



:- PRESTAZIONI :-

Le **prestazioni** si valutano in maniera diversa a seconda dell'applicazione, le grandezze da considerare sono :

- Tempo di risposta o di esecuzione
- Throughput

Per una macchina qualsiasi vale la relazione :

$$\text{prestazioni } (X) = \frac{1}{\text{tempo di esecuzione di } X}$$

Se per due macchine X e Y, le prestazioni di X sono migliori di Y si ha che :

$$\text{prestazioni di } X > \text{prestazioni di } Y$$

$$\text{tempo di esecuzione di } Y > \text{tempo di esecuzione di } X$$

Relazione tra le prestazioni di due macchine X e Y:

$$\frac{\text{prestazioni } X}{\text{prestazioni di } Y} = \frac{\text{tempo di esecuzione di } Y}{\text{tempo di esecuzione di } X} = n$$

Tempo di CPU -> tempo speso dalla CPU nell'eseguire un determinato programma.

$$\text{Tempo di CPU} = \text{Cicli di clock della CPU} \times \text{Periodo (durata) di ciclo del clock}$$

$$\text{Tempo di CPU} = \frac{\text{Cicli di clock della CPU}}{\text{frequenza di clock}}$$

CPI -> clock per istruzione, indica il numero medio di cicli di clock per istruzione

$$\text{Cicli di clock della CPU} = \text{n. istruzioni del programma} \times \underline{\text{CPI}}$$

quindi..

$$\text{Tempo di CPU} = \frac{\text{Cicli di clock della CPU}}{\text{frequenza di clock}} = \frac{\text{n. istruzioni del programma} \times \underline{\text{CPI}}}{\text{frequenza di clock}}$$



$$\text{Tempo di CPU} = \text{Cicli di clock della CPU} \times \text{Periodo (durata) di ciclo del clock}$$

$$= \text{n. istruzioni del programma} \times \underline{\text{CPI}} \times \text{Periodo (durata) di ciclo del clock}$$

ESEMPIO TEMPO DI CPU

Computer A: 2GHz clock, 10s CPU time

Designing Computer B

- Aim for 6s CPU time
- Can do faster clock, but causes $1.2 \times$ clock cycles

How fast must Computer B clock be?

$$\text{Clock Rate}_B = \frac{\text{Clock Cycles}_B}{\text{CPU Time}_B} = \frac{1.2 \times \text{Clock Cycles}_A}{6s}$$

$$\begin{aligned}\text{Clock Cycles}_A &= \text{CPU Time}_A \times \text{Clock Rate}_A \\ &= 10s \times 2\text{GHz} = 20 \times 10^9\end{aligned}$$

$$\text{Clock Rate}_B = \frac{1.2 \times 20 \times 10^9}{6s} = \frac{24 \times 10^9}{6s} = 4\text{GHz}$$

ESEMPIO CPI

- Computer A: Cycle Time = 250ps, CPI = 2.0
- Computer B: Cycle Time = 500ps, CPI = 1.2
- Same ISA
- Which is faster, and by how much?

$$\begin{aligned}\text{CPU Time}_A &= \text{Instruction Count} \times \text{CPI}_A \times \text{Cycle Time}_A \\ &= I \times 2.0 \times 250\text{ps} = I \times 500\text{ps}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{CPU Time}_B &= \text{Instruction Count} \times \text{CPI}_B \times \text{Cycle Time}_B \\ &= I \times 1.2 \times 500\text{ps} = I \times 600\text{ps}\end{aligned}$$

$$\frac{\text{CPU Time}_B}{\text{CPU Time}_A} = \frac{I \times 600\text{ps}}{I \times 500\text{ps}} = 1.2$$

Cicli di clock della CPU analizzando i diversi tipi di istruzioni :

$$\text{Cicli di clock della CPU} = \sum_{i=1}^n (\text{CPI}_i C_i)$$

LEGGENDA:

$C(i) \rightarrow$ numero medio dei cicli per le istruzioni della classe i

$\text{CPI}(i) \rightarrow$ numero medio dei cicli per le istruzioni della classe i

$n \rightarrow$ numero delle classi

- Alternative compiled code sequences using instructions in classes A, B, C

| Class | A | B | C |
|------------------|---|---|---|
| CPI for class | 1 | 2 | 3 |
| IC in sequence 1 | 2 | 1 | 2 |
| IC in sequence 2 | 4 | 1 | 1 |

■ Sequence 1: IC = 5

$$\begin{aligned}&\text{Clock Cycles} \\ &= 2 \times 1 + 1 \times 2 + 2 \times 3 \\ &= 10\end{aligned}$$

$$\text{Avg. CPI} = 10/5 = 2.0$$

■ Sequence 2: IC = 6

$$\begin{aligned}&\text{Clock Cycles} \\ &= 4 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 3 \\ &= 9\end{aligned}$$

$$\text{Avg. CPI} = 9/6 = 1.5$$

Legge di Amdahl

$$\text{Tempo migliorato} = \frac{\text{Tempo affected}}{\text{Fattore di miglioramento}} + \text{Tempo unaffettato}$$

$$\text{Speedup} = \frac{\text{Tempo vecchio}}{\text{Tempo migliorato}}$$

$$ICP = \frac{\text{n. di istruzioni programma}}{\text{n. cicli di clock della CPU}}$$

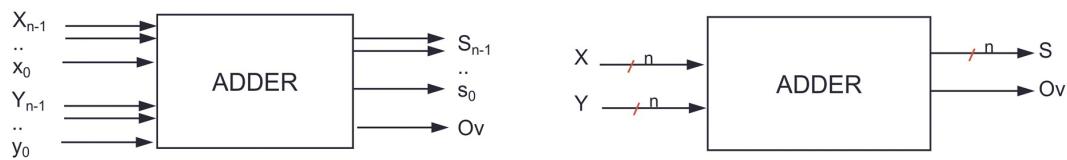
RETI LOGICHE

Definizione → Una rete logica è un sistema digitale avente:

- n → segnali binari in ingresso
- m → segnali binari in uscita



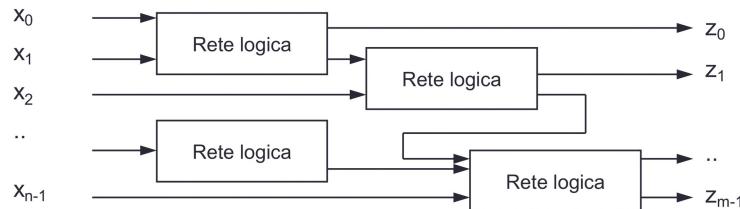
I segnali di ingresso e di uscita possono essere singoli (un solo bit) oppure composti (n bit)



Proprietà delle reti logiche

Proprietà di interconnessione:

- L'interconnessione di più reti logiche, aventi per ingresso segnali esterni o uscite di altre reti logiche e per uscite segnali di uscita esterne o ingressi di altre reti logiche, è ancora una rete logica

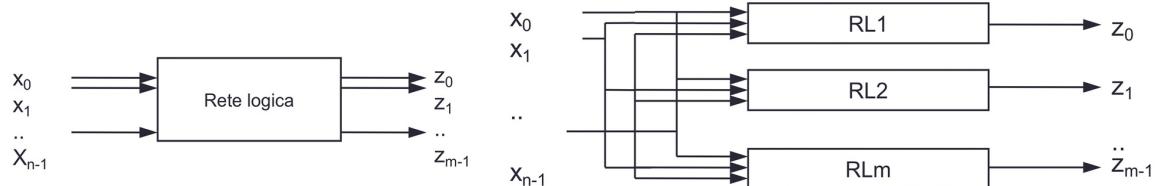


Proprietà di decomposizione:

- Una rete logica complessa può essere decomposta in reti logiche più semplici (fino all'impiego di soli blocchi o gate elementari)

Proprietà di decomposizione in parallelo:

- Una rete logica a m uscite può essere decomposta in m reti logiche ad 1 uscita, aventi ingressi condivisi



Rete Combinatoria vs Rete Sequenziale

- **Rete COMBINATORIA** -> ogni segnale di uscita dipende solo dai valori degli ingressi in quell'istante. E' una rete senza memoria non ha quindi stato e non ricorda gli ingressi precedenti.

Esempio di rete combinatoria

Conversione di valori BCD su display a sette segmenti

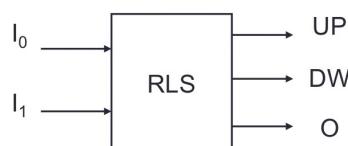
- Descrizione comportamentale (a parole): progettare una rete logica che permette la visualizzazione su un display a sette segmenti di un valore in codice BCD.
 - **Codifica BCD:** impiego di 4 cifre binarie per la rappresentazione di un numero decimale da 0 a 9.
 - **Es:** 15 *decimale*
 1111 *binario*
 0001 0101 *BCD*
-
- L'uscita $Z = \{a, b, \dots, g\}$ dipende in ogni istante dalla configurazione degli ingressi $\{x_3, x_2, x_1, x_0\}$

- **Rete SEQUENZIALE** -> ogni segnale di uscita dipende dai valori degli ingressi in quell'istante e dai valori che gli ingressi hanno assunto negli stati precedenti. E' una rete con memoria, ha uno STATO che riassume la sequenza degli ingressi precedenti.

Esempio di rete sequenziale

Progettare la rete logica di gestione di un ascensore.

- La rete ha tre uscite UP, DW e O. UP, DW indicano le direzioni su e giù mentre O vale 1 se la porta deve essere aperta e 0 altrimenti. La rete ha come ingresso due segnali che indicano il piano {0,1,2,3} corrispondente al tasto premuto. Per calcolare l'uscita è necessario conoscere il piano corrente che indica lo stato interno.



Descrizione delle reti combinatorie

Tabella di verità:

-tabella che associa tutte le possibili combinazioni degli ingressi alle corrispondenti configurazioni delle uscite e indica esaustivamente il comportamento della rete logica

- Se la rete combinatoria ha n ingressi e m uscite, allora la tabella di verità ha $(n+m)$ colonne e 2^n righe

- Si dicono **COMPLETAMENTE SPECIFICATE** se ogni valore della tabella assume il valore logico di vero o falso (1, 0)

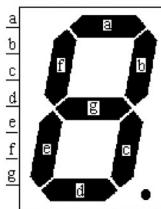
- Si dicono **NON COMPLETAMENTE SPECIFICATE** se contengono condizioni di indifferenza. Si verifica in due casi:

C.1) *se alcune configurazioni di ingressi sono vietate*

| x_3 | x_2 | x_1 | x_0 | a | b | c | d | e | f | g |
|-------|-------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | - | - | - | - | - | - | - |
| 1 | 0 | 1 | 1 | - | - | - | - | - | - | - |
| 1 | 1 | 0 | 0 | - | - | - | - | - | - | - |
| 1 | 1 | 0 | 1 | - | - | - | - | - | - | - |
| 1 | 1 | 1 | 0 | - | - | - | - | - | - | - |
| 1 | 1 | 1 | 1 | - | - | - | - | - | - | - |

1

Esempio: conversione BCD 7 segmenti



Architettura dei calcolatori

Rappresentazione grafica e logica di funzioni combinatorie



OR

| x_0 | x_1 | z |
|-------|-------|-----|
| 00 | 0 | 0 |
| 01 | 1 | 1 |
| 10 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 1 |

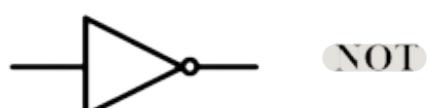
Vale 1 se e solo se tutti gli ingressi valgono 1



AND

| x_0 | x_1 | z |
|-------|-------|-----|
| 00 | 0 | 0 |
| 01 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 |
| 11 | 1 | 1 |

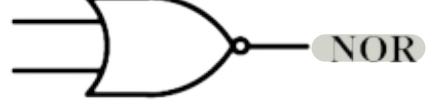
Vale 1 se e solo se tutti gli ingressi valgono 1



NOT

| x | z |
|-----|-----|
| 0 | 1 |
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |
| 1 | 0 |

Restituisce il valore inverso dell'ingresso



NOR

| x_0 | x_1 | z |
|-------|-------|-----|
| 00 | 1 | 1 |
| 01 | 0 | 1 |
| 10 | 0 | 1 |
| 11 | 0 | 0 |

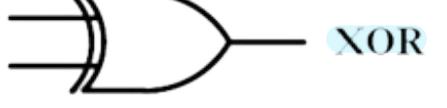
Vale 1 se e solo se ne x_0 , ne x_1 valgono 1



NAND

| x_0 | x_1 | z |
|-------|-------|-----|
| 00 | 1 | 0 |
| 01 | 1 | 0 |
| 10 | 1 | 0 |
| 11 | 0 | 0 |

Vale 0 se e solo se ne x_0 , ne x_1 valgono 0



NOR

| x_0 | x_1 | z |
|-------|-------|-----|
| 00 | 0 | 1 |
| 01 | 1 | 1 |
| 10 | 1 | 1 |
| 11 | 0 | 0 |

Vale 1 se e solo se x_0 , x_1 valgono 1 ma non entrambi



XNOR

| x_0 | x_1 | z |
|-------|-------|-----|
| 00 | 1 | 1 |
| 01 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 |
| 11 | 1 | 1 |

Vale 1 se e solo se x_0 , x_1 sono uguali

Algebra di Boole

L'Algebra di Boole è un sistema matematico che descrive funzioni di variabili binarie

OR

$$\begin{array}{l} P1) 0 + 0 = 0 \\ P2) 0 + 1 = 1 \\ P3) 1 + 0 = 1 \\ P4) 1 + 1 = 1 \end{array}$$

AND

$$\begin{array}{l} P5) 0 \cdot 0 = 0 \\ P6) 0 \cdot 1 = 0 \\ P7) 1 \cdot 0 = 0 \\ P8) 1 \cdot 1 = 1 \end{array}$$

NOT

$$\begin{array}{l} P9) 0' = 1 \\ P10) 1' = 0 \end{array}$$

Funzioni Booleane

- Esiste corrispondenza 1:1 tra una tabella della verità e funzione Booleana.

$f(x_2, x_1, x_0): B \times B \times B \rightarrow B$

| x ₂ | x ₁ | x ₀ | f(x ₂ , x ₁ , x ₀) |
|----------------|----------------|----------------|------------------------------------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

- Complementazione:** A complementato si indica come A' oppure \bar{A} .
- Il simbolo • del prodotto logico viene spesso omesso.

Teorema 1 → Ogni espressione di n variabili descrive una funzione completamente specificata che può essere valutata attribuendo ad ogni variabile un valore assegnato.

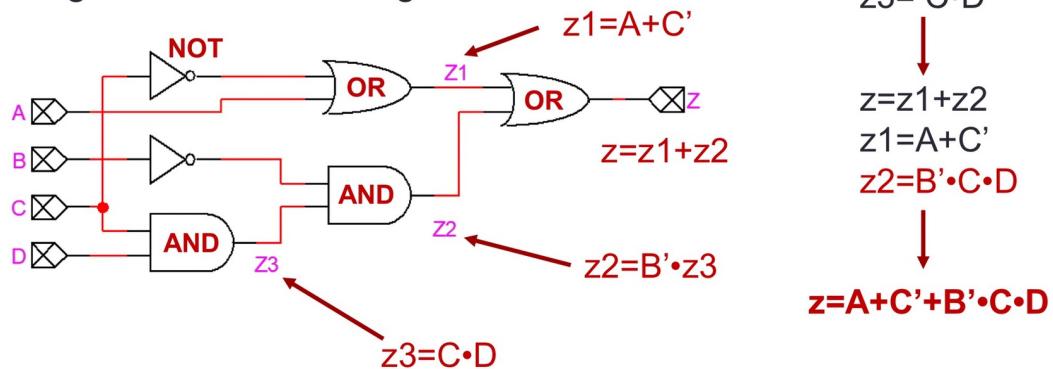
| x ₂ | x ₁ | x ₀ | f(x ₂ , x ₁ , x ₀) |
|----------------|----------------|----------------|------------------------------------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |



$$f(x_2, x_1, x_0) = x_2'x_1'x_0 + x_2x_1'x_0' + x_2x_1x_0$$

Da uno schema logico ad una funzione booleana

Esercizio: Eseguire l'analisi del seguente schema



Teoremi dell'algebra di Boole

Teor. di Identità

- (T1) $X + 0 = X$
- (T1') $X \cdot 1 = X$

Teor. di Elementi nulli

- (T2) $X + 1 = 1$
- (T2') $X \cdot 0 = 0$

Idempotenza

- (T3) $X + X = X$
- (T3') $X \cdot X = X$

Involuzione

- (T4) $(X')' = X$

Complementarietà

- (T5) $X + X' = 1$
- (T5') $X \cdot X' = 0$

Proprietà commutativa

- (T6) $X + Y = Y + X$
- (T6') $X \cdot Y = Y \cdot X$

Proprietà associativa

- (T7) $(X + Y) + Z = X + (Y + Z) = X + Y + Z$
- (T7') $(X \cdot Y) \cdot Z = X \cdot (Y \cdot Z) = X \cdot Y \cdot Z$

Proprietà di assorbimento

- (T8) $X + X \cdot Y = X$
- (T8') $X \cdot (X + Y) = X$

Proprietà distributiva

- (T9) $X \cdot Y + X \cdot Z = X \cdot (Y + Z)$
- (T9') $(X + Y) \cdot (X + Z) = X + Y \cdot Z$

Proprietà della combinazione

- (T10) $(X + Y) \cdot (X' + Y) = Y$
- (T10') $X \cdot Y + X' \cdot Y = Y$

Proprietà del consenso

- (T11) $(X + Y) \cdot (X' + Z) \cdot (Y + Z) = (X + Y) \cdot (X' + Z)$
- (T11') $X \cdot Y + X' \cdot Z + Y \cdot Z = X \cdot Y + X' \cdot Z$

Teorema di De Morgan

- (T12) $(X + Y)' = (X' \cdot Y')$
- (T12') $(X \cdot Y)' = (X' + Y')$