2-23

Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+2)^4-(n-2)^4}{(n+5)^2+(n-5)^2}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+2)^4-(n-2)^4}{(n+5)^2+(n-5)^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{((n+2)^2-(n-2)^2)\cdot((n+2)^2+(n-2)^2)}{(n+5)^2+(n-5)^2}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(n^2+4n+4-n^2+4n-4)(n^2+4n+4+n^2-4n+4)}{(n+5)^2+(n-5)^2}=$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n^2}8n(2n^2+8)}{\frac{1}{n^2}\left((n+5)^2+(n-5)^2\right)}=\lim_{n\to\infty}\frac{16n(1+\frac{4}{n^2})}{\left(1+\frac{5}{n}\right)^2+\left(1-\frac{5}{n}\right)^2}=+\infty$$

2-24

Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^4-(n-1)^4}{(n+1)^3+(n-1)^3}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^4-(n-1)^4}{(n+1)^3+(n-1)^3}=\lim_{n\to\infty}\frac{((n+1)^2-(n-1)^2)\cdot((n+1)^2+(n-1)^2)}{(n+1)^3+(n-1)^3}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(n^2+2n+1-n^2+2n-1)\cdot(n^2+2n+1+n^2-2n+1)}{(n+1)^3+(n-1)^3}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{4n(2n^2+2)}{(n+1)^3+(n-1)^3}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n^3}8n(n^2+1)}{\frac{1}{n^3}\left((n+1)^3+(n-1)^3\right)}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{8\left(1+\frac{1}{n^2}\right)}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^3+\left(1-\frac{1}{n}\right)^3}=\frac{8\cdot 1}{1^3+1^3}=4$$

2-25

Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^3-(n-1)^3}{(n+1)^2-(n-1)^2}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^3-(n-1)^3}{(n+1)^2-(n-1)^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{n^3+3n^2+3n+1-n^3+3n^2-3n+1}{n^2+2n+1-n^2+2n-1}=$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{6n^2+2}{4n} = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{3}{2}n + \frac{1}{2n}\right) = +\infty$$

2-26

Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^3-(n-1)^3}{(n+1)^2+(n-1)^2}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^3-(n-1)^3}{(n+1)^2+(n-1)^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^3+3n^2+3n+1-n^3+3n^2-3n+1}{n^2+2n+1+n^2-2n+1} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{6n^2+2}{2n^2+2} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n^2}(3n^2+1)}{\frac{1}{n^2}(n^2+1)} = \lim_{n\to\infty} \frac{3+\frac{1}{n^2}}{1+\frac{1}{n^2}} = \frac{3+0}{1+0} = 3$$

2-27

Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n+2)^3+(n-2)^3}{n^4+2n^2-1}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n+2)^3+(n-2)^3}{n^4+2n^2-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n^3}\left((n+2)^3+(n-2)^3\right)}{\frac{1}{n^3}(n^4+2n^2-1)} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\left(1+\frac{2}{n}\right)^3+\left(1-\frac{2}{n}\right)^3}{n+\frac{2}{n}-\frac{1}{n}} = \left\{\frac{2}{\infty}\right\} = 0$$

2-28

Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^3+(n-1)^3}{n^3-3n}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^3+(n-1)^3}{n^3-3n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n^3}\left((n+1)^3+(n-1)^3\right)}{\frac{1}{n^3}(n^3-3n)} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{(1+\frac{1}{n})^3+(1-\frac{1}{n})^3}{1-\frac{3}{n^2}} = \frac{1^3+1^3}{1-0} = 2$$

2-29

Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^3+(n-1)^3}{n^3+1}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^3+(n-1)^3}{n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n^3}\left((n+1)^3+(n-1)^3\right)}{\frac{1}{n^3}(n^3+1)}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(1+\frac{1}{n})^3+(1-\frac{1}{n})^3}{1+\frac{1}{n^3}}=\frac{1+1}{1}=2$$

2-30

Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+2)^2-(n-2)^2}{(n+3)^2}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+2)^2-(n-2)^2}{(n+3)^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{n^2+4n+4-n^2+4n-4}{n^2+6n+9}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}8n}{\frac{1}{n}(n^2+6n+9)}=\lim_{n\to\infty}\frac{8}{n+6+\frac{9}{n}}=\left\{\frac{8}{\infty}\right\}=0$$

2-31

Вычислить предел числовой последовательности:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)^2-(n+1)^2}{n^2+n+1}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)^2-(n+1)^2}{n^2+n+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{4n^2+4n+1-n^2-2n-1}{n^2+n+1}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n^2}(3n^2+2n)}{\frac{1}{n^2}(n^2+n+1)}=\lim_{n\to\infty}\frac{3+\frac{2}{n}}{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}=\frac{3+0}{1+0+0}=3$$