Содержание

1.АЛГЕБРА

1.1.ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ

1.1.1.Натуральные числа

1. При делении 1580 на 9 (уголком) получим 175 и в остатке 5. Это означает, что на 9 делится без остатка число 1580-5=1575.

Ответ: 1575.

2. Аналогичная задача.

Ответ: 616.

3. Аналогичная задача.

Ответ: 5200.

4. Аналогичная задача.

Ответ: 1176.

5. Аналогичная задача.

Ответ: 1536.

6. Цена деления на числовой оси равна 4. Тогда $x_A = 678+4\cdot3 =$ $= 690$.

Ответ: 690.

7. Аналогичная задача. $x_A = 630 + 6 \cdot 4 = 654$.

Ответ: 654.

8. Аналогичная задача. $x_A = 332 - 7 = 325$.

Ответ: 325.

9. Аналогичная задача. $x_A = 743 + 2 \cdot 2 = 747$.

Ответ: 747.

10. Аналогичная задача. $x_A = 899 + 3 = 902$.

Ответ: 902.

1.1.2.Рациональные числа

Задачи **11-16** - на устный счет!

11. $8,8+5,9=14,7.$

12. $8,3+5,4=13,7.$

13. $5,6+9,7=15,3.$

14. $3,9-7,3=-3,4.$

15. $9,2-2,4=6,8.$

16. $3,6-4,1=-0,5.$

17. $8,1\cdot 7,2=58,32$ (умножение столбиком, калькуляторами на ОГЭ пользоваться нельзя!).

18. $9,9\cdot 7,1=70,29.$

19. $3,2\cdot 6,2=19,84.$

Задачи **20-22** устно!

20.

$$\frac{8,7}{2,9}=\frac{87}{29}=3.$$

21.

$$\frac{6,5}{1,3}=5.$$

22.

$$\frac{4,8}{0,4}=12.$$

23.

$$\frac{1}{5}+\frac{53}{50}=0,2+1,06=1,26.$$

24.

$$\frac{1}{5}+\frac{19}{20}=0,2+0,95=1,15.$$

25.

$$\frac{1}{2}+\frac{33}{50}=0,5+0,66=1,16.$$

26.

$$\frac{1}{5}-\frac{41}{50}=0,2-0,82=-0,62.$$

27.

$$\frac{1}{5}-\frac{47}{10}=0,2-4,7=-4,5.$$

28.

$$\frac{1}{2}-\frac{9}{10}=0,5-0,9=-0,4.$$

29.

$$\frac{9}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{6}{5}=1,2.$$

30.

$$\frac{15}{4}\cdot\frac{6}{5}=\frac{9}{2}=4,5.$$

31.

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{25}{4}=\frac{15}{4}=3,75.$$

32.

$$\frac{6}{5}:\frac{4}{11}=\frac{6\cdot 11}{5\cdot 4}=\frac{33}{10}=3,3.$$

33.

$$\frac{12}{5}:\frac{15}{2}=\frac{12\cdot 2}{5\cdot 15}=\frac{8}{25}=0,32.$$

34.

$$\frac{15}{4}:\frac{3}{7}=\frac{15\cdot 7}{4\cdot 3}=\frac{35}{5}=8,75.$$

35.

$$\frac{9}{4}+\frac{8}{5}=\frac{45+32}{20}=\frac{77}{20}=3,85.$$

36.

$$\frac{11}{4}-\frac{2}{5}=\frac{55-8}{20}=\frac{47}{20}=2,35.$$

37.

$$\frac{1}{4}-\frac{3}{25}=\frac{25-12}{100}=0,13$$

или

$$\frac{1}{4}-\frac{3}{25}=0,25-0,12=0,13.$$

38. $-12\cdot(-8,26)-9,4=103,2-9,4=93,8$ (умножение столбиком).

39. $6,8-11\cdot(-6,1)=6,8+67,1=73,9.$

40. $6,4-7\cdot(-3,3)=6,4+23,1=29,5.$

41.

$$\frac{9,5+8,9}{2,3}=\frac{18,4}{2,3}=\frac{184}{23}=8.$$

42.

$$\frac{1,3+9,2}{1,5}=\frac{10,5}{1,5}=\frac{105}{15}=7.$$

43.

$$\frac{6,8-4,7}{1,4}=\frac{2,1}{1,4}=\frac{21}{14}=1,5.$$

44.

$$\frac{1,5}{1+\frac{1}{5}}=\frac{1,5}{1,2}=\frac{15}{12}=1,25.$$

45.

$$\frac{0,6}{1+\frac{1}{2}}=\frac{0,6}{1,5}=\frac{6}{15}=0,4.$$

46.

$$\frac{1,3}{1+\frac{1}{12}}=\frac{1,3}{\frac{13}{12}}=\frac{1,3\cdot 12}{13}=\frac{12}{10}=1,2.$$

47.

$$\frac{1}{\frac{1}{18}-\frac{1}{21}}=\frac{1}{\frac{1}{3\cdot 6}-\frac{1}{3\cdot 7}}=\frac{1}{\frac{7-6}{3\cdot 6\cdot 7}}=\frac{3\cdot 6\cdot 7}{1}=126.$$

48.

$$\frac{1}{\frac{1}{35}-\frac{1}{60}}=\frac{1}{\frac{1}{5\cdot 7}-\frac{1}{5\cdot 12}}=\frac{1}{\frac{12-7}{5\cdot 7\cdot 12}}=\frac{5\cdot 7\cdot 12}{5}=84.$$

49.

$$\frac{1}{\frac{1}{21}+\frac{1}{28}}=\frac{1}{\frac{1}{7\cdot 3}+\frac{1}{7\cdot 4}}=\frac{1}{\frac{4+3}{7\cdot 3\cdot 4}}=\frac{7\cdot 3\cdot 4}{7}=12.$$

50.

$$\left(7\cdot 10^3\right)^2\cdot\left(16\cdot 10^{-4}\right)=7^2\cdot 10^{3\cdot 2-4}\cdot 16=49\cdot 16\cdot 10^2=78400.$$

51.

$$\left(9\cdot 10^{-2}\right)^2\cdot\left(11\cdot 10^5\right)=9^2\cdot 10^{-2\cdot 2+5}\cdot 11=81\cdot 11\cdot 10^1=8910.$$

52.

$$\left(16\cdot 10^{-2}\right)^2\cdot\left(13\cdot 10^4\right)=16^2\cdot 10^{-2\cdot 2+4}\cdot 13=256\cdot 13\cdot 10^0=3328.$$

53.

$$5\cdot 10^{-1}+2\cdot 10^{-2}+1\cdot 10^{-4}=0,5+0,02+0,0001=0,5201.$$

54.

$$2\cdot 10^{-2}+8\cdot 10^{-3}+5\cdot 10^{-4}=0,02+0,008+0,0005=0,0285.$$

55.

$$5\cdot 10^{-1}+7\cdot 10^{-3}+8\cdot 10^{-4}=0,5+0,007+0,0008=0,5078.$$

56.

$$\frac{21}{0,6\cdot 2,8}=\frac{21\cdot 100}{6\cdot 28}=\frac{100}{2\cdot 4}=12,5.$$

57.
$$\frac{3,6\cdot 4}{0,6\cdot 8}=\frac{6}{2}=3.$$

58.
$$1,4+\frac{3\cdot 7,8}{2,5}=1,4+\frac{3\cdot 31,2}{10}=1,4+\frac{93,6}{10}=1,4+9,36=10,76.$$

59.
$$4\frac{3}{5}\cdot 2,7=\frac{23}{5}\cdot\frac{27}{10}=\frac{621}{50}=\frac{1242}{100}=12,42.$$

60. $2,6\cdot 6,2-0,2\cdot 0,1=16,12-0,02=16,1.$

61. Если заданные числа расположить в порядке возрастания, число 0,03 окажется третьим, следовательно, оно изображается точкой C.

Ответ: 3.

62. Заданные числа в порядке возрастания: -0,104; -0,031; -0,01; 0,1032. Числу -0,031 соответствует точка B.

Ответ: 2.

63. Среди заданных чисел число 0,02 наибольшее, ему соответствует точка D.

Ответ: 4.

64. Аналогичная задача.

Ответ: 3.

65. Аналогичная задача.

Ответ: 4.

66. Учтем, что $\frac{2}{7}\approx 0,286$(с точностью до 3 знака после запятой), а $\frac{3}{8}=0,375$. Заданные числа в порядке возрастания располагаются так: $0,28;\quad \frac{2}{7}\quad;0,32;\quad \frac{3}{8}$. Точка C соответствует числу 0,32.

Ответ: 4.

67. Аналогичная задача $\left(\frac{4}{3}\approx 1,33;\quad \frac{6}{5}=1,2\right)$.

Ответ: 2.

68. $\frac{5}{3}\approx 1,67;\quad \frac{7}{4}=1,75.$

Ответ: 3.

69. $\frac{2}{7} \approx 0,286; \quad \frac{3}{13} \approx 0,231.$

Ответ: 4.

70. $\frac{5}{8} = 0,625; \quad \frac{4}{3} \approx 1,33.$

Ответ: 4.

71. $\frac{5}{9} \approx 0,56$. Остальные числа больше единицы.

Ответ: 1.

72. Число $\frac{2}{23} < \frac{2}{20} = 0,1$. Остальные числа больше 0,1.

Ответ: 1.

73. $\frac{2}{7} \approx 0,286$. Число $\frac{4}{7}$ в два раза больше, остальные числа больше 1. Отмеченная точка соответствует числу $\frac{2}{7}$.

Ответ: 1.

74. $\frac{12}{13}$. Остальные числа меньше 0,8.

Ответ: 4.

75. Числа расположены в возрастающем порядке. Т.к. $\frac{8}{17} < 0,5$, а $\frac{9}{17} > 0,5$, то правильный ответ 4.

Ответ: 4.

76. Т.к. $\frac{18}{17} \approx 1,06$, а $\frac{17}{15} \approx 1,13$, то между этими числами заключено число 1,1.

Ответ: 4.

77. Т.к. $\frac{5}{11} \approx 0,45$, а $\frac{10}{19} \approx 0,53$, то между этими числами заключено число 0,5.

Ответ: 3.

78. $\frac{5}{18} \approx 0,28; \quad \frac{4}{11} \approx 0,36.$

Ответ: 2.

79. $\frac{12}{11} \approx 1,09; \quad \frac{19}{17} \approx 1,12.$

Ответ: 1.

80. $\frac{15}{17} \approx 0,88; \quad \frac{14}{15} \approx 0,93.$

Ответ: 1.

81.

$$\left(\frac{11}{18}+\frac{2}{9}\right):\frac{5}{48}=\frac{11+4}{18}\cdot\frac{48}{5}=\frac{15\cdot 48}{18\cdot 5}=\frac{3\cdot 8}{3}=8.$$

82.

$$\left(\frac{11}{10}-\frac{4}{11}\right):\frac{15}{44}=\frac{121-40}{110}\cdot\frac{44}{15}=\frac{81\cdot 44}{110\cdot 15}=\frac{27\cdot 4}{10\cdot 5}=\frac{54}{25}=2,16.$$

83.

$$\left(\frac{17}{8}-\frac{11}{20}\right):\frac{5}{46}=\frac{85-22}{40}\cdot\frac{46}{5}=\frac{63\cdot 46}{40\cdot 5}=$$

$$=\frac{63\cdot 23}{20\cdot 5}=\frac{1449}{100}=14,49.$$

84.

$$\frac{3,9\cdot 4,8}{14,4}=\frac{3,9}{3}=1,3.$$

85.

$$\frac{2,1\cdot 4,2}{9,8}=\frac{21\cdot 42}{980}=\frac{3\cdot 6}{20}=\frac{3\cdot 3}{10}=0,9.$$

86.

$$\frac{4,5\cdot 3,2}{7,2}=\frac{45\cdot 32}{720}=\frac{5\cdot 32}{80}=\frac{160}{80}=2.$$

87.

$$\frac{26}{5\cdot 4}=\frac{13}{5\cdot 2}=1,3.$$

88.

$$\frac{18}{4,5\cdot 2,5}=\frac{4}{2,5}=\frac{16}{10}=1,6.$$

89.

$$\frac{12}{5\cdot 4}=\frac{6}{5\cdot 2}=0,6.$$

90.

$$0,003\cdot 0,3\cdot 30000=3^3\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-1}\cdot 10^4=27\cdot 10^0=27.$$

91.

$$0,0001 \cdot 1 \cdot 100000 = 10^{-4} \cdot 10^5 = 10.$$

92.

$$0,09 \cdot 90 \cdot 90000 = 9^3 \cdot 10^{-2} \cdot 10^1 \cdot 10^4 = 729 \cdot 10^3 = 729000.$$

93.

$$\frac{0,44 \cdot 1,7}{4-4,6} = \frac{0,44 \cdot 1,7}{-0,6} = -\frac{44 \cdot 17}{600} = -\frac{11 \cdot 17}{150} = -\frac{187}{150}.$$

94.

$$\frac{0,52 \cdot 6,6}{4-5,4} = \frac{0,52 \cdot 6,6}{-1,4} = -\frac{52 \cdot 66}{1400} = -\frac{13 \cdot 33}{175} = -\frac{429}{175}.$$

95.

$$\frac{0,53 \cdot 2,3}{4-6,2} = \frac{0,53 \cdot 2,3}{-2,2} = -\frac{53 \cdot 23}{2200} = -\frac{1219}{2200}.$$

96.

$$\left(\frac{13}{30} - \frac{11}{20}\right) \cdot \frac{9}{5} = \frac{26-33}{60} \cdot \frac{9}{5} = -\frac{7 \cdot 9}{60 \cdot 5} = -\frac{7 \cdot 3}{20 \cdot 5} = -0,21.$$

97.

$$\left(\frac{17}{15} - \frac{1}{12}\right) \cdot \frac{20}{3} = \frac{68-5}{60} \cdot \frac{20}{3} = \frac{63 \cdot 20}{60 \cdot 3} = 7.$$

98.

$$\left(\frac{5}{33} - \frac{8}{15}\right) \cdot \frac{11}{5} = \frac{25-88}{165} \cdot \frac{11}{5} = -\frac{63 \cdot 11}{165 \cdot 5} = -\frac{63}{15 \cdot 5} =$$

$$= -\frac{21}{25} = -0,84.$$

99.

$$\left(\frac{1}{13} - 2\frac{3}{4}\right) \cdot 26 = \left(\frac{1}{13} - \frac{11}{4}\right) \cdot 26 = 2 - \frac{11 \cdot 13}{2} = 2 - 71,5 = -69,5.$$

100.

$$\left(\frac{4}{9}-3\frac{1}{15}\right)\cdot 9=\left(\frac{4}{9}-\frac{46}{15}\right)\cdot 9=4-\frac{46\cdot 9}{15}=4-\frac{46\cdot 3}{5}=$$

$$=4-27,6=-23,6.$$

102. Наибольшее число $9,5\cdot 10^{-3}$.

Ответ: 4.

103. Наименьшим является число $0,7\cdot 10^{-5}$.

Ответ: 4.

107. Т.к. $\frac{2}{9}\approx 0,22$, то $\frac{2}{9}\in[0,2;\quad 0,3]$.

Ответ: 2.

110. Т.к. $\frac{5}{13}\approx 0,38$, то $\frac{5}{13}\in[0,3;\quad 0,4]$. Ответ: 2.

112.

$$\left(3,4\cdot 10^{-2}\right)\cdot\left(5\cdot 10^{-2}\right)=17\cdot 10^{-4}=0,0017.$$

115.

$$\left(8\cdot 10^{2}\right)^{2}\cdot\left(3\cdot 10^{-2}\right)=64\cdot 3\cdot 10^{2}=19200.$$

118.

$$10\cdot(-0,1)^{2}-2,7=10\cdot(-0,001)-8\cdot 0,01-2,7=$$

$$=-0,01-0,08-2,7=-2,79.$$

124.

$$14\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}+13\cdot\frac{1}{2}=\frac{14}{4}+6,5=3,5+6,5=10.$$

128.

$$\left(8,9\cdot 10^{-4}\right)\cdot\left(4\cdot 10^{-2}\right)=8,9\cdot 4\cdot 10^{-4-2}=35,6\cdot 10^{-6}=0,0000356.$$

130. Т.к. $\frac{3}{4}=0,75;\quad \frac{4}{5}=0,8;\quad \frac{7}{8}=0,875$, то числу $\frac{4}{5}$ соответствует точка D.

Ответ: 4.

132. $\frac{7}{11} \approx 0,64$; $\frac{4}{7} \approx 0,57$; $\frac{5}{7} \approx 0,71$. Числу $\frac{7}{11}$ соответствует точка С.

Ответ: 3.

136.

$$30 - 0,8 \cdot (-10)^2 = 30 - 0,8 \cdot 100 = 30 - 80 = -50.$$

1.1.3. Действительные числа

138. Т.к. $7^2 < 56 < 8^2$, то $7 < \sqrt{56} < 8$. Ответ: 4.

141. Т.к. $7^2 < 60 < 8^2$, то $7 < \sqrt{60} < 8$.

Ответ: 4.

147. Т.к. $9^2 < 95 < 10^2$, то $9 < \sqrt{60} < 10$.

Ответ: 2.

149. Т.к. $\left(-3\sqrt{35}\right)^2 = 9 \cdot 35 = 315$ и $17^2 < 315 < 18^2$, то $17 < 3\sqrt{35} < 18$, а $-18 < -3\sqrt{35} < -17$.

Ответ: -18;-17.

150. Т.к. $\left(5\sqrt{27}\right)^2 = 25 \cdot 27 = 675$ и $25^2 < 315 < 26^2$, то $25 < 5\sqrt{27} < 26$.

Ответ: 25;26.

153. Данная задача требует более точной оценки радикалов, чем в задачах **149** и **150**. Учтем, что $3,6^2 = 12,96$; $3,7^2 = 13,69$; $3,8^2 = 14,44$; $3,9 = 15,21$. Отсюда следует, что $3,6 < \sqrt{13} < 3,7$, а $3,8 < \sqrt{15} < 3,9$. Из рисунка следует, что точкой A отмечено число $\sqrt{13}$.

Ответ: 3.

Аналогичным образом решаются задачи **154** – **157**.

158. Поскольку $4 < \sqrt{23} < 5$, то точки N и M исключаются. Чтобы сделать выбор между точками Q и P, следует оценить радикал $\sqrt{23}$ более точно. Т.к. $4,5^2 = 20,25$, делаем вывод, что $4,5 < \sqrt{23} < 5$ и становится ясно, что числу $\sqrt{23}$ соответствует точка P.

Ответ: 3.

Аналогичным образом решаются задачи **159** – **162**.

163. Из рисунка следует, что $-4 < a < -3$. В этом случае только неравенство 3) является верным, остальные утверждения не верны.

Ответ: 3.

168. Разность $x - y$ положительна, если на числовой оси точка x расположена правее точки y. В противном случае эта разность отрицательна. В данной задаче положительна только разность $c - b$.

Ответ: 3.

Из этих соображений решаются задачи **169** – **172**.

1.2.АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

1.2.1.Буквенные выражения

173. Подставим в заданное выражение $x = 2$ и получим $\frac{x^3}{8} - \frac{x^2}{4} - 5 = \frac{8}{8} = \frac{4}{4} - 5 = -5$.

Ответ: -5.

174. Аналогично, подставляя $x = -1$, найдем $0,8x^3 - 0,2x - 4 = -0,8 + 0,2 - 4 = -4,6$.

Ответ: $-4,6$.

179. $7y^2 - y + 2\Big|_{y=\frac{1}{7}} = \frac{7}{49} - \frac{1}{7} + 2 = 2$.

Ответ: 2.

184. При $x = -0,4;\quad y = -0,2;\quad z = -2,3$ получаем $2x + 3y + z = -0,8 - 0,6 - 2,3 = -3,7$.

Ответ: $-3,7$.

186. Подставляя заданные значения a, b, c, найдем: $\frac{a+b}{c} = \frac{-2,3+9,3}{-0,5} = \frac{7}{-0,5} = -14$.

Ответ: -14.

194. Подставим $a = -19;\quad x = -2,9$ и получим $\frac{a+x}{a-x} = \frac{-1,9-2,9}{-1,9+2,9} = -4,8$.

Ответ: $-4,8$.

197. При $a = -9;\quad b = 40$ получаем $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{81 + 1600} = \sqrt{1681} = 41$.

Ответ: 41.

200. Положим $x = -154;\quad y = -4$ и получим: $\sqrt{-2x + y^2} = \sqrt{308 + 16} = \sqrt{324} = 18$.

Ответ: 18.

204. При $a = 361;\quad c = 16$ находим $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{c}-3} = \frac{\sqrt{361}}{\sqrt{16}-3} = \frac{19}{4-3} = 19$.

Ответ: 19.

208. Если $a = 0,81;\quad c = 2,89$, то $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{c}-2} = \frac{\sqrt{0,81}}{\sqrt{2,89}-2} = \frac{0,9}{1,7-2} = \frac{0,9}{-0,3} = 3$.

Ответ: 3.

215. Полагая $a = 0,01$; $\quad b = 3,24$, находим $\frac{1}{\sqrt{a}} - \sqrt{b} = \frac{1}{0,1} - 1,8 =$ $= 10 - 1,8 = 8,2$.

Ответ: $8,2$.

219. Если $x = 6,36$, то $-7\sqrt{7-x} = -7\sqrt{0,64} = -7 \cdot 0,8 = -5,6$.

Ответ: $-5,6$.

224. Если $x = 1,59$, то $-3\sqrt{10-x} = -3\sqrt{8,41} = -3 \cdot 2,9 = -8,7$.

Ответ: $-8,7$.

1.2.2.Многочлены

226. Если у слагаемых в каждой скобке изменить знаки на противоположные, то выражение не изменится.

Ответ: 3.

230. Если из некоторого выражения выносится общий множитель за скобки, то в скобках все слагаемые необходимо на этот множитель разделить.

Ответ: 2.

Аналогично решаются задачи **231-233**.

234. Разложение на множители квадратного трехчлена имеет вид:

$$ax^2 + bx + c = a\left(x - x_1\right)\left(x - x_2\right),$$

где

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} -$$

– его корни. В нашем случае $8x^2 + 8x - 16 = 8(x^2 + x - 2) =$ $= 8\left(x+2\right)\left(x-1\right)$. Корни квадратного трехчлена $x^2 + x + 2$ найдены так:

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}, x_1 = -2; \quad x_2 = 1.$$

Ответ: $x - 1$.

Аналогичным образом можно решить задачи **235-237**. В задаче **237** проще воспользоваться формулой $x^2 - a^2 = (x-a)(x+a)$.

238. Квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ не раскладывается на множители, если его дискриминант $b^2 - 4ac < 0$. В нашей задаче это имеет место только в случае 2): $4^2 - 4 \cdot 7 < 0$.

Ответ: 2.

Аналогично решаются задачи **239-241**.

242. Идея решения задачи весьма проста: надо раскрыть выражение в левой части и сравнить его с выражением в правой части; тождественное равенство имеет место только в случае 3).

Ответ: 3.

Так же решатся задача **243.**

244. Чтобы преобразовать выражение в многочлен, необходимо раскрыть все скобки и привести подобные члены. Иногда для этого следует применить формулы сокращенного умножения. В данной задаче:

$$(a-b)^2(a+b) = (a-b)\left(a^2 - b^2\right) = a^3 - a^2b - ab^2 + b^3.$$

Неписаное правило: в слагаемых буквы расставляются по алфавиту, а степени первой буквы– в убывающем порядке.

Ответ: $a^3 - a^2b - ab^2 + b^3$.

Задачи **245-247** решаются аналогично.

248.

$$(b+4)^2 - 2b(5b+4) = b^2 + 8b + 16 - 10b^2 - 8b =$$

$$= -9b^2 + 16 = (4-3b)(4+3b).$$

Ответ: $(4-3b)(4+3b)$.

Задачи **249-251** решаются аналогично.

252.

$$7c(4c+2) - (7+c) = 28c^2 + 14c - 49 - 14c - c^2 = 27c^2 - 49.$$

Ответ: $27c^2 - 49$.

Аналогично решаются задачи **253-255**.

256.

$$12a - 2\,(a+3)^2 = 12a - 2\left(a^2+6a+9\right) = -2a^2 - 18.$$

Ответ: $-2a^2 - 18$.

260.

$$(3x-8y)^2 + 6x\,(9x+8y) = 9x^2 - 48xy + 64y^2 + 54x^2 + 48xy =$$

$$= 63x^2 + 64y^2.$$

Ответ: $63x^2 + 64y^2$.

272. Как правило, в таких задачах не сразу подставляют числовые значения, а предварительно заданное выражение упрощают:

$$4a - 2\,(a+1)^2 = 4a - 2a^2 - 4a - 2 = -2a^2 - 2.$$

Если $a = \sqrt{5}$, то $-2a^2 - 2 = -2 \cdot 5 - 2 = -12$.

Ответ: -12.

276. $(5b+1)^2 - 10b\,(2b+1) = 25b^2 + 10b + 1 - 20b^2 - 10b = 5b^2 + 1$. При $b = \sqrt{29}$, получаем: $5b^2 + 1 = 5 \cdot 29 + 1 = 146$.

Ответ: 146.

Задачи **273-275, 277-283** решаются аналогично.

284. $(x+y)^2 + 2x(3x-y) = x^2 + 2xy + y^2 + 6x^2 - 2xy = 7x^2 + y^2$. Подставляя теперь $x = 1; \quad y = \sqrt{2}$, получаем: $7x^2 + y^2 = 7 \cdot 1 + 2 = 9$.

Ответ: 9.

Задачи **285-294** решаются аналогично.

295. $-10ab + 5\,(a+b)^2 = 5\left(a^2+b^2\right) = 5\,(12+5) = 85$. Ответ: 9.

1.2.3. Алгебраические дроби

296. Ответ: 3. **297.** Ответ: 2. **298.** Ответ: 3.

299. Сократить дробь– это значит: разложить числитель и знаменатель на множители и сократить одинаковые множители. Иногда приходится использовать формулы сокращенного умножения.

$$\frac{2ab}{ab+3a^2} = \frac{2ab}{a\,(b+3a)} = \frac{2b}{b+3a}.$$

Ответ: $\frac{2b}{b+3a}$.

Задачи **300-304** решаются аналогично.

305.

$$\frac{a}{ab-2b^2} : \frac{4a^2}{a^2-4ab+4b^2} = \frac{a\cdot(a-2b)^2}{b\,(a-2b)\cdot 4a^2 = \frac{a-2b}{4ab}}.$$

Чтобы избежать длинных выкладок и переписываний, надо стараться одновременно упрощать (раскладывать на множители, применять формулы сокращенного умножения, деление на дробь заменять умножением на обратную дробь и т.д.) во всех фрагментах примера.

Ответ: $\frac{a-2b}{4ab}$.

311.

$$\frac{10a^2-b^2}{6a^2}\cdot\frac{a}{20a-2b} = \frac{(10a-b)\,(10a+b)\,a}{12a^2\,(10a-b)} = \frac{10a+b}{12a}.$$

Ответ: $\frac{10a+b}{12a}$.

317.

$$\frac{1}{6x} - \frac{6x+y}{6xy} = \frac{y-6x-y}{6xy} = \frac{-6x}{6xy} = -\frac{1}{y}.$$

Можно и так:

$$\frac{1}{6x}-\frac{6x+y}{6xy}=\frac{1}{6x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{6x}=-\frac{1}{y}.$$

Ответ: $-\frac{1}{y}$.

320.

$$\frac{2a}{a^2-25b^2}-\frac{2}{a+5b}=\frac{2a}{(a-5b)(a+5b)}-\frac{2}{a+5b}=$$

$$=\frac{2a-2(a-5b)}{(a-5b)(a+5b)}=\frac{10b}{(a-5b)(a+5b)}.$$

Ответ: $\frac{10b}{(a-5b)(a+5b)}$.

Замечание. Я по-прежнему предпочитаю такой ответ ответу в задачнике. Впрочем, задачи из данного задачника носят тренировочный характер. На экзамене задачи будут несколько другие, и вряд ли появятся сомнения, в каком виде записывать ответ.

326.

$$\frac{2}{a}-\frac{-2a^2+9b^2}{ab}-\frac{2a}{b}=\frac{2b+2a^2-9b^2-2a^2}{ab}=\frac{2b-9b^2}{ab}=\frac{2-9b}{a}.$$

Ответ: $\frac{2-9b}{a}$.

333.

$$\left(\frac{9y}{x}-\frac{49x}{y}\right):(3y-7x)=\frac{9y^2-49x^2}{xy(3y-7x)}=\frac{(3y-7x)(3y+7x)}{xy(3y-7x)}=$$

$$=\frac{3y+7x}{xy}.$$

Ответ: $\frac{3y+7x}{xy}$.

338.

$$\frac{b}{18b-81} : \frac{4b^2}{4b^2-81} = \frac{b\,(2b-9)\,(2b+9)}{9\,(2b-9)\cdot 4b^2} = \frac{2b+9}{36b}.$$

Ответ: $\frac{2b+9}{36b}$.

343.

$$\frac{3a}{9a^2-15ab} - \frac{5b}{9a^2-25b^2} = \frac{3a}{3a\,(3a-5b)} - \frac{5b}{(3a-5b)\,(3a+5b)} =$$

$$= \frac{1}{3a-5b} - \frac{5b}{(3a-5b)\,(3a+5b)} = \frac{3a+5b-5b}{(3a-5b)\,(3a+5b)} =$$

$$= \frac{3a}{(3a-5b)\,(3a+5b)}.$$

Ответ: $\frac{3a}{(3a-5b)(3a+5b)}$.

346.

$$\frac{81a^2-b^2}{(9a-b)^2} = \frac{(9a-b)\,(9a+b)}{(9a-b)^2} = \frac{9a+b}{9a-b}.$$

Ответ: $\frac{9a+b}{9a-b}$.

347.

$$\frac{x^2-25}{x^2-3x-10} = \frac{(x-5)\,(x+5)}{(x-5)\,(x+2)} = \frac{x+5}{x+2}.$$

Ответ: $\frac{x+5}{x+2}$.

351.

$$\frac{(2x+3y)^2-(2x-3y)^2}{x} = \frac{4x^2+12xy+9y^2-4x^2+12xy-9y^2}{x} =$$

$$= \frac{24xy}{x} = 24y.$$

Ответ: $24y$.

355.

$$\frac{n^3+n^2}{n^2-1}=\frac{n^2\left(n+1\right)}{\left(n-1\right)\left(n+1\right)}=\frac{n^2}{n-1}.$$

Ответ: $\frac{n^2}{n-1}$.

356.

$$\frac{b}{a-b}\cdot\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)=\frac{b\left(b-a\right)}{\left(a-b\right)ab}=-\frac{1}{a}.$$

Ответ: $-\frac{1}{a}$.

362.

$$\left(\frac{x^3-8}{x+2}\right)\cdot\left(\frac{x^2+4x+4}{x^2+2x+4}\right)=\frac{\left(x-2\right)\left(x^2+2x+4\right)\left(x+2\right)^2}{\left(x+2\right)\left(x^2+2x+4\right)}=$$

$$=\left(x-2\right)\left(x+2\right)=x^2-4.$$

Ответ: x^2-4.

366.

$$\frac{8b^3+12b^2+6b+1}{b}:\left(\frac{1}{b}+2\right)=\frac{\left(2b+1\right)^3}{b}\cdot\frac{b}{1+2b}=\left(2b+1\right)^2.$$

Ответ: $\left(2b+1\right)^2$.

368. Если $x=0,3$, то

$$\frac{1}{x}-\frac{2}{5x}=\frac{5-2}{5x}=\frac{3}{5x}=\frac{3}{5\cdot 0,3}=2.$$

Ответ: 2.

372. Упростим выражение и подставим $a=-3$:

$$\frac{28}{4a-a^2}-\frac{7}{a}=\frac{28}{a\left(4-a\right)}-\frac{7}{a}=\frac{28-7\left(4-a\right)}{a\left(4-a\right)}=\frac{7a}{a\left(4-a\right)}=$$

$$=\frac{7}{4-a}=\frac{7}{4+3}=1.$$

Ответ: 1.

377.

$$9b+\frac{5a-9b^2}{b}=9b+\frac{5a}{b}-9b=\frac{5a}{b}=\frac{5\cdot 9}{18}=2,5.$$

Ответ: $2,5$.

381. Сначала упростим:

$$\frac{a+x}{a}:\frac{ax+x^2}{a^2}=\frac{(a+x)\cdot a^2}{ax\,(a+x)}.$$

При $a=56, x=40$ получим $\frac{a}{x}=\frac{56}{40}=1,4$.

Ответ: $1,4$.

384.

$$\frac{xy+y^2}{8x}\cdot\frac{4x}{x+y}=\frac{y\,(x+y)\cdot 4x}{8x\,(x+y)}=\frac{y}{2}=-2,6.$$

Ответ: $-2,6$.

392.

$$\frac{5b}{a-b}\cdot\frac{a^2-ab}{25b}=\frac{5ba\,(a-b)}{(a-b)\cdot 25b}=\frac{a}{5}=\frac{36}{5}=7,2.$$

Ответ: $7,2$.

395.

$$\frac{9ab}{a+9b}\cdot\left(\frac{a}{9b}-\frac{9b}{a}\right)=\frac{9ab\cdot\left(a^2-81b^2\right)}{(a+9b)\cdot 9ab}=\frac{(a-9b)\,(a+9b)}{a+9b}=a-9b.$$

Полагая $a=9\sqrt{8}+6;\quad b=\sqrt{8}-9$, получаем: $a-9b=87$.

Ответ: 87.

398.

$$\frac{a^2-9b^2}{3ab}:\left(\frac{1}{3b}-\frac{1}{a}\right)=\frac{(a-3b)\,(a+3b)\cdot 3ab}{3ab\cdot(a-3b)}=a+3b.$$

Если $a=2\frac{2}{17}=\frac{36}{17};\quad b=9\frac{5}{17}=\frac{158}{17}$, то $a+3b=\frac{36+3\cdot 158}{17}=30$.

Ответ: 30.

401.

$$\frac{9a}{8c}-\frac{81a^2+64c^2}{72ac}+\frac{8c-81a}{9a}=\frac{81a^2-81a^2-64c^2+64c^2-648ac}{72ac}=$$

$$=\frac{-648ac}{72ac}=-9.$$

Ответ: -9.

Далее задачи (вплоть до **431**) аналогичные и однотипные, смысла решать их все нет никакого, достаточно решить 3-4.

432.

$$\frac{n^3-\sqrt{2}n^2}{n^2-2}=\frac{n^2\left(n-\sqrt{2}\right)}{\left(n-\sqrt{2}\right)\left(n+\sqrt{2}\right)}=\frac{n^2}{n+\sqrt{2}}=\frac{8}{3\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

Ответ: $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

436.

$$\frac{a}{35a-25}:\frac{a^2}{49a^2-70a+25}=\frac{a\,(7a-5)^2}{5\,(7a-5)\cdot a^2}=\frac{7a-5}{5a}=\frac{7}{5}-\frac{1}{a}=$$

$$=\frac{7}{5}-\frac{8}{5}=-0,2.$$

Ответ: $-0,2$.

440.

$$\frac{b^2}{36a^2-b^2}:\frac{b}{6a-b}=\frac{b^2\,(6a-b)}{(6a-b)\,(6a+b)\cdot b}=\frac{b}{6a+b}=\frac{q}{1+\frac{6a}{b}}=$$

$$=\frac{1}{1+9}=0,1.$$

Ответ: $0,1$.

446.

$$\frac{a^2-64}{a^2}\cdot\frac{a}{a+8}=\frac{(a-8)\,(a+8)\cdot a}{a^2\,(a+8)}=\frac{a-8}{a}=1-\frac{8}{a}=$$

$$=1-8\cdot 23=-183.$$

Ответ: -183.

452.

$$\left(u+v+\frac{v^2}{u}\right):\left(1+\frac{v}{u}\right)=\frac{(u+v)^2}{u}\cdot\frac{u}{u+v}=u+v=14.$$

Ответ: 14.

456.

$$\left(a^2-3a-\frac{1}{a}+3\right)\cdot\frac{1}{a^2-1}\cdot\left(a^2+a\right)=\frac{(a-1)^3\cdot a\,(a+1)}{a\,(a-1)\,(a+1)}=$$

$$=(a-1)^2=1,5^2=2,25.$$

Ответ: $2,25$.

459.

$$\left(a^2+12a+\frac{64}{a}+48\right)\cdot\frac{1}{a^2-16}\cdot\left(a^2-4a\right)=$$

$$=\frac{(a+4)^3}{a}\cdot\frac{1}{(a-4)\,(a+4)}\cdot a\,(a-4)=(a+4)^2=$$

$$=(-5,5+4)^2=2,25.$$

Ответ: $2,25$.

461.

$$\left(\frac{x}{y}+\frac{9y}{x}-6\right)\cdot\frac{1}{(x-3y)^2}=\frac{(x-3y)^2}{xy\,(x-3y)^2}=\frac{1}{xy}=\frac{1}{\sqrt{5\cdot 0,2}}=1.$$

Ответ: 1.

462.

$$\left(\frac{49x}{y}+\frac{9y}{x}-42\right)\cdot\frac{1}{(7x-3y)^2}=\frac{(7x-3y)^2}{xy}\cdot\frac{1}{(7x-3y)}=$$

$$=\frac{1}{xy}=\frac{1}{\sqrt{15\cdot\frac{5}{3}}}=\frac{1}{5}=0,2.$$

Ответ: $0,2.$

466.

$$\left(\frac{9a}{b}-\frac{b}{a}\right):\left(1-\frac{3a}{b}\right)=\frac{9a^2-b^2}{ab}\cdot\frac{b}{b-3a}=-\frac{(3a-b)\,(3a+b)}{a\,(3a-b)}=$$

$$=-\frac{3a+b}{a}=-3-\frac{b}{a}=-3+\frac{1}{2}=-2,5.$$

Ответ: $-2,5.$

472.

$$\frac{5a}{25a^2-15ab}-\frac{3b}{25a^2-9b^2}=\frac{1}{5a-3b}-\frac{3b}{(5a-3b)\,(5a+3b)}=$$

$$=\frac{5a+3b-3b}{(5a-3b)\,(5a+3b)}=\frac{5a}{25a^2-9b^2}=\frac{-5}{25-27}=2,5.$$

Ответ: $2,5.$

476.

$$\frac{(4x+2y)^2-(4x-2y)^2}{x}=$$

$$=\frac{(4x+2y-4x+2y)\,(4x+2y+4x-2y)}{x}=\frac{4y\cdot 8x}{x}=32y=160.$$

Ответ: $160.$

478.

$$\frac{(x+2y)^2-(x-2y)^2}{x}=\frac{(x+2y-4+2y)\,(x+2y+x-2y)}{x}=$$

$$=\frac{4y\cdot 2x}{x}=8y=-56.$$

Ответ: $-56.$

1.2.4.Степени с целыми показателями и их свойства

479. Ответ: 1. **482.** Ответ: 2. **485.** Ответ: 4. **488.** Ответ: 4. **492.** Ответ: 4. **496.** Ответ: 1. **499.** Ответ: x^{-8}. **502.** Ответ: 1. **506.** Ответ: 3. **510.** Ответ: 2. **513.** Ответ: 3.

1.2.5.Квадратный корень и его свойства

514. Если $a > b > 0$, то и $\sqrt{a} > \sqrt{b}$. Поэтому, чтобы сравнить несколько квадратных корней, достаточно сравнить их квадраты или подкоренные выражения. В данной задаче:

$$\left(\sqrt{55}\right)^2 = 55; \quad \left(\sqrt{27}\right)^2 = 4 \cdot 7 = 28; \quad 7^2 = 49;$$

$$\left(2\sqrt{13}\right)^2 = 4 \cdot 13 = 52$$

Ответ: 1.

517. Иногда для сравнения чисел полезно составить их разность: если эта разность положительна, то уменьшаемое больше вычитаемого. Так, разность $5\sqrt{3} - \left(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}\right) = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{2} > 0$, т.к. $\sqrt{3} > \sqrt{2}$. Случай 4) исключаем. Теперь можно сравнить числа из первых трех вариантов и убедиться, что наибольшее число $5\sqrt{3}$.

Ответ: 2.

521. Сравним предлагаемые числа. Их квадраты равны соответственно $21; \quad 54; \quad 36; \quad \frac{102}{3} = 34$. Следовательно, правильный ответ: 2.

Ответ: 2.

526. Квадраты чисел: $49; \quad 50; \quad 48$.

Ответ: 4.

528. Квадраты чисел: $90; \quad 90,25; \quad 89$.

Ответ: 3.

529. $\frac{\sqrt{343}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{343}{7}} = \sqrt{49} = 7$.

Ответ: 3.

532. $\sqrt{18 \cdot 80} \cdot \sqrt{30} = \sqrt{18 \cdot 80 \cdot 30} = \sqrt{9 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 10} = 4 \cdot 3 \cdot$ $\cdot 10\sqrt{3} = 120\sqrt{3}$.

Ответ: 4.

535.

$$\frac{\left(2\sqrt{6}\right)^2}{36} = \frac{4 \cdot 6}{36} = \frac{2}{3}.$$

Ответ: 1.

540. Для **быстрого** решения использован тот факт, что в вариантах ответов имеется число . Поэтому делим 432 на 3, получаем 144, $\sqrt{144} = 12$.

Другой вариант решения: используем признак делимости целого числа на 9—сумма цифр кратна 9. Тогда $\sqrt{432} = \sqrt{9 \cdot 48} =$ $= \sqrt{9 \cdot 16 \cdot 3} = 12\sqrt{3}$.

На самый худой конец необходимо число 432 разложить на простейшие множители и извлечь корень. Но это самый длинный путь решения. Надо приучать себя к приемам, основанным на устном счете (см. решение задачи **532** и два первых решения задачи **540**).

Ответ: 3.

543. Выражения $a \pm \sqrt{b}$ или $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ называются сопряженными. Их произведение не содержит радикалов. На использовании этого факта основано освобождение от иррациональности в знаменателе. Например, в данной задаче:

$$\frac{1}{3-\sqrt{7}} = \frac{3+\sqrt{7}}{\left(3-\sqrt{7}\right)\left(3+\sqrt{7}\right)} = \frac{3+\sqrt{7}}{9-7} = \frac{3+\sqrt{7}}{2}.$$

Ответ: 3.

546. Поскольку задано иррациональное число, варианты ответов **1** и **3** исключаются сразу. Чтобы привести заданное число к виду **2** или **4**, подведем число 4 под знак квадратного корня, возведя его в квадрат:

$$4\sqrt{6} = \sqrt{16 \cdot 6} = \sqrt{96}.$$

Ответ: 2.

548. $\sqrt{3^6} = 3^3 = 27.$

Ответ: 2.

549. $\sqrt{4^5} = \left(\sqrt{4}\right)^5 = 2^5 = 32.$

Ответ: 4.

550. $\sqrt{60} - \sqrt{15} = \sqrt{4 \cdot 15} - \sqrt{15} = 2\sqrt{15} - \sqrt{15} = \sqrt{15}.$

Ответ: 2.

555. $\sqrt{12} + \sqrt{27} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$. В списке ответов нет правильного. Либо в условии, либо в ответах опечатка.

558. $\left(\sqrt{19} - 4\right)\left(\sqrt{19} + 4\right) = 19 - 16 = 3.$

Ответ: 4.

560.

$$\frac{6}{\left(2\sqrt{3}\right)^2} = \frac{6}{4 \cdot 3} = 0,5.$$

Ответ: 2.

563.

$$\frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{675}}{\sqrt{60}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 25 \cdot 27}{4 \cdot 15}} = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 9} = 3\sqrt{10}.$$

Ответ: 3.

567.

$$2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{3} = 16\sqrt{36} = 16 \cdot 6 = 96.$$

Ответ: 1.

570.

$$\sqrt{1,28} \cdot \frac{1}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{1,28}{8}} = \sqrt{0,16} = 0,4.$$

Ответ: $0,4$.

573.

$$\left(\sqrt{40} + 4\right)^2 = 40 + 8\sqrt{40} + 16 = 56 + 8\sqrt{40}.$$

Ответ: 3.

574.
$$\sqrt{810000} = 900; \quad \sqrt{810} = 9\sqrt{10}; \quad \sqrt{81} = 9.$$

Ответ: 2.

577.
$$\sqrt{121} = 11; \quad \sqrt{0,36} = 0,6; \quad \sqrt{7\frac{8}{17}} = \sqrt{\frac{127}{17}}.$$

Ответ: 3.

580. От радикалов можно избавиться только в выражении $\sqrt{20}\cdot \cdot\sqrt{5} = \sqrt{100} = 10$.

Ответ: 1.

582. Только одно выражение $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{20}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$ является иррациональным. В остальных выражениях от радикалов можно освободиться.

Ответ: 2.

1.3.УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

1.3.1.Линейные уравнения с одной переменной

Важное замечание. Большинство школьников считает, что линейное уравнение с одним неизвестным (одной переменной) всегда имеет один корень. На самом деле возможны три случая. Если уравнение приводится (после приведения подобных членов) к виду $ax = b,\ a \neq 0$, то корень, в самом деле, единственный: $x = \frac{b}{a}$. Но если $a = 0$, то возможны еще два случая. Если уравнение имеет вид $0 \cdot x = 0$, то любое значение x является корнем, т.е. уравнение имеет **бесконечное количество решений**. Если же уравнение приводится к виду $0 \cdot x = b,\ \ b \neq 0$, то **решений нет**. В настоящем задачнике таких случаев, к сожалению, нет, но это не означает, что их не будет на экзамене.

Все задачи раздела **1.3.1** имеют единственное решение. Это явно предвзятая ситуация. Решать их все (а это ни много ни мало задачи **583-769**) не имеет никакого смысла. Приведу решения нескольких задач.

583.

$$6x + 18 = 0; \quad 6x = -18; \quad x = -3.$$

Ответ: -3.

614.

$$-6x - 5 = 4x; \quad -10x = 5; \quad x = -0,5.$$

Ответ: $-0,5$.

701.

$$x - \frac{x}{12} = -\frac{55}{12}; \quad \frac{11}{12}x = -\frac{15}{12}; \quad x = -5.$$

Ответ: -5.

723.

$$\frac{x}{5}+\frac{x}{3}+x=\frac{23}{5}; \quad x\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3}+1\right)=\frac{23}{5}; \quad \frac{23}{15}=\frac{23}{5}; \quad x=3.$$

Ответ: 3.

747.

$$\frac{5x-5}{3}-2x=2; \quad \frac{5}{3}x-2x=2+\frac{5}{3}; \quad -\frac{1}{3}x=\frac{11}{3}; \quad x=-11.$$

Ответ: -11.

756.

$$(7-x)^2=(x+3)^2; \;\; 49-14x+x^2=x^2+6x+9;$$

$$-20x=-40; \;\; x=2.$$

Ответ: 2.

769.

$$(x-5)^2+(x+4)^2=2x^2; \;\; -10x+25+8x+16=0;$$

$$-2x=-41; \;\; x=20,5.$$

Ответ: $20,5$.

1.3.2.Квадратные уравнения

770.

$$x^2-7x+10=0; \quad x_{1,2}=\frac{7\pm\sqrt{49-40}}{2}=\frac{7\pm 3}{2}=\begin{cases}2\\5\end{cases}.$$

Ответ: 2.

775.

$$x^2 - 18 = 7x; \quad x^2 - 7 - 18 = 0;$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49+72}}{2} = \frac{7 \pm 11}{2} = \begin{cases} -2 \\ 9 \end{cases}.$$

Ответ: 9.

778.

$$(-5x-3)(2x-1) = 0; \;\; x_1 = -\frac{3}{5} = -0,6; \;\; x_2 = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Ответ: $-0,6$.

779.

$$5x^2 + 20x = 0, 5x(x+4) = 0; \quad x_1 = 0; \quad x_2 = -4.$$

Ответ: -4.

783.

$$-\frac{1}{5}x^2 + 20 = 0; \quad x^2 = 100; \quad x_{1,2} = \pm 10.$$

Ответ: 10.

797.

$$x^2 - 24 = -5x; \quad x^2 + 5x - 24 = 0;$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25+96}}{2} = \frac{-5 \pm 11}{2} = \begin{cases} -8 \\ 3 \end{cases}.$$

Ответ: -8; 3.

805.

$$x^2 - 20x = -5 - 13 - x^2; \quad 2x^2 - 15x + 13 = 0;$$

$$x_{1,2} \frac{15 \pm \sqrt{225-104}}{4} = \frac{15 \pm 11}{4} = \begin{cases} 1 \\ 6,5 \end{cases}.$$

Ответ: 1; 6,5.

814.

$-3x^2-x+8=(x-3)^2;\quad -3x^2-x+8=x^2-6x+9;\quad 4x^2-5x+1=0;$

$$x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{8}=\frac{5\pm 3}{8}=\begin{cases}0,25\\1\end{cases}.$$

Ответ: $0,25;\ \ 1.$

1.3.3.Рациональные уравнения

Важное предварительное замечание. До сих пор мы имели дело только с линейными и квадратичными выражениями вида $ax+b$ или ax^2+bx+c. Эти выражения могут быть вычислены при **любом** значении переменной x. Другими словами, **область допустимых значений** (ОДЗ) переменной – все действительные значения, $x\in R$ или $x\in(-\infty;\infty)$. Поэтому при решении линейных или квадратных уравнений мы и не задавались вопросом: входят найденные корни в ОДЗ или не входят. Все найденные корни являлись допустимыми.

В более сложных ситуациях (рациональные уравнения, логарифмические, показательные, тригонометрические уравнения (и неравенства) – это уже в 10-11 классах) вопрос об ОДЗ является **наиважнейшим**: решив уравнение или неравенство, необходимо быть уверенным, что решения принадлежат ОДЗ. Нахождение ОДЗ тесно связано с тематикой решаемых задач. В рациональных выражениях ОДЗ определяется лишь требованием: если переменная содержится в знаменателе какого-либо выражения, **необходимо потребовать, чтобы этот знаменатель не обращался в ноль!** Справедливо золотое правило: прежде, чем решать задачу, следует найти ОДЗ, т.е. ту область значений переменной x, в которой поставленная задача имеет смысл. И еще один момент. Можно выписать неравенство (или несколько неравенств), определяющие ОДЗ. Но совсем не обязательно решать эти неравенства: достаточно **проверить**, удовлетворяют ли найденные решения этим неравенствам. Когда корень один (или несколько), сделать это обычно несложно. Если же, например, решается неравенство, и решениями могут быть целые интервалы значений x, то существуют специальные графические приемы получения окончательного вердикта. Об этом будет разговор в свое время.

817. Сначала найдем ОДЗ: $x - 2 \neq 0$; $x \neq 2$. Затем решаем уравнение:

$$\frac{11}{x-2} = \frac{11}{2}; \quad x - 2 = 2; \quad x = 4$$

(входит в ОДЗ).

Ответ: 4.

Часто случается так, что найденный корень (корни) входят в ОДЗ. Очень велик процент ошибок в школьных работах, связанных с пренебрежительным отношением к ОДЗ. Лучше всего приобрести **полезную** привычку: если в начале решения была найдена ОДЗ, то в конце работы следует написать фразу: «Найденный корень (корни) входит в ОДЗ».

827. ОДЗ:

$$\begin{cases} x \neq 14 \\ x \neq 7 \end{cases}.$$

$$\frac{7}{x-14} = \frac{14}{x-7}; \;\; \frac{1}{x-14} = \frac{2}{x-7};$$

$$x - 7 = 2x - 28; \;\; x = 21 (\text{входит в ОДЗ}).$$

Ответ: 21.

832. ОДЗ:

$$\begin{cases} x \neq -6 \\ x \neq 1 \end{cases}.$$

$$\frac{1}{x+6} + \frac{1}{x-1} = 0; \;\; x - 1 + x + 6 = 0; \;\; 2x = -5;$$

$$x = -2,5 (\text{входит в ОДЗ}).$$

Ответ: $-2,5$.

841. ОДЗ: $x \neq 15$.

$\dfrac{x-5}{x-15} = -1;\;\; x-5 = -x+15;\;\; 2x = 20;\;\; x = 10$(входит в ОДЗ).

Ответ: 10.

851. ОДЗ: $x \neq 0$.

$x - \dfrac{12}{x} = 1;\;\; x^2 - x - 12 = 0;\;\; x_{1,2} = \dfrac{1 \pm 7}{2} = \begin{cases} -3 \\ 4 \end{cases}$ (входит в ОДЗ).

Ответ: -3; 4.

Кстати говоря. Иногда школьники допускают досадную ошибку: неправильно вычисляют корни квадратного уравнения. Существует простейшая проверка корней по теореме Виета: произведение корней равно свободному члену уравнения, а сумма корней – коэффициенту при x с обратным знаком (это только в том случае, если коэффициент при x^2 равен 1). Проверка (устная, разумеется) занимает несколько секунд, а ошибка стоит гораздо дороже.

858. ОДЗ: $x \neq -2$.

$$\frac{x^2+4x+3}{x+2} = 0;\;\; x^2+4x+3 = 0$$

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4-3} = -2 \pm 1 = \begin{cases} -3 \\ -1 \end{cases}.$$

Оба корня входят в ОДЗ.

Ответ: -3; -1.

Для нахождения корней квадратного уравнения использована формула для случая четного коэффициента при x.

1.3.4.Системы двух уравнений с двумя переменными

Если знаменатели всех выражений не содержат переменных x, y, то ОДЗ системы имеет вид $x \in R,\;\; y \in R$ и эти неравенства не выписывают и никаких проверок не делают. В более сложных ситуациях выписывание неравенств, определяющих ОДЗ системы, и проверка – непременный атрибут решения!

864. Школьники должны уметь решать систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными двумя способами.

1. Одно из уравнений используется для того, чтобы выразить одну из неизвестных через другую. Это соотношение подставляют в другое уравнение, получают одно линейное уравнение с одной неизвестной и решают его. Найденная вначале связь между неизвестными используется затем для нахождения другой неизвестной.

2. Уравнения системы можно сложить или вычесть одно из другого, предварительно умножив их на удобные числа (отличные от нуля). Такой прием позволяет исключить одну из неизвестных, решить уравнение относительно оставшейся неизвестной, а затем из любого из уравнений найти вторую неизвестную. Такая процедура корректна и не изменяет множества решений системы.

В нашем случае удобно умножить второе уравнение на 2 и сложить его с первым. Тем самым из системы исключается y, а уравнение для x принимает вид: $-x = 0$, откуда получаем $x = 0$. Теперь, например, из второго уравнения получаем: $-2y = 2$; $y = -1$. Ответ принято записывать в скобках, сначала x, затем y.

Ответ: $(0; -1)$.

865.

$$\begin{cases} 4x - 2y = -9 \\ 3x - 3y = -6 \end{cases}$$

Из второго уравнения $x = y - 2$, тогда первое принимает вид: $4(y-2) - 2y = -9$ откуда $y = -0,5$. Соответственно $x = y - 2 = -2,5$.

Ответ: $(-2,5; -0,5)$.

868. Решение можно оформить и так:

$$\begin{cases} 4x+y=-3 \\ -y-x^2=6 \end{cases}, \quad \begin{cases} y=-4x-3 \\ 4x+3-x^2=6 \end{cases}, \quad \begin{cases} y=-4x-3 \\ x^2-4x+3=0 \end{cases}.$$

$$x_{1,2}=2\pm 1=\begin{cases} 1 \\ 3 \end{cases}. \quad y_{1,2}=\begin{cases} -7 \\ -15 \end{cases}.$$

Ответ: $(1;-7)$; $(3;-15)$.

872.

$$\begin{cases} x+y=2 \\ xy=-15 \end{cases}.$$

Эту систему можно решить обычным способом: выразить из первого уравнения x через y, подставить это выражение во второе, получить квадратное уравнение относительно y и т.д.

Есть еще один изящный прием, основанный на следующих двух соображениях.

1. Эта система симметричная, т.е. замена x на y и обратно не изменяет ее вида. Это означает, что если $(\alpha;\beta)-$ решение системы, то и $(\beta;\alpha)$ является ее решением.

2. Поскольку задана сумма и произведение неизвестных, то в соответствии с теоремой Виета можно утверждать, что x и y являются корнями одного и того же квадратного уравнения $z^2-2z-15=0$. Решив это уравнение, получим

$$z_{1,2}=1\pm 4=\begin{cases} -3 \\ 5 \end{cases}.$$

Это позволяет сразу записать ответ.

Ответ: $(-3;5)$; $(5;-3)$.

874.

$$\begin{cases} -x+y=3 \\ xy=10 \end{cases}, \quad \begin{cases} -x+y=3 \\ (-x)y=-10 \end{cases}.$$

Здесь предыдущий прием можно немного модифицировать: считаем что система симметрична относительно переменных $-x$ и

y, которые являются корнями одного и того же уравнения $z^2 - 3z - 10 = 0$. Решим его

$$z_{1,2} = \frac{3 \pm 7}{2} = \begin{cases} -2 \\ 5 \end{cases}$$

и запишем ответ (только не забудем, что мы получили корни для неизвестных $-x$ и y).

Ответ: $(2; 5)$; $(-5; 2)$.

878.

$$\begin{cases} -x + y = 7 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}, \quad \begin{cases} y = 7 + x \\ x^2 + 49 + 14x + x^2 = 25 \end{cases},$$

$$\begin{cases} y = 7 + x \\ x^2 + 7x + 12 = 0 \end{cases} . x_{1,2} = \frac{-7 \pm 1}{2} = \begin{cases} -4 \\ -3 \end{cases} . \; y_{1,2} = \begin{cases} 3 \\ 4 \end{cases}$$

Ответ: $(-4; 3)$; $(-3; 4)$.

1.3.5. Числовые неравенства и их свойства

Важное замечание. Неравенства и их свойства – это очень серьезный раздел математики. Школьники допускают громадное количество ошибок, решая неравенства. Поэтому необходимо очень тщательно разобраться в теории и методах решения неравенств. Особое внимание следует уделить геометрической трактовке на числовой оси.

880. Если $a > b$, то на числовой оси точка a находится правее точки b. Но тогда справедливо и более сильное неравенство $a > b - c$, где $c-$ любое неотрицательное число ($c \geq 0$). Этому условию удовлетворяет только вариант ответа 4).

Ответ: 4.

881. В варианте ответа 3) неравенство приводится к виду $a > 2b - 2$. Среди приведенных ответов только это неравенство справедливо при любых $a > 2b$.

Ответ: 3.

883. Неравенство $-a > -b$ эквивалентно (равносильно) неравенству $b > a$. Из приведенных ответов более сильным является только неравенство 2), которое приводится к виду $b > a - 1$.

Ответ: 2.

885. Только неравенство 3) приводится к виду $a > c$, которое противоречит условию $a < c$.

Ответ: 3.

889. Аналогичная задача.

Ответ: 4.

890. Из приведенного рисунка ясно, что $a > c$. Этому условию противоречит только вариант ответа 1).

Ответ: 1.

895. Из приведенного рисунка видно, что $3 < a < 4$. Подстановкой в предлагаемые неравенства легко убедиться, что справедливо только неравенство 1).

Ответ: 1.

897. Аналогичная задача.

Ответ: 1.

900. Т.к. $1 < a < 2$, то несложно определить интервалы, в которых расположены заданные числа.

Напомню, что к обеим частям неравенства можно **прибавить** любое (положительное или отрицательное) число. Если неравенство двойное (у которого три части: левая, средняя и правая), то любое число можно прибавить ко всем трем частям неравенства. Из этих соображений $0 < a - 1 < 1$.

При умножении всех частей неравенства на отрицательное число знаки неравенств **изменяются на противоположные**. Поэтому $-2 < -a < -1$. Наконец, если в двойном неравенстве левая и правая части **положительны**, то при замене всех трех выражений на обратные знаки неравенств также **изменяются на противоположные**. Следовательно, можно записать $\frac{1}{2} < \frac{1}{a} < 1$. Умножив это неравенство на -1, получим $-1 < -\frac{1}{a} < \frac{1}{2}$.

Сравнивая полученные интервалы, убеждаемся, что в порядке убывания заданные числа расположены в варианте 3).

Ответ: 3.

902. В нашем случае $-2 < a-1$, т.е. $1 < -a < 2$ и $\frac{1}{2} < -\frac{1}{a} < 1$. В тоже время, если неравенство $-a > 1$ умножить на положительное число $-a$, то получим $a^2 > -a$. Таким образом, в порядке убывания заданные числа располагаются в варианте 1).

Ответ: 1.

Замечание. Можно, видимо, такие задачи решать проще, «на глазок», ориентируясь на **остроту своего зрения**. Например, в данной задаче $a \approx 1,3$. Но тогда $-a \approx 1,3$; $a^2 \approx 1,69$; $-\frac{1}{a} \approx \approx \frac{1}{1,3} \approx 0,77$. Если в задаче требуется из трех ответов только указать верный, то нет проблем: числа $1,69$; $1,3$; $0,77$ достаточно сильно различаются, чтобы быть уверенным в результате.

907. Классическое решение. Т.к. $-a < a < -1$, то $1 < -a < 2$, т.е. $-a > a$. Т.к. $-a > 1$, то $-a \cdot a < a$; $-a^2 < a$ (при умножении неравенства на отрицательное число знак неравенства изменяется на противоположный). Таким образом, $-a^2 < a < -a$.

Ответ: 4.

Решение «на глазок». $a \approx -1,3$; $-a \approx 1,3$; $-a^2 \approx -1,69$. $-a^2 < < a < -a$.

908. Неправильным является только утверждение 2), т.к. x и y имеют разные знаки. Остальные утверждения верны (с учетом того, что $|x| > |y|$ и $y < 0$).

Ответ: 2.

911. Т.к. $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$, то $abc > 0$, первое неравенство верное.

Т.к. $|b| < |c|$, второе неравенство неверное.

Если даны два неравенства одного знака с **положительными членами** $d > e$, $f > g$, то их можно почленно перемножить: $df > eg$. Т.к. $-a < 1$, то $-\frac{1}{a} > 1$, а поскольку $-c > 1$, то перемножая два последних неравенства, получаем $\frac{c}{a} > 1 > b$. Третье неравенство верное. Четвертое неравенство также верное. Неверным оказывается только неравенство 2).

Ответ: 2. Легко убедиться, что решение «на глазок» ($c \approx -1,5$; $a \approx -0,5$; $v \approx 0,5$) очень быстро приводит к тому же результату.

1.3.6.Линейные неравенства с одной переменной

915.

$$-3-3x>7x-9;\ \ -10x>-6;\ \ x<0,6;\ \ x\in(-\infty;0,6).$$

Ответ: 4.

921.

$$7x+9\le 9x-8;\ \ -2x\le -17;\ \ x\ge 8,5;\ \ x\in[8,5;\infty).$$

Ответ: 3.

930.

$$4x+5\ge 6x-2;\ \ -2x\ge -17;\ \ x\le 3,5;\ \ x\in(-\infty;3,5].$$

Ответ: 2.

934.

$$3-2(x-3)>18-5x;\ \ 3x>9;\ \ x>3;\ \ x\in(3;\infty).$$

Ответ: 4.

938.

$$4-7(x+3)\le -9;\ \ -7x\le 8;\ \ x\ge -\frac{8}{7};\ \ x\in\left[-\frac{8}{7};\infty\right).$$

Ответ: 3.

939.

$$6x-7>7x+8;\ \ -x>15;\ \ x<-15;\ \ x\in(-\infty;-15).$$

Ответ: 4.

945.

$$4a + 9 < 0;\ \ 4a < -9;\ \ a < -\frac{9}{4};\ \ a \in \Big(-\infty; \frac{9}{4}\Big).$$

Ответ: 1.

955.

$$-3x + 9 < 0;\ \ -3x < -9;\ \ x > 3;\ \ x \in (2; \infty).$$

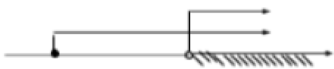
Ответ: $(3; \infty)$.

Задачи **956-1118** элементарны.

1.3.7.Системы линейных неравенств с одной переменной

1119. Чтобы решить систему неравенств, надо сначала решить каждое неравенство системы, а затем объединить полученные решения (найти **пересечение** множеств решений отдельных неравенств). Объединяют решения обычно графически.

$$\begin{cases} x > 4 \\ -3x \le 3 \end{cases},\ \begin{cases} x > 4 \\ x \ge -1 \end{cases}$$



Ответ: $(4; \infty)$.

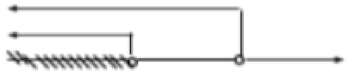
1123.

$$\begin{cases} x > 4,3 \ge 0 \\ x + 5 \le 10 \end{cases},\quad \begin{cases} x \ge 4,3 \\ x \le 5 \end{cases},\quad 4,3 \le x \le 5.$$

Ответ: 4.

1126.

$$\begin{cases} x < 9 \\ 8 - x > 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} x < 9 \\ x < 8 \end{cases}, \quad x < 8.$$



Ответ: 2.

1129.

$$\begin{cases} x > -1 \\ -4 - x > 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} x > -1 \\ x < -4 \end{cases}, \quad x < \varnothing.$$

Символ $\varnothing$ используется для обозначения пустого множества. Множество решений пусто: система не имеет решений. Неравенства противоречат друг другу. На графической диаграмме нет заштрихованной области.

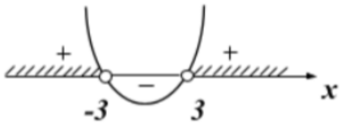
Ответ: 4.

1.3.8.Квадратные неравенства

Квадратные неравенства решаются графически. Изображается парабола – график квадратного трехчлена. Важно правильно изобразить вершину параболы (где она находится: выше оси x, ниже или на самой оси?), как направлены ветви параболы (вниз или вверх), как расположены корн квадратного трехчлена на оси x). Затем на числовой оси с учетом знака неравенства наносится штриховка. Ось ординат на таком графике не наносится.

1134.

$$x^2 > 9; \quad x^2 - 9 > 0$$



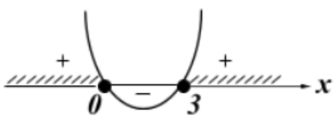
Ответ: 4.

1144.

Ответ: 3.

1149. Чтобы уверенно отвечать на такие вопросы, нужна хорошая практика решения квадратных неравенств и построения графиков парабол. Особое внимание надо уделять корням квадратного трехчлена. Следует их помечать выколотыми точками (незакрашенными кружочками), если знак неравенств строгий ($<$ или $>$) и «жирными» точками (закрашенными кружочками), если знак нестрогий ($\leq$ или $\geq$). Соответственно, корни затем не войдут или войдут в множество решений, а в изображении множества решений (в ответе) будут использоваться круглые или квадратные скобки.

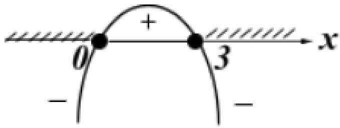
В нашей конкретной задаче изображение решения соответствует неравенству 2), т.к. для этого варианта ветви параболы направлены вверх, квадратный трехчлен принимает неотрицательные выражения **вне** промежутка между корнями $x_1 = 0$ и $x_2 = 3$, а сами корни (помеченные на рисунке «жирными» точками), **входят** в множество решений, т.к. знак неравенства **нестрогий**. Всем приведенным словам соответствует график:



Ответ: 2.

1154.

$$3x - x^2 \le 0$$



Ответ: 2.

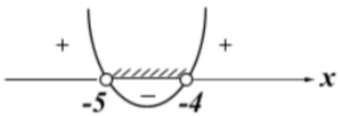
Вообще говоря, можно любое квадратное неравенство привести к такому виду, что квадратный трехчлен в левой части имеет положительный коэффициент при x^2 (если это не так, надо умножить все члены на -1 и сменить знак неравенства на противоположный). Тогда на всех графических рисунках ветви параболы направлены вверх. Разумеется, окончательный ответ при этом не изменяется.

1159.

$$x^2 + 9x + 20 < 0; \quad x \in (-5; -4).$$

Корни:

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm 1}{2} = \begin{cases} -5 \\ -4 \end{cases}$$



Ответ: 2.

1164. Варианты ответов 1) и 3) можно исключить сразу (если ветви параболы направлены вверх, то обязательно найдутся значения x, при которых парабола принимает положительные значения). В вариантах 2) и 4) ветви также направлены вверх.

Отрицательных решений не будет, если график полностью располагается **над** осью x, т.е. если он имеет вид, изображенный ниже на схематическом рисунке.

Для этого необходимо, чтобы соответствующий квадратный трехчлен не имел корней, т.е. его дискриминант был отрицательным. Легко убедиться, что это выполняется только для варианта 4).

Ответ: 4.

Задачи **1165-1168** решаются аналогично.

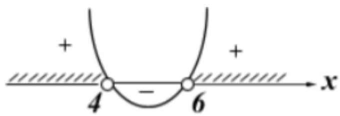
1169. Только в варианте 4) неравенство справедливо при $x \in R$, в остальных случаях это не так. Схематически график имеет такой же вид, как в задаче **1164**.

Ответ: 4.

Все остальные задачи данного раздела решаются стандартным образом: все члены переносятся в левую часть, приводятся подобные члены (если потребуется), находятся корни (иногда они видны невооруженным взглядом, как, например, в задачах **1174-1178**). Затем строится график и в соответствии со знаком неравенства наносится штриховка. Еще раз: требуется особое внимание к корням квадратного трехчлена.

1174.

$$(x-4)(x-6) > 0$$

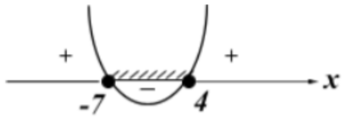


Ответ: $x \in (-\infty; 4) \cup (6; \infty)$.

Значок $\cup$ обозначает объединение множеств: x принадлежит множеству $(-\infty; 4)$ или множеству $(6; \infty)$.

1188.

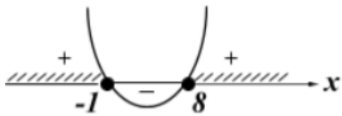
$$x^2 + 3x \leq 28; \quad x^2 + 3x - 28 \leq 0; \quad (x+7)(x-4) \leq 0$$



Ответ: $x \in [-7; 4]$.

1203.

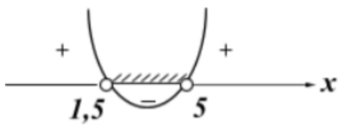
$$x^2 \geq 7x + 8; \quad x^2 - 7x - 8 \geq 0; \quad (x+1)(x-8) \geq 0$$



Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup [8; \infty))$..

1206.

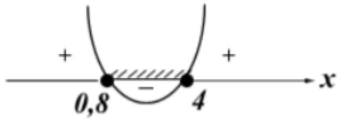
$$x^2 - 7x < 6x - 15x^2; \quad 2x^2 - 13 + 15 < 0; \quad 2(x-1,5)(x-5) < 0$$



Ответ: $x \in (1,5; 5)$.

1218.

$$10x^2-24x+16 \le 5x^2; \quad 5x^2-24x+16 \le 0; \quad 5(x-0,8)(x-4) \le 0$$

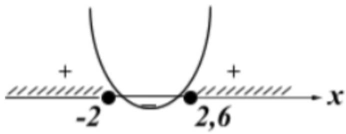


Ответ: $x \in [0,8;4]$.

1234.

$$x^2-13x+45 \le 6x^2-16x+19; \quad 5x^2-3x-26 \ge 0;$$

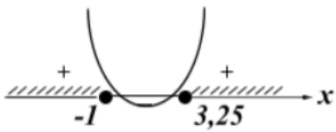
$$5(x+2)(x-2,6) \ge 0$$



Ответ: $x \in (-\infty;-2] \cup [2,6;\infty)$.

1261.

$$-3x^2+3x+22 \le (x-3)^2; \quad 4x^2-9x-13 \ge 0; \quad (x+1)(x-3,25) \ge 0$$



Ответ: $x \in (-\infty;-1] \cup [3,25;\infty)$.

1.4.ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

1.4.1.Последовательности

1265. Для каждой последовательности можно записать формулу для n–го члена:

$$\text{А} : a_n = \frac{n}{n+1}; \quad \text{Б} : 1 + 3n; \quad \text{В} : 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}.$$

Отсюда следует, что Б)– арифметическая прогрессия, В)– геометрическая прогрессия, а последовательность А)– не является ни арифметической, ни геометрической.

Ответ: 312.

Аналогичные задачи: **1266-1269**.

1270.

$$b_2 = -\frac{1}{b_1} = -\frac{1}{7}; \quad b_3 = -\frac{1}{b_2} = 7; \quad b_4 = -\frac{1}{b_4} = -\frac{1}{7}.$$

Ответ: $-\frac{1}{7}$.

1272.

$$b_2 = -\frac{3}{b_1} = \frac{1}{2}; \quad b_3 = -\frac{3}{b_2} = -6.$$

Ответ: -6.

1275. Для ответа на этот вопрос надо подставить в выражение для c_n заданные 4 числа и решить уравнение относительно n. Наличие натурального корня дает положительный ответ. Легко убедиться, что правильный ответ 3).

Ответ: 3.

Задачи **1276-1279** аналогичные.

1280. Задача такого же типа, только правильным ответом является число, **не** являющееся членом последовательности. Подставляя выражение $19 \cdot \frac{(-1)^n}{n}$ заданные числа, убеждаемся, что числа 1), 2) и 4) являются 21, 20 и 9 членами последовательности, а число 3) членом последовательности не является.

Ответ: 3.

Таким же образом решаются задачи **1281-1285**.

1286. Мы должны выяснить, при каких n $a_n > 1$. Надо решить неравенство $\frac{9}{n+2} > 1$. Т.к. $n-$ натуральное число, то $n+2$ – число положительное. Умножая на него неравенство (знак неравенства сохраняется), получим: $n+2 < 9; \quad n < 7$. Таким образом, первые 6 членов последовательности меньше 1.

Ответ: 6.

Задачи **1287-1290** аналогичные.

1.4.2.Арифметическая прогрессия

1291.

$$a_n = a_1 + d(n-1); \quad a_7 = -7,7 - 5,3 \cdot 6 = -39,5.$$

Ответ: $-39,5$.

1292-1295 – аналогичные задачи.

1296.

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; \quad S_{14} = \frac{-14 + 1,1 \cdot 13}{2} \cdot 14 = 2,1.$$

Ответ: $2,1$.

1297-1300 – аналогичные задачи.

1301. Подставляя в выражение для a_n $n = 12$, находим $a_{12} = -1,5 - 8 \cdot 12 = -97,5$.

Ответ: $-97,5$.

1302-1305 аналогичные задачи.

1306.

$$c_2 = c_1 - 1 = 4; \quad c_3 = c_2 - 1 = 3.$$

Ответ: 3.

1307-1310 – аналогичные задачи.

1311. Для заданной арифметической прогрессии $a_1 = 11$; $d = 7$. Поэтому $a_6 = 11 + 7 \cdot 5 = 46$.

Ответ: 46.

1312-1320 – аналогичные задачи.

1321. Очевидно, $d = 3$; $\quad x = 12 - 3 = 9$.

Ответ: 9.

1322-1325 – аналогичные задачи.

1326. В этой прогрессии

$$a_1 = 2,6; \quad d = -0,3; \quad S_{17} = \frac{2 \cdot 2,6 - 0,3 \cdot 16}{2} \cdot 17 = 3,4.$$

Ответ: 3, 4.

1327-1330 – аналогичные задачи.

1331. В данном случае $a_1 = 35$; $\quad d = -3$; $\quad a_n = 35 - 3(n - 1) = 38 - 3n$. Решаем неравенство $a_n < 0, 38 - 3n < 0$; $\quad n > \frac{38}{3}$. Минимальное значение n, удовлетворяющее этому условию, равно 13. Тогда $a_{13} = -1$.

Ответ: -1.

1332-1335 – аналогичные задачи.

1336. Числа мест являются членами арифметической прогрессии, у которой $a_1 = 45$; $\quad d = 2$. Для нее $a_n = 45 + 2(n - 1) = 43 + 2n$.

Ответ: $43 + 2n$.

1337-1340 – аналогичные задачи.

1341. Число квадратов в n-й строке можно вычислить по формуле $N_n = 2 + 8(n - 1)$. Тогда $N_{16} = 2 + 8 \cdot 15 = 122$.

Ответ: 122.

1342-1345 – аналогичные задачи.

1346.

$$a_n = a_1 + d(n-1); \quad d = \frac{a_n - a_1}{n-1}; \quad d = \frac{7-1}{6} = 1.$$

Ответ: 1.

1347-1350 – аналогичные задачи.

1351. Очевидно, $a_1 = -4; \quad d = 3$. Поэтому

$$S_6 = \frac{2 \cdot (-4) + 3 \cdot 5}{2} \cdot 6 = 21.$$

Ответ: 21.

1352-1356 – аналогичные задачи.

1357. В данном случае

$$a_1 = -3; \quad d = -1,5; \quad S_6 = \frac{2 \cdot (-3) - 1,5 \cdot 5}{2} \cdot 6 = -40,5.$$

Ответ: $-40,5$.

1358-1361 – аналогичные задачи.

1.4.3.Геометрическая прогрессия

1362.

$$.b_n = b_1 \cdot q^{n-1}; \quad b_4 = 140 \cdot 2^3 = 1120$$

Ответ: 1120.

1363-1366 – аналогичные задачи.

1367.

$$c_1 = 3; \quad q = \frac{c_n + 1}{c_n} = 2; \quad c_5 = c_1 \cdot q^4 = 3 \cdot 2^4 = 48.$$

Ответ: 48.

1368-1371 – аналогичные задачи.

1372.

$$q = \frac{-54}{18} = -3; \quad x = 2 \cdot q = -6.$$

Ответ: -6.

1373-1375 – аналогичные задачи.

1376. При $n = 7$ получаем:

$$b_7 = -6,4 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^7 = 3906,25.$$

Ответ: $3906,25$.

1377-1380 – аналогичные задачи.

1381.

$$q = \frac{296}{74} = 4; \quad b_4 = b_3 \cdot q = 1184 \cdot 4 = 4736.$$

Ответ: 4736.

1382-1385 – аналогичные задачи.

1386.

$$a_7 = a_5 \cdot q^2; \quad q^2 = \frac{a_7}{a_5} = \frac{1}{4}; \quad q = 0,5.$$

Ответ: $0,5$.

1387-1390 – аналогичные задачи, задача **1391** повторяет **1381**.

Задачи **1391-1395** аналогичны задачам **1382-1385**.

1396.

$$b_1 = \frac{1}{9}; \quad q = 3; \quad S_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}; \quad S_6 = \frac{1}{9} \cdot \frac{3^6 - 1}{3 - 1} = 40\frac{4}{9}.$$

Ответ: $40\frac{4}{9}$.

1397-1401 – аналогичные задачи.

1402.

$$b_1 = \frac{162}{3} = 54; \quad q\frac{1}{3}; S_4 = b_1 \cdot \frac{q^4 - 1}{q - 1} = 54 \cdot \frac{\frac{1}{81} - 1}{\frac{1}{3} - 1} = 80.$$

Ответ: 80.

1403-1407 – аналогичные задачи.

1408.

$$b_1 = -648 \cdot \frac{\left(-\frac{1}{6}\right)^5 - 1}{-\frac{1}{6} - 1} = -\frac{1111}{2} = -555,5.$$

Ответ: $555,5$.

1409-1411 – аналогичные задачи.

1.5.ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

1.5.1.Линейная, квадратичная и обратно-пропорциональная функции

При построении или идентификации графиков следует пользоваться следующим простым правилом. Если функция задана уравнением $y = f(x)$ и нас интересует, лежит ли некоторая точка (x_0, y_0) на графике этой функции, то надо просто подставить координаты (x_0, y_0) в уравнение. Если уравнение удовлетворяется, т.е. выполняется равенство $y_0 - f(x_0)$, то точка находится на графике, если же $y_0 \neq f(x_0)$, то не находится.

Линейная функция задается выражением $y_0 = kx + b$. Если угловой коэффициент $k > 0$, функция возрастает, если $k < 0$, то убывает. Если , функция постоянна, ее графиком является прямая, параллельная оси Ox.

1412. Функция убывает, варианты 3) и 4) исключаются. Угловой коэффициент в варианте 1) равен $-\frac{1}{3}$.

Ответ: 1.

1413. Функция убывает, выбор надо сделать между вариантами 2) и 4). Координаты точки (-2;0), лежащей на графике, удовлетворяют только варианту 4).

Ответ: 4.

По аналогии решаются задачи **1414-1419**.

1420.

Ответ: А – 2, Б – 3, В – 1.

Приведенные выше соображения позволяют решить задачи **1421-1427**.

1428. Функция убывает, поэтому $k < 0$. Отрезок, отсекаемый от оси Oy, отрицательный, т.е. $b < 0$.

Ответ: 3.

Задачи **1429-1433** аналогичные.

1434.

Ответ: А – 3, Б – 2, В – 1.

Задачи **1435-1439** аналогичные.

1440.

Ответ: -3.

1441.

Ответ: 2.

1442.

Ответ: 0.

1443.

Ответ: -5.

1444. Если точки с координатами (x_1, y_1) и (x_2, y_2) находятся на прямой $y = kx + b$, то угловой коэффициент можно вычислить по формуле:

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Возьмем на графике точки $(0; 0)$ и $(2; 5)$. Тогда $k = \frac{5}{2} = 2,5$.

Ответ: $2,5$.

Аналогично решаются задачи **1445-1447**.

1448. Ветви параболы направлены вверх: варианты 1) и 4) исключаем. Из графика видно, что вершина находится в точке $(-3; -4)$. Координаты этой точки удовлетворяют уравнению 2) и не удовлетворяют уравнению 3).

Ответ: 2.

Задачи **1449**,**1450** решаются аналогично.

1451. Варианты 1) и 2) исключаем, т.к. ветви параболы направлены вверх. Из вариантов 3) и 4) выбираем 4), т.к. при $x = 1 - x^2 + 3x + 3 = 5$, а на графике 3) значение y при $x = 1$ отрицательное.

Ответ: 4.

Задачи **1452**,**1453** решаются аналогично.

1454. На графике Б) ветви параболы направлены вниз, график соответствует ответу 1). Вершина параболы на графике А) находится в точке $(3; -3)$— этому графику соответствует уравнение

3). Аналогично убеждаемся, что координаты $(-3;-3)$ вершины параболы В) удовлетворяют уравнению 2).

Ответ: А – 3, Б – 1, В – 2.(ответ в задачнике ошибочный!).

Задачи **1455-1459** аналогичные.

1460. Ветви параболы направлены вверх, значит $a > 0$. Значение функции при $x = 0$ положительное, поэтому $c > 0$.

Ответ: 4.

Аналогично решаются задачи **1461-1471**.

1472.

Ответ: -1.

1473.

Ответ: 4.

1474.

Ответ: 5.

1475. $c-$ то значение функции при $x = 0$. На графике это значение разглядеть невозможно. Но можно действовать так. Будем считать, что все три коэффициента квадратного трехчлена, т.е. и неизвестны. Для их нахождения следует иметь координаты трех точек, лежащих на параболе. Подставив эти координаты в уравнение функции, получим три уравнения с тремя неизвестными a, b и c. Решив систему этих трех уравнений, найдем все коэффициенты, в том числе и c. Вроде бы на графике видны точки с координатами $(3;-4)$; $\quad(4;-4)$ и $(2;2)$.

Будем считать, что именно эти точки принадлежат параболе, подставим их координаты в уравнение и получим систему уравнений:

$$\begin{cases} -4 = 9a + 3b + c \\ -4 = 16a + 4b + c \\ 2 = 4a + 2b + c \end{cases}.$$

Я не знаю, умеют ли 9-классники такие системы решать. Можно исключить из первой и второй пары уравнений и получить систему двух уравнений с двумя неизвестными a и b. Такие системы они решать должны. Затем находят и c. Я проделал эти выкладки и получил $a = 3$; $b = -21$; $c = 32$. Ответ совпал с ответом у Ященко: $c = 32$.

Ответ: 32.

Эту идею можно попробовать применить при решении задач **1476-1483**.

1484. Приведен классический график гиперболы $y = \frac{a}{x}$. Если $a > 0$, ветви гиперболы расположены в 1 и 3 четвертях, где x и y имеют одинаковые знаки. В нашем случае ветви расположены во 2 и 4 четвертях, т.е. $a < 0$. Ответы 1) и 3) исключаем. Чтобы выбрать между вариантами 2) и 4), подставим координаты точки $(3; -1)$, находящейся на гиперболе, в эти уравнения и убедимся, что они удовлетворяют только уравнению 4).

Ответ: 4.

Вплоть до задачи **1495** все решения основываются на приведенных выше соображениях.

1496. На графике явно видна точка с координатами $(-1; 1)$. Следовательно, $k = -1$.

Ответ: -1.

Аналогично, находя на графике подходящую точку, можно определить значение параметра k в задачах **1497-1499**.

Различить прямую, параболу и гиперболу несложно, задачи **1500-1505** весьма просты.

1.5.2.Графическая интерпретация уравнений, неравенств и их систем

506. Параллельные прямые имеют одинаковый угловой коэффициент.

Ответ: 1.

Задачи **1507-1509** аналогичные.

1510. Уравнение прямой, проходящей через точки $(x_1; y_2)$ и $(x_2; y_2)$, имеет вид:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$$

Подставляя координаты точек A и B, получим уравнение 4).

Ответ: 4.

Аналогично решаются задачи **1511-1513**.

1514. Подставляя координаты точек и D в уравнения 1) и 4), можно убедиться, что удовлетворяется только уравнение 3).

Ответ: 3.

Задачи **1515-1517** решаются аналогично.

1518. Координаты точки пересечения $(x_0; y_0)$ являются решением системы уравнений

$$\begin{cases} 9x - 3y = 3 \\ 9x - 8y = 6 \end{cases}.$$

Решив эту систему, найдем, что $x_0 - \frac{2}{15}$; $y_0 = -\frac{3}{5}$, т.е. точка пересечения находится в IV четверти. Ответ: 4.

1519-1521 – аналогичные задачи.

1522. Решением системы являются координаты точки пересечения, т.е. $(1; 1)$.

Ответ: $(1; 1)$.

Аналогично решаются задачи **1523-1525**.

1526. Координаты точки A являются решением системы

$$\begin{cases} y = -3x - 1 \\ y = -2x \end{cases}$$

и равны $(-1; 2)$.

Ответ: $(-1; 2)$.

По аналогии можно решить задачи **1527-1533**.

1534. Парабола не пересекается с прямой $y = -4$, решений не имеет система 4).

Ответ: 4.

1535. Из графика видно, что прямая $y = 2x + 6$ касается параболы, а прямые $y = -4x - 2$ и $x = -1$ пересекаются с ней. Значит, системы 2), 3) и 4) имеют решения (точка касания – это общая точка параболы и прямой, система 3) имеет решение). Вопрос о наличии решений системы 1) не так просто решить графически. Лучше всего попробовать решить систему 1) аналитически. Нетрудно убедиться, что исключив из этой системы переменную y, для x получим квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом. Только тогда и становится очевидным, что система 1) решений не имеет.

Ответ: 1.

1536. Прямые $y = -x + 1$ и $x = -1$ пересекаются с параболой, прямая $y = 3x - 2$ касается параболы, следовательно, системы 1), 3) и 4) решения имеют. Прямая же $y = 3x - 5$ параллельна прямой $y = 3x - 2$ и не пересекает параболу. Система 2) решений не имеет.

Ответ: 2.

1537. Задача аналогична задаче **1536.**

Ответ: 4.

1538. Задача сводится к решению 4 систем уравнений. В каждую систему входит уравнение параболы и одно из четырех уравнений прямых. Легко выясняется тот факт, что только прямая 3) не пересекается с параболой.

Ответ: 3.

Аналогично решаются задачи **1539-1541**.

1542. Решением системы являются координаты точек пересечения.

Ответ: $(-2; 5)$, $(3; 0)$.

Задачи **1543-1545** решаются аналогично.

1546. Точки A и B являются точками пересечения оси Ox и параболы. Их абсциссы – это корни квадратного уравнения $-x^2 + +9x - 20 = 0$. Эти корни равны

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{81-80}}{-2} = \frac{-9 \pm 1}{-2}.$$

Точке B соответствует больший корень 5.

Ответ: 5.

Аналогично решаются задачи **1547-1549** (точке в этих задачах соответствует **меньший** корень).

1550. Решениями системы уравнений

$$\begin{cases} y = -x^2 \\ y = 3x \end{cases}$$

являются пары $(-1; -3)$ и $(-2; -6)$. Точке соответствует вторая пара.

Ответ: $(-2; 6)$.

Аналогично решаются задачи **1551-1553**. В задачах **1554-1557** в ответах надо привести координаты обеих пар решений.

В задачах **1558-1561** следует использовать графический метод решения квадратных неравенств. Методика решения подробно обсуждалась ранее (см., например, задачи **1134-1261**).

1562. Прямая $y = -5x+1$ не пересекается с гиперболой; система 4) не имеет решений.

Ответ: 4.

1563.

Ответ: 2.

1564.

Ответ: 2.

1565.

Ответ: 4.

1566.

Ответ: А – 4, Б – 1, В – 2.

1567.

Ответ: А – 42, Б – 4, В – 3.

1568.

Ответ: А – 4, Б – 3, В – 2.

1569.

Ответ: А – 4, Б – 3, В – 2.

1570. Задача сводится к решению 4 систем уравнений. В каждую систему входит уравнение гиперболы и одно из четырех уравнений прямых. Выпишем, например, систему

$$\begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = -2x - 4 \end{cases}.$$

Исключив из системы y, получим уравнение $\frac{2}{x} = -2x - 4$. Поскольку $x \neq 0$ (эта точка не входит в область определения гиперболы и системы уравнений), приведем уравнение к общему знаменателю и к виду $x^2 + 2x + 1 = 0$. Это уравнение имеет решение (единственное), значит прямая 1) имеет одну общую точку с гиперболой.

Действуя аналогично, можно убедиться, что только в случае 4) при решении системы получается квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом, которое действительных решений не имеет. Поэтому прямая 4) не имеет общих точек с гиперболой.

Ответ: 4.

Аналогично можно решить задачи **1571-1573**. В каждой из них необходимо отыскать тот случай, когда дело сводится к решению квадратного уравнения с **положительным** дискриминантом, т.к. именно в этом случае имеется 2 решения и соответствующая прямая имеет 2 общих точки с гиперболой.

1574.

Ответ: $(-5;-1)$; $(-1;-5)$.

1575.

Ответ: $(-1;2)$; $(-2;1)$.

1576.

Ответ: $(-6;2)$; $(2;-6)$.

1577.

Ответ: $(-6;-1)$; $(1;6)$.

1578. Система

$$\begin{cases} y = -\frac{8}{x} \\ y = x - 6 \end{cases}.$$

сводится к решению уравнения $x^2 + 6x + 8 = 0$. Его корни: $x_1 = -4$; $x_2 = -2$. Соответственно $y_1 = 2$; $y_2 = 4$. Точке соответствует второе решение.

Ответ: $(-2;4)$.

Аналогично решаются задачи **1579-1585**.

1586. Не имеет решений система 1), т.к. прямая не пересекается с окружностью (почему-то прямой $y = -7$ на рисунке нет).

Ответ: 1.

1587. На рисунке опять нет одной из прямых: $y = -6$, которая касается окружности. Нет пересечений с окружностью у прямой $y = 9 - x$. Решений не имеет система 4).

Ответ: 4.

Задачи **1588**, **1589** решаются аналогично

1590.

Ответ: А – 2, Б – 1, В – 4.

1591-1593 аналогичные задачи.

1594. Снова дело сводится к решению 4 систем уравнений. Каждая система содержит: уравнение окружности и уравнение одной из прямых. Например, запишем первую систему:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ y = 3x + 5 \end{cases}.$$

Исключая из системы y, получим квадратное уравнение $10x^2 + 30x + 9 = 0$. Его дискриминант положительный, система имеет 2 решения. Нам надо отыскать систему, имеющую единственное решение. Это делается только методом перебора. Можно убедиться, что только в случае 3) решение единственное.

Ответ: 3.

Задачи **1595-1597** аналогичные.

1598.

Ответ: $(1;4)$; $(4;1)$.

Аналогично решаются задачи **1599-1601**.

1602. Система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ y = 3x + 5 \end{cases}$$

сводится к решению уравнения $x^2 + 3x + 2 = 0$. Система имеет 2 решения: $(-1;2)$ и $(-2;-1)$. Точке соответствует второе решение.

Ответ: $(-2;-1)$.

Аналогично решаются задачи **1603-1609**.

1610.

Ответ: А – 1; Б – 4.

Задачи **1611-1614** аналогичные.

2.ГЕОМЕТРИЯ

2.1.ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И УТВЕРЖДЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ

1615. Ответ: 1. **1616.** Ответ: 23. **1617.** Ответ: 1.
1618. Ответ: 13. **1619.** Ответ: 13. **1620.** Ответ: 1.
1621. Ответ: 2. **1622.** Ответ: 23. **1623.** Ответ: 1.
1624. Ответ: 23. **1625.** Ответ: 3. **1626.** Ответ: 12.
1627. Ответ: 3. **1628.** Ответ: 1. **1629.** Ответ: 13.
1630. Ответ: 23. **1631.** Ответ: 2. **1632.** Ответ: 12.
1633. Ответ: 13. **1634.** Ответ: 12. **1635.** Ответ: 2.
1636. Ответ: 2. **1637.** Ответ: 23. **1638.** Ответ: 2.
1639. Ответ: 1. **1640.** Ответ: 2. **1641.** Ответ: 3.
1642. Ответ: 12. **1643.** Ответ: 13. **1644.** Ответ: 23.

2.2.ГЕОМЕТРИЯ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ

1645. Ответ: 1. **1646.** Ответ: 4. **1647.** Ответ: 6. **1648.** Ответ: 8. **1649.** Ответ: 4.

1655. Средняя линия, параллельная стороне, равна ее половине. Ответ: 2.

1656-1659. - аналогичные задачи.

1660. Ответ: 6.

1661-1664. - аналогичные задачи.

1665. Средняя линия трапеции равна полусумме оснований. Ответ: 6.

1666-1669. - аналогичные задачи.

1670. Ответ: 12.

1671-1674. - аналогичные задачи.

1675. Ответ: 6.

1676-1679. - аналогичные задачи.

1680. Ответ: 25.

1681-1684. - аналогичные задачи.

1685. Ответ: 30.

1686-1689. - аналогичные задачи.

1690. Ответ: 9.

1691-1694. - аналогичные задачи.

2.3.ТРЕУГОЛЬНИКИ

1695. $180 - (36 + 73) = 71.$

Ответ: 71.

1695-1697. - аналогичные задачи.

1698. $90 - 57 = 33.$

Ответ: 33.

1699-1700. - аналогичные задачи.

1701. $\frac{64}{2} = 32.$

Ответ: 32.

1702-1703. аналогичные задачи.

1704. $AM = \frac{AC}{2} = 29.$

Ответ: 29.

1705-1706. аналогичные задачи.

1707. $MN = \frac{AC}{2} = 17.$

Ответ: 17.

1708-1709. аналогичные задачи.

1710. $S = \frac{18 \cdot 7}{2} = 63.$

Ответ: 63.

1711-1712. аналогичные задачи.

1713. $S = \frac{ah}{2} = \frac{18 \cdot 17}{2} = 153.$

Ответ: 153.

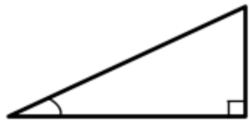
1714-1715. аналогичные задачи.

1716. Катет , лежащий против угла , равного $30°$, равен половине гипотенузы , т.е. равен 20.

Ответ: 20.

1717. аналогичная задача.

1718.



$$\frac{AC}{AB} = \cos A = \frac{\sqrt{3}}{2},\ AB = \frac{AC}{\sqrt{3}/2} = \frac{34\sqrt{3}}{\sqrt{3}/2} = 68.$$

Ответ: 68.

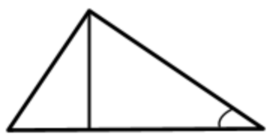
Задачи **1719-1727** решаются аналогично, т.е. с использованием понятий синуса, косинуса угла и их значений для углов 30° и 60°.

1728. По теореме Пифагора $c = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{9^2+40^2} = \sqrt{1681} = 41$

Ответ: 41.

Аналогично, т.е. на основании теоремы Пифагора, решаются задачи **1729-1735.**

1736.



Возможны два решения.

1. Т.к $BC \cdot AC = AB \cdot CH$ (как удвоенные площади треугольника), то

$$CH = \frac{BC \cdot AC}{AB} = \frac{AB\sin 30^\circ \cdot AB\cos 30^\circ}{AB} =$$
$$= AB\sin 30^\circ \cos 30^\circ = 36\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 27.$$

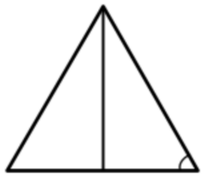
2. Из $\Delta ABC : AC = AB\cos 30^\circ = 36\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 54.$

Из $\Delta CAH : CH = \frac{AC}{2} = 27.$

Ответ: 27.

Аналогичные соображения позволяют решить задачи **1739-1743**.

1744.



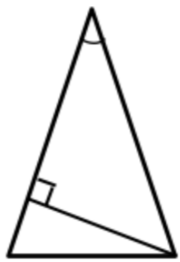
Т.к. ΔABC - равносторонний, его углы равны по $60°$. Поскольку CH - высота, то ΔCAH - прямоугольный. Тогда

$$CH = AC \sin 60° = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3.$$

Ответ: 3.

Задачи **1745-1749** решаются аналогично.

1750.



ΔCAH - прямоугольный треугольник с острым углом $30°$. Тогда

$$CH = \frac{AC}{2} = 11$$

. Ответ: 11.

Аналогично решаются задачи **1751-1755**.

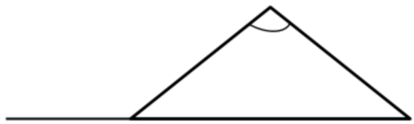
1756. Если α и β - острые углы прямоугольного треугольника ($\alpha > \beta$), то:

$\begin{cases} \alpha + \beta = 90 \\ \alpha - \beta = 79 \end{cases}$, откуда $2\alpha = 169$, $\alpha = 84,5^\circ$

Ответ: 84,5.

1757-1759. анлогичные задачи.

1760.



Т.к. ΔABC - равнобедренный, то $\angle CBA = \angle CAB = \frac{180^\circ - 116^\circ}{2} =$ $= 32^\circ$, а $\angle CBD = 180^\circ - \angle CBA = 148^\circ$.

Ответ: 148.

Задачи **1761-1764** - аналогичные.

1765.

Т.к. задан внешний угол, то угол при вершине равен $180^\circ - 150^\circ =$ $= 30^\circ$.

ΔABC - равнобедренный, поэтому $\angle B = \angle A = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$.

Ответ: 75.

1766, 1767 - аналогичные задачи.

1768. Пусть и α и $\frac{\alpha}{4}$ - углы треугольника, не смежные с внешним углом 15°. Поскольку внешний угол треугольника равен сумме углов, не смежных с ним, то

$$\alpha + \frac{\alpha}{4} = 15°, \text{ откуда } \alpha = 12°.$$

Ответ: 12.

1769-1771 - аналогичные задачи.

1772. Поскольку задан тупой угол, равный $98°$, то это есть угол при вершине равнобедренного треугольника. Тогда $98° + 2\alpha = 180°$, где α - угол при основании. Очевидно,

$$\alpha = \frac{180° - 98°}{2} = 41°$$

.

Ответ: 41.

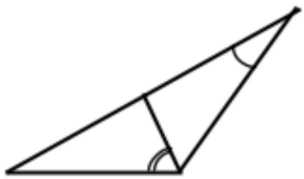
1773-1775 - аналогичные задачи.

1776. Пусть α - сумма двух углов треугольника, а β - внешний угол, смежный с третьим углом. Тогда $\alpha = \beta$, а по условию задачи $\alpha + \beta = 68°$. Отсюда $\alpha = 34°$, так что третий угол равен $180° - \alpha = 146°$.

Ответ: 146.

1777-1779 - аналогичные задачи.

1780.

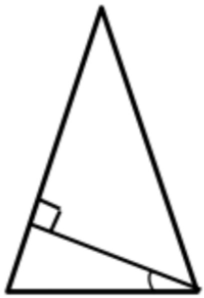


Поскольку AD - биссектриса, то $\angle DAC = \angle DAB = 69°$. Искомый угол ADB является для ΔADC внешним углом, смежным с углом ADC, поэтому $\angle ADB = \angle C + \angle DAC = 30° + 69° = 99°$.

Ответ: 99.

1781-1783. - аналогичные задачи.

1784.

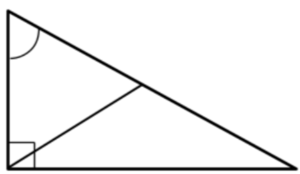


В прямоугольном треугольнике DAB $\angle B = 90^\circ - 19^\circ = 71^\circ$. В равнобедренном треугольнике ABC углы при основании равны, поэтому $\angle C = 180^\circ - 2 \cdot 71^\circ = 38^\circ$.

Ответ: 38.

1785-1787 - аналогичные задачи.

1788.

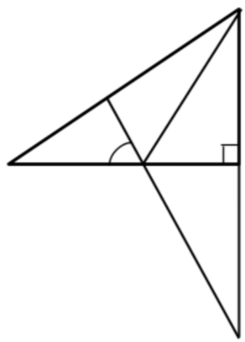


Точка D - середина гипотенузы; она является центром описанной около ΔABC окружности. Поэтому ΔACD равнобедренный и $\angle ACD = \angle A = 90^\circ - \angle B = 35^\circ$.

Ответ: 35

1789-1791. - аналогичные задачи.

1791.

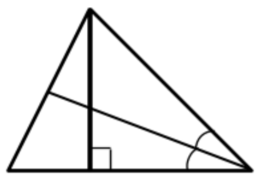


Т.к. $\angle BAD = \angle DAC = 74°$, то ΔABC - тупоугольный, поэтому основание высоты CH находится на продолжении стороны AB, а точка O пересечения высоты CH и биссектрисы AD находится вне ΔABC. $\angle BAD = \angle OAH = 74°$ как вертикальные углы. ΔAOH - прямоугольный, поэтому $\angle AOC = \angle O = 90° - 74° = 16°$.

Ответ: 16.

Аналогично решается задача **1793**.

1794.

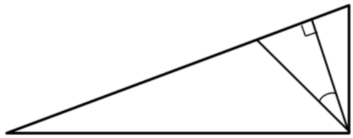


Т.к. $CH \perp AB$, то ΔAHO - прямоугольный. $\angle AOC$ - внешний угол этого треугольника. Он равен сумме углов ΔAHO, не смежных с ним, т.е $\angle AOC = 90° + 30° = 120°$.

Ответ: 120.

1795 - аналогичная задача.

1796.



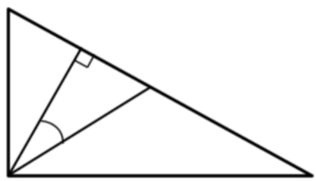
Пусть в ΔABC CD и CH - биссектриса и высота, проведенные из вершины C прямого угла, а $\angle A$ - меньший угол треугольника; $\angle DCH = 37^\circ$. Тогда в прямоугольном ΔDHC $\angle HDC = 90^\circ - -37^\circ = 53^\circ$.

Теперь рассмотрим ΔADC. В нем $\angle DCA = 45^\circ$, т.к. CD - биссектриса прямого угла. Найденный ранее $\angle HDC$ является для ΔADC внешним, так что $\angle A = \angle HDC - \angle DCA = 53^\circ - 45^\circ = 8^\circ$.

Ответ: 8.

1797-1799 - аналогичные задачи.

1802.



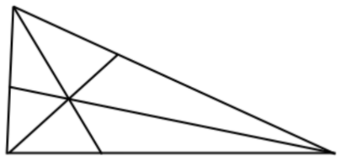
Пусть в ΔABC CD и CH - медиана и высота, проведенные из вершины C прямого угла, а $\angle B$ - больший угол треугольника; $\angle DCH = 31^\circ$. Тогда в прямоугольном ΔDHC $\angle HDC = 90^\circ - -31^\circ = 59^\circ$.

Теперь рассмотрим ΔBDC. Т.к. точка D - середина гипотенузы, то $BD = CD$ (как радиусы описанной окружности). Поэтому ΔBDC - равнобедренный и $\angle B = \angle BCD = \frac{180^\circ - 59^\circ}{2} = 60,5^\circ$

Ответ: 60,5.

Аналогичным образом решаются задачи **1800, 1801**.

1803.



$$\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 25^\circ - 89^\circ = 66^\circ.$$

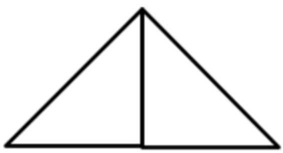
Рассмотрим ΔCOA. В нем $\angle OCA = \frac{\angle C}{2} = 33^\circ$, $\angle OAC = \frac{\angle A}{2} =$ $= 12,5^\circ$. В силу того, что искомый $\angle AOF$ для этого треугольника является внешним, получаем:

$$\angle AOF = \angle OCA + \angle OAC = 45,5^\circ.$$

Ответ: 45,5.

1804-1806 - аналогичные задачи.

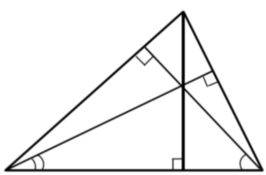
1807.



Поскольку в треугольнике ABC два угла равны по 45°, то треугольник прямоугольный, его высоты пересекаются в вершине прямого угла C, т.е. точка C совпадает с точками O, D, E. Поэтому $\angle AOF = 45^\circ$.

Ответ: 45.

1808.

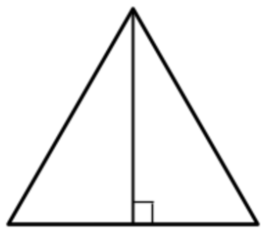


Поскольку сумма углов A и B меньше $90°$, то ΔABC - тупоугольный и точка O пересечения его высот находится вне треугольника. Т.к. $CF \perp AB$, то ΔCFB - прямоугольный и $\angle FCB = 90° - 39° = 51°$. Аналогично ΔODC - также прямоугольный, а $\angle DCO = \angle FCB = 51°$ как вертикальные. Поэтому $\angle AOF = 90° - 51° = 39°$. (Тот же результат следует из подобия треугольников CFB и ODC).

Ответ: 39.

1809, 1810 - аналогичные задачи.

1811.



Т.к. $AC = BC$, то ΔABC - равнобедренный, его высота CH является медианой: $AH = \frac{AB}{2} = 43$. В прямоугольном ΔAHC $tgA = \frac{CH}{AH} = \sqrt{3}$, угол $A = 60°$. Таким образом, ΔABC - равносторонний, поэтому и угол $C = 60°$.

Ответ: 60.

1812-1814 - аналогичные задачи.

1815. Площадь прямоугольного треугольника $S = \frac{ab}{2}$, где a и b - длины его катетов. Поэтому

$$b = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot 69}{23} = 6$$

. Ответ: 6.

1816-1818 - аналогичные задачи.

1819. Площадь треугольника $S = \frac{ab \sin \alpha}{2}$, где a, b и α - длины двух сторон и угол между ними. В нашем случае $a = b = 2$,

$\alpha = 150^\circ$, так что

$$S = \frac{2 \cdot 2 \sin 150^\circ}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}}{2} = 1$$

.

Ответ: 1.

1820-1826 - аналогичные задачи.

1820-1826. Средняя линия отсекает от данного треугольника подобный треугольник и коэффициент подобия $k = \frac{1}{2}$. Его площадь равна

$$k^2 S = \frac{1}{4} \cdot 12 = 3$$

.

Ответ: 3.

1828-1830 - аналогичные задачи.

1831. Обозначим через x и $x+3$ катеты треугольника. Тогда его площадь $S = \frac{x \cdot (x+3)}{2}$, $x \cdot (x+3) = 2 \cdot 65 = 13$. Решим квадратное уравнение:

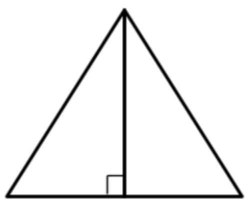
$$x \cdot (x+3) = 130$$
$$x^2 + 3x - 10 = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 23}{2}.$$

Из геометрических соображений $x = 10$.

Ответ: 10.

1832-1834 - аналогичные задачи.

1835.



Пусть в треугольнике ABC $AC = BC = 35$, $AB = 42$. Проведем высоту CD, которая является и медианой. Тогда $BD =$

$= \frac{AB}{2} = 21$. Треугольник BCD - прямоугольный, по теореме Пифагора $CD = \sqrt{BC^2 - BD^2} = \sqrt{35^2 - 21^2} = 28$.

Тогда $S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot CD}{2} = BD \cdot CD = 21 \cdot 28 = 588$.

Ответ: 588.

1836-1838 - аналогичные задачи.

1839. Выразим площадь треугольника через боковые стороны, равные a, и угол между ними $\alpha = 30°$:

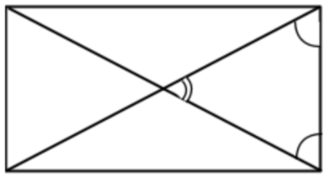
$$S = \frac{a^2 \sin \alpha}{2} = \frac{a^2}{4}.\ \ a = 2\sqrt{S} = 2\sqrt{529} = 46$$

. Ответ: 46.

1840-1846 - аналогичные задачи.

2.4.ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

1847.



$$\alpha = 180^\circ - 2 \cdot 74^\circ = 32^\circ$$

. Ответ: 32.

1848, 1849 - аналогичные задачи.

1850. $\angle ADC = \angle BDA + \angle BDC = 62^\circ + 42^\circ = 104^\circ$. Т.к. трапеция равнобедренная, то и $\angle BAD = 104^\circ$. Тогда $\angle ABD = 180^\circ - -\angle BAD - \angle BDA = 180^\circ - 104^\circ - 62^\circ = 14^\circ$.

Ответ: 14.

1851, 1852 - аналогичные задачи.

1853. Если a - сторона квадрата, то его перитметр $P = 4a = 84$, т.е. $a = 21$. Тогда площадь квадрата

$$S = a^2 = 441$$

. Ответ: 441.

1854, 1855 - аналогичные задачи.

1856. Если расстояние точки пересечения диагоналей от стороны ромба равно 1, то в силу симметрии расстояние равно 1 и до противоположной стороны, так что высота ромба равна 2. Тогда его площадь

$$S = ah = 12 \cdot 2 = 24$$

. Ответ: 24.

1857, 1858 - аналогичные задачи.

1859. Поскольку сумма углов, прилежащих к боковой стороне трапеции, равна 180°, то речь идет о сумме углов, прилежащих к основанию трапеции. Трапеция равнобедренная, поэтому угол при основании равен $\frac{178^\circ}{2} = 89^\circ$. Юольшой угол такой трапеции, очевидно равен $180^\circ - 89^\circ = 91^\circ$.

Ответ: 91.

1860, 1861 - аналогичные задачи.

1862. Стороны ромба равны, поэтому одна сторона $a = \frac{P}{2} = \frac{12}{4} = 3$. Тогда площадь ромба $S = a^2 \sin\alpha = 3^2 \cdot \sin 30^\circ = \frac{9}{2} = 4,5$.

Ответ: 4,5.

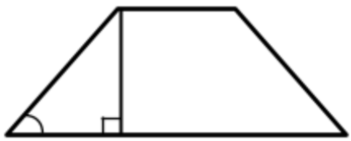
1863, 1864 - аналогичные задачи.

1865. Из рисунка ясно, что основание параллелограмма $a = 3 + 5 = 8$, а высота $h = 12$. Тогда площадь $S = ah = 8 \cdot 12 = 96$.

Ответ: 96.

1866, 1867 - аналогичные задачи.

1868.



Проведем высоту $BH \perp AD$. Поскольку $ABCD$ - равнобедренная трапеция, то в силу симметрии $AH = \frac{AD-BC}{2} = \frac{6-2}{2} = 2$. Треугольник ABH - прямоугольный, острый угол равен 45°, поэтому $h = BH = AH = 2$. Площадь трапеции

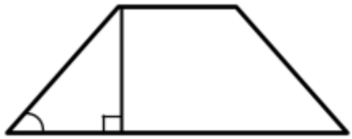
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{2+6}{2} \cdot 2 = 8$$

.

Ответ: 8.

1869, 1870 - аналогичные задачи.

1971.

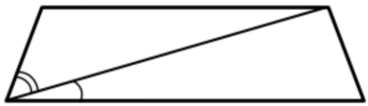


Треугольник ABH - прямоугольный, острый угол равен $45°$, поэтому $AH = BH = 5$. С другой стороны, $ABCD$ - равнобедренная трапеция, тогда в силу симметрии $AH = \frac{b-a}{2}$, где a и b - ее основания. Т.к. $b = 14$, то $a = b - 2AH = 14 - 10 = 4$..

Ответ: 4.

1872, 1873 - аналогичные задачи.

1874.



$$\angle BAD = 54° + 19° = 73°,\ \angle ABC = 180° - 73° = 107°$$

. Ответ: 107.

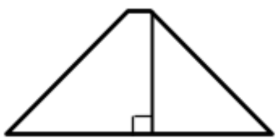
1875, 1876 - аналогичные задачи.

1877. $\angle A = 25° + 30° = 55°$, $\angle D = 180° - \angle A = 125°$.

Ответ: 125.

1878, 1879 - аналогичные задачи.

1880.



Если a и b - основания равнобедренной трапеции $ABCD$ $(b > a)$, то:

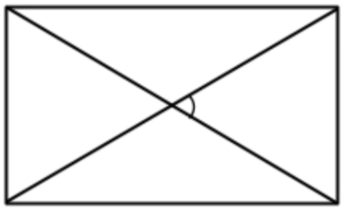
$$HD = \frac{b-a}{2} = 17, \ AH = b - \frac{b-a}{2} = \frac{b+a}{2} = 19.$$

Решив систему уравнений $\begin{cases} b - a = 34 \\ b + a = 38 \end{cases}$, найдем значение а = = 2.

Ответ: 2.

1881, 1882 - аналогичные задачи.

1883.



Диагонали прямоугольника равны и в точке пересечения O делятся пополам, а поскольку угол между ними равен $60°$, то равносторонний, так что $OC = CD = 42$, $AC = 2OC = 84$.

Ответ: 84.

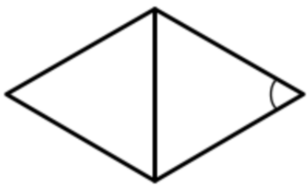
1884-1886 - аналогичные задачи.

1887. Пусть a и $a + 8$ - стороны параллелограмма. Тогда периметр $P = 2a + 2 \cdot (a + 8) = 100$. Отсюда $a = 21$.

Ответ: 21.

1888-1890 - аналогичные задачи.

1891.



Т.к. стороны ромба равны, а $\angle C = 60°$, то ΔBCD равносторонний; тогда $BD = DC = 19$.

Ответ: 19.

1892-1894 - аналогичные задачи.

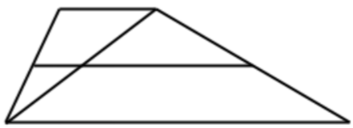
1895. Средняя линия трапеции равна полусумме оснований:

$$\frac{46+66}{2} = 56.$$

Ответ: 56.

Из этих же соображений решаются задачи **1896-1900**.

1901.



Пусть $ABCD$ - трапеция, MN и AC - ее средняя линия и одна из диагоналей. Отрезки MO и ON, на которые делит среднюю линию диагональ, являются средними линиями треугольников $ABCD$ и ACD. Поэтому

$$ON = \frac{AD}{2} = 5$$

Ответ: 5.

1902-1904 - аналогичные задачи.

1905. В параллелограмме противоположные углы равны, а прилежащие к одной стороне углы в сумме составляют $180°$; одна пара углов острые, другая - тупые. Если задана сумма углов в $50°$, то это означает, что острый угол равен $\frac{50°}{2} = 25°$. Тогда тупой угол равен $180° - 25° = 155°$.

Ответ: 155.

1906-1908 - аналогичные задачи.

1909. В задаче речь идет об углах α и β, прилежащих к одной стороне. Тогда $\begin{cases} \alpha - \beta = 52^\circ \\ \alpha + \beta = 180^\circ \end{cases}$. Поэтому $2\alpha = 232^\circ$, $\alpha = 116^\circ$.

Ответ: 116.

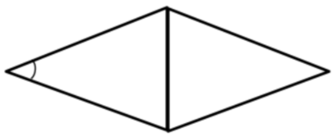
1910-1912 - аналогичные задачи.

1913. $\begin{cases} \alpha = \frac{31}{5}\beta \\ \alpha + \beta = 180^\circ \end{cases}$. Отсюда $\alpha = 165^\circ$.

Ответ: 165.

1914-1916 - аналогичные задачи.

1917.



Пусть $ABCD$ - ромб с острым углом 36°. Тогда его тупой угол ABC равен $180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$. Диагональ BD делит этот угол пополам, так что $\angle DBC = 72^\circ$.

Ответ: 72.

Задачи **1918-1924** решаются по аналогии.

1925.

В равнобедренной трапеции сумма противоположных углов составляет 180°. Поэтому можно записать:

$$\begin{cases} \angle A + \angle C = 180^\circ \\ \angle C - \angle A = 6^\circ \end{cases}, \ 2\angle C = 186^\circ, \ \angle C = 93^\circ.$$

Ответ: 93.

1926-1928 - аналогичные задачи.

1929. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, $h = \frac{2S}{a+b} = \frac{2 \cdot 128}{3+13} = 16$.

Ответ: 16.

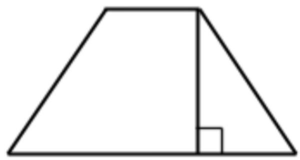
1930-1932 - аналогичные задачи.

1933. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, $a + b = \frac{2S}{h}$, $a = \frac{2S}{h} - b = \frac{2 \cdot 80}{8} - 1 = 19$.

Ответ: 19.

1934-1936 - аналогичные задачи.

1937.



Пусть $BC = a = 4$, $AD = b = 16$ - основания трапеции, $P = 40$ и l - ее периметр и боковая сторона. Тогда

$$CD = l = \frac{P - a - b}{2} = \frac{40 - 4 - 16}{2} = 10.$$

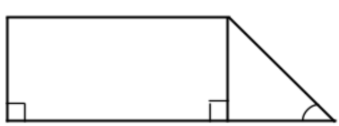
Проведем высоту $CH \perp AD$. В силу симметрии $HD = \frac{b-a}{2} = 6$. Из прямоугольного ΔCDH найдем высоту трапеции: $CH = h = \sqrt{CD^2 - HD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$. Площадь трапеции

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{4+16}{2} \cdot 8 = 80.$$

Ответ: 80.

1938-1940 - аналогичные задачи.

1941.



Пусть в трапеции $ABCD$ $\angle A = 90°$, $\angle D = 45°$, $BC = 16$, $AD = 18$. Проведем высоту $CH \perp AD$. Тогда $HD = AD - BC = 2$, а из равнобедренного прямоугольного ΔCDH $CH = h = HD = 2$. Площадь трапеции

$$S = \frac{AD + BC}{2} \cdot h = \frac{18 + 16}{2} \cdot 2 = 34.$$

Ответ: 34.

1942-1944 - аналогичные задачи.

1945. Высота трапеции $h = \frac{2S}{a+b} = \frac{2 \cdot 168}{9+18} = 12$. Боковая сторона равнобедренной трапеции

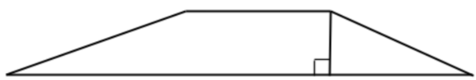
$$l = \sqrt{h^2 + \left(\frac{b-a}{2}\right)^2} = \sqrt{144 + 25} = 13$$

(см. чертеж и пояснения к задаче **1937**)

Ответ: 13.

1946-1948 - аналогичные задачи.

1949.



Пусть $ABCD$ трапеция, у которой $BC = 3$, $AD = 15$, $CD = 2$, $\angle BCD = 150°$. Очевидно, что $\angle D = 180° - 150° = 30°$. Проведем высоту $CH \perp AD$. Тогда из прямоугольного ΔCHD $CH = h = \frac{CD}{2} = 1$. Площадь трапеции

$$S = \frac{AD + BC}{2} \cdot h = 9.$$

Ответ: 9.

1950-1952 - аналогичные задачи.

1953. Пусть a и b - стороны прямоугольника. Условие задачи позволяет записать систему уравнений:

$$\begin{cases} 2(a+b) = 20 \\ a - b = 8 \end{cases}.$$

Решив ее, найдем: $a = 9$, $b = 1$. Тогда $S = ab = 9$.

Ответ: 9.

1954-1956 - аналогичные задачи.

1957. Пусть $3x$ и $20x$ - стороны прямоугольника. Тогда $2 \cdot (3x + 20x) = 46x = 92$, откуда $x = 2$, а площадь прямоугольника

$$S = 3x \cdot 20x = 60x^2 = 240.$$

Ответ: 240.

Задачи **1958-1964** решаются на основании аналогичных рассуждений.

1965. Пусть x и y - стороны прямоугольника. Из условия задачи следует:

$$\begin{cases} 2(x+y) = 24 \\ xy = 20 \end{cases}, \begin{cases} x+y = 12 \\ xy = 20 \end{cases}.$$

В соответствии с теоремой Виета x и y являются корнями квадратного уравнения $t^2 - 12t + 20 = 0$. Больший корень этого уравнения равен 10.

Ответ: 10.

1966-1968 - аналогичные задачи.

1969. В прямоугольнике квадрат диагонали равен сумме квадратов двух смежных сторон x и y . Это позволяет записать следующую систему уравнений:

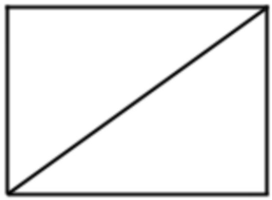
$$\begin{cases} 2(x+y) = 30 \\ x^2 + y^2 = 14^2 \end{cases}, \begin{cases} x+y = 15 \\ x^2 + y^2 = 196 \end{cases}.$$

Возведем первое уравнение в квадрат и вычтем из него второе; получим $2xy = 225 - 196$. Отсюда $xy = 14,5$, а это и есть площадь прямоугольника.

Ответ: 14,5.

1970-1972 - аналогичные задачи.

1973.



Пусть AC - диагональ прямоугольника, а $CD = 9$ - одна из сторон. Обозначим $AC = 5x$, $AD = 4x$. Т.к. $AC^2 = AD^2 + CD^2$, то $25x^2 = 16x^2 + 81$, т.е. $x^2 = 9$ и $x = 3$. Площадь прямоугольника

$$S = AD \cdot DC = 12 \cdot 9 = 108$$

Ответ: 108.

1974-1976 - аналогичные задачи.

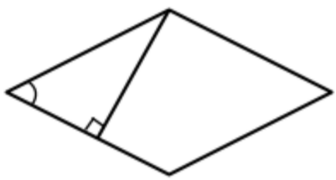
1977. Очевидно $44 \cdot 66 = 88 \cdot h$, где h - высота, опущенная на большую сторону. Поэтому

$$h = \frac{44 \cdot 66}{88} = 33.$$

Ответ: 33.

Аналогично решаются задачи **1978-1980**.

1981.



Пусть $BH = h$ - высота ромба. Поскольку в прямоугольном треугольнике ABH эта высота является катетом, лежащим против угла $30°$, сторона ромба AB в два раза больше, т.е. равна 12. Тогда площадь ромба

$$S = 12 \cdot 6 = 72.$$

Ответ: 72.

1982-1984 - аналогичные задачи.

1985. Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей:

$$S = \frac{13 \cdot 6}{2} = 39.$$

Ответ: 39.

1986-1988 - аналогичные задачи.

1989. Пусть $d_1 = x$, $d_2 = 6x$ - диагонали ромба. Площадь ромба $S = \frac{d_1 d_2}{2} = 3x^2$. Отсюда $x = \sqrt{\frac{S}{3}} = \sqrt{\frac{48}{3}} = 4$.

Ответ: 4.

1990-1992 - аналогичные задачи.

1993. Если d - диагональ квадрата, его площадь вычисляется по формуле $S = \frac{d^2}{2}$, поэтому $d = \sqrt{2S} = \sqrt{2 \cdot 98} = 14$.

Ответ: 14.

1995, 1996 - аналогичные задачи.

1997. Площадь прямоугольника равна $0,5 \cdot 2 = 1$. Приравнивая ее площади квадрата a^2, получаем длину стороны квадрата $a = 1$.

Ответ: 1.

Аналогично решаются задачи **1998-2000**.

2001. $S = ab \sin\alpha = 12 \cdot 11 \cdot \sin 30^\circ = 66$

Ответ: 66.

2002-2004 - аналогичные задачи.

2005. $S = a^2 \sin\alpha = 6^2 \cdot \sin 150^\circ = 36 \cdot \frac{1}{2} = 18$

Ответ: 18.

2006-2008 - аналогичные задачи.

2009. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{36+9}{2} \cdot 2 = 45.$

Ответ: 45.

2010-2012 - аналогичные задачи.

2013. Если линейные размеры сходственных элементов (сторон, биссектрис, медиан, периметров и т.д.) подобных многоугольников относятся как k, то площади относятся как квадрат коэффициента подобия k^2. Поэтому площадь большего многоугольника равна $9 \cdot 10^2 = 900$

Ответ: 900.

2014-2016 - аналогичные задачи.

2.5.ОКРУЖНОСТЬ И КРУГ

2017. Углы NBA и NMB являются вписанными в окружность и опираются на две дуги, которые в сумме составляют половину окружности. Поэтому сумма этих углов равна $90°$. Тогда $\angle NMB = 90° - \angle NBA = 19°$.

Ответ: 19.

2018, 2019 - аналогичные задачи.

2020.

Соединим центр окружности с точкой B. Тогда $OA = OB = OC$ как радиусы, треугольники OAB и ODC - равнобедренные, т.е. $\angle OBA = \angle OAB = 53°$, а $\angle BCO = \angle OBC$. Но $\angle OBC = \angle ABC - \angle OBA = 62° - 53° = 9°$.

Ответ: 9.

2021, 2022 - аналогичные задачи.

2023. Длина дуги окружности пропорциональна величине центрального угла, опирающегося на эту дугу. Поэтому $\frac{l_1}{l_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_2}$, где l_1, l_2 - меньшая и большая длины дуг AB, $\alpha_1 = 45°$, $\alpha_2 = 360° - 45° = 315°$. Тогда $l_2 = \frac{l_1\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{91 \cdot 315}{45} = 637$.

Ответ: 637.

2024, 2025 - аналогичные задачи.

2026. Сторона квадрата, описанного около окружности, равна ее диаметру, т.е. $a = 2R = 28$. Площадь квадрата $S = a^2 = 784$.

Ответ: 784.

2027, 2028 - аналогичные задачи.

2029. В равнобедренном ΔABC $\angle A = \frac{180° - 88°}{2} = 46°$, а центральный угол BOC опирается на ту же дугу, что и вписанный в окружность $\angle A$. Поэтому он в два раза больше и равен $92°$.

Ответ: 92.

2030, 2031 - аналогичные задачи.

2032. $\angle ACB = \frac{\angle AOB}{2} = 57,5°$.

Ответ: 57,5.

2033, 2034 - аналогичные задачи.

2035. ΔBOC - равнобедренный, т.к. $OB = OC$ (как радиусы). $\angle BOC = \angle AOD = 44°$ как вертикальные углы. Тогда $\angle ACB =$ $= \angle OCB = \frac{180° - 44°}{2} = 68°$.

Ответ: 68.

2036, 2037 - аналогичные задачи.

2038. Угол C, опирающийся на диаметр, равен $90°$. Тогда в прямоугольном ΔABC $\angle ABC = 90° - \angle BAC = 57°$

Ответ: 68.

2039, 2040 - аналогичные задачи.

2041. Пусть α, β - градусные меры дуг AD и DC. Тогда $\angle ABD =$ $= \frac{\alpha}{2} = 38°$, откуда $\alpha = 76°$. Аналогично $\beta = 2 \cdot 54° = 108°$. Тогда $\angle ABC = \frac{\alpha + \beta}{2} = 92°$.

Ответ: 92.

2042, 2043 - аналогичные задачи.

2044.

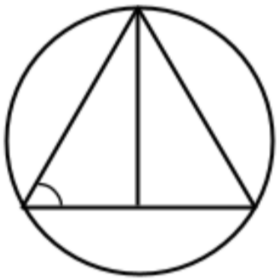
Пусть дана окружность радиуса R с центром в точке O и вписанный в нее правильный ΔABC. Соединим точку O с вершинами B и C и рассмотрим равнобедренный ΔOBC. В нем угол при вершине O в силу симметрии равен $120°$, боковые стороны равны радиусу R, а углы при основании равны $30°$. По теореме синусов $\frac{BC}{OC} = \frac{\sin 120°}{\sin 30°} = \sqrt{3}$. Отсюда $R = OC = \frac{BC}{\sqrt{3}} = 36$.

Ответ: 36.

Замечание. В школьном курсе геометрии пользуются соотношением $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$ между радиусом окружности R и стороной правильного вписанного треугольника a. Фактически в решении задачи **2044** это соотношение выведено.

Аналогично решаются задачи **2045-2049**.

2050.



Проведем в равностороннем ΔABC высоту $CH \perp AB$. Тогда в прямоугольном ΔBCH $\frac{CH}{BC} = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $BC = \frac{2CH0}{\sqrt{3}}$. Радиус описанной окружности $R = \frac{BC}{\sqrt{3}} = \frac{2CH}{3} = \frac{2 \cdot 90}{3} = 60$.

Ответ: 60.

Задачи **2051-2055** решаются аналогично.

2056. Гипотенузу AB найдем по теореме Пифагора:

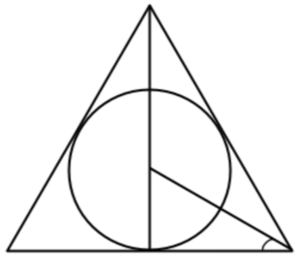
$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{64 + 225} = 17.$$

Радиус описанной окружности равен половине гипотенузы, т.е. 8,5.

Ответ: 8,5.

Задачи **2057-2061** решаются на основании аналогичных соображений.

2062.



Пусть ABC - правильный треугольник. В силу симметрии центр вписанной и описанной окружностей находится в одной и той же точке O, являющейся точкой пересечения высот, медиан и биссектрис данного треугольника. Поэтому $BH = h$ - высота треугольника, OH - радиус вписанной окружности, а $OB = OC = R$ - радиус описанной окружности. Кроме того, т.к. OC - биссектриса, то $\angle OCH = 30°$ и из ΔOCH следует, что $R = 2r$. Поэтому можно записать систему уравнений

$$\begin{cases} R + r = h \\ R = 2r \end{cases},$$

откуда следует, что $r = \frac{h}{3} = \frac{132}{3} = 44$.

Ответ: 44.

Задачи **2063-2067** решаются на основании аналогичных соображений.

2068. Пусть a и r сторона треугольника и радиус вписанной в него окружности. Из чертежа к задаче **2062** следует, что

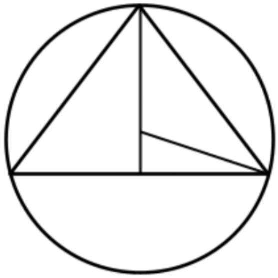
$$\frac{r}{a/2} = tg\,30° = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Отсюда $r = \frac{a}{2} tg\,30° = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 2$.

Ответ: 2.

Задачи **2069-2073** решаются на основании аналогичных соображений.

2074.



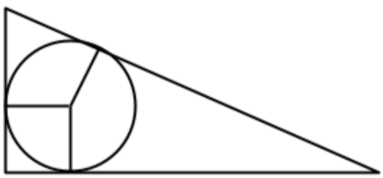
Пусть в ΔABC $AB = BC = a = 5$, $AC = b = 6$. В силу симметрии центр описанной окружности O лежит на высоте (и медиане) BH, так что $OB = OC = R$ - радиус окружности. Высоту $h = BH$ найдем из прямоугольного ΔBCH: $h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} =$ $= \sqrt{25-9} = 4$. Тогда в прямоугольном ΔOCH $OH = h - R$ и по теореме Пифагора $(h-R)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = R^2$, откуда находим $R = \frac{h^2 = \frac{b^2}{4}}{2h} = \frac{25}{8} = 3,125$

Ответ: 3,125.

Замечание. Можно вычислить площадь ΔABC: $S = \frac{bh}{2} = 12$, а радиус найти по известной формуле $R = \frac{abc}{4S} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 5}{48} = 3,125$

2075, 2076 - аналогичные задачи.

2077.



Обозначим катеты треугольника $BC = a = 4$, $AC = b = 7,5$. Тогда гипотенуза $AB = c = \sqrt{a^2+b^2} = 8,5$. Пусть O - центр вписанной окружности радиуса r, а M, N, P точки касания окружности сторон треугольника. Тогда $ON = OP = r$. Т.к. радиусы, проведенные в точки касания, перпендикулярны касательным, четырехугольник $ONCP$ является квадратом, следовательно $CP = CN = r$, $BP = a - r$, $AN = b - r$. По свойству касательных, проведенных к окружности из одной точки, можно записать: $BM = BP = a - r$, $AM = AN = b - r$. Таким образом, $AB = c = a + b - 2r$. Отсюда $r = \frac{a+b-c}{2} = 1,5$.

Ответ: 3,125.

2078, 2079 - аналогичные задачи.

2080. См. замечание к решению задачи **2077**. Полупериметр $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{569+569+462}{2} = 800$, а площадь треугольника находится по формуле Герона:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{800 \cdot 231 \cdot 231 \cdot 338} = 120120,$$

так что $r = \frac{S}{p} = \frac{120120}{800} = 150,15$

Ответ: 150,15.

2081, 2082 - аналогичные задачи.

2083.

Пусть ABC - равнобедренный треугольник, а M, N, P - точки касания вписанной окружности сторон треугольника. По свойствам касательных и из соображений симметрии: $BM = BP = 9$, $CM = CN = AN = AP = 1$. ТОгда периметр $P = AB + AC + \\ + BC = (9+1) + (9+1) + (1+1) = 22$

Ответ: 22.

2084, 2085 - аналогичные задачи.

2086. Найдем диагональ прямоугольника: $d = \sqrt{a^2 + b^2} =$

$= \sqrt{225 + 175} = 20$. Диагональ является диаметром описанной окружности, а радиус равен 10.

Ответ: 10.

Задачи **2087-2091** решаются из тех же соображений.

2092. Если сторона квадрата $a = 27\sqrt{2}$, то его диагональ $d = a\sqrt{2} = 54$ и она является диаметром описанной окружности. Радиус равен 27.

Ответ: 127.

Из этих же соображений решаются задачи **2093-2097**.

2098. Для ромба (как и для любого выпуклого многоугольника, в который можно вписать окружность) справедлива формула $S = rp$, выражающая связь площади S с полупериметром p и радиусом вписанной окружности r.

Если задана сторона ромба $a = 34\sqrt{3}$ и угол между сторонами $\alpha = 60°$, то $S = a^2 \sin\alpha$, $p = 2a$ и $r = \frac{S}{p} = \frac{a \sin\alpha}{2} = \frac{34\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 25,5$

Ответ: 25,5.

Эти же соображения следует использовать при решении задач **2099-2103**.

2104. Если в трапецию вписана окружность радиуса R, то высота трапеции h равна диаметру окружности, т.е. $h = 2R = 2 \cdot 28 = 56$.

Ответ: 56.

2105, 2106 - аналогичные задачи.

2107. В силу симметрии в окружность вписать можно только равнобедренную трапецию. Пусть a, b и $m = \frac{a+b}{2}$ - основания и средняя линия трапеции, а l - ее боковая сторона. Тогда периметр трапеции $P = a + b + 2l = 2m + 2l$, откуда $l = \frac{P-2m}{2} = \frac{96-32}{2} = 32$

Ответ: 32.

2108, 2109 - аналогичные задачи.

2110.

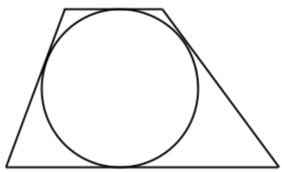
Пусть $ABCD$ - равнобедренная трапеция с основаниями $AD = a = 48$ и $BC = b = 20$, вписанная в окружность радиуса $R = 26$. В силу симметрии центр окружности, т.е. точка O, находится на отрезке MN, соединяющем середины оснований. Тогда $OC = OD = R$. Отрезок MN является высотой трапеции h. Поскольку по условию задачи точка O находится внутри трапеции, то

$$h = OM + ON = \sqrt{R^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} + \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} =$$
$$= \sqrt{676 - 100} - \sqrt{676 - 576} = 24 + 10 = 34.$$

Ответ: 34.

2111, 2112 - аналогичные задачи.

2113.



Пусть трапеция $ABCD$ описана около окружности. Точки касания M, N, P, Q.

Докажем известный из школьной геометрии факт: если трапеция описана около окружности, то сумма длин оснований равна сумме длин ее боковых сторон.

Будем использовать свойство двух касательных, проведенных к окружности из одной точки : длины касательных (от точки до точек касания) равны. Поэтому (см. чертеж):

$$BN = BP \;\; CP = CQ \;\; DQ = DM \;\; AM = AN.$$

Но сумма длин оснований равна $AM + DM + BP + CP$, а сумма длин боковых сторон есть $AN + BN + CQ + DQ$. С учетом приведенных равенств эти суммы совпадают.

В нашем случае сумма боковых сторон равна 19, сумма оснований также равна 19, тогда средняя линия равна 9,5.

Ответ: 9,5.

Замечание. Приведенные выше соображения можно распространить на **любой выпуклый четырехугольник**, в который вписана окружность: в таком четырехугольнике суммы длин противоположных сторон равны.

Отсюда же следует, что в прямоугольник (если это не квадрат) и в параллелограмм (если это не ромб) **вписать окружность нельзя**.

Приведенные соображения следует использовать при решении задач **2114-2118**.

2119. Эта задача легко решается без чертежа. Если трапеция прямоугольная, то меньшая боковая сторона равна диаметру вписанной окружности, т.е. $2R$. Сумма боковых сторон равна сумме оснований, т.е. половине периметра P. Поэтому $2R+35 = \frac{P}{2} = 50$. Отсюда $2R = 15$, $R = 7,5$.

Ответ: 7,5.

2120, 2121 - аналогичные задачи.

2122. С учетом замечания к решению задачи **2113** можно утверждать, что периметр четырехугольник равен $2 \cdot (17 + 22) = 78$.

Ответ: 78.

2123, 2124 - аналогичные задачи.

2125. Здесь тоже чертеж не нужен. Поскольку периметр $P = 26$, $\frac{P}{2} = 13$, а сумма данных сторон не равна 13, то речь идет о двух **смежных** сторонах. Стороны, противоположные данным, имеют длины: $13 - 5 = 8$ и $13 - 9 = 4$.

Ответ: 8.

2126, 2127 - аналогичные задачи.

2128. $AB+CD = AD+BC$, $AD = AB+CD-BC = 7+9-12 = 4$.

Ответ: 4.

2129, 2130 - аналогичные задачи.

2131. Обозначим три стороны, отношения которых заданы, через x, $5x$, $9x$. Если стороны перечислены в последовательном порядке, то это означает, что противоположные стороны x и $9x$. Сумма их длин равна $10x$, такой же должна быть и сумма двух других сторон. Следовательно, длина четвертой стороны равна $10x - 5x = 5x$. Сумма длин всех четырех сторон, т.е. $20x$, равна периметру $P = 20$. Таким образом, $x = 1$, а большая сторона $9x = 9$.

Ответ: 9.

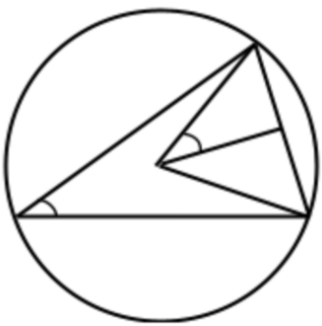
2132, 2133 - аналогичные задачи.

2134. Если окружность радиуса r вписана в квадрат, то его сторона a является диаметром окружности, т.е. $a = 2r = 32\sqrt{2}$. Диагональ этого квадрата, равная $a\sqrt{2} = 64$, является диаметром $D = 2R$ описанной около квадрата окружности. Таким образом, $2R = 64$, $R = 32$.

Ответ: 32.

2135, 2136 - аналогичные задачи.

2137.



Сначала в самом общем виде докажем важную теорему - теорему синусов. Пусть в ΔABC, $\angle C = \alpha$, $AB = a$, а точка O - центр описанной около треугольника окружности радиуса R. Рассмотрим ΔOAB. Т.к. $OA = OB + R$, этот треугольник равнобедренный и его высота $OD \perp AB$ является биссектрисой и медианой. Угол AOB - центральный, он вдвое больше вписанного угла , опирающегося на ту же дугу окружности. Поэтому ΔOAD - прямоугольный, а $\angle AOD = \alpha$, так что $\frac{a}{2} = R \sin\alpha$ или $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$. Таким образом, в треугольнике отношение стороны к синусу противолежащего угла есть величина постоянная, равная $2R$. Это справедливо для каждой стороны и противолежащего ей угла. Если стороны треугольника равны a, b, c, а противолежащие углы A, B, C, то

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Эта теорема очень часто используется при решении геометрических задач. В нашей задаче $R = \frac{AB}{2\sin 30^\circ} = AB = 3$.

Ответ: 3.

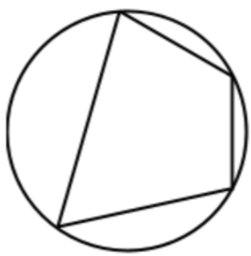
2138-2142 - аналогичные задачи.

2143. Если четырехугольник вписан в окружность, то его противоположные углы опираются на дуги, дополняющие друг друга до полной окружности, т.е. их сумма равна 360°. Это означает, что противоположные углы в сумме составляют 180°. Тогда $\angle = 180^\circ - 46^\circ = 134^\circ$.

Ответ: 134.

2144, 2145 - аналогичные задачи.

2146.



Угол B опирается на сумму дуг CD и DA, т.е. на дугу, градусная величина которой равна $90^\circ + 145^\circ = 235^\circ$; этот угол равен $\frac{235^\circ}{2} = 117,5^\circ$

Ответ: 117,5.

2147 - аналогичная задача.

2149. Поскольку $1 + 4 + 15 + 16 = 36$, нетрудно сообразить, что угол A опирается на дугу BCD, градусная мера которой составляет $\frac{4+15}{36} \cdot 360^\circ = 190^\circ$, и равен $\frac{190^\circ}{2} = 95^\circ$

Ответ: 95.

2148, 2150 - аналогичные задачи.

2151.

Угол $\angle DBC = \angle CAD = 38^\circ$, т.к. они опираются на одну и ту же дугу. Тогда $\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 48^\circ - 38^\circ = 10^\circ$

Ответ: 10.

2152, 2153 - аналогичные задачи.

2154. Сумма данных двух углов не равна 180°, следовательно, эти углы не противоположные, а смежные. Значит, меньшему из этих углов соответствует больший противоположны угол, который равен $180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$.

Ответ: 155.

2155, 2156 - аналогичные задачи.

2157. Из заданного соотношения углов следует, что все 4 последовательных угла можно записать в виде: x, $13x$, $17x$, y. Но тогда $x + 17x = 13x + y$, откуда $y = 5x$. Следовательно, градусная мера угла D равна

$$\frac{5x}{x+13x+17x+5x}\cdot 360^\circ = 50^\circ.$$

Ответ: 50.

2158, 2159 - аналогичные задачи.

2160. Пусть α - вписанный угол, тогда центральный угол равен 2α. По условию задачи $2\alpha-\alpha=45^\circ$, т.е. $\alpha=45^\circ$.

Ответ: 45.

2161, 2162 - аналогичные задачи.

2163. Градусная мера дуги равна $\frac{5}{36}\cdot 360^\circ = 50^\circ$. Вписанный угол равен $\frac{50^\circ}{2}=25^\circ$.

Ответ: 25.

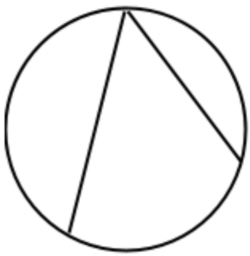
2164, 2165 - аналогичные задачи.

2166. Градусная мера дуги равна $\frac{20}{100}\cdot 360^\circ = 72^\circ$. Вписанный угол равен $\frac{72^\circ}{2}=36^\circ$.

Ответ: 36.

2167, 2168 - аналогичные задачи.

2169.

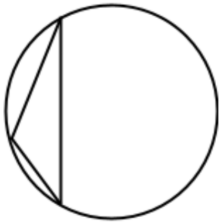


Из условия задачи следует, что дуги AC и BC расположены по разные стороны от точки C. Тогда дуга AB составляет $360^\circ - -165^\circ - 55^\circ = 140^\circ$, а угол $ACB = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$.

Ответ: 70.

2170, 2171 - аналогичные задачи.

2172.



Градусная мера дуги AC, на которую опирается угол ABC, равна $\frac{15}{1+2+15} \cdot 360° = 300°$. Угол ABC равен $\frac{300°}{2} = 150°$.

Ответ: 150.

2173, 2174 - аналогичные задачи.

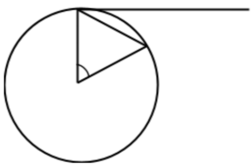
2175.

Дуга AB, на которую опирается угол ACB, равна $2 \cdot 69° = 138°$. Т.к. дуга BAD стягивает диаметр BD, то дуга AD равна $180° - -138° = 42°$. Центральный угол AOD также равен $42°$.

Ответ: 42.

2176, 2177 - аналогичные задачи.

2178.



Сначала дадим ответ на вопрос: чему равен угол между касательной к окружности AB и хордой BC, проведенной через точку касания B? Проведем из центра окружности точки O радиусы OB и OC к концам хорды и обозначим $\angle BOC = \alpha$. Тогда дуга окружности BC, заключенная между касательной и хордой, также равна α. Т.к. радиус, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной, то угол OBA равен $90°$. Окончательно получаем:

$$\angle ABC = 90° - \angle OBC = 90° - \frac{180° - \alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}.$$

Таким образом, угол между касательной и хордой, проведенной через точку касания, измеряется половиной дуги окружности, заключенной между касательной и хордой.

Это общий результат. В нашем случае дуга равна $6°$, следовательно, угол ABC равен $3°$.

Ответ: 3.

2179, 2180 - аналогичные задачи.

2181. Т.к. $OA \perp AC$ и $OB \perp BC$, то $\angle AOB = 360° - 2 \cdot 90° - \angle C = 180° - 79° = 101°$.

Ответ: 101.

2182, 2183 - аналогичные задачи.

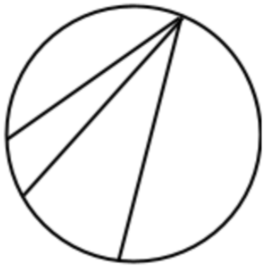
2184. По аналогии с задачей **2181** угол AOB равен $180° - 2° = 178°$. Тогда из равнобедренного треугольника AOB получаем:

$$\angle ABO = \frac{180° - 178°}{2} = 1°.$$

Ответ: 1.

2185, 2186 - аналогичные задачи.

2187.

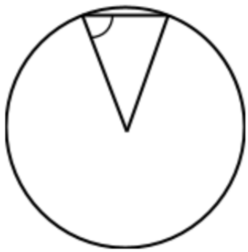


Угол ADB равен $\frac{128^\circ}{2} = 64^\circ$. угол ADC равен $\frac{48^\circ}{2} = 24^\circ$, так что $\angle CDB = 64^\circ - 24^\circ = 40^\circ$.

Ответ: 40.

2188, 2189 - аналогичные задачи.

2190.



Пусть AB - сторона правильного n-угольника, вписанного в окружность. Тогда центральный угол AOB равен $\frac{360\circ}{n}$, а в треугольнике AOB:

$$\angle OAB = \frac{180^\circ - \frac{360^\circ}{n}}{1} = 75^\circ,\ 180^\circ - \frac{360^\circ}{n} = 150^\circ,$$
$$\frac{360^\circ}{n} = 30^\circ,\ n = 12.$$

Ответ: 12.

2191, 2192 - аналогичные задачи.

2193. $S = \pi R^2 = \frac{625}{\pi}$, $(\pi R)^2 = 625$, $\pi R = 25$, $C = 2\pi R = 50$.

Ответ: 50.

2194, 2195 - аналогичные задачи.

2196. Если $\alpha = 90^\circ$ - центральный угол сектора, то площадь сектора $S_c = \pi R^2 \cdot \frac{\alpha}{360} = \pi \cdot \frac{1600}{\pi} \cdot \frac{90}{360} = 400$.

Ответ: 400.

2197, 2198 - аналогичные задачи.

2199. Если длина дуги сектора равна L, то площадь сектора в $\frac{L}{2\pi R}$ раз меньше площади круга, т.е. она равна $\pi R^2 \cdot \frac{L}{2\pi R} = \frac{RL}{2} = \frac{24 \cdot 3}{2} = 36$.

Ответ: 36.

2200, 2201 - аналогичные задачи.

2202. $S = rp = \frac{rP}{2} = 8$.

Ответ: 8.

2203-2209 - аналогичные задачи.

2210. Формула $S = rp = \frac{rP}{2}$ справедлива для любого выпуклого многоугольника, описанного около окружности. Так что $P = \frac{2S}{r} = 29$.

Ответ: 29.

2211-2213 - аналогичные задачи.

2214. $S_k = \pi(R^2 - r^2) = \pi\left(\frac{81}{\pi} - \frac{25}{\pi}\right) = 56$.

Ответ: 56.

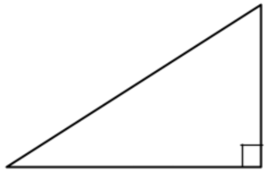
2215- 2217 - аналогичные задачи.

2218. См. решение задачи **2199** $S_c = \frac{RL}{2}$, $L = \frac{2S_c}{R} = 15$.

Ответ: 15.

2.6.ТРИГОНОМЕТРИЯ

2222.



В прямоугольном треугольнике принято вершины (и соответствующие углы) обозначать прописными (заглавными) буквами: A, B, C. Прямой угол обычно обозначают буквой C. Стороны треугольника, противолежащие углам, обычно обозначают теми же буквами, но строчными (малыми): a, b, c.

Синусом острого угла называется отношение противолежащего катета к гипотенузе:

$$\sin A = \frac{a}{c}, \;\; \sin B = \frac{b}{c}.$$

Косинусом острого угла называется отношение прилежащего катета к гипотенузе:

$$\cos A = \frac{b}{c}, \;\; \cos B = \frac{a}{c}.$$

Очевидно, в прямоугольном треугольнике:

$$\sin A = \cos B, \;\; \cos A = \sin B.$$

Синус угла через его косинус и наоборот вычисляются по формулам:

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A}, \;\; \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}.$$

Эти соотношения (и другие, которые приведем в свое время) широко используются для простейших вычислений в прямоугольном треугольнике.

В нашем случае $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{4}$, следовательно $\cos A = \sqrt{1 - \frac{15}{16}} = \frac{1}{4}$.

Ответ: 0,25.

2223-2226 - аналогичные задачи.

2227. $\sin B = \cos A = \sqrt{1 - \sin^A} = \sqrt{1 - \frac{7}{16}} = \frac{3}{4}$

Ответ: 0,75.

2228,2229 - аналогичные задачи

2230. Тангенсом угла в прямоугольном треугольнике называется отношение противолежащего и прилежащего катетов. Он равен отношению синуса и косинуса данного угла:

$$tg\ A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{a}{b}$$

Если известно значение $\cos A$, то $1 + tg^2 A = \frac{1}{\cos^2 A}$ и тангенс можно вычислить по формуле:

$$tg\ A = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 A} - 1}.$$

В данной задаче $tg\ A = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 A} - 1} = \sqrt{\frac{89}{25} - 1} = \frac{8}{5} = 1,6$

Ответ: 1,6.

2231,2232 - аналогичные задачи.

2233. $tg\ A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sin A}{\sqrt{1 - \sin^A}} = \frac{9/\sqrt{181}}{\sqrt{1 - 81/181}} = \frac{9}{10} = 0,9.$

Ответ: 0,9.

2234. $1 + tg^2 A = \frac{1}{\cos^2 A}$, $\cos A = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2 A}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 24}} = 0,2.$

Ответ: 0,2.

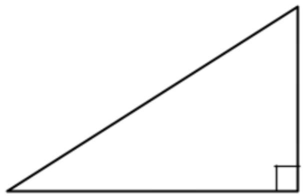
2235 - аналогичная задача.

2236. $\sin A = tg\ A \cdot \cos A = \frac{tg\ A}{\sqrt{1 + tg^2 A}} = \frac{1/\sqrt{3}}{\sqrt{1 + 1/3}} = \frac{1}{2} = 0,5.$

Ответ: 0,5.

2237-2241 - решаются аналогично.

2242.



$$BC = AB \sin A = 10 \cdot 0,9 = 9.$$

Ответ: 9.

2243-2245 - решаются аналогично, т.е. через тригонометрические функции острых углов прямоугольного треугольника.

2246. (см. чертеж задачи **2242**). $\cos A = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{21}}{5}\right)^2} = \frac{5}{2}$. $AC = AB \cos A = 10 \cdot \frac{2}{5} = 4$

Ответ: 4.

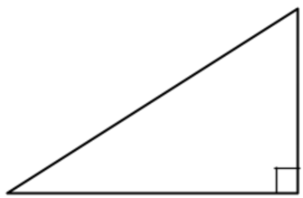
2247-2249 - аналогичные задачи.

2250. (см. чертеж задачи **2242**). $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sqrt{1 - 0,01} = \sqrt{\frac{99}{100}} = \frac{3\sqrt{11}}{10}$. Тогда $AB = \frac{AC}{\cos A} = \frac{3\sqrt{11}}{3\sqrt{11}/10} = 10$.

Ответ: 10.

2251-2253 - аналогичные задачи.

2254.



$$BC = AC \cdot tg\ A = 20 \cdot 0,2 = 4$$

Ответ: 4.

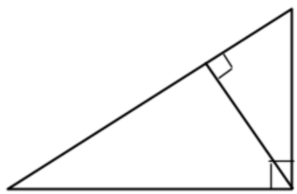
2255-2257 - аналогичные задачи.

2258. (см. чертеж задачи **2254**). $\cos A = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2 A}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{7}{24}\right)^2}} =$
$= \frac{24}{25}$, так что $AC = AB \cdot \cos A = \frac{5 \cdot 24}{25} = 4,8$.

Ответ: 4,8.

2259-2261 - аналогичные задачи.

2262.



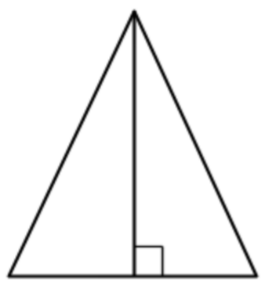
Из треугольника ABC $BC = AB \cdot \sin A = 16 \cdot \frac{3}{4} = 12$.

Из прямоугольного треугольника HBC $BH = BC \cdot \cos B =$
$= BC \cdot \sin A = 12 \cdot \frac{3}{4} = 9$.

Ответ: 9.

Практически все задачи **2263-2281** решаются с помощью чертежа к задаче **2254** (все три треугольника: ABC, HBC и HAC - являются прямоугольными, с одинаковыми парами острых углов). Можно для решения таких задач использовать и тот факт, что они подобные.

2282.



Т.к. $AC = BC$, треугольник ABC - равнобедренный. Проведем высоту $CH \perp AB$, которая является и медианой. Тогда $AH =$

$= BH = \frac{AB}{2} = 4$. Теперь из прямоугольного треугольника CAH:

$$AC = \frac{AH}{\cos A} = \frac{4}{0,2} = 20.$$

Ответ: 20.

Задачи **2283-2289** решаются аналогично на основании чертежа задачи **2282**.

2290. См. чертеж задачи **2282**. Т.к. $CH \perp AB$, треугольник CAH - прямоугольный. Тогда

$$AH = AC\cos A = \frac{AC}{\sqrt{1+tg^2 A}} = \frac{15}{\sqrt{1+\left(\frac{4}{3}\right)^2}} = 15 \cdot \frac{3}{5} = 9$$

треугольник ABC - равнобедренный, то $AB = 2AH = 18$.

Ответ: 18.

2291-2303 - легко решаются с использованием все того же чертежа и соотношений между тригонометрическими функциями прямоугольного треугольника.

2304. Проведем высоту $BH \perp AC$. Из прямоугольного треугольника ABH:

$$BH = AB\sin A = AB \cdot \sqrt{1-\cos^2 A} = 21 \cdot \sqrt{1-\frac{40}{49}} = 21 \cdot \frac{3}{7} = 9.$$

Ответ: 9.

2305 - аналогичная задача.

2306.

Треугольник ABC - равнобедренный, высота $CH \perp AB$ является медианой, $AH = BH = \frac{AB}{2} = 25$. Из прямоугольного треугольника CAH:

$$CH = AH\ tg\ A = \frac{AH \cdot \sin A}{\cos A} = \frac{Ah \cdot \sin A}{\sqrt{1-\sin^2 A}} =$$

$$= \frac{25 \cdot \frac{12}{13}}{\sqrt{1-\frac{144}{169}}} = \frac{25 \cdot \frac{12}{12}}{\frac{5}{13}} = 60.$$

Ответ: 60.

Все остальные задачи данного раздела решаются аналогично.

2.7. ВЕКТОРЫ НА ПЛОСКОСТИ

2322. Вектор $\overrightarrow{AB}$ - это направленный отрезок, точки $A(x_A, y_A)$ и $B(x_B, y_B)$ являются его началом и концом. Первая координата называется абсциссой, вторая - ординатой. Координаты вектора - это разности координат его конца и начала. Поэтому для вектора принято обозначение:

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A).$$

В нашем случае: $x_B - x_A = -6,\ x_A - 6 = 3 - 6 = -3.$

Ответ: -3.

2323. $y_B - y_A = 2,\ y_B = y_A + 2 = 2 + 2 = 4.$

Ответ: 4.

2324-2326 - аналогичные задачи.

2327. $x_B - x_A = 8,\ x_B = x_A + 8 = 12 + 8 = 20.$ Аналогично $y_B - y_A = -3,\ y_B = y_A - 3 = -1 - 3 = -4.$ Таким образом, $x_B + y_B = 20 - 4 = 16.$

Ответ: 16.

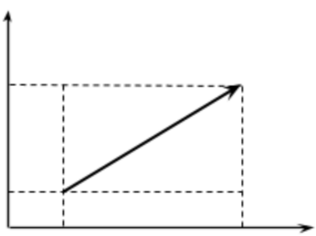
2328-2331 - аналогичные задачи.

2332. $y_B - y_A = 3,\ y_A = y_B - 3 = 1 - 3 = -2.$

Ответ: -2.

2333-2341 - аналогичные задачи.

2342.



На рисунке изображена прямоугольная система координат и вектор $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$. на плоскости. Длину вектора можно найти по теореме Пифагора:

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

Это неотрицательное число, равное длине отрезка AB. Если концы вектора совпадают, и он стягивается в точку, такой вектор называется нулевым; его длина равна нулю, а направление не имеет смысла. В остальных случаях длина вектора положительна.

В нашем случае $a = |\vec{a}| = \sqrt{(-12)^2 + (-9)^2} = \sqrt{144 + 81} = 15$.

Ответ: 15.

2343-2346 - аналогичные задачи.

2347. В данном случае вектор $\overrightarrow{AC}$ построен на диагонали параллелограмма $ABCD$ и его длина равна длине диагонали:

$$AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{28^2 + 21^2} = 35.$$

Ответ: 35.

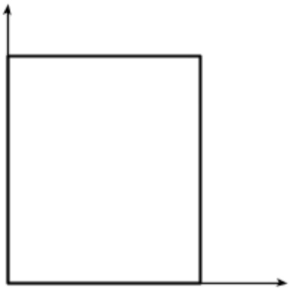
2348-2351 - аналогичные задачи.

2352. Если система координат на плоскости выбрана, то две простейшие операции над векторами выполняются с помощью соответствующих операций над их координатами, а именно:

а) произведением вектора $\vec{a}(a_x, a_y)$ на число λ называется вектор $\lambda \cdot = (\lambda a_x, \lambda a_y)$; его координаты получаются умножением на число λ соответствующих координат вектора $\vec{a}$;

б) суммой векторов $\vec{a}(a_x, a_y)$ и $\vec{b}(b_x, b_y)$ называется вектор $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x, a_y + b_y)$; координаты этого вектора равны суммам соответствующих координат векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

В данной задаче удобно выбрать прямоугольную систему координат естественным образом: начало координат совместить с вершиной A прямоугольника, а оси координат направить вдоль его смежных сторон AD и AB.



В такой системе координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$ записываются очень просто: $\overrightarrow{AB} = (32, 0)$, $\overrightarrow{AD} = (0, 24)$. Тогда $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = (32, 24)$, а длина этого вектора равна $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}| = \sqrt{32^2 + 24^2} = 40$.

Ответ: 40.

Замечание. В этой простой задаче можно сразу сказать: сумма двух векторов - это вектор, построенный на диагонали параллелограмма (в данном случае - прямоугольника), и сразу вычислить длину этой диагонали.

2353-2356 - аналогичные задачи.

2357. Используем систему координат задачи **2252**. Тогда, очевидно $\overrightarrow{AB} = (16, 0)$, $\overrightarrow{AD} = (0, 30)$, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = (16, -30)$, так что $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = \sqrt{16^2 + (-30)^2} = 34$.

Ответ: 34.

2358-2361 - аналогичные задачи.

2362. Еще более ярким примером продуктивности координатного подхода являются задачи, связанные со скалярным произведением векторов. Геометрическая трактовка: скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ - это число, равное произведению длин векторов на косинус угла ϕ между ними:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a}\,\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\phi$$

Координатная трактовка: скалярное произведение векторов $\vec{a}(a_x, a_y)$ и $\vec{b}(b_x, b_y)$ есть число $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a}\,\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y$. Ни длины векторов, ни угол между ними не нужны: все расчеты ведутся с их координатами.

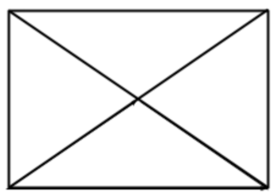
Конечно, если заданы длины векторов и угол между ними, следует воспользоваться геометрическим определением скалярного произведения. Например, в данной задаче совершенно очевидно, что векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$ перпендикулярны, $\cos 90^\circ = 0$, так что длины сторон и не нужны, ясно, что $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$

Ответ: 0.

Но такого рода задачи скорее являются исключением, чем правилом. Хотя мои предпочтения скорее связаны не со школьными задачами, а со студенческими.

2363-2366 - аналогичные задачи, все они банально просто решаются с помощью геометрического подхода. В ответах одни нули, т.к. векторы перпендикулярны и их длины не имеют значения.

2367.



Геометрически векторы можно складывать по правилу цепочки. Если требуется сложить несколько векторов, то второй пристраивают к концу первого, третий - к концу второго, и т.д. Суммой таких векторов, выстроенных цепочкой, является замыкающий цепочку вектор, проведенный из начала первого вектора в конец последнего.

Следует также отметить, что в математике вектор свободный или плавающий, т.е. его можно произвольно перемещать параллельно самому себе. Поэтому в нашем случае $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD}$, а по правилу цепочки $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD}$. Поэтому $|\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 68$.

Ответ: 68.

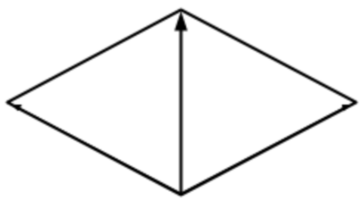
2368-2371 - аналогичные задачи.

2372. Если поменять местами начало и конец какого-либо вектора, то $\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{NM}$. В нашем случае (см. чертеж к задаче **2367**): $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$, так что $|\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{AB}| = AB = 33$.

Ответ: 33.

2373-2376 - аналогичные задачи.

2377.



$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC},\ |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 33.$$

Ответ: 33.

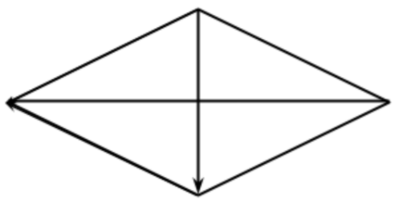
2378-2381 - аналогичные задачи.

2382. См. чертеж задачи **2377**. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB}$, $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{DB}| = DB = 67$.

Ответ: 67.

2383-2386 - аналогичные задачи.

2387.



Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и в точке пересечения делятся пополам. Поэтому $CO = \frac{24}{2} = 12$, $BO = \frac{45}{2} = 22,5$,

а $|\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{AB}| = \overrightarrow{CB} = CB = \sqrt{CO^2 + BO^2} =$
$= \sqrt{12^2 + (22,5)^2} = 25,5.$

Ответ: 25,5.

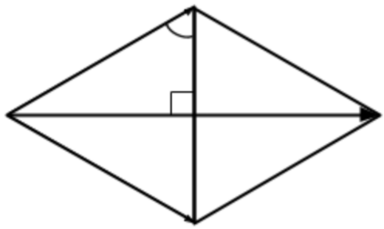
2388-2391 - аналогичные задачи.

2392. См. чертеж задачи **2387**. $|\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO}| = |\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD}| = \overrightarrow{AD} =$
$= AD = \sqrt{AO^2 + DO^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2} = 2,5.$

2393-2401 - аналогичные задачи.

В задачах **2402-2406** все пары векторов перпендикулярны (см. чертеж **2387**), поэтому их скалярные произведения равны нулю.

2407.



Пусть $ABCD$ - ромб с острым углом $\angle BAC = 60°$. Проведем его диагонали, пересекающиеся в точке O. В силу симметрии ΔABC - равносторонний и по условию задачи его сторона $AB = 47\sqrt{3}$. Из геометрических соображений $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ и нам требуется вычислить длину диагонали ромба AD. Очевидно

$$AD = 2AO = 2AB \sin 60° = 2 \cdot 47\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 141.$$

Ответ: 141.

2408-2411 - аналогичные задачи.

2412. Из чертежа задачи **2407** следует, что $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, $-\overrightarrow{AC} =$
$= \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB}$, поэтому $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB}$, а $|\overrightarrow{CB}| =$
$= CB = AB = 42.$

Ответ: 42.

2413-2416 - аналогичные задачи.

2417. Угол между сторонами правильного треугольника равен 60°, поэтому скалярное произведение равно $4-\cdot 40\cdot\cos 60^\circ = 800$.

Ответ: 800.

2418-2421 - аналогичные задачи.

3.ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

3.1.Текстовые задачи

2422. $54 \cdot \frac{135}{100} = 54. \cdot 1,35 = 72,9$

Ответ: 72,9.

2423,2424. Аналогичные задачи.

2425. $40 \cdot \frac{80}{100} = 32.$

Ответ: 32.

2426. Аналогичная задача.

2427. $350 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right) = 350 \cdot 1,12 = 392.$

Ответ: 392.

Замечание. Увеличение некоторой величины на $p\%$, соответствует ее умножению на $1 + \frac{p}{100}$; уменьшение величины на q ее умножению на $1 - \frac{q}{100}$.

2428-2431. Аналогичные задачи.

2432. $28 \cdot 1,1 = 30,8.$

Ответ: 30,8.

2433-2436. Аналогичные задачи.

2437. 40 млн. руб. $\cdot \frac{25}{100} =$ 10 млн. руб.

Ответ: 10 000 000.

2438-2441. Аналогичные задачи.

2442. Частные акционеры получат 20% прибыли, т.е.
70млн. руб. $\cdot \frac{20}{100} =$ 14млн. руб.

Ответ: 14 000 000.

2443-2446. Аналогичные задачи.

2447. $500 \cdot 1,11 = 555.$

Ответ: 555.

2448-2451. Аналогичные задачи.

2452. Если S первоначальная цена товара, то $S \cdot \left(1 - \frac{50}{100}\right) = 940$, откуда $S = 940 \cdot 2 = 1880$.

Ответ: 1880.

2453-2456. Аналогичные задачи.

2457. $8 \cdot 2000 \cdot \left(1 - \frac{5}{100}\right) = 8 \cdot 2000 \cdot 0,95 = 15200$.

Ответ: 15200.

2428-2461. Аналогичные задачи.

2462. $200 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) = 230;\ \ 200 + 2p = 230;\ \ p = 15$.

Ответ: 15.

2463-2466. Аналогичные задачи.

2467. $150 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) = 120;\ \ 150 - 1,5p = 120;\ \ p = 20$.

Ответ: 20.

2468-2470. Аналогичные задачи.

2471. $70 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) = 65,1;\ \ 70 - 0,7p = 65,1;\ \ p = 7$.

Ответ: 7.

2472-2474. Аналогичные задачи.

2475. $2200 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) = 1100;\ \ 2200 - 22p = 1100;\ \ p = 50$.

Ответ: 50.

2476-2478. Аналогичные задачи.

2479. $S = 600 \cdot \left(1 - \frac{45}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 600 \cdot 0,55 \cdot 0,9 = 297$.

Ответ: 297.

2480-2482. Аналогичные задачи.

2483. $1100 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) = 869;\ \ 1100 - 11p = 869;\ \ p = 21$.

Ответ: 21.

2484, 2485. Аналогичные задачи.

2486. $300 + 300 \cdot \left(1 - \frac{80}{100}\right) = 300 + 60 = 360$.

Ответ: 360.

2487, 2488. Аналогичные задачи.

2489. $2 \cdot 132 + 16 \cdot 132 \cdot \left(1 - \frac{50}{100}\right) = 264 + 1056 = 1320.$

Ответ: 1320.

2490, 2491. Аналогичные задачи.

2492. $1 - \frac{p}{100} = 0,98;\ \ p = 2.$ Ответ: 2.

2493, 2494. Аналогичные задачи.

2495. $104 \cdot \frac{8}{5+8} = 104 \cdot \frac{8}{13} = 64.$

Ответ: 64.

2496-2498. Аналогичные задачи.

2499. 96 млн. руб. $\cdot \frac{3}{3+5} =$ 36 млн. руб..

Ответ: 36 000 000.

2500-2502. Аналогичные задачи.

2503. Интересуются футболом $210000 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) = 175000$ человек, из них матч смотрели $175000 \cdot \frac{5}{7} = 125000$ человек.
Не посмотрело этот матч $210000 - 125000 = 85000$ человек .

Ответ: 85000.

2504-2506. Аналогичные задачи.

2507. Если x первоначальное число шариков, то продано их было $\frac{3x}{8} + 15$ штук, а осталось $\frac{x}{4}$. Поэтому $x = \frac{3x}{8} + 15 + \frac{x}{4}$, откуда $x = 40$.

Ответ: 40.

2508-2510. Аналогичные задачи.

2511. Лиственные деревья составляют $\frac{19}{1+19} = \frac{19}{20}$ часть всех деревьев, что в процентном соотношении составляет $\frac{19}{20} \cdot 100$, т.е. 95%.

Ответ: 95.

2512-2514. Аналогичные задачи.

2515. $108 \cdot \frac{5}{7+5} = 108 \cdot \frac{5}{12} = 45.$

Ответ: 45.

2516-2518. Аналогичные задачи.

2519. $\frac{1}{1+24} \cdot 100\% = 4\%.$ Ответ: 4.

2520-2522. Аналогичные задачи.

2523. 11 минут это $11 \cdot 60 = 660$ секунд, за это время принтер напечатает $\frac{660}{6} = 110$ страниц.

Ответ: 110.

2524-2526. Аналогичные задачи.

2527. $\frac{1{,}7 \cdot 10^7}{9{,}5 \cdot 10^6} = \frac{17}{9{,}5} \approx 1,79.$

Ответ: 2.

2528-2530. Аналогичные задачи.

2531. $\frac{5{,}9 \cdot 10^7}{5{,}4 \cdot 10^5} = \frac{590}{5{,}4} \approx 109,3.$

Ответ: 1176.

2532-2534. Аналогичные задачи.

2535. Ответ: 2.

2536-2540. Аналогичные задачи.

2541. Ответ: 2.

2542-2546. Аналогичные задачи.

2547. Ответ: 2.

2548, 2549. Аналогичные задачи.

2550. $300000 \cdot 8,3 \cdot 60 = 149400000 \approx 149000000$

Ответ: 149 000 000.

2551-2553. Аналогичные задачи.

2554. $\frac{384000}{300000} \approx 1,28.$

Ответ: 1,3.

2555-2557. Аналогичнаые задачи.

2558. Ответ: 3.

2559-2561. Аналогичные задачи.

2562. Студент не успевает на занятия, если выехал на электричке 7:34. Поэтому самым поздним временем отправления для него является 7:28. Ответ: 3.

2563-2565. Аналогичные задачи.

2566.

$$\text{«Непобедимые»}: 1+3+3+1,5=8,5;$$
$$\text{«Прорыв»}: 4+4+4+4=16;$$
$$\text{«Чемпионы»}: 3+1+1+3=8;$$
$$\text{«Тайфун»}: 2+2+2+1,5=7,5;$$

Ответ: 1.

2567-2569. Аналогичные задачи.

2570. Надпись $10 \pm 0,05$ означает, что длина полотна находится в промежутке $[9,95; 10,05]$.
В него не попадает только длина 10,61. Ответ: 1.

2571-2573. Аналогичные задачи.

2574. За 1 л.с. необходимо платить 25 руб., всего получается $25 \cdot 121 = 3025$руб..

Ответ: 3.

2575-2577. Аналогичные задачи.

2578. Автомобились превысил разрешенную скорость на $195 - 110 = 85$ км/ч и должен заплатить штраф 5000 руб.

Ответ: 4.

2579-2581. Аналогичные задачи.

2582. В магазине «Бонжур» скидок нет, покупка обойдется в $850 \cdot 0,5 + 205 \cdot 2 + 80 = 915$ руб.
В «Метелице» с учетом скидки на все товары цена составит $\left(1 - \frac{4}{100}\right) \cdot (852 \cdot 0,5 + 210 \cdot 2 + 84) = 0,96 \cdot 930 = 892,8$руб.
В «Радуге» с учетом скидки на ананасы покупка обойдется в $847 \cdot 0,5 + 203 \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) \cdot 2 + 75 = 423,5 + 365,4 + 75 = 863,9$руб.
Наименьшая стоимость покупки оказалась в магазине «Радуга».

Ответ: 2.

2583-2585. Аналогичные задачи.

2586. Похвальные грамоты получат ученики 5005, 5006, 5011, 5015, 5020, 5027, 5029, 5041, 5042, 5048 и 5054, т.е. всего 11 человек. Из них меньше 80 баллов по русскому языку набрали ученики 5005, 5011, 5015, 5027, 5041, 5048 и 5054, т.е. 7 человек.

Ответ: 2.

2587-2589. Аналогичные задачи.

2590. Ответ: 3.

2591-2593. Аналогичные задачи.

2594. $650 \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) \cdot 130 = 650 \cdot 0,9 \cdot 130 = 76050.$

Ответ: 2.

2595-2597. Аналогичные задачи.

2598. У Белова результативные оценки: 7,1; 6,9; 7,6; набранное количество баллов $(7,1 + 6,9 + 7,6) \cdot 7,9 = 170,64$.
У Митрохина результативные оценки: 7,2; 7,8; 7,2; набранное количество баллов $(7,2 + 7,8 + 7,2) \cdot 6,8 = 150,96$.
У Ивлева результативные оценки: 6,1; 7,3; 7,0; набранное количество баллов $(6,1 + 7,3 + 7,0) \cdot 7,2 = 146,88$.
У Антонова результативные оценки: 6,5; 6,3; 7,6; набранное количество баллов $(6,5 + 6,3 + 7,6) \cdot 8,5 = 173,4$.
Соревнования выиграл Антонов.

Ответ: 4.

2559-2561. Аналогичные задачи.

2602. Пусть V км/ч и $(V + 36)$км/ч. скорости велосипедиста и мотоциклиста. Тогда $V \cdot 6 = (V + 36) \cdot 2,$ откуда V = 18 км/ч

Ответ: 18.

2603-2611. Аналогичные задачи.

2612. Пусть в копилке x двухрублевых и y пятирублевых монет. Составим систему уравнений и решим ее: $\begin{cases} x + y = 36 \\ 2x + 5y = 108 \end{cases}$,

$\begin{cases} x = 24 \\ y = 12 \end{cases}$

Ответ: 24; 12.

2613-2616. Аналогичные задачи.

2617. Пусть в классе x девочек и y мальчиков.
Составим систему уравнений и найдем из нее
$y: \begin{cases} x + y = 29 \\ 3x + 5y = 121 \end{cases}, \begin{cases} x = 29 - y \\ 3(29 - y) + 5y = 121 \end{cases}, y = 17$

Ответ: 17.

2618-2621. Аналогичные задачи.

2622. Пусть пирожок стоит x руб., а бутылка воды y руб. Условие задачи позволяет составить систему уравнений:
$\begin{cases} 37x + 29y = 1566 \\ 43x + 38y = 1438 \end{cases}$, Решив ее, получим $\begin{cases} x = 14 \\ y = 22 \end{cases}$.

Ответ: 14; 22.

2623-2626. Аналогичные задачи.

2627. Обозначим через x г. количество фундука в смеси. Тогда арахиса $2x$ г., а миндаля$(x - 20)$ г. Составим уравнение:
$x + 2x + x - 20 - 208$. Решив его, получаем $x = 57$.

Ответ: 57.

2628-2631. Аналогичные задачи.

3.1.1.Представление зависимостей между величинами в виде формул

2632. $s = 330 \cdot 8 = 2640\text{м} \approx 3\text{км}$.

Ответ: 3.

2633, 2634. Аналогичные задачи.

2635. $s = 80\text{см} \cdot 1100 = 88000\text{см} = 0,88\text{км}$.

Ответ: 0,88.

2636, 2637. Аналогичные задачи.

2638. $F = 1,8 \cdot 67 + 32 = 152,6$.

Ответ: 152,6.

2639-2643. Аналогичные задачи.

2644. $C = 150 + 11 \cdot (8 - 5) = 183$.

Ответ: 183.

2645, 2646. Аналогичные задачи.

2647. $C = 6000 + 4100 \cdot 4 = 22400$.

Ответ: 22400.

2648, 2649. Аналогичные задачи.

2650. $R = \frac{\alpha}{\omega^2} = \frac{648}{9^2} = 8.$

Ответ: 8.

2651, 2652. Аналогичные задачи.

2653. $R = \frac{P}{I^2} = \frac{361{,}25}{8{,}5^2} = 5.$

Ответ: 5.

2654, 2655. Аналогичные задачи.

2656. Очевидно, расстояние, которое пролетел камень, $s = vt + 5t^2 = 8{\cdot}2 + 5{\cdot}2^2 = 36$; тогда он окажется на высоте 120-36=84м.

Ответ: 84.

2657, 2658. Аналогичные задачи.

2659. $h = vt - \frac{gt^2}{2} = 21 \cdot 4 - \frac{10{\cdot}4^2}{2} = 4.$

Ответ: 4.

2660, 2661. Аналогичные задачи.

2662. $c = a + b - 2r$ Ответ: 3.

2663-2674. Задачи, позволяющие из известной формулы выразить одну из величин через остальные.

2675. Скорость велосипедиста равна $\frac{9}{39} = \frac{3}{13}$ км/мин. За t мин он проедет $\frac{3t}{13}$ км

2676, 2677. Аналогичные задачи.

2678. Скорость пешехода равна $\frac{a}{6}$ м/мин. Расстояние 100м он пройдет за $100 : \frac{a}{6} = \frac{600}{a}$ мин.

2679-2681. Аналогичные задачи.

2682. $F = \gamma\frac{m_1 m_2}{r^2}$, $m_1 = \frac{Fr^2}{\gamma m_2} = \frac{6{,}003{\cdot}2^2}{6{,}67{\cdot}10^{-11}{\cdot}6{\cdot}10^8} = 0,6 \cdot 10^3 = 600$кг.

Ответ: 600.

2683-2685. Аналогичные задачи.

2686. $F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$, $q_1 = \frac{Fr^2}{kq_2} = \frac{1{,}008{\cdot}500^2}{9{\cdot}10^9{\cdot}0{,}004} = 7 \cdot 10^{-3}$Кл.

Ответ: 0,007.

2687-2689. Аналогичные задачи.

2690. $Q = I^2 Rt$, $R = \frac{Q}{I^2 t} = \frac{1152}{8^2{\cdot}6} = 3$ ома.

Ответ: 3.

2691-2693. Аналогичные задачи.

2694. $S = \frac{d_1 d_2 \sin\alpha}{2}$, $d_2 = \frac{2S}{d_1 \sin\alpha} = \frac{2\cdot 8{,}75}{14\cdot\frac{1}{12}} = 15$

Ответ: 15.

2695-2697. Аналогичные задачи.

3.1.2.Чтение графиков реальных зависимостей

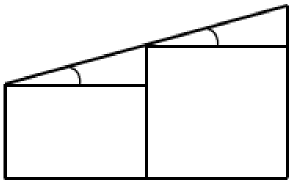
2698. Ответ: 24. **2699.** 24-8=16. Ответ:16. **2700.** Ответ: 8.
2701. 24-8=16. Ответ: 16. **2702** С 12:00 до 18:00. Ответ: 6.
2703-2747. Аналогичные задачи. **2478.** Ответ: 1.
2479. Ответ: 200. **2750.** Ответ: 3. **2751.** Ответ: 200.
2752. Ответ: 8. **2753.** Ответ: 1. **2754.** Ответ: 4.
2755. Ответ: 1.
2756-2759. Аналогичные задачи.
2760. Ответ: 1,2. **2671.** Ответ: 6. **2672.** Ответ: 0,4.
2763. Ответ: 6.
2764-2767. Аналогичные задачи.
2768. Ответ: 40.
2769-2771. Аналогичные задачи.
2772. 20 + 35 - (30 + 15) = 10. Ответ: 10.
2773-2775 Аналогичные задачи.
2776. Андрей проплыл первую половину дистанции на 20 с. быстрее.
2777. Иван на финише обогнал соперника на 20 с.
2778, 2779 Аналогичные задачи. **2780.** Ответ: 13.
2781. Ответ: 16. **2782.** Ответ: 2. **2783.** Ответ: 2.
2784. Ответ: 4,5.
2785-2789. Аналогичные задачи.

3.1.3.Прикладные задачи по геометрии

2790. $\sqrt{12^2 + 9^2} = 15$. Ответ: 15.

2791-2798. Аналогичные задачи, решаются на основании теоремы Пифагора.

2799. На рисунке приведен чертеж конструкции крыши. Опоры



перпендикулярны уровню земли (горизонту), т.е. $BA \perp AD$, $MN \perp AD, CD \perp AD$. По условию задачи $AN = CD$. Проведем $BP \| AD$ и $MQ \| AD$. Тогда треугольники BMP и MCQ прямоугольные с равными катетами ($BP = AN, MQ = ND = AN$) и одинаковым острым углом, равным углу наклона крыши к уровню горизонта. Поэтому эти треугольники равны. Отсюда $MP = CQ$, т.е. $MN - PN = CD - QD$ или $MN - AB = CD - MN$. Таким образом, $AB = 2MN - CD = 2 \cdot 2,2 - 2,5 = 1,9$.

Ответ: 1,9.

2800-2801 Аналогичные задачи.

2802. В формулировке условия задачи имеется неточность. Видимо предполагается, что экран А не просто полностью освещен проектором, но и полностью перекрывает световой поток. В противном случае можно экран А отодвинуть от проектора подальше, и тем не менее он будет полностью освещен. Те же соображения относятся и к экрану В. Поэтому будем эту задачу решать в предположении, что края экранов находятся на границе светового потока. Тогда решение очевидно: поскольку экран В имеет размер вдвое меньший, чем экран А, его для перекрытия светового потока следует поместить на расстоянии от проектора вдвое меньшем, чем расстояние 300 см, т.е. на расстоянии 150 см.

Ответ: 150.

2803, 2804. Аналогичные задачи.

2805. Мальчик шел вдоль катетов прямоугольного треугольника, а расстояние до дома - это длина гипотенузы этого треугольника, т.е. $\sqrt{690^2 + 920^2} = 1150$.

Ответ: 1150.

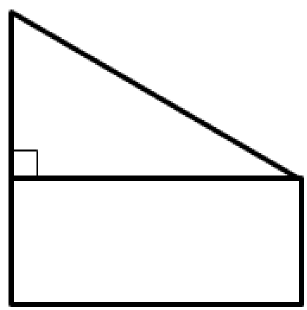
2806. Аналогичная задача.

2807. Смещения на запад и восток компенсируют друг друга; можно считать, что девочка сместилась только на север на расстояние 700 м. Именно на таком расстоянии от дома она и оказалась.

Ответ: 700.

2808, 2809 Аналогичные задачи.

2810. Будем считать, что сосны растут вертикально,



т.е. перпендикулярно к линии горизонта AC, при этом $AC = 32$. Отрезками AB и CD изобразим сами сосны с верхушками в точках B и D. Проведем $ED \perp AB$. Тогда в прямоугольном треугольнике $BDE, ED = AC = 32, BE = AB - AE = AB - CD = 37 - 13 = 24$. Расстояние между верхушками $BD = \sqrt{BE^2 + ED^2} = \sqrt{24^2 + 32^2} = 40$.

Ответ: 40.

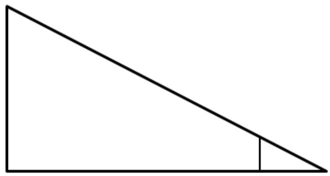
2811, 2812 Аналогичные задачи.

2813. Пароходы двигаются во взаимно перпендикулярных направлениях. Будем считать, что они двигаются по катетам прямоугольного треугольника, начиная от вершины прямого угла. За 3 часа будут пройдены расстояния 16км/ч $\cdot$ 3ч $=$ 48км и 30км/ч $\cdot$ 3ч $=$ 90км . Расстояние между пароходами - длина гипотенузы, т.е. $\sqrt{48^2 + 90^2} = 102$км.

Ответ: 102.

2814-2816. Аналогичные задачи.

2817. Пусть h_1 и h_2 - высота фонаря над уровнем земли и рост человека, l_1 - расстояние (по земле) от человека до фонаря, а

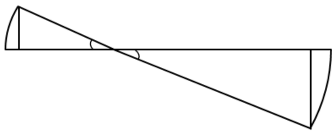


l_2 - длина тени. Из подобия треугольников: $\frac{h_1}{h_2} = \frac{l_1+l_2}{l_2}$, откуда $h_1 = \frac{h_2(l_1+l_2)}{l_2} = \frac{1{,}6\cdot(18+2)}{2} = 16$.

Ответ: 16.

2818-2824. Аналогичные задачи.

2825.

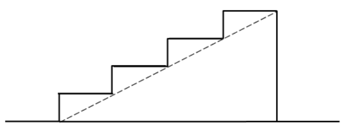


Пусть O - ось журавля, l_1 и l_2 - длины его плеч. Если журавля повернуть вокруг оси на угол α, его короткое плечо поднимется на высоту $h_1 = l_1 \sin\alpha$, а длинное - опустится на высоту $h_2 = l_2 \sin\alpha$. Таким образом: $\frac{h_1}{h_2} = \frac{l_1}{l_2}, h_2 = \frac{h_1 l_2}{l_1} = \frac{0{,}2\cdot 3}{0{,}5} = 1,2$.

Ответ: 1,2.

2826-2832. Аналогичные задачи.

2833. Пусть число ступеней равно n, высота и длина одной сту-



пени равны h и l. Тогда расстояние между точками равно:
$n\sqrt{h^2+l^2} = 50 \cdot \sqrt{14^2+48^2} = 2500\text{см} = 25\text{м}$

Ответ: 25.

2834-2840. Аналогичные задачи.

2841. При решении этой и последующих задач **(2841-2856)** надо принять во внимание следующие соображения. Часовая стрелка делает один оборот (360°) за 12 часов, т.е. за 720 мин., так что ее угловая скорость движения $\omega = \frac{360}{12 \cdot 60} = 0,5 \frac{\text{град}}{\text{мин}}$. Соответственно, за время t (в минутах) часовая и минутная стрелки поворачиваются на углы $\varphi_1 = \omega_1 t$ и $\varphi_2 = \omega_2 t$. Если на циферблате часов имеется 12 цифр, то угловое расстояние между соседними цифрами составляет $\frac{360}{12} = 30°$ В частности, в задаче **2841** в 4 часа минутная стрелка указывает на цифру 12, а часовая - на 4, промежуток между 12 и 4 составляет $4 \cdot 30 = 120°$.

Ответ: 120.

Или, в задаче **2845.** $\varphi_2 = \omega_2 t = 6 \cdot 30 = 180$.

Ответ: 180.

2857. $\frac{360°}{5} = 72°$

Ответ: 72.

2858-2864. Аналогичные задачи.

2865. $\frac{11\text{га}}{200\text{м}} = \frac{11 \cdot 10000\text{кв.м}}{200\text{м}} = 559\text{м}$

Ответ: 559.

2866-2868. Аналогичные задачи.

2869. Пусть x и $4x$ - стороны участка, тогда $4x^2 = 10000, x = 50$, а периметр $P = 10x = 500$.

Ответ: 500.

2870-2873. Аналогичные задачи.

2874. $\frac{3 \cdot 5}{0,1 \cdot 0,25} = 600$.

Ответ: 600.

2875-2883. Аналогичные задачи.

2884. Если ширина окантовки равна x см, то картина с окантовкой имеет площадь $(14 + 2x) \cdot (19 + 2x) = 696$. Решив это квадратное уравнение и отбросив отрицательный корень, получим $x = 5$см.

Ответ: 5.

2885-2888. Аналогичные задачи.

2889. Обозначим через x (см) сторону вырезаемого квадрата. Тогда дно коробки имеет площадь $(55 - 2x) \cdot (36 - 2x) = 780$. Решив это уравнение найдем корни $x_1 = 8, x_2 = 37,5$. Второй корень отбрасываем из геометрических соображений.

Ответ: 8.

2890-2893. Аналогичные задачи.

2894. Пусть x и y - длины сторон площадки. Тогда ее площадь равна xy, а периметр ограждения $2(x+y)$. Составим систему уравнений:
$\begin{cases} 2(x+y)=184 \\ xy=2052 \end{cases}$, $\begin{cases} x+y=92 \\ xy=2052 \end{cases}$ В соответствии с теоремой Виета, неизвестные x и y являются корнями квадратного урванения $t^2-92t+2052=0$, т.е. равны 38 и 54.

Ответ: 38; 54.

2895-2898. Аналогичные задачи

3.1.4.Статистика

2899. Содержание жиров (по диаграмме) близко к 10%; очень трудно (на глаз) понять, больше или меньше 10%. Мне кажется, что меньше 10%, а в ответе дается вариант $(10-25)\%$.

2900. Самый большой сектор на диаграмме соответствует «прочим» составляющим.

Ответ: 4.

2901. Минимальный сектор соответствует белкам.

Ответ: 2.

2902. Речь идет о «прочих» составляющих. Их явно больше половины, поэтому ответы 1), 3) и 4) явно неверные.

Ответ: 2.

2903. По диаграмме содержание углеводов чуть меньше, чем 25% (четверть круга). Так что ответ 2) сомнителен. Ответ же 3) предполагает, что содержание углеводов примерно $\frac{150}{760}\cdot 100\% \approx$ $\approx 19,7\%$. На глаз это тоже трудно оценить, авторы дают правильный ответ 3).

Замечание. Все задачи с круговыми диаграммами представляют собой достаточно грубую информацию. Правильный ответ можно усмотреть только тогда, когда по диаграмме он совершенно очевиден. К сожалению, не все задачи **2904-2933** позволяют это сделать. Но тренировать свой глазомер (я даже в подозрительных случаях пользовался транспортиром) и пытаться их все решить, конечно, надо.

2934. Ответ: 2. **2935.** Ответ: 3. **2936.** Ответ: 3. **2937.** Ответ: 4.

2938. Ответ: 4. **2939.** Ответ: 4. **2940.** Ответ: 4. **2941.** Ответ: 3.

2942. Ответ: 3. **2943.** Ответ: 2. **2944.** Ответ: 1, 2.

2945. Ответ: 1,3.

2946-2953. Аналогичные задачи.

2954. Ответ: 3; 4.

2955-2958. Аналогичные задачи.

3.1.5.Теория вероятностей

2959. Трехзначные числа - это числа от 100 до 999. Всего их $n =$ $= 900$. Делятся на 100 $m = 9$ чисел: 100, 200, ..., 900. По формуле классической вероятности: $P = \frac{m}{n} = \frac{9}{900} = 0,01$.

Ответ: 0,01.

2960. Аналогичная задача.

2961. Как и в задаче **2959**, $n = 900$. На 11 делятся числа вида $99 + 11k, k = 1, 2, \ldots, m$. Чтобы найти m, надо решить неравенство $99 + 11m \leq 999, 11m \leq 900$. Очевидно, $m = \left[\frac{900}{11}\right] = 81$. В математике символ $[x]$ обозначает целую часть числа $[x]$, т.е. максимальное целое число, не превосходящее x. Таким образом, $P = \frac{m}{n} = \frac{81}{900} = 0,09$.

Ответ: 0,09.

2962-2990. Аналогичные задачи.

2991. Если A и $\overline{A}$ - два противоположных события, то $P(A)+$ $+P(\overline{A}) = 1$, т.е. по известной вероятности события легко вычисляется вероятность противоположного события. В нашем случае $P = 1 - 0,06 = 0,94$. Ответ: 0,94.

2992, 2993. Аналогичные задачи.

2994. $n = 206$, $m = 20 + \frac{206-20-8-12}{2} = 20 + 83 = 103$, $P = \frac{103}{206} =$
$= 0,5$.

Ответ: 0,5.

2995, 2996 Аналогичные задачи.

Задачи **2997-3001** решаются по формуле классической вероятности; надо четко подсчитать общее число исходов n и число благоприятных исходов m.

3002. Бросать две монеты одновременно, последовательно или одну и ту же монету два раза - вопрос совершенно не принципиальный. Если монета симметричная, то выпадение герба (орла) или решки (решетки) - события равновозможные, вероятность каждого из них при однократном бросании равна 0,5. При двух бросаниях возможно 4 исхода эксперимента: РР, РГ, ГР, ГГ (Р и Г - появление решки и герба. Благоприятным является один исход ГГ. Поэтому $P = \frac{m}{n} = \frac{1}{4} = 0,25$.

Ответ: 0,25.

3003. Благоприятными исходами являются РГ и ГР, так что $P = \frac{m}{n} = \frac{2}{4} = 0,5$.

Ответ: 0,5.

3004. Возможные исходы: РРР, РРГ, РГР, РГГ, ГРР, ГРГ, ГГР, ГГГ. Всего таких исходов $n = 2^3 = 8$ Благоприятных исход один: ГГГ. $P = \frac{1}{8} = 0,125$.

Ответ: 0,125.

3005. Благоприятных исхода три: РГГ, ГРГ, ГГР. $P = \frac{3}{8} = 0,375$.

Ответ: 0,375.

3006. Если Петя оказался в какой-либо группе, то для Кости осталось всего 19 вакансий: 15 мест в тех трех группах, куда Петя не попал, и 4 места в той группе, где оказался Петя. Таким образом, из $n = 19$ возможных вариантов только m=4 являются благоприятными. Поэтому $P = \frac{m}{n} = \frac{4}{19}$.

Ответ: $\frac{4}{19}$.

3007. Аналогичная задача.

3008. Это аналог задачи **2003**. Ответ: 0,5.

3009. Аналог задачи **3004**.

Ответ: 0,375.

3010. В соревнованиях всего участвует 6+4+3+7=20 спортсменов. Последним может оказаться с равными возможностями каждый из участников. Таким образом, всего существует $n = 20$ вариантов последней позиции в списке участников. Из них «благоприятных» (соответствующих заданному вопросу) - $m = 7$, по числу участков из Венгрии. Тогда $P = \frac{m}{n} = \frac{7}{20} = 0,35$.

Ответ: 0,35.

3011-3013. Аналогичные задачи.

3014 При бросании двух игральных костей возможны следующие 36 исходов (первая цифра означает число очков на первой кости, втора - на другой):

11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

Эти исходы являются равновозможными, несовместными и образуют полную группу событий. Именно в такой ситуации следует использовать формулу классической вероятности. Таким образом, $n = 36$. Нас интересует событие, заключающееся в том, что в сумме выпадает 9 очков. Благоприятные исходы (см. таблицу): 36, 45, 54, 63, т.е. $m = 4$. Поэтому $P = \frac{m}{n} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \approx 0,11$.

Ответ: 0,11.

3015-3017. Аналогичные задачи.

3018. Рассмотрим следующие события

A - школьнику досталась задача по теме «Треугольники»;

B - школьнику досталась задача по теме «Окружность».

События A и B - несовместные, т.к. задач, которые одновременно относятся к этим темам, в сборнике нет. Нас интересует вероятность суммы этих событий, т.е. $P(A + B)$. Суммой событий называется события, состоящее в том, что наступило A или B. Для несовместных событий: $P(A + B) = P(A) + P(B) = 0,5 + 0,25 = 0,75$.

Ответ: 0,75.

3019-3021. Аналогичные задачи.

3022. Рассмотрим следующие события:
A - при первом выстреле стрелок попал в мишень;
B - при втором выстреле стрелок попал в мишень;
C - при третьем выстреле стрелок попал в мишень;
D - при четвертом выстреле стрелок промахнулся.
При этом $P(A) = P(B) = P(C) = P(D) = 0,5$.
Нас интересует вероятность того, что все эти события произошли, т.е. вероятность произведения событий $P(ABCD)$. Указанные события никак между собой не связаны, т.е. независимы. В этом случае $P(ABCD) = P(A)P(B)P(C)P(D) = 0,5^4 = 0,0625$.

Ответ: 0,0625.

3023-3029. Аналогичные задачи.

Задачи **3030-3033** решаются на основе формулы классической вероятности.

3034. Обозначим через T срок безотказной работы компьютера (в годах). Поусловию задачи $P(T > 1) = 0,98$, а $P(T > 2) = 0,84$.
Нас интересует $P(1 < T < 2)$.
Очевидно, $P(T < 1) = 1 - 0,98 = 0,02$, а $P(T < 2) = 1 - 0,84 = 0,16$. Но $P(T < 2) = P(T < 1) + P(1 < T < 2)$, так что
$P(1 < T < 2) = P(T < 2) - P(T < 1) = 0,16 - 0,02 = 0,14$.

Ответ: 0,14.

Замечание. Строгие знаки неравенств в решении задачи **3034** не должны смущать. Вероятность того, что непрерывная случайная величина принимает какое-либо конкретное значение, в теории вероятностей считается равной нулю. Поэтому, например, $P(T < 1) = P(T \leq 1)$ или $P(1 < T < 2) = P(1 \leq T \leq 2)$ и т.д.

3035-3037 Аналогичные задачи.

3038 В данном случае $n = 39 - 24 = 15, m = 3$ (из заданных чисел на 5 делятся 25, 30 и 35). Поэтому $P = \frac{m}{n} = \frac{3}{15} = 0,2$

Ответ: 0,2.

3039-3041. Аналогичные задачи.

3042. $n = 450, \ \ m = 450 - 2 \cdot 180 = 90, \ \ P = \frac{90}{450} = 0,2$.

Ответ: 0,2.

3043-3045. Аналогичные задачи.

3046. Пусть M - число задач предлагаемых при тестировании, а k - число решенных учащимся задач. Тогда

$$P(k>11)=P(k=12)+P(k=13)+\cdots+P(k=M),$$
$$P(k>10)=P(k=11)+P(k=12)+\cdots+P(k=M).$$

Вычтем из второго равенства первое, получим:

$$P(k>10)-P(k>11)=P(k=11), \text{откуда получаем}$$
$$P(k=11)=P(k>10)-P(k>11)=0,71-0,65=0,06.$$

Ответ: 0,06.

3047-3049. Аналогичные задачи.

3050. Пусть k - случайное число пассажиров в автобусе. По условию задачи $P(k<22)=0,86;\ \ P(k<9)=0,5.$
Тогда $P(9\le k\le 21)=P(k<22)-P(k<9)=0,86-0,5=0,36.$

Ответ: 0,36.

3051-3053. Аналогичные задачи.

3054. Эта задача легко решается с помощью **формулы полной вероятности**. Простейший вариант формулы полной вероятности выглядит так: если есть две гипотезы H_1 и H_2, вероятности которых $P(H_1)$ и $P(H_2)$ известны (при этом $P(H_1)+P(H_2)=1$) и некоторое событие A, которое может наступить только в результате наступления одного из событий H_1 или H_2, то полная вероятность события A вычисляется по формуле:
$P(A)=P(H_1)P(A|H_1)+P(H_2)P(A|H_2)$, где $P(A|H_i)(i=1,2)$ - так называемые **условные** вероятности события A, вычисленные в предположении, что события H_i уже наступили. В более сложном варианте гипотез не две, а n и в формулу полной вероятности входит не два, а n слогаемых. В нашем случае гипотезы две:
H_1 - выбранная дл контроля батарейка исправная $(P(H_1)=$
$=0,95)$;
H_2 - выбранная для контроля батарейка неисправная $(P(H_2)=$
$=0,05)$. Через A обозначим событие: случайно выбранная батарейка системой контроля забракована. Условные вероятности :

$P(A|H_1) = 0,03;$
$P(A|H_2) = 0,99.$
Тогда по формуле полной вероятности $P(A) = P(H_1)P(A|H_1)+$
$+P(H_2)P(A|H_2) = 0,95 \cdot 0,03 + 0,05 \cdot +0,99 = 0,078.$

Ответ: 0,078.

3054-3057. Аналогичные задачи.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица решенных задач

№ раздела	Наименование раздела	Номера задач в сборнике И.В. Ященко	Номера решенных задач
1.1.1	Натуральные числа	1-10 (10)	1 - 10
1.1.2	Рациональные числа	11-137 (127)	11-100, 102,103,107,110, 112,115,118,124, 128,130,132,136
1.1.3	Действительные числа	138-172 (34)	138,141,147, 149,150,153, 158,163,168
1.2.1	Буквенные выражения	173-225 (52)	173,174,179,184, 186,194,197, 200,204,208, 215,219,224
1.2.2	Многочлены	226-295 (69)	226,230,234, 238,242,244,248, 252,256,260,272, 276,284,295
1.2.3	Алгебраические дроби	296-478 (183)	296-299,305,311, 317,320,326,333, 338,343,346,347, 351,355,356,362, 366,368,372,377, 381,384,392,395, 398,401,432,436, 440,446,452,456, 459,461,462,466, 472,476,478

1.2.4	Степени с целыми показателями и их свойства	479-513 (35)	479,482,485,488,492, 496,499,502,506,510, 513
1.2.5	Квадратный корень и его свойства	514-582 (69)	514,517,521,526,528, 529,532,535,540,543, 546,548,549,550,555, 558,560,563,567,570, 573,574,577,580,582
1.3.1	Линейные уравнения с одной переменной	583-769 (187)	583,614,701, 723,747,756, 769
1.3.2	Квадратные уравнения	770-816 (47)	770,775,778,779,783, 797,805,814
1.3.3	Рациональные уравнения	817-863 (47)	817,827,832,841,851, 858
1.3.4	Системы двух уравнений с двумя переменными	864-879 (16)	864,865, 868,872, 874,878
1.3.5	Числовые неравенства и их свойства	880-914 (35)	880,881,883,885,889, 890,895,897,900,902, 907,908,911
1.3.6	Линейные неравенства с одной переменной	915-1118 (204)	915,921,930, 934,938,939, 945,955
1.3.7	Системы линейных неравенств с одной переменной	1119-1133 (15)	1119,1123, 1126, 1129
1.3.8	Квадратные неравенства	1134-1264 (131)	1134,1144,1149,1154, 1159,1164,1169,1174, 1188,1203,1206,1218, 1234,1261
1.4.1	Последовательности	1265-1290 (26)	1265,1270,1272, 1275,1280,1286
1.4.2	Арифметическая прогрессия	1291-1361 (71)	1291,1301,1306,1311, 1321,1326,1331,1336, 1341,1346,1351,1357
1.4.3	Геометрическая прогрессия	1362-1411 (500)	1362,1347,1372,1376, 1381,1386,1396,1402, 1408

1.5.1	Линейная, квадратичная, обратно пропорциональные функции	1412-1505 (94)	1412,1413,1420,1428, 1434,1440-1444, 1448,1451,1454, 1460,1472-1475, 1484,1496
1.5.2	Графическая интерпретация уравнений, неравенств и их систем	1506-1614 (109)	1506,1510,1514,1518, 1522,1526,1534-1538, 1542,1546,1550, 1562-1570,1574-1578, 1586,1587,1590,1594, 1598,1602,1610
2.1	Основные понятия и утверждения геометрии	1615-1644 (30)	1615-1644
2.2	Геометрия на клетчатой бумаге	1645-1694 (50)	1645-1649,1655,1660, 1665,1670,1675,1680, 1685,1690
2.3	Треугольники	1695-1846 (152)	1695,1698,1701,1704, 1710,1713,1716,1718, 1728,1736,1744,1750, 1756,1760,1765,1768, 1772,1776,1780, 1784, 1788,1792,1794,1796, 1802,1803,1807,1808, 1811,1815,1819,1827, 1831,1835,1839
2.4	Четырехугольники	1847-2016 (170)	1847,1850,1853,1856, 1859,1862,1856,1868, 1871,1874,1877,1880, 1883,1887,1891,1895, 1901,1905,1909,1913, 1917,1925,1929,1933, 1937,1941,1945,1949, 1953,1957,1965,1969, 1973,1977,1981,1985, 1989,1993,1997,2001, 2005,2009,2013

2.5	Окружность и круг	2017-2221 (205)	2017,2020,2023,2026, 2029,2032,2035,2038, 2041,2044,2050,2056, 2062,2068,2074,2077, 2080,2083,2086,2092, 2098,2104,2107,2110, 2113,2119,2122,2125, 2128,2131,2134,2137, 2143,2146,2149,2151, 2154,2157,2160,2163, 2166,2169,2172,2175, 2178,2181,2184,2187, 2190,2193,2196,2199, 2202,2210,2214,2218
2.6	Тригонометрия	2222-2321 (100)	2222,2227,2230,2233, 2234,2236,2242,2246, 2250,2254,2258,2262, 2282,2290,2304,2306
2.7	Векторы на плоскости	2232-2421 (100)	2322,2323,2327,2332, 2342,2347,2352,2357, 2362,2367,2372,2377, 2382,2387,2392,2407, 2412,2417
3.1	Текстовые задачи	2422-2631 (210)	2422,2425,2427,2432, 2437,2442,2447,2452, 2457,2462,2467,2471, 2475,2479,2483,2486, 2489,2492,2495,2499, 2503,2507,2511,2515, 2519,2523,2527,2531, 2535,2541,2547,2550, 2554,2558,2562,2566, 2570,2574,2578,2582, 2586,2590,2594,2598, 2602,2612,2617,2622, 2627

3.2	Представление зависимостей между величинами в виде формул	2632-2697 (66)	2632,2635,2638,2644, 2647,2650,2653,2656, 2659,2662,2675,2678, 2682,2686,2690,2694
3.3	Чтение графиков реальных зависимостей	2698-2789 (92)	2698-2702,2748-2755, 2760-2763,2768,2772, 2776,2777,2780-2784
3.4	Прикладные задачи по геометрии	2790-2897 (108)	2790,2799,2802,2805, 2807,2810,2813,2817, 2825,2833,2841,2845, 2857,2865,2869,2874, 2884,2889,2894
3.5	Статистика	2899-2958 (60)	2899-2903,2934-2945, 2954
3.6	Теория вероятностей	2959-3057 (99)	2959,2961,2991,2994, 3002-3006,3008,3009, 3010,3014,3018,3022, 3034,3038,3042,3046, 3050,3054