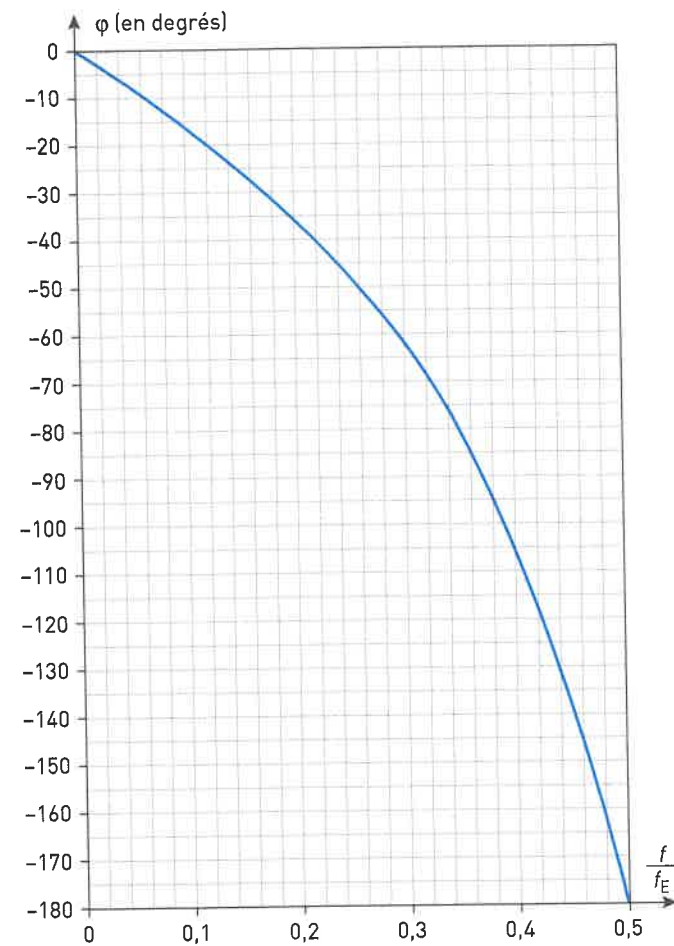


**3.2** Vérifier que  $|H(j\omega)| = 1$  et justifier l'appellation de « passe-tout » donnée à ce filtre.

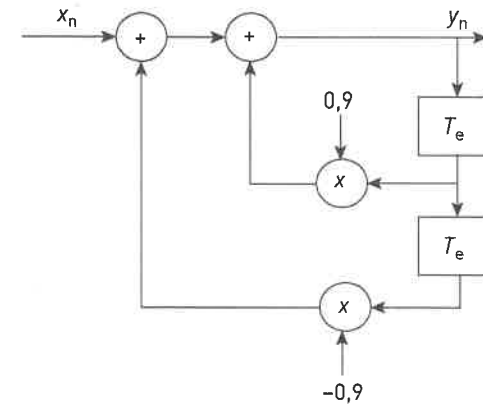
**3.3** On note  $\phi(\omega) = \arg[H(j\omega)]$ , le déphasage introduit par ce filtre. La courbe ci-dessous représente l'évolution de ce déphasage en fonction de la fréquence réduite  $\frac{f}{f_E}$ , pour  $a = 0,4$ .



En entrée du filtre, on applique un signal numérique  $\{x_n\}$  tel que  $x_n = 1,5 \sin(2\pi f_0 n T_E)$  avec  $f_0 = 8,64$  kHz. Déterminer l'expression du signal de sortie  $y_n$  en régime sinusoïdal établi.

### 13 Filtre passe-bande (d'après sujet d'examen)

Un système automatique d'aide à l'atterrissage d'un avion fournit aux systèmes de contrôle des informations offrant au pilote un guidage de précision dans la phase d'approche. Ce système repose, entre autre, sur l'émission au sol d'un signal porteur modulé en amplitude par un signal sinusoïdal de fréquence 90 MHz. Après démodulation, ce signal est converti en une séquence de nombres traitée numériquement au sein du cockpit conformément à la structure ci-après :



**1.** Donner l'expression de  $y_n$ , en fonction des échantillons  $x_n$ ,  $y_{n-1}$  et  $y_{n-2}$ .

**2.** Indiquer, en justifiant votre réponse, s'il s'agit d'un filtre récursif.

**3.** On note  $X(z)$  (respectivement  $Y(z)$ ) la transformée en  $z$  de la séquence  $\{x_n\}$  (respectivement  $\{y_n\}$ ). Donner l'expression de la fonction de transfert en  $z$  du filtre, notée  $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ .

#### 4. Étude de la stabilité :

**4.1** Énoncer le critère de stabilité portant sur la position des pôles de  $H(z)$ .

**4.2** Sachant que  $H(z)$  peut s'écrire :  $H(z) = \frac{z}{(z - z_1)(z - z_2)}$  avec  $z_1 = 0,45 + 0,835j$  et  $z_2 = 0,45 - 0,835j$ , discuter de la stabilité du filtre.

**4.3** Le signal d'entrée est une séquence issue de l'échantillonnage de l'échelon unitaire, dont la transformée en  $z$  est  $X(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}}$ .

**4.3.1** Donner l'expression de  $Y(z)$ , en fonction de  $z^{-1}$  et  $z^{-2}$ .

**4.3.2** En appliquant le théorème de la valeur finale, déterminer la valeur finale de  $y_n$ .

**4.3.3** Le fonctionnement est-il stable ? Justifier.

**5.** Dédurre de la question 3, l'expression de la transmittance complexe du filtre  $H(j\omega)$ . Exprimer  $H(jf)$  en fonction de  $\frac{f}{F_E}$  avec  $F_E$  fréquence d'échantillonnage.

**6.** La représentation du module  $H$  de  $H(jf)$  en fonction de  $\frac{f}{F_E}$  est donnée sur la figure ci-après :