

## №2

Распределение Лапласа с параметрами  $\theta$  и 0:

$$f(x) = \frac{\theta}{2} e^{-\theta|x|}$$

Теоретические моменты:

$$EX = 0; E(X^2) = \frac{2}{\theta^2}$$

Приравняем выборочную и теоретическую дисперсии:

$$\theta_{\text{exp}}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2$$

$$\frac{2}{\theta^2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \Rightarrow \theta^2 = \frac{2}{\theta_{\text{exp}}^2}$$

Смещение оценки:

$$B(\theta_{\text{exp}}) = E(\theta_{\text{exp}}) - \theta$$

$$E(\theta_{\text{exp}}) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \frac{\theta}{2} e^{-\theta|x|} = \frac{2}{\theta^2}$$

$$B(\theta_{\text{exp}}) = \frac{2}{\theta^2} - \theta$$

Дисперсия:

$$\text{Var}(\theta_{\text{exp}}) = E(\theta_{\text{exp}}^2) - E(\theta_{\text{exp}})^2$$

$$E(\theta_{\text{exp}})^2 = \frac{4}{\theta^4}$$

$$E(\theta_{\text{exp}}^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^4 \frac{\theta}{2} e^{-\theta|x|} = \frac{24}{\theta^4}$$

$$\text{Var}(\theta_{\text{exp}}) = \frac{24}{\theta^4} - \frac{4}{\theta^4} = \frac{20}{\theta^4}$$

Среднеквадратичная ошибка:

$$\text{MSE}(\theta_{\text{exp}}) = \text{Var}(\theta_{\text{exp}}) + B^2(\theta_{\text{exp}})$$

$$\text{MSE}(\theta_{\text{exp}}) = \frac{20}{\theta^4} + \frac{4}{\theta^4} - \frac{4}{\theta^3} + \theta^2 = \frac{24}{\theta^4} - \frac{4}{\theta^3} + \theta^2$$

## №6

$$f(x) = \frac{1}{(k-1)! \theta^k} x^{k-1} e^{-\frac{x}{\theta}} 1(x > 0)$$

Легко заметить, что это гамма-распределение с параметрами  $\theta$  и  $k$ .

С помощью метода моментов приравняем теоретические и выборочные моменты первого порядка.

Выборочное среднее:

$$\bar{X} = \frac{(X_1 + X_2 + \dots + X_n)}{n}$$

Теоретическое среднее значение:

$$E(X) = k\theta$$

Приравнявая их:

$$k * \theta = \bar{X} \Rightarrow \theta = \frac{\bar{X}}{k}$$

Свойства которыми обладает полученная нами оценка:

- 1) Несмещенность
- 2) Состоятельность
- 3) Асимптотическая нормальность
- 4) Эффективность