АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КОРЕНЬ

Арифметическим корнем n-ой степени из неотрицательного числа a называется такое неотрицательное число b, n-ая степень которого равна a, т.е. $\sqrt[n]{a} = b$, если $b^n = a$ $(a \geqslant 0,\ b \geqslant 0)$.

СВОЙСТВА КОРНЕЙ

Основное свойство корня	$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$, $a \geqslant 0$
Умножение корней	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$, $a \geqslant 0$, $b \geqslant 0$
Деление корней	$\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$, $a \geqslant 0$, $b > 0$
Возведение корня в степень	$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$, $a \geqslant 0$
Извлечение корня из корня	$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$, $a \geqslant 0$
Вынесение множителя из-под знака корня	$\sqrt[2n]{a^{2n}b} = \lvert a\rvert \cdot \sqrt[2n]{b}$, $b \geqslant 0$ в частности, $\sqrt{a^2 b} = \lvert a\rvert \sqrt{b}$ $\sqrt[2n+1]{a^{2n+1}b} = a \cdot \sqrt[2n+1]{b}$
Внесение множителя под знак корня	$a \cdot \sqrt[2n]{b} = \begin{cases} \sqrt[2n]{a^{2n}b}, (a \geqslant 0,\ b \geqslant 0) \\ -\sqrt[2n]{a^{2n}b}, (a < 0,\ b \geqslant 0) \end{cases}$ $a \cdot \sqrt[2n+1]{b} = \sqrt[2n+1]{a^{2n+1}b}$

СТЕПЕНИ

С натуральным показателем	$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ раз}}$, $a^1 = a$
С положительным дробным показателем	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, где $a \geqslant 0, m, n \in N$
С нулевым показателем	$a^0 = 1$, где $a \neq 0$
С отрицательным рациональным показателем	$a^{-r} = \dfrac{1}{a^r}$, где $a > 0$
Умножение степеней	$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$; $a^p \cdot b^p = (ab)^p$
Деление степеней	$\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$; $\dfrac{a^p}{b^p} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^p$
Возведение степени в степень	$(a^p)^q = a^{pq}$

МОДУЛЬ ЧИСЛА

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geqslant 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}, \quad |a| = \sqrt{a^2}$$

$|a| \geqslant 0$; $\quad |a \cdot b| = |a| \cdot |b| \quad |a + b| \leqslant |a| + |b|$

$|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0 \quad \left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|}$, $b \neq 0 \quad |a - b| \geqslant \big||a| - |b|\big|$