisé, pas du MINLP original.

Pour ce problème MINLP non-convexe avec contraintes bilinéaires, BARON s'avère le solveur approprié. DICOPT ne fournit pas de solutions exploitables.

2.2 Tableau

Pour le 4 tanks :

Modèle	Solveur	Coût	Borne inf.	Temps (s)
MINLP complet	BARON	11.44	9.8446	300
Sans pression	CPLEX	7.37		/ 2s
Relax. convexe	DICOPT	7.60		
Relax. convexe	BARON	7.37		
<i>Référence (sujet)</i>		11.28 / 9.73 / 10.99	-	300 / 30 / 60

TABLE 3 – Résultats obtenus pour le réseau 4 Tanks

Même résultat pour CPLEX sans Pression et BARON relaxation convexe, résultat différent avec DICOPT relaxation convexe

Pour le customer network :

Modèle	Solveur	Borne inf (€)	Borne supp.	Temps (s)
MINLP complet	BARON	256	315	Pas de solution en temps raisonnable
Sans pression	CPLEX	188		/ 2s
Relax. convexe	DICOPT	188	190	Pas de solution en temps raisonnable
<i>Référence (sujet)</i>		235.94 / 218.85 / 235.45	–	400 / 30 / 60

TABLE 4 – Résultats obtenus pour le customer network