Or, $\omega T_E = \frac{2\pi f}{f_E} = 2\pi\frac{f}{f_E}$ d'où $\underline{H}(jf) = \frac{1}{\cos\left(2\pi\frac{f}{f_E}\right) - 0,5 + j\sin\left(2\pi\frac{f}{f_E}\right)}$.

On en déduit alors $|\underline{H}(jf)| = \frac{1}{\sqrt{\left(\cos\left(2\pi\frac{f}{f_E}\right) - 0,5\right)^2 + \sin^2\left(2\pi\frac{f}{f_E}\right)}}$ ce qui cond

finalement à $|\underline{H}(jf)| = \frac{1}{\sqrt{1,25 - \cos\left(2\pi\frac{f}{f_E}\right)}}$.

5.2 f_C, la fréquence de coupure à –3 dB du filtre, est telle que $|\underline{H}(jf_C)| = \frac{H}{}$

Graphiquement, on a $H_{max} = 2$. La fréquence de coupure est donc obte pour $|\underline{H}(jf_C)| \approx 1,4$ c'est-à-dire pour $f_C = 0,12 f_E$. Comme $f_E = 2$ kHz, on a d $f_C = 240$ Hz.

Applications directes du cours

5 Contraintes mécaniques et filtrage numérique (d'après sujet d'examen)

Des tests de qualité de matériaux sont réalisés en imposant des contr mécaniques sur différents échantillons. Les mesures effectuées sont gérées système de traitement numérique comportant entre autre un filtre caractéri l'algorithme suivant : $y_n = 0,5y_{n-1} + 0,5x_n$.

1. Pourquoi ce filtre est-il récursif ?

2. On applique à l'entrée du filtre une séquence impulsion $\{x_n\} = \{\delta_n\}$ telle que pour $n = 0$ et $\delta_n = 0$ pour $n \neq 0$.

2.1 Déterminer les valeurs des cinq premiers échantillons y_0, y_1, y_2, y_3, e sortie du filtre.

2.2 Conclure sur la stabilité du filtre en justifiant votre réponse.

3. On applique à l'entrée du filtre une séquence échelon unité $\{x_n\} = \{u_n\}$ tel $u_n = 1$ pour $n \geq 0$ et $u_n = 0$ pour $n < 0$.

3.1 Déterminer les valeurs des sept premiers échantillons en sortie du filt

3.2 Représenter la réponse indicielle du filtre et en déduire sa nature.

4. Montrer que la transmittance en z du filtre peut s'écrire : $H(z) = \frac{0,5z}{z - 0,5}$.

6 Caractérisation d'un filtre non récursif

On étudie un filtre numérique caractérisé par l'équation de récurrence suivante : $y_n = 0,5(x_n - x_{n-1})$.

1. Représenter le schéma bloc traduisant l'algorithme du filtre.

2. Donner l'expression de $H(z)$, sa fonction de transfert en z.

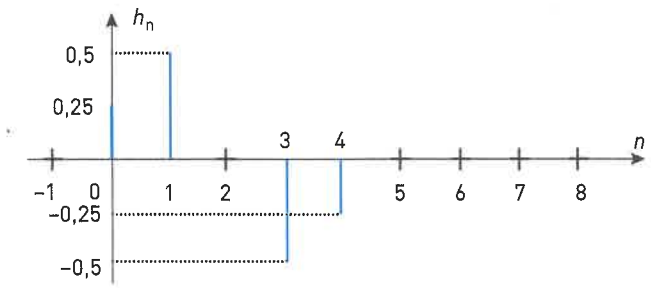
3. Déterminer sa fonction de transfert complexe $\underline{H}(j\omega)$ et montrer qu'elle peut s'écrire : $\underline{H}(j\omega) = \sin\left(\frac{\omega T_E}{2}\right) e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\omega T_e}{2}\right)}$. On pourra utiliser la relation $e^{+j\frac{\omega T_e}{2}} - e^{-j\frac{\omega T_e}{2}} = 2j\sin\left(\frac{\omega T_e}{2}\right)$.

4. On note $x = \frac{\omega}{\omega_E}$, la pulsation réduite. Pour $0 \leq x < 0,5$, tracer les courbes du module $H(x)$ et de la phase $\varphi(x)$ de la fonction de transfert.

5. Préciser la nature du filtre et sa bande passante sachant que la fréquence d'échantillonnage adoptée est $f_E = 10$ kHz.

7 Filtre à phase linéaire

Lors du traitement d'un signal audio, il est important que toutes les composantes spectrales du signal soient retardées d'une même valeur pour ne pas modifier l'impression sonore à la restitution. L'utilisation de filtres numériques à phase linéaire permet de répondre à cette exigence grâce à des symétries particulières présentes sur leur réponse impulsionnelle. On étudie par la suite un exemple de ce type de filtre caractérisé par la réponse impulsionnelle $\{h_n\}$ suivante :



1. De quel type de filtre s'agit-il ? Que peut-on en déduire quant à sa stabilité ?

2. Donner l'expression la transmittance $H(z)$ du filtre.

3. Déterminer l'équation de récurrence liant les échantillons des séquences de sortie $\{y_n\}$ et d'entrée $\{x_n\}$ du filtre numérique.

4. Déterminer la fonction de transfert complexe du filtre $\underline{H}(j\omega)$ et montrer qu'elle peut s'écrire : $\underline{H}(j\omega) = \left[0,5\sin(2\omega T_E) + \sin(\omega T_E)\right] je^{-2j\omega T_e}$. On rappelle que : $e^{+j\theta} - e^{-j\theta} = 2j\sin(\theta)$.