2. Seconde phase de fonctionnement : $\left(n-\frac{1}{2}\right)T_E < t < nT_E$.

2.1 Représenter le schéma équivalent au montage étudié.

2.2 Montrer qu'à la fin de cette phase de fonctionnement, $q_1(nT_E) = C_1 e(nT_E) = C_1 e_n$

2.3 Exprimer également $q_2(nT_E)$ en fonction de C_2 et $s(nT_E) = s_n$.

3. Équation de récurrence :

3.1 Déduire des questions précédentes Δq_1 et Δq_2 les variations respective des charges q_1 et q_2 entre $\left(n-\frac{1}{2}\right)T_E$ et nT_E.

3.2 Sachant que $\Delta q_1 = \Delta q_2$, montrer que $s_n - s_{n-1} = -\frac{C_1}{C_2}e_n$.

3.3 En utilisant la correspondance suivante $\frac{ds(nT_E)}{dt} \leftrightarrow \frac{s_n - s_{n-1}}{T_E}$, justifier que c montage est bien un intégrateur.

3.4 Donner l'expression de la transmittance $H(z)$ de ce montage.

15 Oscillateur numérique

La numérotation téléphonique à fréquence vocale repose sur l'envoi sur la ligne d'un signal DTMF (*dual-tone multi-frequency*) associé à chaque touche du clavier.

Chaque code DTMF correspond à la somme de deux sinusoïdes pures don la synthèse peut être réalisée par deux oscillateurs numériques cadencés à la fréquence $f_E = 8$ kHz.

Les fréquences utilisées pour le codage des touches du clavier sont indiquées dans le tableau suivant.

	1209 Hz	1336 Hz	1477 Hz	1633 Hz
697 Hz	1	2	3	A
770 Hz	4	5	6	B
852 Hz	7	8	9	C
941 Hz	*	0	#	D

On se propose d'étudier dans cet exercice la génération numérique d'une tension sinusoïdale $s(t) = \hat{S}\sin(2\pi f_0 t)$, de niveau −9 dBm et de fréquence f_0 = 852 Hz, utilisée pour coder les touches 7, 8, 9 et C.

1. Sachant qu'en téléphonie un niveau de tension de 0 dBm correspond à une puissance de 1 mW dissipée dans une résistance de 600 Ω, déterminer l'amplitude $\hat{S}$ du signal $s(t)$.

2.1 Donner l'expression de $s_n = s(nT_E)$ en fonction de $\theta = 2\pi f_0 T_E$.

2.1 Sachant que $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$, montrer que :

$$s_{n+1} = s_n\cos(\theta) + \hat{S}\sin(\theta)\cos(n\theta).$$

2.3 En déduire l'expression de $\cos(n\theta)$ en fonction de s_{n+1} et de s_n puis montrer que : $\cos[(n+1)\theta] = \frac{s_{n+2} - \cos(\theta)s_{n+1}}{\hat{S}\sin(\theta)}$

3. Sachant également que : $\cos[(n+1)\theta] = \frac{s_{n+1}\cos(\theta) - s_n}{\hat{S}\sin(\theta)}$, en déduire que la séquence $\{s_n\}$ vérifie l'équation de récurrence suivante :

$$s_{n+2} - 2\cos(\theta)s_{n+1} + s_n = 0.$$

4.1 Représenter une structure de réalisation de l'algorithme avec les opérateurs élémentaires : addition ou soustraction, multiplication par une constante et mémorisation (retard de T_E).

4.2 Quelle particularité présente cette structure ?

5. On donne $s_0 = 0$ et $s_1 = 0{,}389\sin(\theta)$.

5.1 À l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, calculer la suite des échantillons s_n générés pour $0 \le n \le 20$.

5.2 Représenter s_n en fonction de n pour $0 \le n \le 20$.

5.3 Conclure.