Planification de pompage dans un réseau de distribution d'eau potable ramifié

Projet d'Optimisation Non-Linéaire

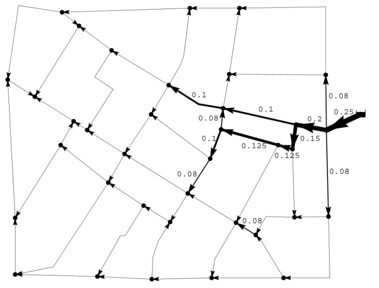
Sophie Demassey MS OSE 2025

Introduction

Deux standards de l'optimisation des réseaux d'eau

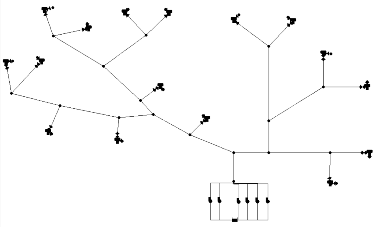
Dimensionnement
(réseaux gravitaires)

- minimiser le coût d'installation des canalisations



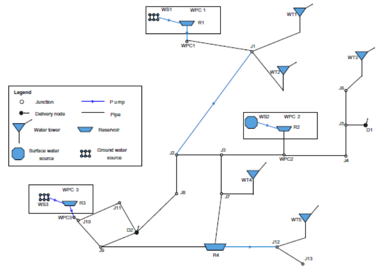
Planification du pompage
(réseaux pressurisés)

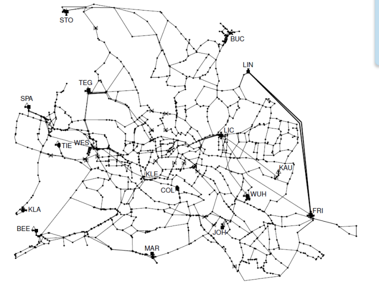
- minimiser le coût d'opération des pompes

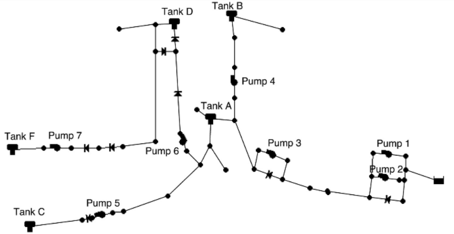


Éléments de modélisation

Éléments de modélisation d'un réseau de distribution d'eau





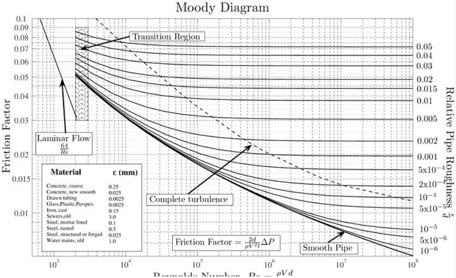


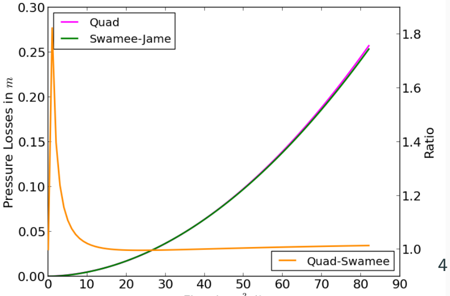
Canalisations

- À l'instar de l'électricité, l'eau se déplace suivant la diminution de la *charge hydraulique* H qui exprime (en mètres) la somme de l'altitude et de la pression de l'eau en un point du réseau
- les frictions dans une canalisation induisent une perte de charge ΔH estimée comme une approximation quadratique du débit Q :

$$\Phi(Q) = AQ + BQ^2$$

avec A et B des constantes propres à chaque canalisation

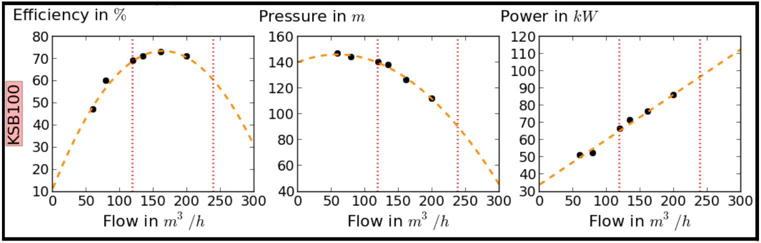




Pompes

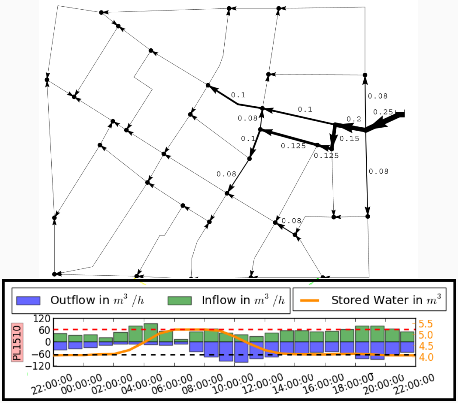
Trois caractéristiques approchées en fonction du débit Q :

- Efficacité : $\eta = CQ - DQ^2$
- Relation débit-pression : $\Delta H = \Psi(Q) = A - BQ^2$
- Puissance : $P = E + FQ$



Réservoirs

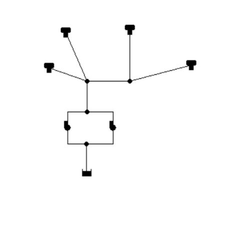
- Chaque consommateur final est alimenté par un réseau gravitaire depuis un château d'eau
- L'altitude du château d'eau et le dimensionnement des canalisations garantissent la pression en aval
- La prévision de la demande agrégée au niveau de chaque château d'eau est connue au pas de temps horaire
- Le volume d'eau est borné par une réserve minimale en cas d'urgence et la capacité du château d'eau

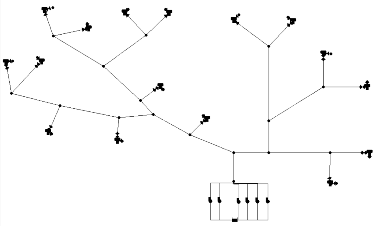


Objectifs du projet

Les caractéristiques des réseaux étudiés

1. **Réseau branché :** dans chaque canalisation, la direction d'écoulement est connue
2. **Valve réductrice de débit :** au niveau de chaque château d'eau, on peut fixer à la fois le débit et la perte de charge souhaitée
3. **Station de pompage unique :** Les châteaux d'eau sont alimentés par une source unique





Objectif : **Planifier le pompage pour minimiser le coût**

Objectifs du projet

1. mise en pratique d'un modèle non-linéaire
2. recherche de solutions alternatives lorsque la complexité du problème devient trop importante
3. utilisation de GAMS et du serveur Neos

Calendrier

Calendrier

Le projet est suivi sur quatre demi-journées organisées comme suit :

1. **Modélisation 1/2** : description du problème et modélisation ;
2. **Modélisation 2/2** : présentation de GAMS/Neos ;
3. **Implémentation 1/2** : implémentation, test et analyse ;
4. **Implémentation 2/2** : comment améliorer les résultats ?

Évaluation : un rapport/groupe.

Modèles

1 : sans pression et réseau aggrégé

Données du problème :

- D_{rt} Demande en eau (m^3/h) pour tout pas de temps $t \in T = \{0, \dots, \mathbb{T} - 1\}$ et château d'eau $r \in J_R$
- C_t Tarif électrique (euros/kWh) pour tout pas de temps $t \in T = \{0, \dots, \mathbb{T} - 1\}$
- V_r^{min}, V_r^{max} volumes min/max (m^3) des châteaux d'eau $r \in J_R$
- V_r^0 volume initial (m^3) des châteaux d'eau $r \in J_R$
- S_r surface (m^2) des châteaux d'eau $r \in J_R$
- Q_k^{min}, Q_k^{max} débits min/max (en m^3/h) à travers les pompes $k \in A_K$
- $P_k(q) = E_k + F_k q$ puissance des pompes $k \in A_K$ en kW en fonction du débit d'eau q (en m^3/h) traversant

1 : sans pression et réseau aggrégé

Variables : Pour tout pas de temps $t \in T = \{0, \ldots, \mathbb{T} - 1\}$:

- $x_{kt} = 1$ si la pompe $k \in A_K$ est allumée (0 sinon)
- $q_{at} \in \mathbb{R}_+$ flot transitant dans la pompe $a \in A_K$ ou entrant le réservoir $a \in J_R$ (en m^3/h)
- $v_{rt} \in \mathbb{R}_+$ volume du réservoir $r \in J_R$ (en m^3) à la fin du pas t

2 : explicitation de la topologie

Données du problème :

- Q_l^{max} débits max à travers les canalisations $l \in A_L$

3 : conservation de la charge hydraulique

Données du problème :

- $\Phi_l(q) = A_l q^2 + B_l q$ perte de charge (en m) dans les canalisations $l \in A_L$ en fonction du flot traversant q (en m^3/h)
- $\Psi_k(q) = A_k q^2 + B_k q + C_k$ gain de charge (en m) dans les pompes $k \in A_K$ en fonction du flot traversant q (en m^3/h)
- Z_j altitude (en m) de chaque nœud $j \in J$ du réseau

sans pression et réseau aggrégé

Pour tout pas de temps $t \in T = \{0, \ldots, \mathbb{T} - 1\}$:

- $x_{kt} = 1$ si la pompe $k \in A_K$ est allumée (0 sinon)
- $q_{at} \in \mathbb{R}_+$ flot transitant dans la pompe $a \in A_K$ ou entrant le réservoir $a \in J_R$ (en m^3/h)
- $v_{rt} \in \mathbb{R}_+$ volume du réservoir $r \in J_R$ (en m^3) à la fin du pas t

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{k \in A_K, t \in T} C_t (E_k x_{kt} + F_k q_{kt}) & \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{k \in A_K} q_{kt} = \sum_{r \in J_R} q_{rt} & \forall t \in T \\
& q_{rt} + v_{r(t-1)} = D_{rt} + v_{rt} & \forall t \in T, r \in J_R \\
& Q_k^{min} x_{kt} \leq q_{kt} \leq Q_k^{max} x_{kt} & \forall t \in T, k \in A_K \\
& V_r^{min} \leq v_{rt} \leq V_r^{max} & \forall t \in T, r \in J_R \\
& v_{r0} = V_r^0, v_{rT} \geq V_r^0 & \forall r \in J_R
\end{aligned}
$$

avec la topologie du réseau

- $q_{at} \in \mathbb{R}_+$ flot transitant dans l'arc $a \in A$ (en m^3/h) au pas $t \in T$

$$
\begin{aligned}
\text{s.t.} \quad & \sum_{k \in A_K} q_{kt} = \sum_{j \in J^+(s)} q_{sjt} && \forall t \in T \\
& \sum_{j \in J^-(i)} q_{jit} = \sum_{j \in J^+(i)} q_{ijt} && \forall t \in T, \forall i \in J_J \\
& \sum_{j \in J^-(r)} q_{jrt} + v_{r(t-1)} = D_{rt} + v_{rt} && \forall t \in T, r \in J_R
\end{aligned}
$$

avec les pressions

- $h_{jt} \in \mathbb{R}_+$ charge en la jonction $j \in J$ (en m) au temps $t \in T$

$$
\begin{aligned}
\text{s.t.} \quad & h_{it} - h_{jt} = \Phi_{ij1} q_{ijt} + \Phi_{ij2} q_{ijt}^2 && \forall t \in T, ij \in A_L \\
& (h_{st} - h_0) x_{kt} = \Psi_{k0} x_{kt} + \Psi_{k2} q_{kt}^2 && \forall t \in T, k \in A_K \\
& h_{rt} \geq v_{rt}/S_r + Z_r && \forall t \in T, r \in J_R \\
& h_{jt} \geq Z_j && \forall t \in T, \forall j \in J
\end{aligned}
$$