

# Algoritmo de Grover

Inversão de fase e inversão sobre a média

Adenilton J. da Silva

[www.cin.ufpe.br/~ajsilva](http://www.cin.ufpe.br/~ajsilva)

# Introdução

- ▶ O algoritmo de Grover é um algoritmo quântico que realiza uma busca com custo  $O(\sqrt{N})$ .
- ▶ Neste vídeo veremos as subrotinas do algoritmo de Grover conhecidas como inversão de fase e inversão sobre a média.

# Óráculo

- ▶ O algoritmo de Grover requer um óráculo  $O$  para realizar uma busca.

# Óráculo

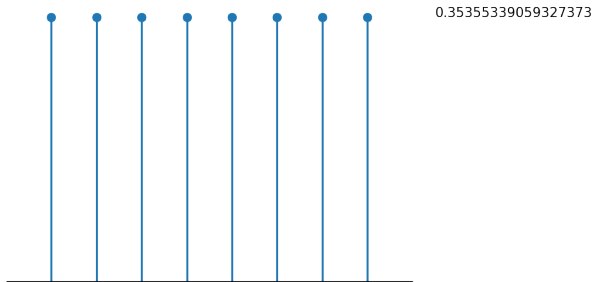
- ▶ O algoritmo de Grover requer um óráculo  $O$  para realizar uma busca.
- ▶  $O|x\rangle|q\rangle = |x\rangle|q \oplus f(x)\rangle$ , onde  $f(x) = 1$  se e somente se  $x$  é o valor procurado.

# Oráculo

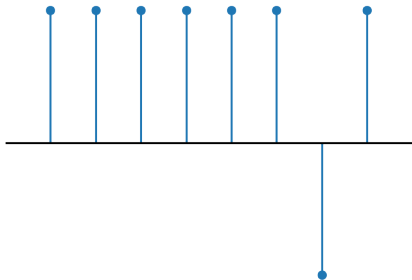
- ▶ O algoritmo de Grover requer um oráculo  $O$  para realizar uma busca.
- ▶  $O|x\rangle|q\rangle = |x\rangle|q \oplus f(x)\rangle$ , onde  $f(x) = 1$  se e somente se  $x$  é o valor procurado.
- ▶ Inversão de fase

$$O|x\rangle\left(\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}\right) = (-1)^{f(x)}|x\rangle\left(\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}\right)$$

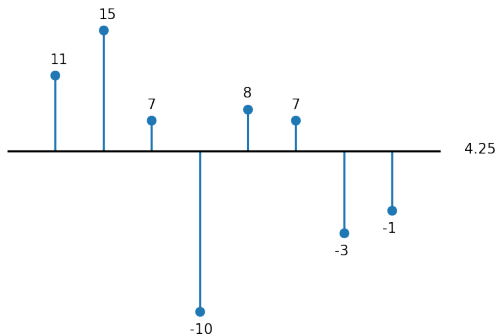
# Inversão de fase



# Inversão de fase



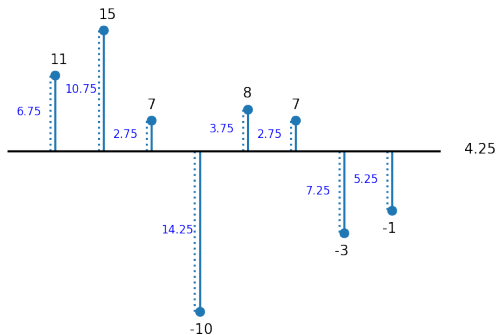
## Inversão sobre a média



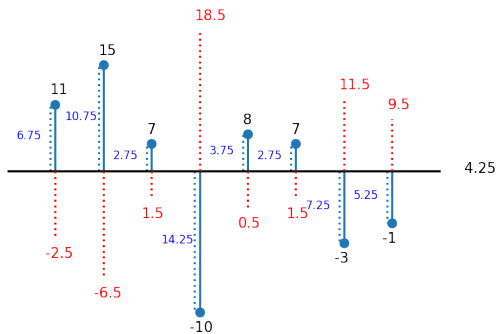
- Considere a sequência de inteiros 11, 15, 7, -10, 8, 7, -3, -1.
- A média destes números é 4.25.



# Inversão sobre a média



# Inversão sobre a média



# Inversão sobre a média

## Vetorização

- ▶ Como calcular a média utilizando uma matriz?

$$A \cdot |v\rangle = [\textit{media}(v), \dots, \textit{media}(v)]^T$$

# Inversão sobre a média

## Vetorização

- Como calcular a média utilizando uma matriz?

$$A \cdot |v\rangle = [media(v), \dots, media(v)]^T$$

- Exemplo para 8 elementos.

$$\begin{bmatrix} 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 \\ 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 \\ 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 \\ 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 \\ 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 \\ 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 \\ 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 \\ 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \end{bmatrix}$$

# Inversão sobre a média

## Vetorização

- ▶ A inversão sobre a média pode ser realizada através da operação

$$-|v\rangle + 2 * A|v\rangle = (-I + 2A)|v\rangle$$

- ▶ Exemplo para  $|v\rangle$  com dimensão 8.

$$\begin{bmatrix} -1 + 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & -1 + 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & -1 + 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & -1 + 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & -1 + 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & -1 + 1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & -1 + 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & -1 + 1/4 \end{bmatrix}$$

# Inversão sobre a média

Circuito quântico

$$|\psi\rangle = H^{\otimes n} |0\rangle^{\otimes n}$$

$$A = |\psi\rangle \langle \psi|$$

$$I = H^{\otimes n} H^{\otimes n}$$

# Inversão sobre a média

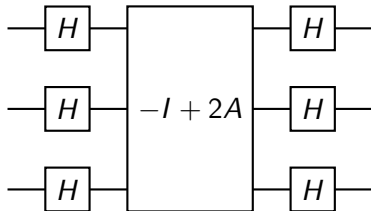
Circuito quântico

$$|\psi\rangle = H^{\otimes n} |0\rangle^{\otimes n}$$

$$A = |\psi\rangle \langle \psi|$$

$$I = H^{\otimes n} H^{\otimes n}$$

$$-I + 2A = H^{\otimes n} (-I + 2|0\rangle \langle 0|) H^{\otimes n}$$



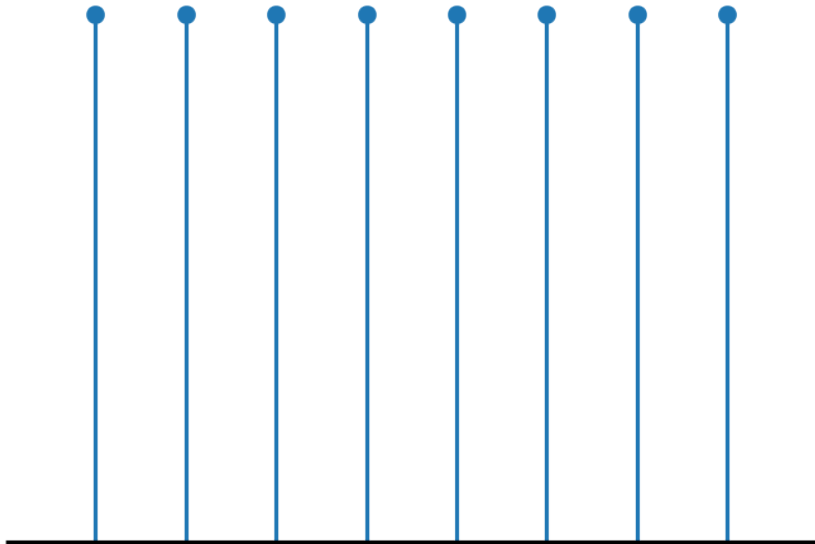
# Inversão sobre a média

$$-I + 2|0\rangle\langle 0|$$

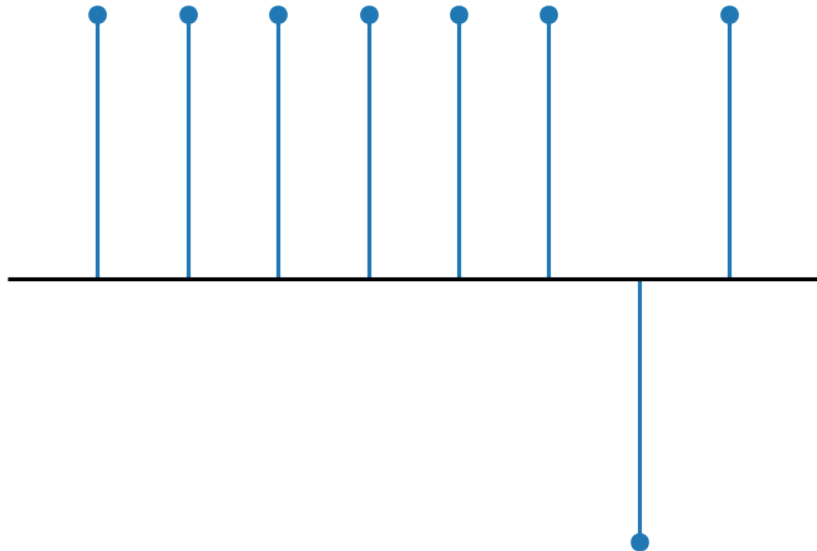


## Inversão de fase + inversão sobre a média

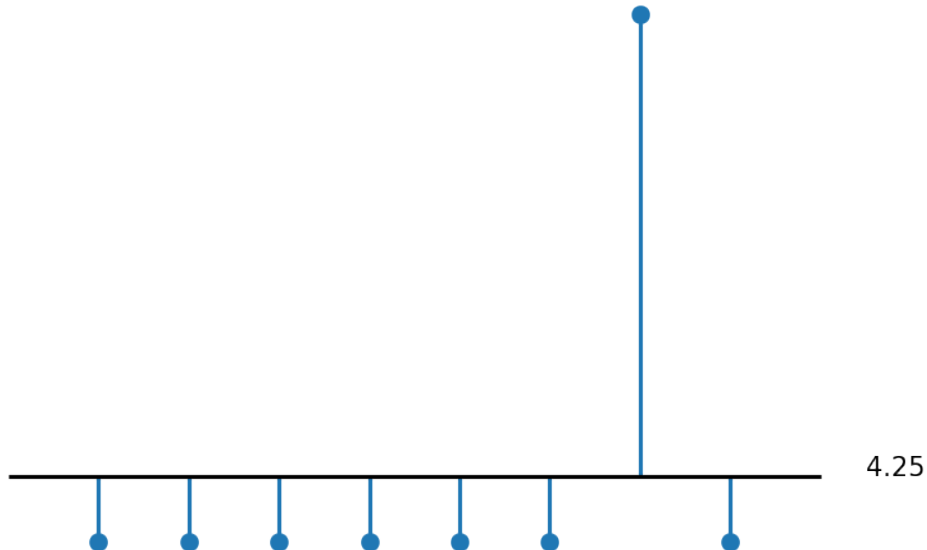
0.353553390591



## Inversão de fase + inversão sobre a média



## Inversão de fase + inversão sobre a média



## Próxima aula

- ▶ Combinar inversão de fase e inversão de média para realizar uma busca.
- ▶ Custo computacional do algoritmo de Grover.
- ▶ Interpretação geométrica.

# Algoritmo de Grover

Inversão de fase e inversão sobre a média

Adenilton J. da Silva

[www.cin.ufpe.br/~ajsilva](http://www.cin.ufpe.br/~ajsilva)