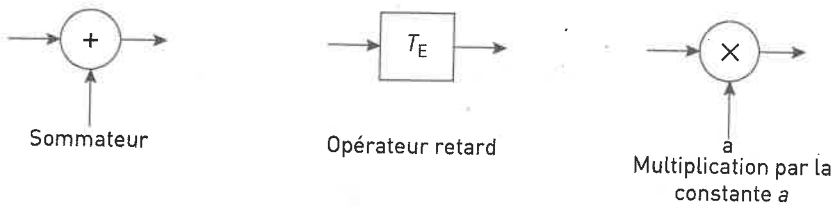
**1.** Représenter la structure associée à l'équation de récurrence en utilisant les blocs fonctionnels suivants :




**2.** L'algorithme associé au système est-il de type récursif ou de type non récursif ?

**3.** Le système étant au repos ($e_n$ et $s_n$ nulles pour $n < 0$), on souhaite étudier la réponse du système à un échelon de consigne, $e_n$ passant à $n = 0$ de 0 à 150 tr/min. Reproduire et compléter le tableau suivant :

| $n$ | $n<0$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t$(µs) | $t<0$ | | | | | | |
| $e_n$ (tr/min) | 0 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 |
| $s_n$ (tr/min) | 0 | | | | | | |

**4.** Quelle est alors la valeur en régime permanent de $s_n$, notée $s_P$, sachant que pour $t$ tendant vers l'infini, $s_n = s_{n-1} = s_{n-2}$ ?

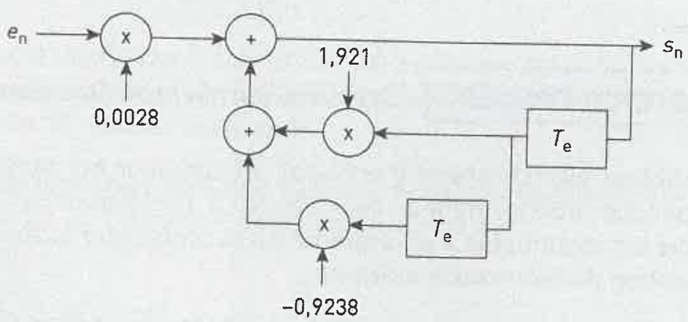
**5.1** Montrer que la fonction de transfert en $z$ du système étudié peut se mettre sous la forme :

$$T(z) = \frac{0{,}0028z^2}{z^2 - 1{,}921z + 0{,}9238}.$$

**5.2** En appliquant le théorème de la valeur finale, retrouver la valeur de $s_P$ précédemment déterminée.

## Correction

**1.** Une représentation structurelle de l'algorithme est la suivante :




**2.** $s_n$ dépendant de $s_{n-1}$ et de $s_{n-2}$, il s'agit d'un algorithme récursif.

**3.** Les différents instants d'échantillonnage sont donnés par $nT_E$ avec $T_E = 50$ µs.



Les échantillons successifs de $s_n$ sont calculés à partir de l'équation de récurrence.

| $n$ | $n<0$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **$t$(µs)** | $t<0$ | 0 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |
| **$e_n$ (tr/min)** | 0 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 | 150 |
| **$s_n$ (tr/min)** | 0 | 0,42 | 1,23 | 2,39 | 3,88 | 5,66 | 7,71 |

**4.** En régime permanent, comme $s_n = s_{n-1} = s_{n-2} = s_P$, l'équation de récurrence s'écrit : $s_P = 1{,}921s_P - 0{,}9238s_P + 0{,}0028e_P$ où $e_P = 150$ tr/min est la valeur en régime permanent du signal d'entrée.
On a donc $s_P(1 - 1{,}921 + 0{,}9238) = 0{,}0028e_n$ soit encore

$$s_P = \frac{0{,}0028}{0{,}0028}e_P = 1 \times 150 = 150 \text{ tr/min.}$$

**5.1** La transposition de l'équation de récurrence conduit à :
$S(z) = 1{,}921z^{-1}S(z) - 0{,}9238z^{-2}S(z) + 0{,}0028E(z)$
d'où $S(z)[1 - 1{,}921z^{-1} + 0{,}9238z^{-2}] = 0{,}0028E(z)$

et donc $T(z) = \dfrac{S(z)}{E(z)} = \dfrac{0{,}0028}{1 - 1{,}921z^{-1} + 0{,}9238z^{-2}} = \dfrac{0{,}0028z^2}{z^2 - 1{,}921z + 0{,}9238}.$

**5.2** D'après le théorème de la valeur finale, $s_P = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{z\to 1}(z-1)S(z)$ avec $S(z) = T(z)E(z)$ et $E(z) = \dfrac{150z}{z-1}$.

Donc $s_P = \lim_{z\to 1} \dfrac{150 \times 0{,}0028z^3}{z^2 - 1{,}921z + 0{,}9238} = \dfrac{150 \times 0{,}0028}{1 - 1{,}921 + 0{,}9238} = 150$ tr/min.

# Applications directes du cours

## 6 Échantillonnage d'un signal triangulaire

À partir d'une date choisie comme origine des temps, on échantillonne, à la fréquence $f_E = 2$ kHz, le signal $s(t)$ suivant :