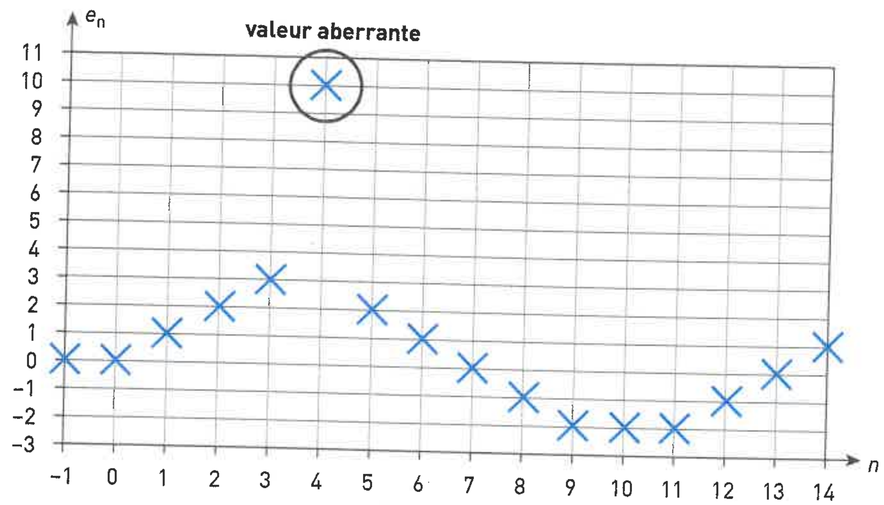
2.1 Donner les valeurs y_0, y_1, et y_2 prises par le nombre y_n en sortie.

2.2 En déduire les valeurs des coefficients a_0, a_1 et b_0.

3. Donner l'expression de $H(z)$, la transmittance en z du système.

11 Filtre à moyenne glissante et filtre médian

Parmi les filtres numériques les plus employés, figurent le filtre à moyenne glissante et le filtre médian particulièrement utilisé dans le domaine du traitement d'images numériques où il permet d'améliorer la qualité d'images bruitées. L'objet de cet exercice est de comparer l'action de ces deux types de filtres sur la séquence de nombres $\{e_n\}$ suivante qui présente une valeur aberrante (due par exemple à une erreur de mesure).



La séquence $\{e_n\}$ est traitée par deux algorithmes :

- le premier, de type moyenne glissante, délivre la séquence $\{s_{1n}\}$ avec $s_{1n} = \dfrac{e_{n-1} + e_n + e_{n+1}}{3}$.
- le second, de type médian, délivre la séquence $\{s_{2n}\}$ où s_{2n} correspond à la valeur médiane de e_{n-1}, e_n et e_{n+1}. Pour déterminer la valeur médiane de trois nombres, il faut les ranger dans l'ordre croissant et extraire la valeur centrale. Ainsi, par exemple, pour des valeurs de e_{n-1}, e_n et e_{n+1} respectivement égales à 3, 8, 4, la valeur médiane est égale à 4.

1. Déterminer graphiquement les valeurs de e_n pour $0 \leq n \leq 14$ et reporter ces valeurs dans la seconde ligne du tableau suivant :

n	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
e_n	0															
s_{1n}	0															X
s_{2n}	0															X

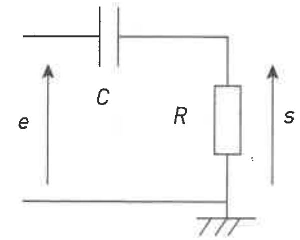
2. Calculer, pour $0 \leq n \leq 13$, les échantillons s_{1n} et s_{2n} fournis par les deux algorithmes et compléter les deux dernières lignes du tableau.

3. Représenter s_{1n} et s_{2n} en fonction de n pour $0 \leq n \leq 13$.

4. Quel est le filtre le plus efficace pour atténuer les valeurs aberrantes isolées ?

12 Équivalent numérique d'un système analogique

On cherche à implanter dans un calculateur un algorithme afin que le fonctionnement reproduise le plus fidèlement possible celui du système analogique représenté ci-dessous.



1. Montrer que $\tau \dfrac{ds}{dt} + s = \tau \dfrac{de}{dt}$ avec $\tau = RC$.

2. Le calculateur travaille au rythme d'une horloge de période $T_E = \dfrac{\tau}{9}$.

2.1 En utilisant l'approximation d'Euler de la dérivée, déterminer l'équation de récurrence de l'algorithme et représenter le schéma-bloc associé.

2.2 De quel type d'algorithme s'agit-il ?

2.3 Donner l'expression de la fonction de transfert échantillonnée $H(z)$ correspondante.

3. On applique en entrée du calculateur une séquence échelon unité $\{e_n\} = \{u_n\}$ telle que $u_n = 1$ pour $n \geq 0$ et $u_n = 0$ pour $n < 0$.

3.1 Calculer les valeurs s_0, s_1, s_2 et s_3 prises par la sortie s_n.

3.2 En déduire l'expression générale de s_n pour tout $n \geq 0$.

3.3 Tracer la réponse du calculateur à la séquence échelon unité.

Exercices d'entraînement

13 Équivalent numérique de l'intégration

La modélisation de nombreux systèmes analogiques fait intervenir une opération d'intégration. On rappelle que d'un point de vue géométrique, l'intégrale $\int_0^{t_0} x(t)dt$ correspond à l'aire de la surface comprise entre la courbe $x(t)$ et l'axe des abscisses pour $0 \leq t \leq t_0$.