

# ZOEKHEURISTIEKEN – 2

prof. dr. Yvan Saeys ([yvan.saeys@ugent.be](mailto:yvan.saeys@ugent.be))  
Bureau: Sterre S9, 1e verdiep (naast leslokaal 1.1)

# OVERZICHT

- **Constraint satisfaction problems (CSPs)**
  - Backtracking
  - Heuristieken
  - CSPs en boomstructuren
  - Local search

# ZOEKEN VOOR CSPS

- Identificatie
  - Toewijzing van waarden aan variabelen...
    - terwijl we voldoen aan bepaalde restricties
- Oplossing vinden is belangrijk, niet hoe we er geraken (pad)
  - Toestand: variabelen  $X_i$  met waarden uit “domein”  $D_i$
  - Doeltest: verzameling restricties die toelaatbare toewijzingen aan de variabelen definiëren
- Voor de meeste formuleringen
  - Alle paden hebben dezelfde diepte

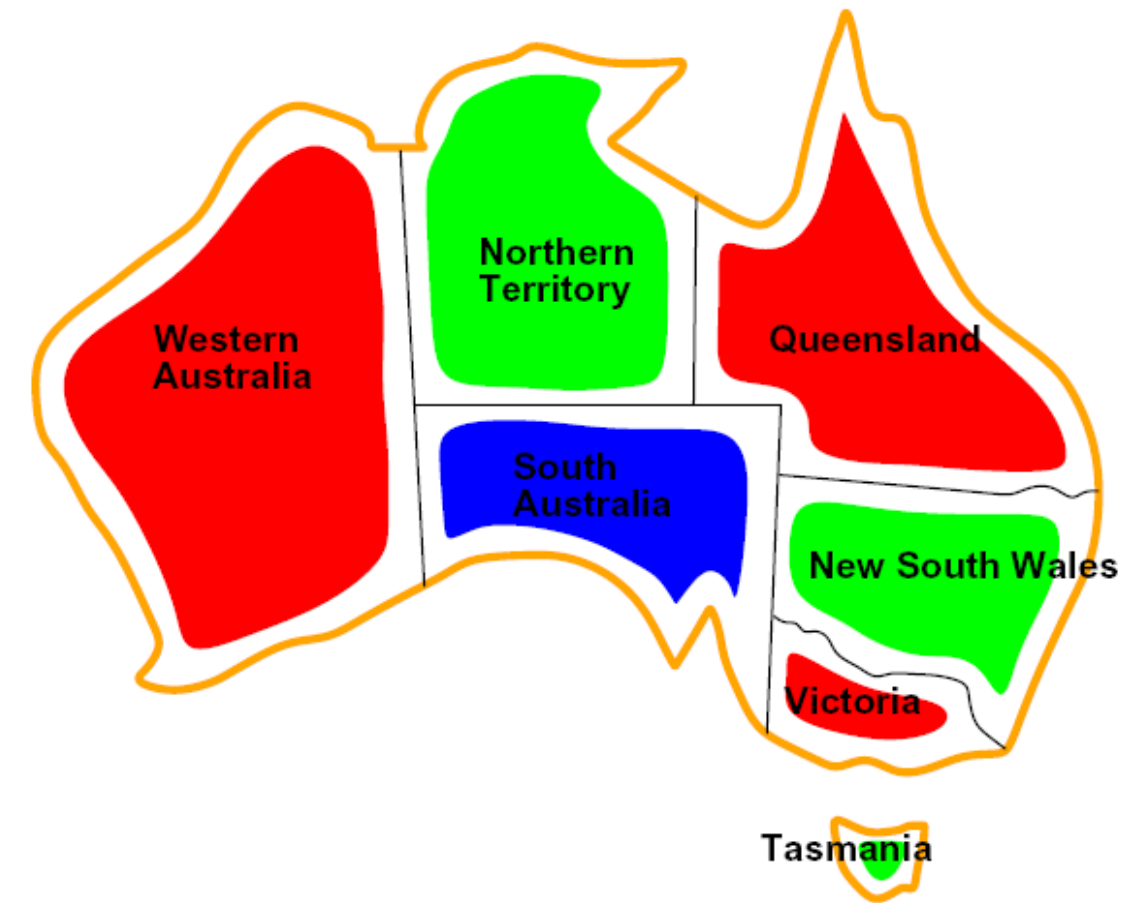
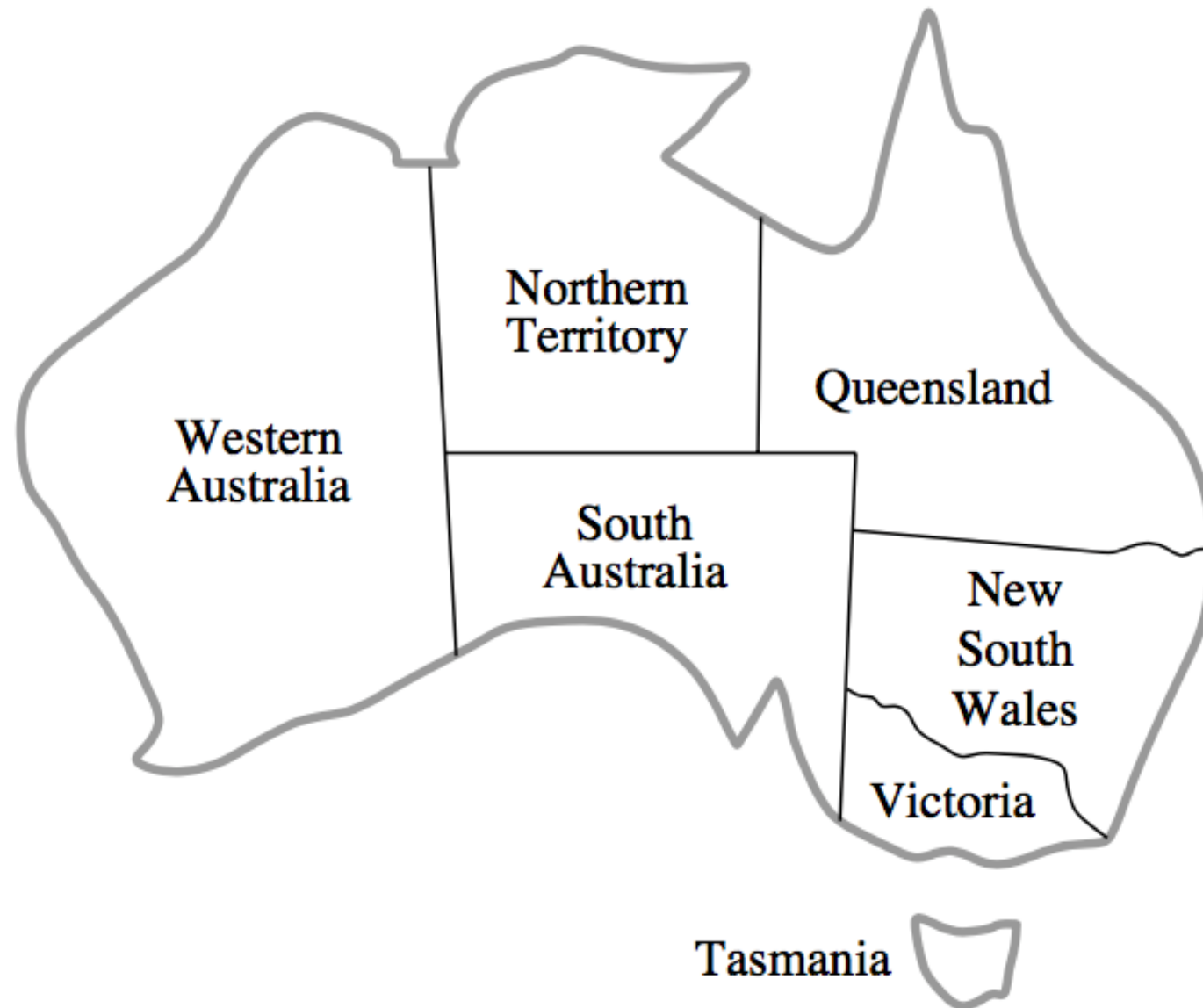
# CSP FORMULERING

- Gegeven:
  - Een verzameling variabelen  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$
  - Een verzameling restricties  $\{C_1, C_2, \dots, C_m\}$
- Elke variabele  $X_i$  heeft een niet-ledig **domein**  $D_i$  van mogelijke **waarden**
- Elke restrictie  $C_i$  heeft betrekking op een deelverzameling van variabelen en specificeert toelaatbare combinaties van waarden voor deze deelverzameling

# CSP FORMULERING

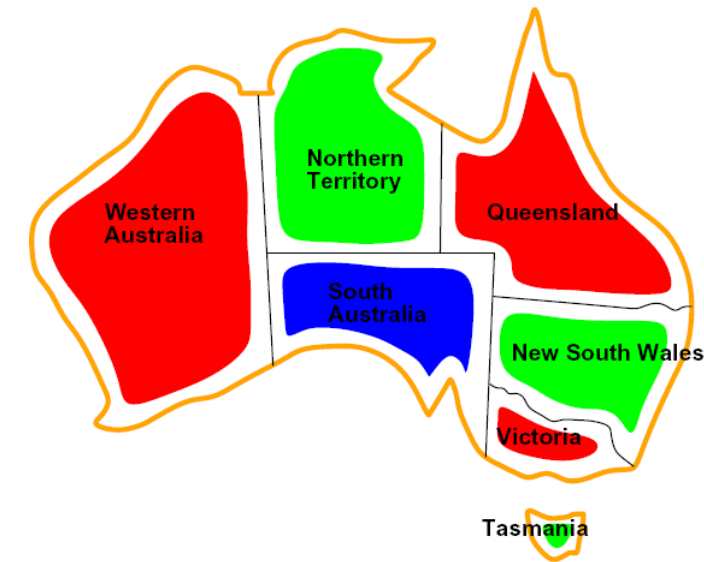
- Een toestand is gedefinieerd door een **toewijzing** van waarden aan sommige of alle variabelen,  $\{X_i = v_i, X_j = v_j, \dots\}$
- Een toewijzing die geen restricties schendt is een **consistente** toewijzing
- Sommige CSP formuleringen maken gebruik van een **objectief-functie** die gemaximaliseerd wordt

# VOORBEELD: GRAAF-KLEUREN

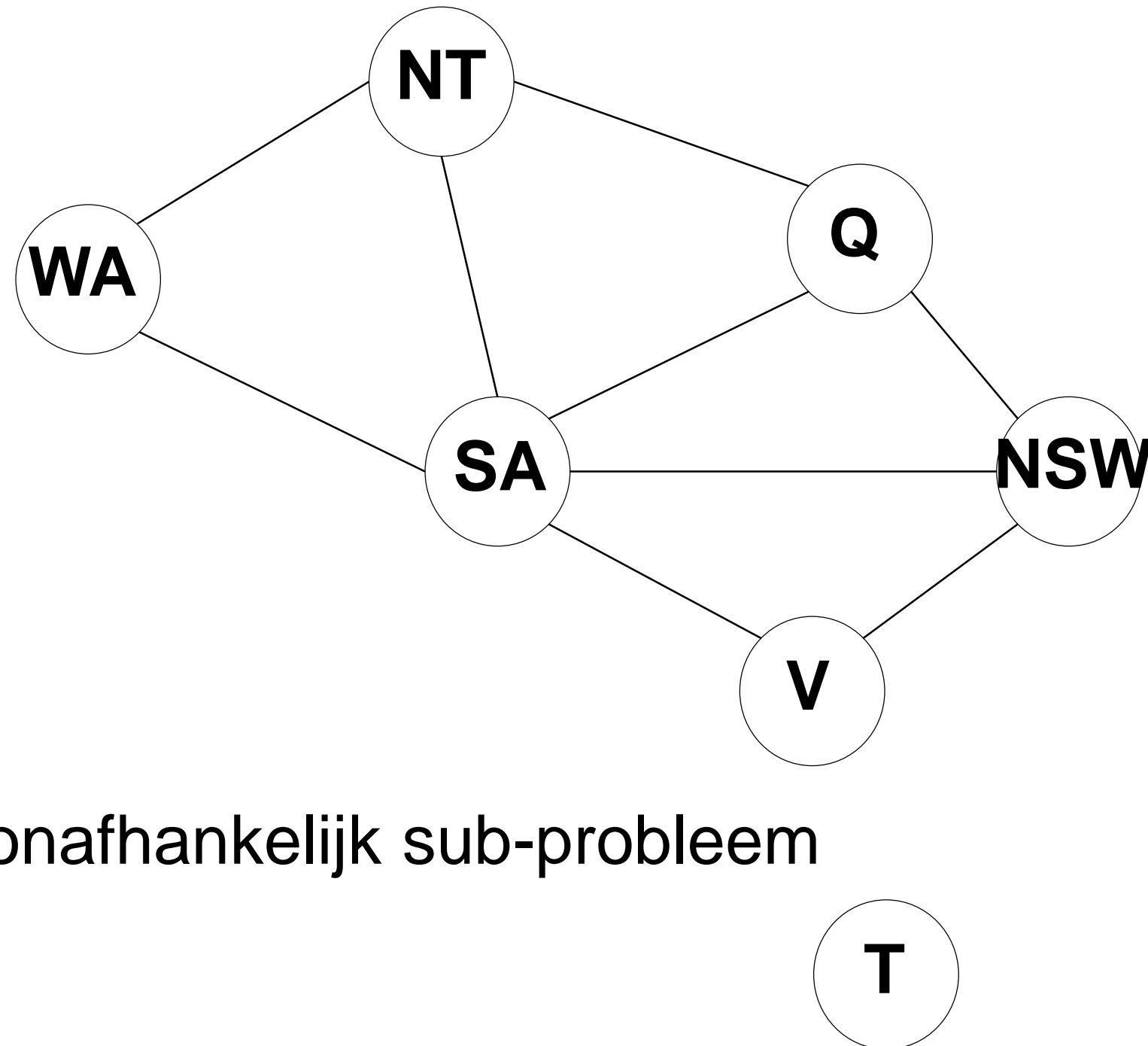


# GRAAF-KLEUREN: FORMULERING

- Variabelen:  
 $V = \{WA, NT, Q, NSW, V, SA, T\}$
- Domeinen:  
 $D = \{R, G, B\}$
- Restricties:  
Naburige gebieden moeten verschillende kleuren hebben:  $WA \neq NT, \dots$
- Oplossingen:  
Bvb  
 $\{WA=R, NT=G, Q=R, NSW=G, V=R, SA=B, T=G\}$



# CONSTRAINT GRAPH



Tasmania is een onafhankelijk sub-probleem



# VOORBEELD: N KONINGINNEN-PROBLEEM

- Variabelen:

$Q_k$

- Domeinen:

$\{1, 2, \dots, N\}$

- Restricties:

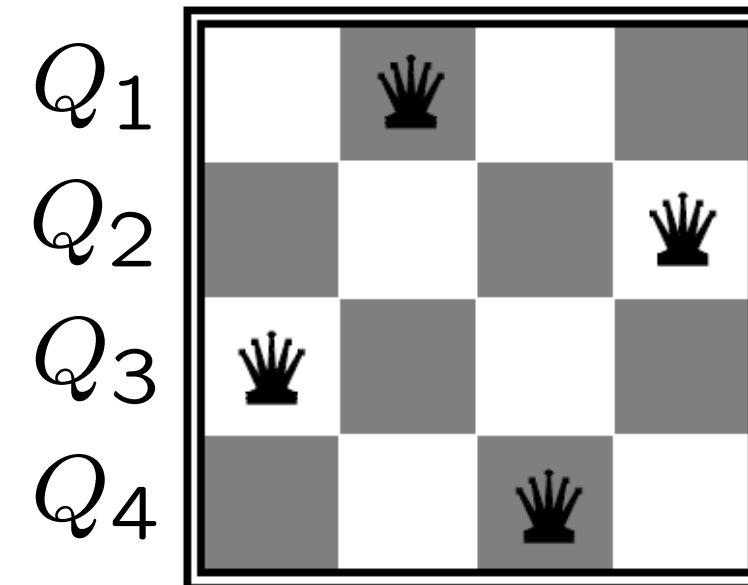
Impliciet:

$\forall i, j \text{ non-threatening}(Q_i, Q_j)$

Expliciet

$(Q_1, Q_2) \in \{(1, 3), (1, 4), \dots\}$

$\dots$



# CSPS MET DISCRETE VARIABELEN EN EINDIGE DOMEINEN

# TYPES VAN RESTRICTIES

- Unaire restricties
  - Beperken de waarde van één variabele
  - Voorbeeld:  $SA \neq \text{groen}$
- Binaire restricties
  - Gaan over twee variabelen
  - Voorbeeld:  $SA \neq \text{NSW}$
- Hogere orde restricties
  - $>2$  variabelen
  - Voorbeeld: Alldiff (F, T, U, W, R, O)
- „Soft constraints“
  - „Rood is beter dan groen“
  - Vaak voorgesteld adhv een kostfunctie

# VOORBEELD: CRYPTARITMETISCHE PUZZEL

$$\begin{array}{r} T \ W \ O \\ + \ T \ W \ O \\ \hline F \ O \ U \ R \end{array}$$

## Restricties

$$O + O = R + 10 \cdot X_1$$

$$X_1 + W + W = U + 10 \cdot X_2$$

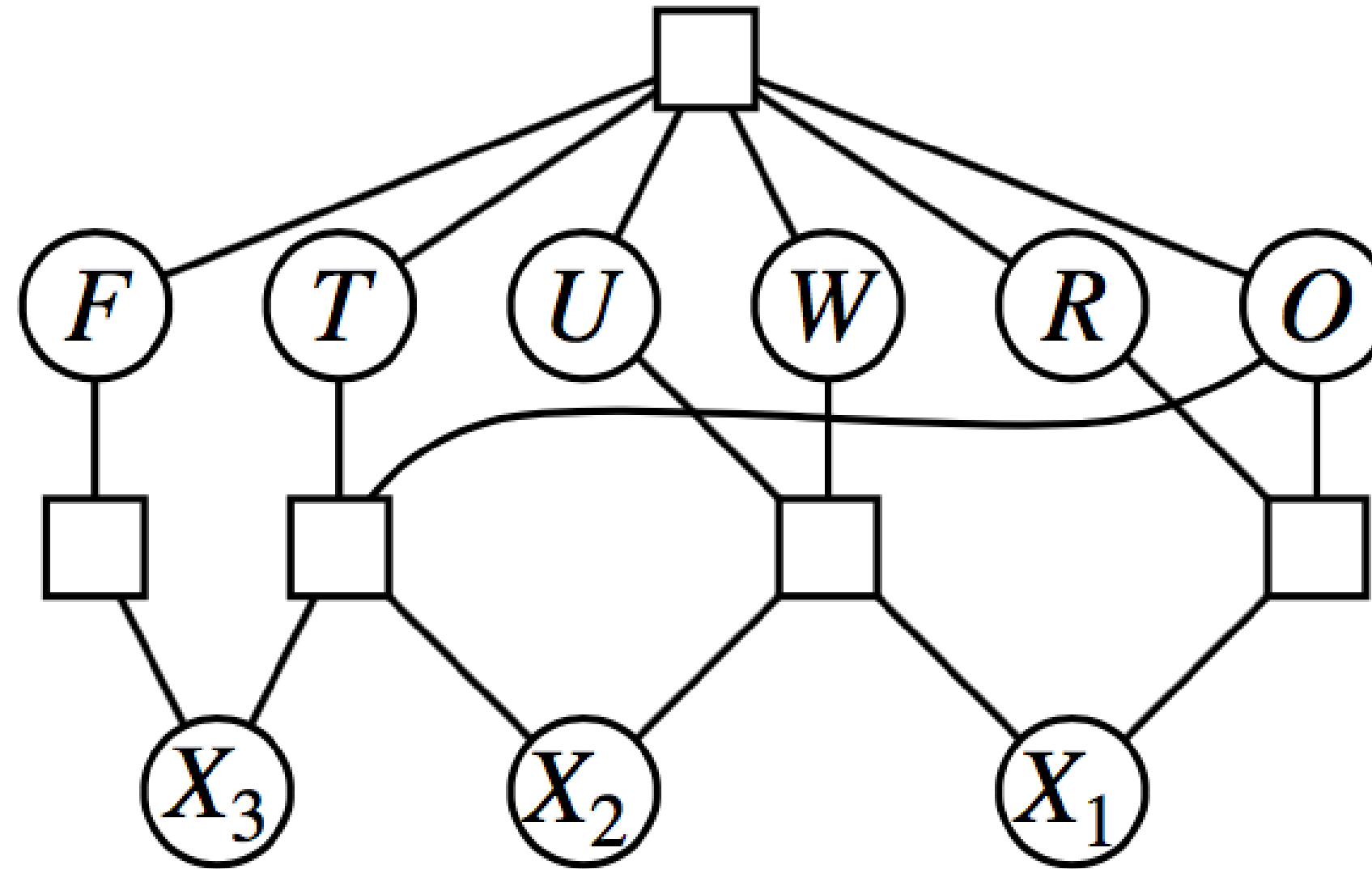
$$X_2 + T + T = O + 10 \cdot X_3$$

$$X_3 = F$$

$$Alldiff(F, T, U, W, R, O)$$

$$V = \{T, W, O, F, U, R, X_1, X_2, X_3\}$$

# CONSTRAINT HYPERGRAPH



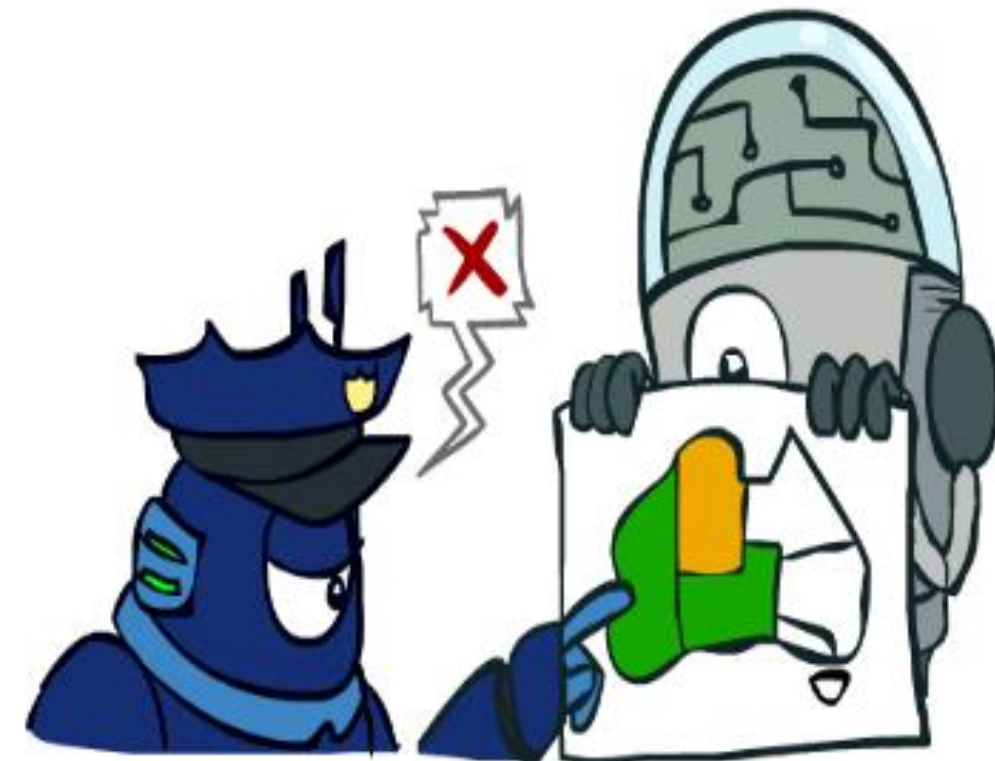
Elke boog in de hypergraph (vierkant) stelt een restrictie voor op een verzameling van variabelen

# VOORBEELDEN VAN CSPS

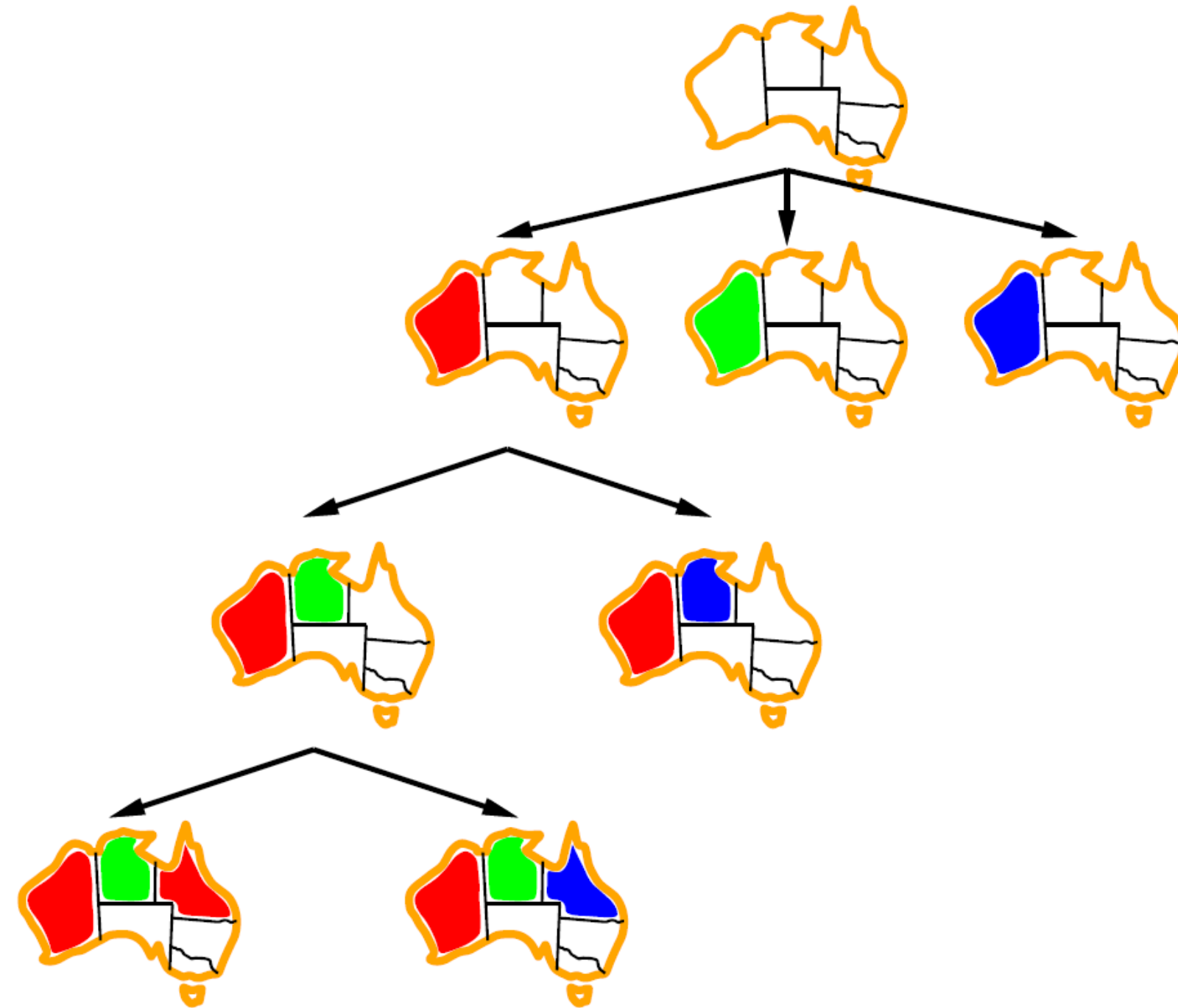
- Toekenningsproblemen
  - Voorbeeld: wie geeft welke les
- Inroosteringsproblemen
  - Welke les wordt wanneer en waar gegeven
- Hardware configuratie
- Transport-problemen/scheduling
- Fabrieksplanning
- In veel van deze problemen: continue variabelen

# BACKTRACKING SEARCH

- Basis zoekmethode voor CSP
- Idee 1: exploreer 1 variabele per keer
  - Kies een vaste volgorde
  - $[WA = \text{rood dan } NT = \text{groen}] = [NT = \text{groen dan } WA = \text{rood}]$
  - Telkens toewijzing aan 1 variabele per stap
- Idee 2: check restricties on-the-fly
  - Beschouw enkel waarden die niet conflicteren met reeds toegekende variabelen
  - Check restricties+goal test
- Equivalent met een depth-first search met 2 extra aanpassingen = backtracking



# VOORBEELD: GRAAF-KLEUREN





# BACKTRACKING: PSEUDOCODE

```
function BACKTRACKING-SEARCH(csp) returns a solution, or failure
  return BACKTRACK( $\{ \}$ , csp)

function BACKTRACK(assignment, csp) returns a solution, or failure
  if assignment is complete then return assignment
  var  $\leftarrow$  SELECT-UNASSIGNED-VARIABLE(csp)
  for each value in ORDER-DOMAIN-VALUES(var, assignment, csp) do
    if value is consistent with assignment then
      add  $\{var = value\}$  to assignment
      inferences  $\leftarrow$  INFERENCE(csp, var, value)
      if inferences  $\neq$  failure then
        add inferences to assignment
        result  $\leftarrow$  BACKTRACK(assignment, csp)
        if result  $\neq$  failure then
          return result
      remove  $\{var = value\}$  and inferences from assignment
  return failure
```

Waar zijn er verbeteringen mogelijk ?

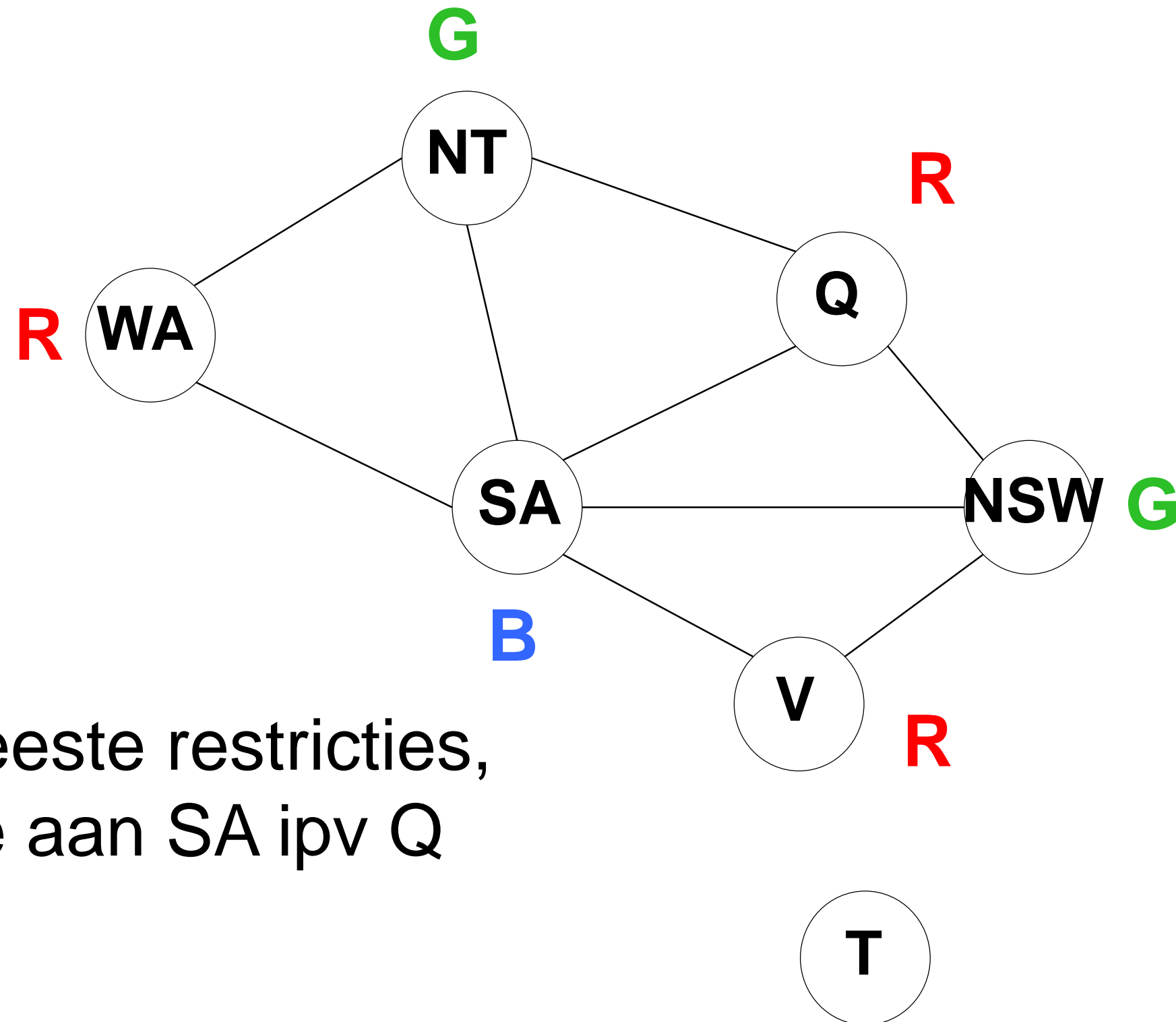
# HEURISTIEKEN VOOR CSPS

- Invloed van de volgorde ?
  - Welke variabelen eerst toekennen ?
  - Welke waarden eerst toekennen ?
- Kunnen we de zoekboom snoeien ?
  - Filtering: vermijden van oplossing die sowieso tot fout zal leiden
  - Kunnen we snel tot een fout komen ?
- Kunnen we specifieke structuur-informatie gebruiken ?

# MINIMUM REMAINING VALUES HEURISTIEK (MRV)

- Kies de variabele met het minst mogelijke waarden
  - Ook wel “most constrained variable” of “fail-first” heuristiek genaamd
- Als er een variabele  $X$  met 0 mogelijke goede toekenning overblijft, zal MRV  $X$  kiezen, en onmiddellijk een fout detecteren
  - Zorgt voor direct snoeien in de zoekruimte

# CONSTRAINT GRAPH



SA heeft meeste restricties,  
Dus wijs toe aan SA ipv Q

# SPEEDUP

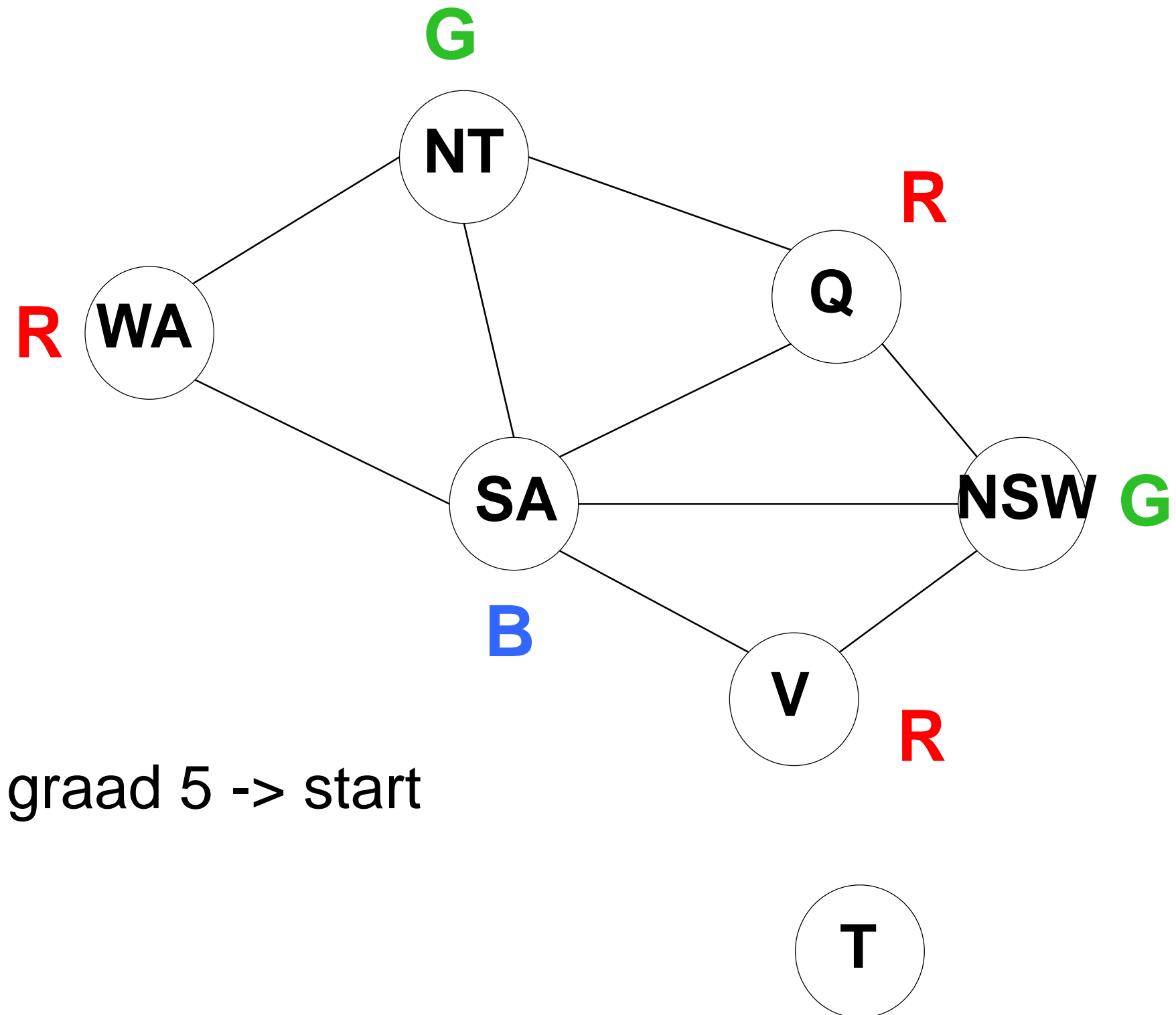
- Aantal consistency checks nodig om tot een oplossing te komen:

Problem	Backtracking	BT+MRV
USA	(> 1,000K)	(> 1,000K)
<i>n</i> -Queens	(> 40,000K)	13,500K
Zebra	3,859K	1K
Random 1	415K	3K
Random 2	942K	27K

# DE GRAAD-HEURISTIEK

- MRV heuristiek helpt niet bij het kiezen waar we starten
- De graad-heuristiek kiest de variabele die het meeste restricties heeft met andere niet-toegekende variabelen
- MRV heuristiek is typisch beter, maar graad-heuristiek kan nuttig zijn of bij gelijkspel

# VOORBEELD



SA heeft graad 5 -> start

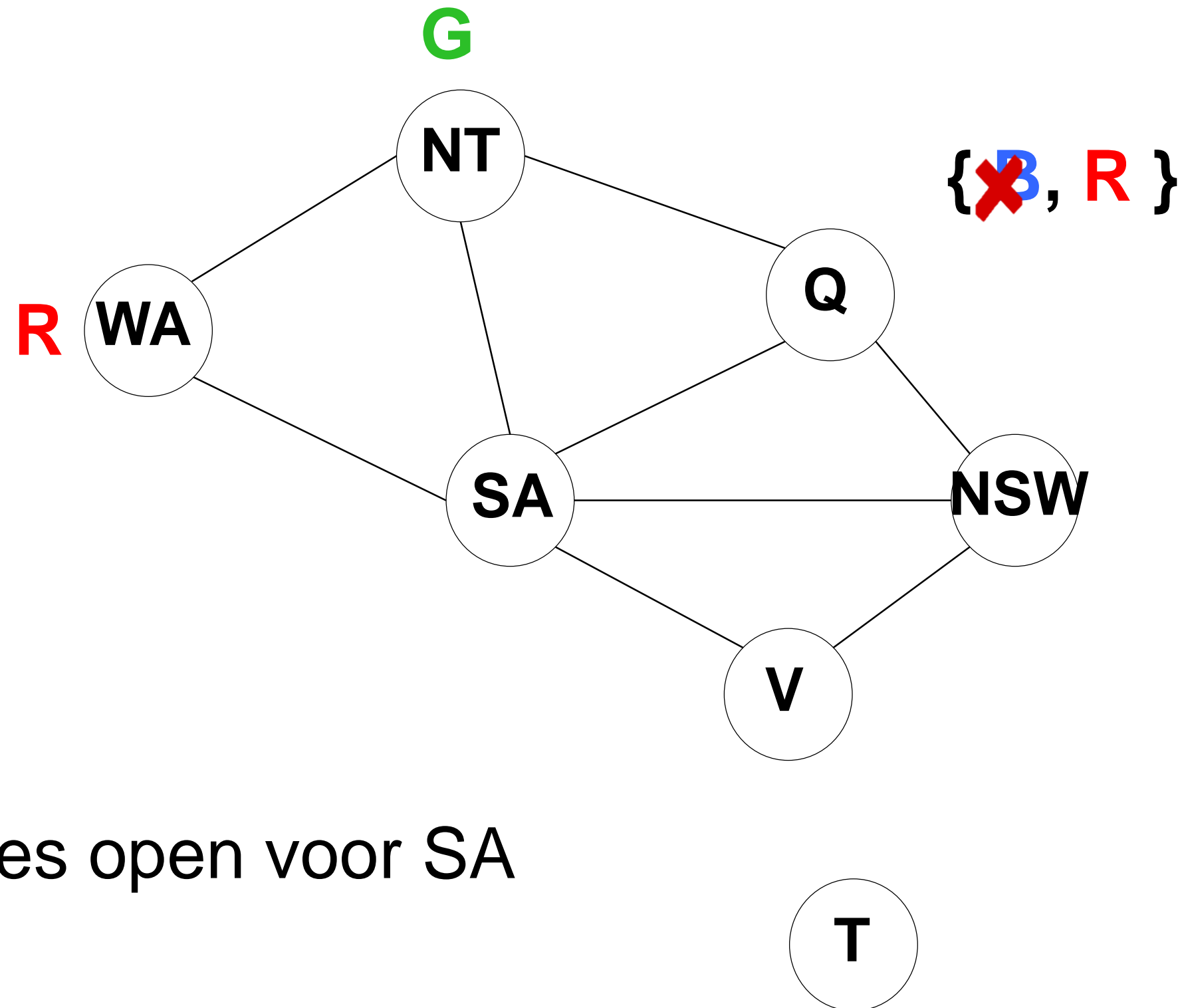
# LEAST-CONSTRAINING-VALUE HEURISTIEK

## LCV

- Eens we een variabele toegekeend hebben, moeten we kiezen in welke volgorde we de mogelijke waarden gaan toekennen
- LCV verkiest de waarde die de meeste opties open houdt voor naburige variabelen in de constraint graph



# LEAST-CONSTRAINING-VALUE HEURISTIC

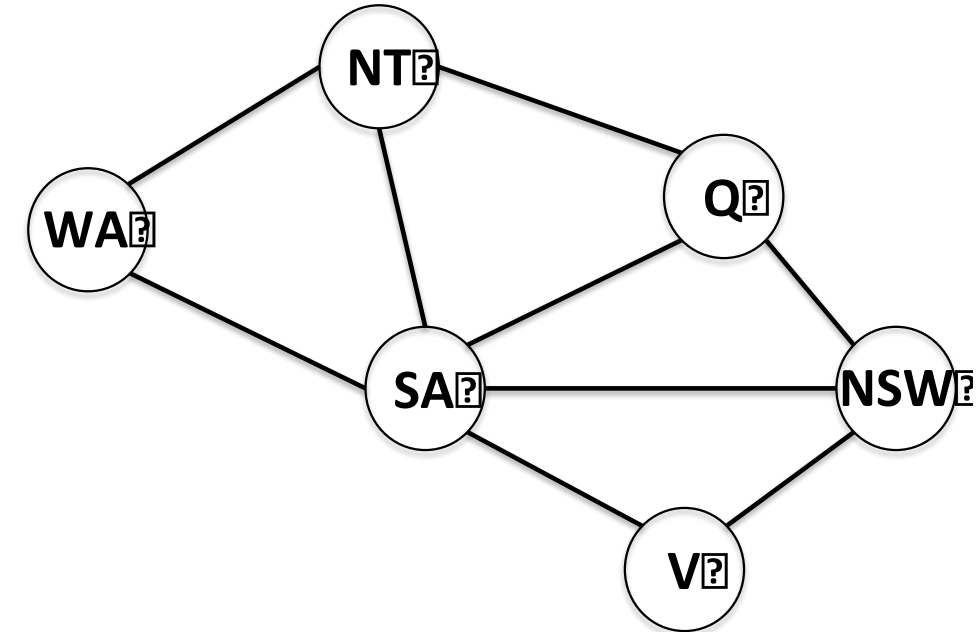


Hou opties open voor SA

# FILTERING: FORWARD CHECKING

- Stel dat variabele  $X$  toegewezen is
- Kijk vervolgens naar elke niet-toegewezen variabele  $Y$  die geconnecteerd is met  $X$  door een restrictie
- Verwijder uit domein van  $Y$  die waarden die inconsistent zijn met de gekozen waarde voor  $X$

# VOORBEELD



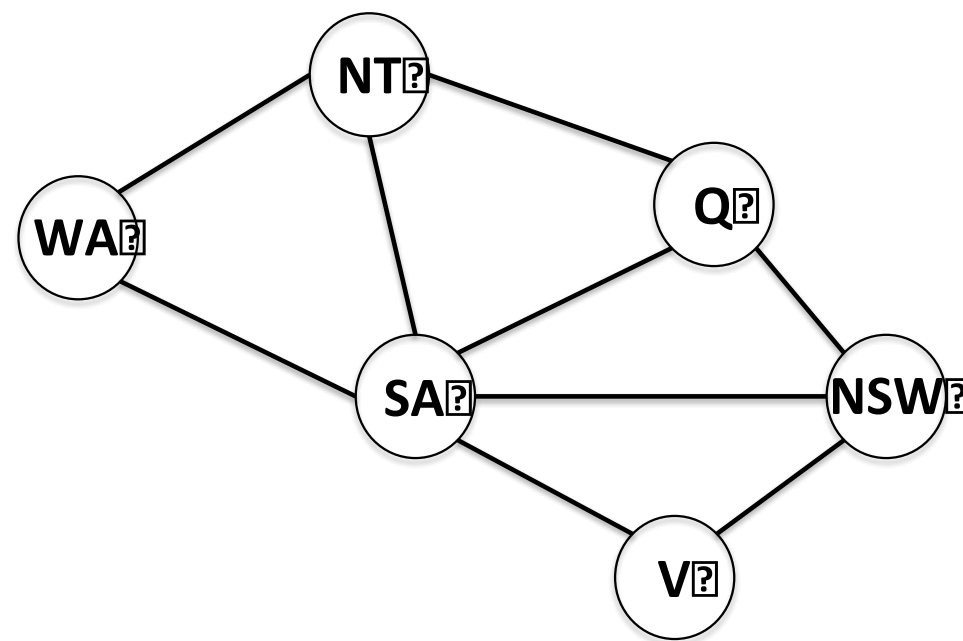
	<i>WA</i>	<i>NT</i>	<i>Q</i>	<i>NSW</i>	<i>V</i>	<i>SA</i>	<i>T</i>
Initial domains	R G B	R G B	R G B	R G B	R G B	R G B	R G B
After <i>WA=red</i>	Ⓡ	G B	R G B	R G B	R G B	G B	R G B

- Forward checking is een efficiënte manier om incrementeel de informatie te berekenen die de MRV heuristiek nodig heeft
- Na WA zal MRV automatisch SA selecteren en dan NT

# SPEEDUP

Problem	Backtracking	BT+MRV	Forward Checking	FC+MRV
USA	(> 1,000K)	(> 1,000K)	2K	60
<i>n</i> -Queens	(> 40,000K)	13,500K	(> 40,000K)	817K
Zebra	3,859K	1K	35K	0.5K
Random 1	415K	3K	26K	2K
Random 2	942K	27K	77K	15K

# BEPERKING VAN FORWARD CHECKING



Maar NT en SA zijn geconnecteerd, dus moeten verschillende kleur hebben -> we hadden al kunnen snoeien (en backtracken)

	WA	NT	Q	NSW	V	SA	T
Initial domains	R G B	R G B	R G B	R G B	R G B	R G B	R G B
After <i>WA=red</i>	Ⓡ	G B	R G B	R G B	R G B	G B	R G B
After <i>Q=green</i>	Ⓡ	B	Ⓢ	R B	R G B	B	R G B

Zowel NT als SA moeten blauw kiezen

# PROPAGATIE VAN RESTRICTIES

- Idee: propageer de implicaties van een restrictie op 1 variabele al naar andere variabelen
- Moet snel berekend kunnen worden
  - Het heeft niet veel zin om meer tijd te steken in het berekenen van constraint propagatie dan om echt de zoekboom te doorzoeken

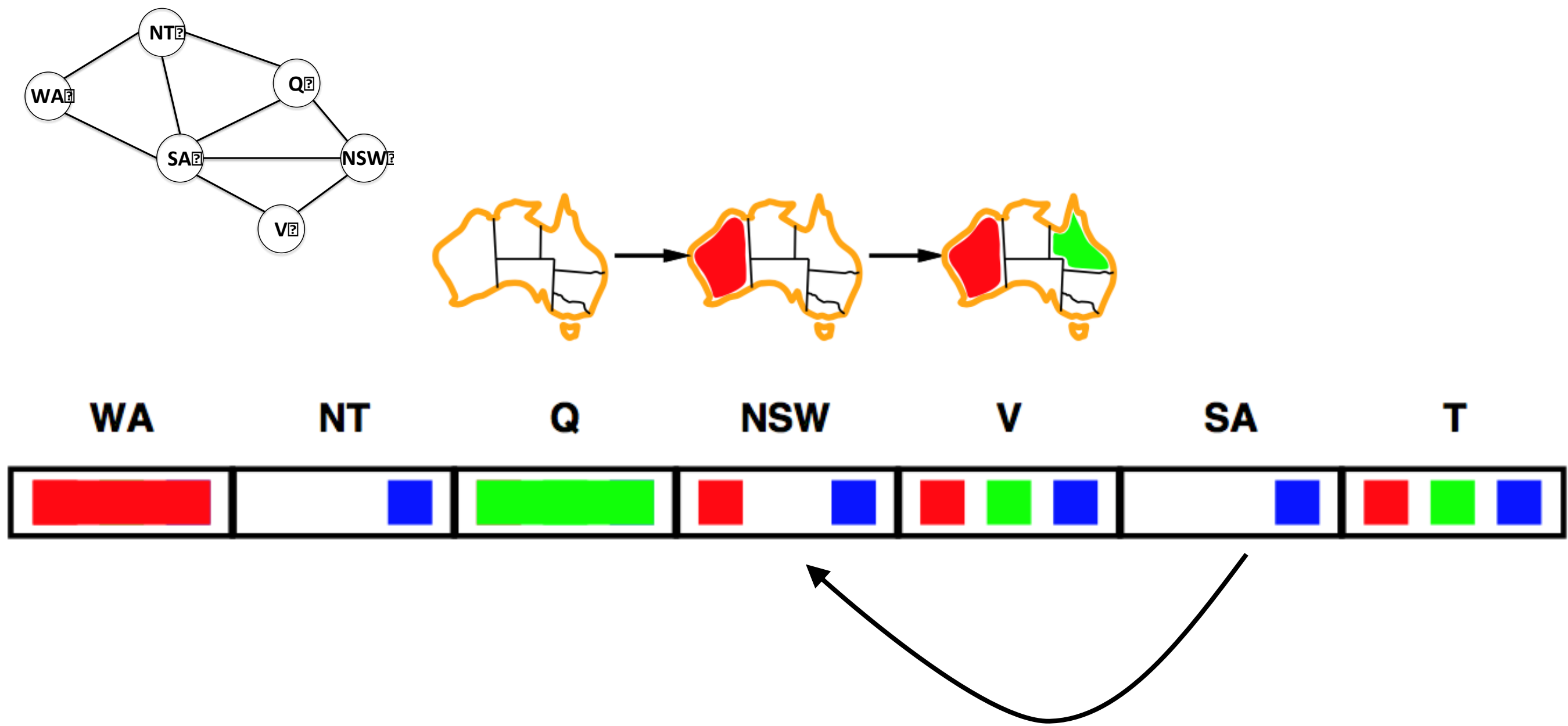
# BOOGCONSISTENTIE (AC3)

- Meest simpele vorm van propagatie maakt elke boog consistent:

$X \rightarrow Y$  is **consistent** *asa* voor elke waarde  $x$  van  $X$  er een toegelaten waarde  $y$  van  $Y$  is

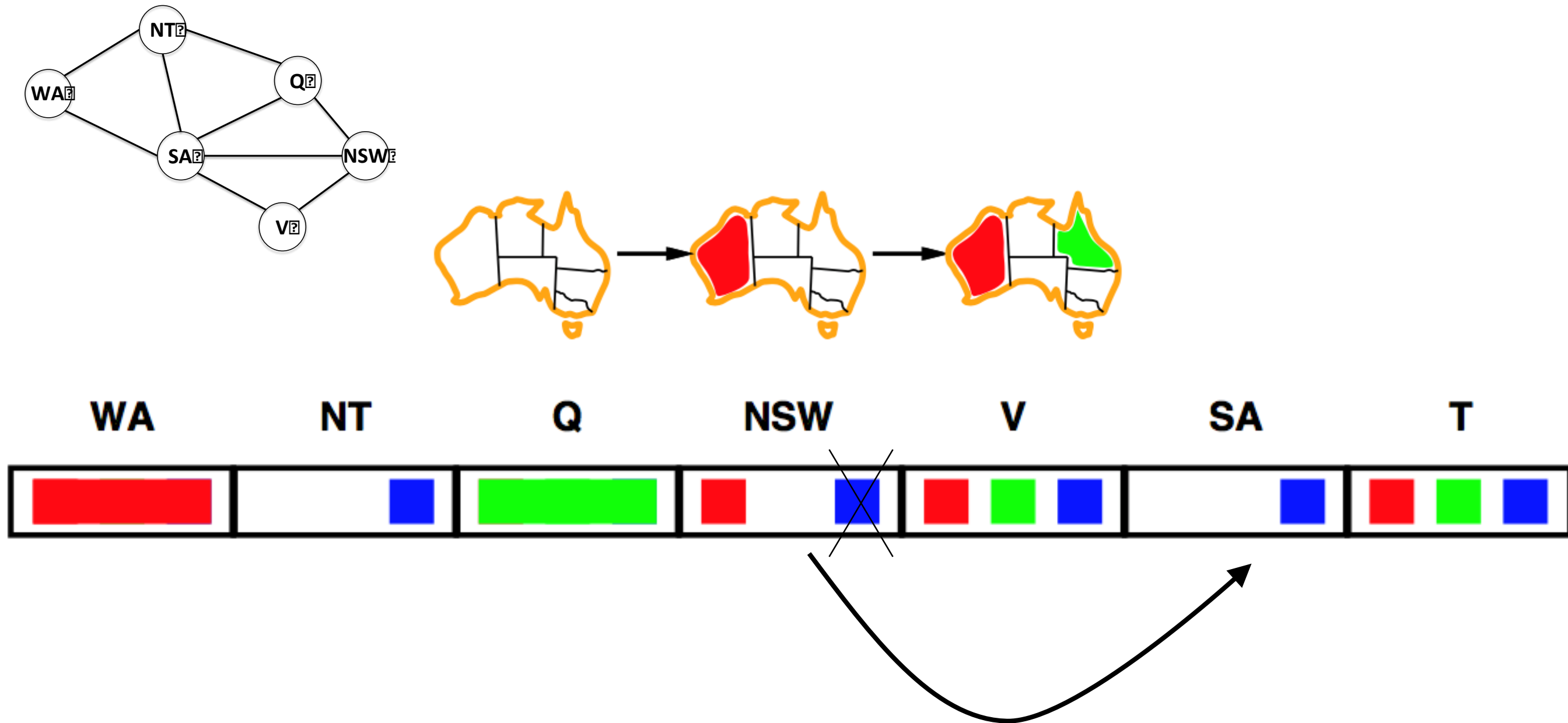
	<i>WA</i>	<i>NT</i>	<i>Q</i>	<i>NSW</i>	<i>V</i>	<i>SA</i>	<i>T</i>
Initial domains	R G B	R G B	R G B	R G B	R G B	R G B	R G B
After <i>WA=red</i>	Ⓐ	G B	R G B	R G B	R G B	G B	R G B
After <i>Q=green</i>	Ⓐ	B	Ⓔ	R B	R G B	B	R G B

# BOOGCONSISTENTIE



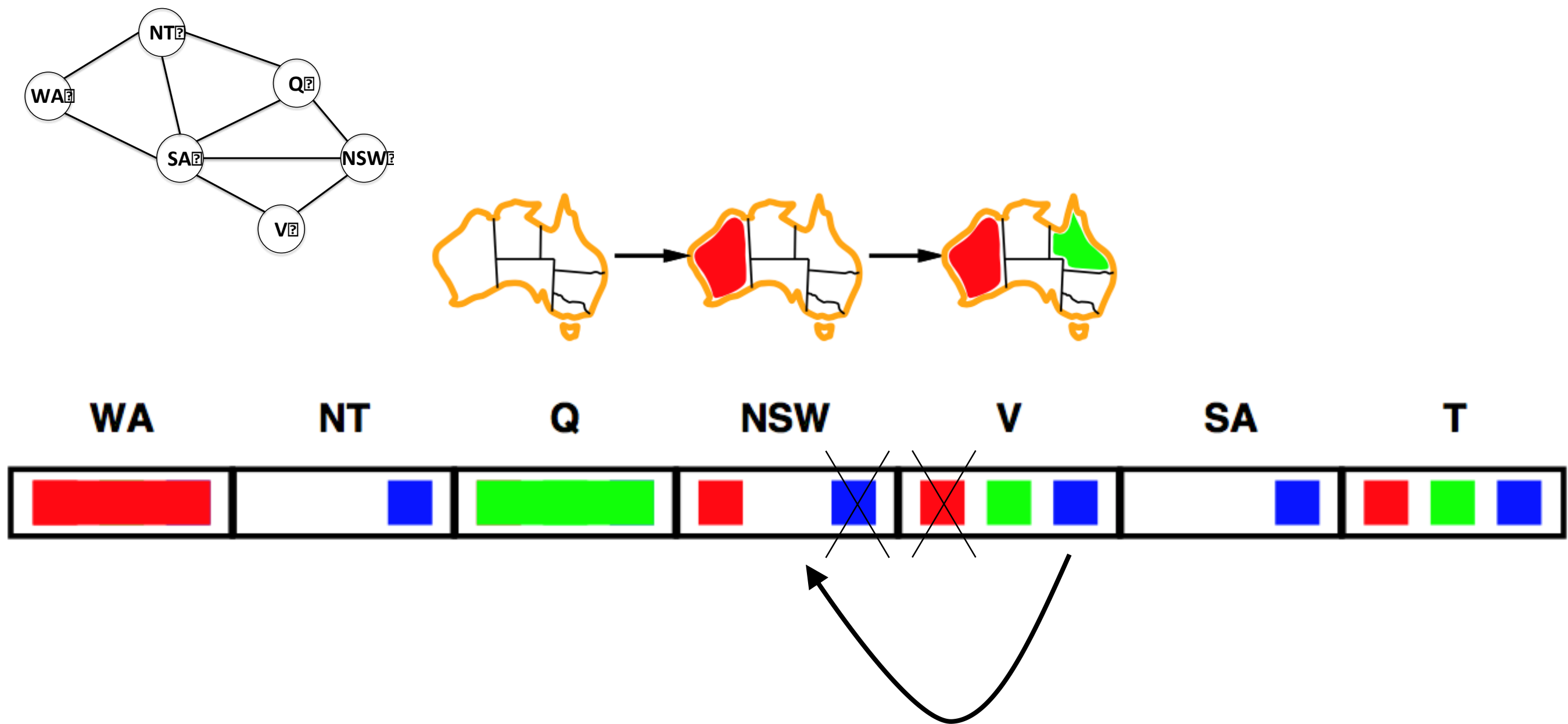


# BOOGCONSISTENTIE

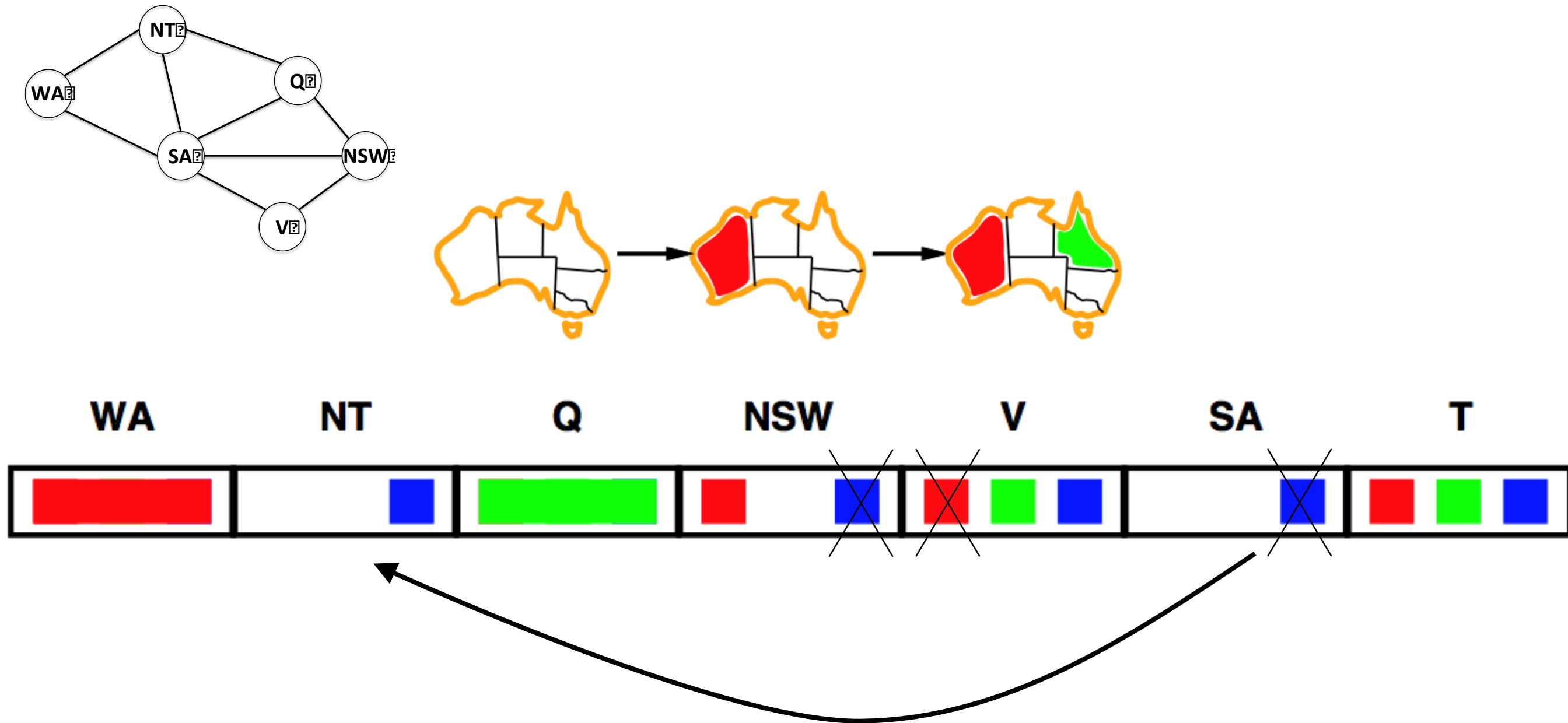


Als we van X een waarde elimineren moeten we de burenen van X opnieuw controleren

# BOOGCONSISTENTIE



# BOOGCONSISTENTIE



- Boogconsistentie detecteert fout sneller dan forward checking
- Kan als pre-processor gerund worden voor elke toekenning

# BOOGCONSISTENTIE: PSEUDOCODE

**function** **AC-3**( *csp*) **returns** the CSP, possibly with reduced domains

**inputs:** *csp*, a binary CSP with variables  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$

**local variables:** *queue*, a queue of arcs, initially all the arcs in *csp*

**while** *queue* is not empty **do**

$(X_i, X_j) \leftarrow \text{REMOVE-FIRST}(\textit{queue})$

**if** **REMOVE-INCONSISTENT-VALUES**( $X_i, X_j$ ) **then**

**for each**  $X_k$  **in** **NEIGHBORS**[ $X_i$ ] **do**

            add  $(X_k, X_i)$  to *queue*

---

**function** **REMOVE-INCONSISTENT-VALUES**(  $X_i, X_j$ ) **returns** true iff succeeds

*removed*  $\leftarrow$  *false*

**for each**  $x$  **in** **DOMAIN**[ $X_i$ ] **do**

**if** no value  $y$  in **DOMAIN**[ $X_j$ ] allows  $(x, y)$  to satisfy the constraint  $X_i \leftrightarrow X_j$

**then** delete  $x$  from **DOMAIN**[ $X_i$ ]; *removed*  $\leftarrow$  *true*

**return** *removed*

# AC3 COMPLEXITEIT

- $N$ =aantal variabelen,  $d$ =max. domeingrootte
- Een binair CSP heeft ten hoogste  $O(N^2)$  bogen
- Elke boog( $X_k, X_i$ ) kan maximum  $d$  keer in de wachtrij toegevoegd worden ( $d$  waarden)
- Checken van de consistentie van een boog kan gedaan worden in  $O(d^2)$  tijd
- Totale worst-case tijd is  $O(N^2 d^3)$ 
  - Hoewel dit duurder is dan forward checking, is deze extra kost meestal wel de moeite waard

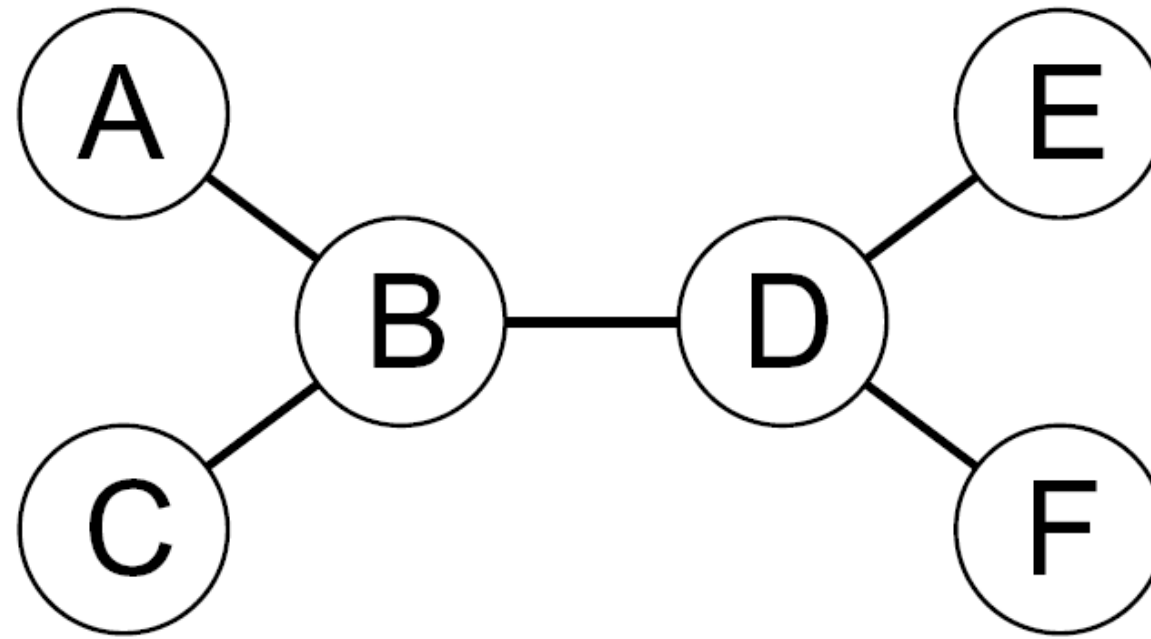
# STERKERE VORMEN VAN CONSTRAINT PROPAGATIE

- Een CSP is ***k-consistent*** als, voor elke verzameling van  $k - 1$  variabelen en voor elke consistente toewijzing aan die variabelen, er een consistente toewijzing kan gebeuren aan elke  $k^e$  variabele
- 1-consistency = node consistency
- 2-consistency = arc consistency
- 3-consistency = path consistency
  - Elk paar aanliggende variabelen kan steeds uitgebreid worden naar een derde aanliggende variabele

# STRUCTUUR UITBUITEN

- Extreem geval: onafhankelijke deelprobleem
  - Voorbeeld: Tasmania
- Onafhankelijke deelproblemen zijn elk een component van de constraint graaf
  - Stel dat de graaf met  $n$  variabelen kan opgedeeld worden in onafhankelijke deelproblemen van elk  $c$  variabelen
  - Worst-case kost is  $O((n/c)(d^c))$ , lineair in  $n$
  - Voorbeeld:  $n = 80$ ,  $d = 2$ ,  $c = 20$ 
    - $2^{80} = 4$  miljard jaar (10 miljoen knopen/sec)
    - $(4)(2^{20}) = 0.4$  seconds (10 miljoen knopen/sec)

# CSPS MET BOOMSTRUCTUUR

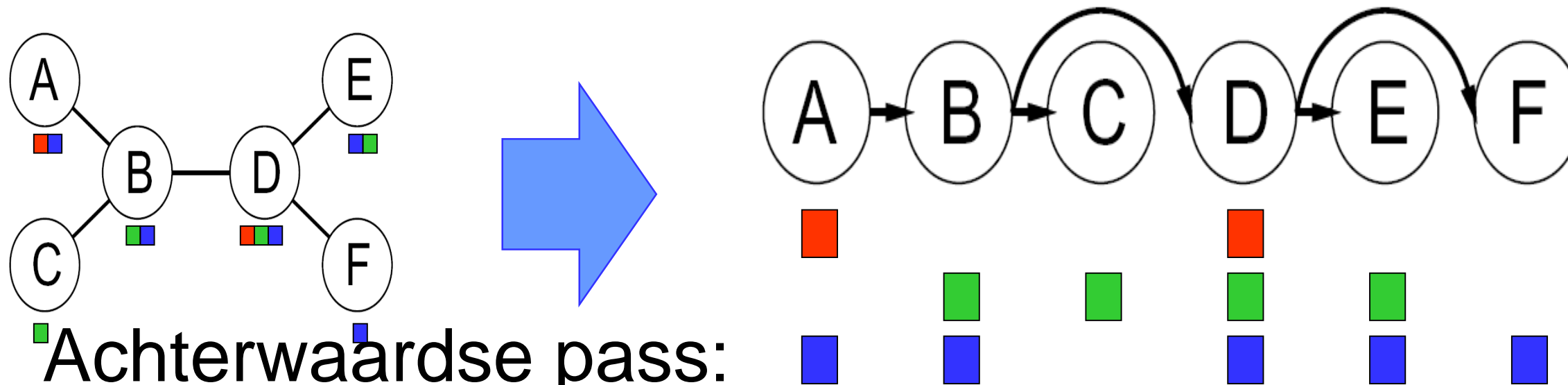


- Theorema: als de constraint graaf geen cykels bevat kan het CSP opgelost worden in  $O(n d^2)$  tijd
  - Algemeen geval was  $O(d^n)$



# CSPS MET BOOMSTRUCTUUR: ALGORITME

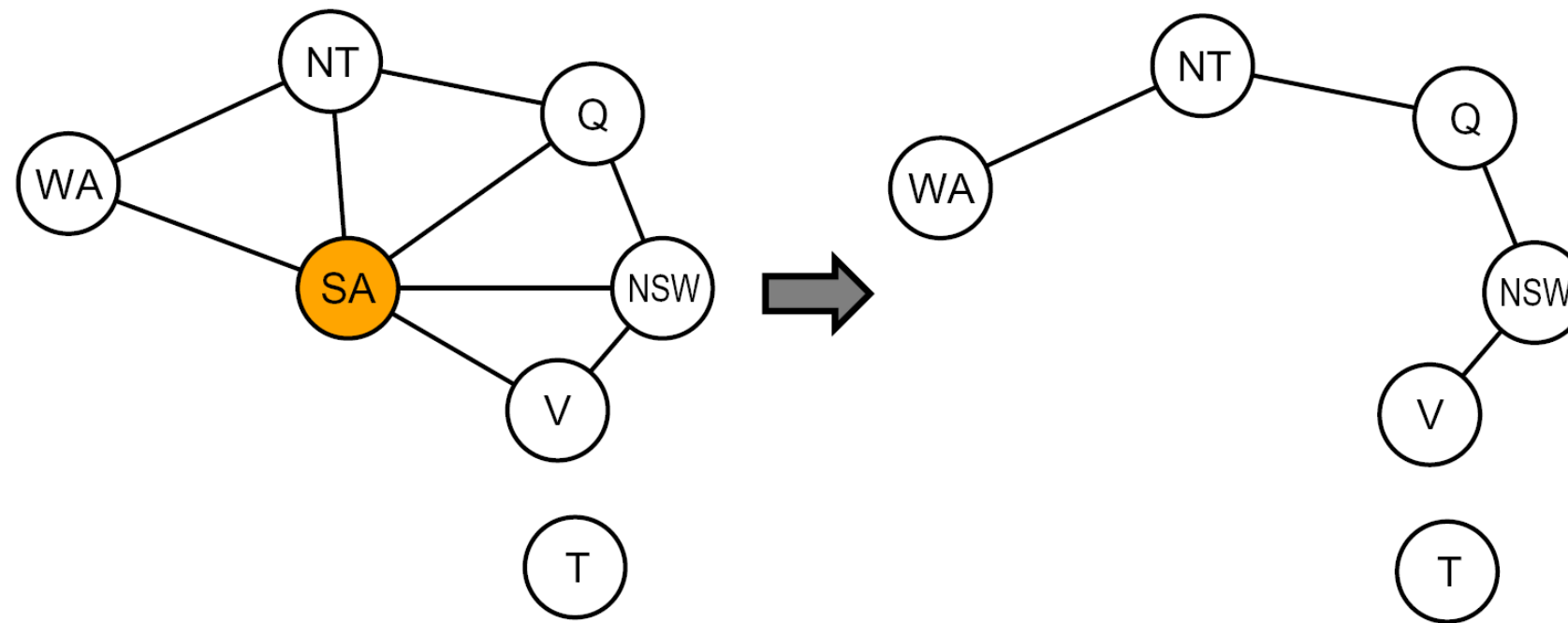
1. Volgorde: kies een wortel-variable, en rangschik zodat ouder-knopen kind-knopen voorafgaan



1. Achterwaardse pass:  
For  $i = n : 2$ , apply  
 $\text{RemoveInconsistent}(\text{Parent}(X_i), X_i)$
2. Voorwaartse pass:  
For  $i = 1 : n$ , assign  $X_i$  consistently with  
 $\text{Parent}(X_i)$

Runtime:  $O(n d^2)$

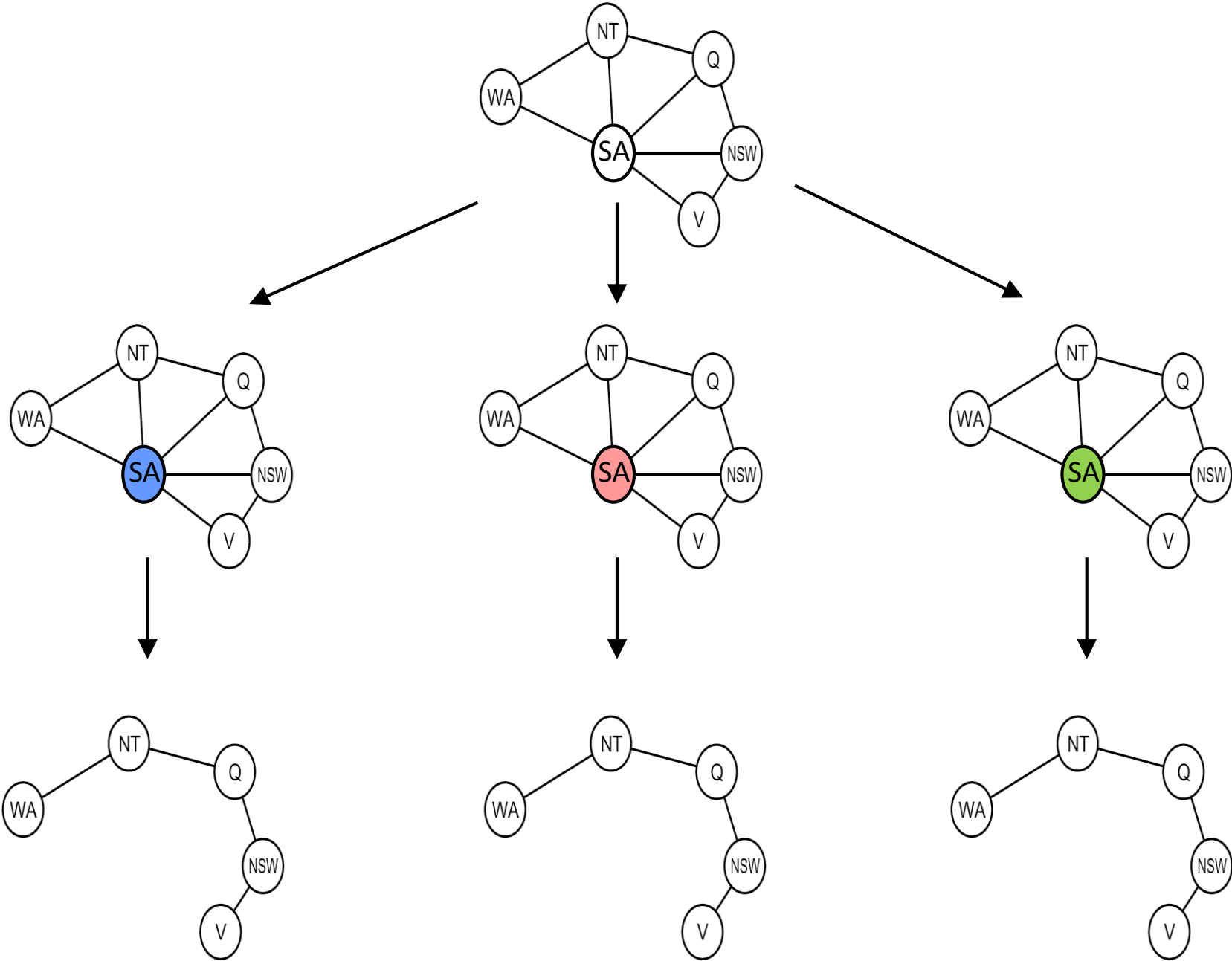
# CSPS MET “BIJNA” BOOMSTRUCTUUR



- We gebruiken een trucje: conditionering
  - Ken een waarde toe aan een variabele, snoei domeinen van zijn burens
- “Cutset conditioning”
  - Overloop alle toekenningen aan een verzameling van variabelen zodat de resterende constraint graaf een boomstructuur heeft
- Cutset van grootte  $c$  resulteert in tijd  $O( (d^c) (n-c) d^2 )$ 
  - Snelheidswinst voor kleine waarden van  $c$

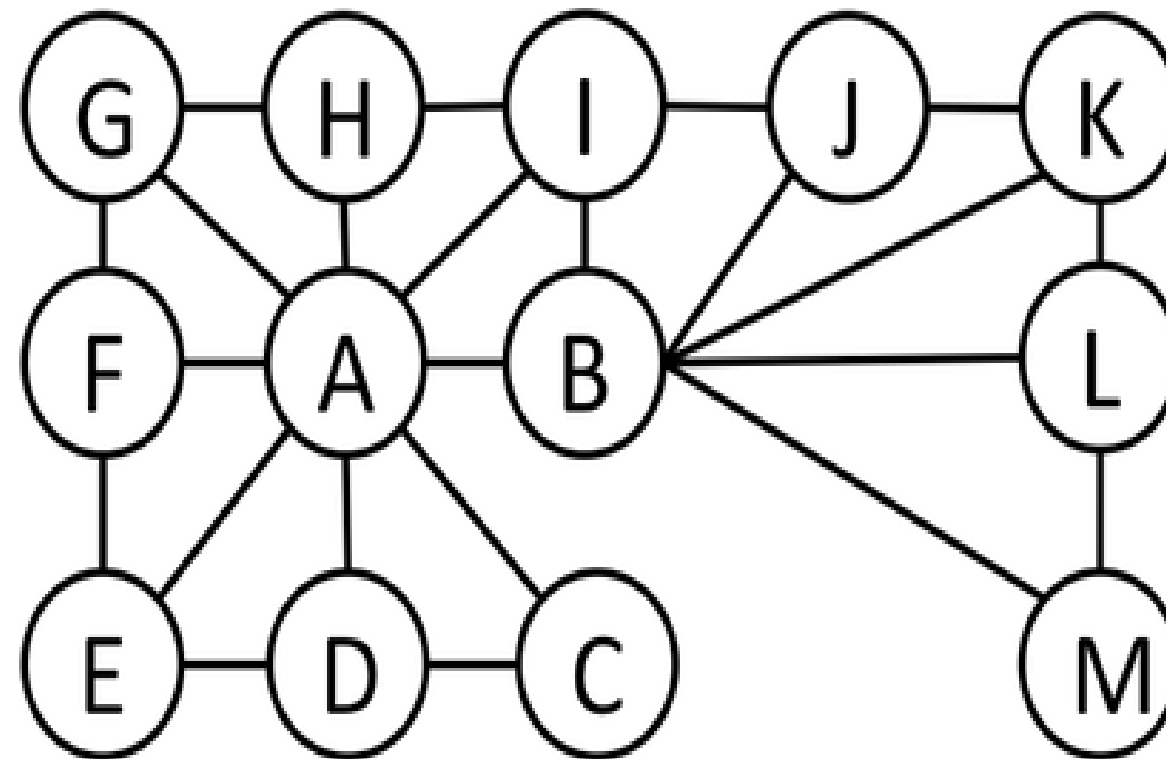
# CUTSET CONDITIONING

Kies een  
ken  
cutset  
waarden  
toe aan cut  
set (alle  
mogelijke  
Bereken  
den)  
resterend  
CSP  
probleem  
in  
boomvorm  
op



# CUTSET QUIZ

- Wat is de kleinste cutset voor onderstaande graaf ?



# COMPLEXERE TYPES CSPS

- Discrete variabelen met oneindig domein
  - E.g. alle integers
  - Lineaire constraints of niet-lineaire constraints
  - Scheduling problemen
    - $\text{StartJob}_1 + 5 \leq \text{StartJob}_3$
- Continue variabelen
  - Convexe programmering
  - Lineaire programmering
  - Quadratische programmering
  - Second order cone programming (SOCP)

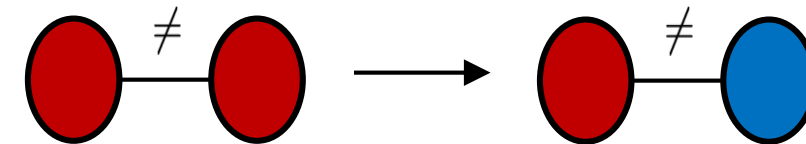
# LOKALE ZOEKMETHODEN VOOR CSPS

# OVERZICHT

- **Constraint satisfaction problems (CSPs)**
  - Backtracking
  - Heuristieken
  - CSPs en boomstructuren
  - **Local search**

# ITERATIEVE ALGORITMEN VOOR CSPS

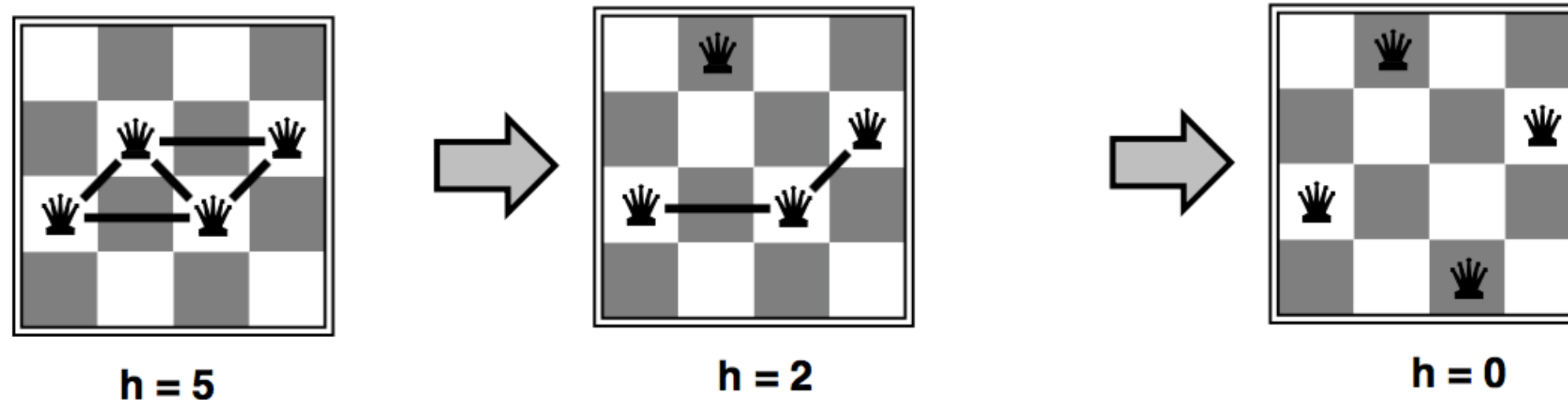
- Lokale zoekmethoden werken typisch op complete toekenningen (alle variabelen hebben een waarde toegekend)
- Voor CSPs:
  - Neem een toewijzing waarvan de restricties nog niet allemaal vervuld zijn
  - Operatoren kiezen nieuwe waarden voor de variabelen
  - Geen “zoekfront”
- Algoritme:
  - While(no solution) do
    - Selecteer variabele: kies willekeurig een variabele met een conflict
    - Kies een nieuwe waarde voor de variabele:
      - Bvb min-conflicts heuristiek
        - Kies een waarde die het minste constraints schendt
      - Voorbeeld: hill climbing met  $h(n)$  = totaal aantal geschonden constraints





# VOORBEELD: HILL-CLIMBING VOOR N KONINGINNEN

- Toestanden:
  - 4 koninginnen in 4 kolommen ( $4^4 = 256$  states)
- Operatoren:
  - Verplaats 1 koningin in 1 kolom
- Doeltest: geen aanvallen mogelijk
- Evaluatiefunctie:  $h(n) = \text{aantal aanvallen}$ 
  - Minimaliseer

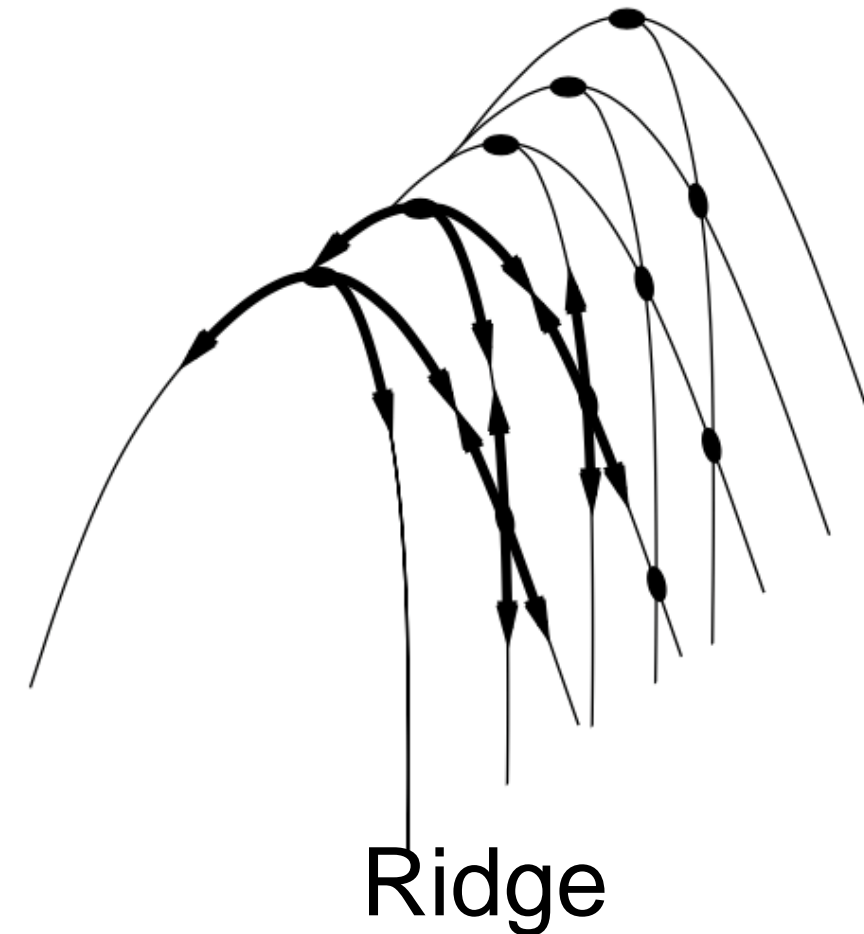
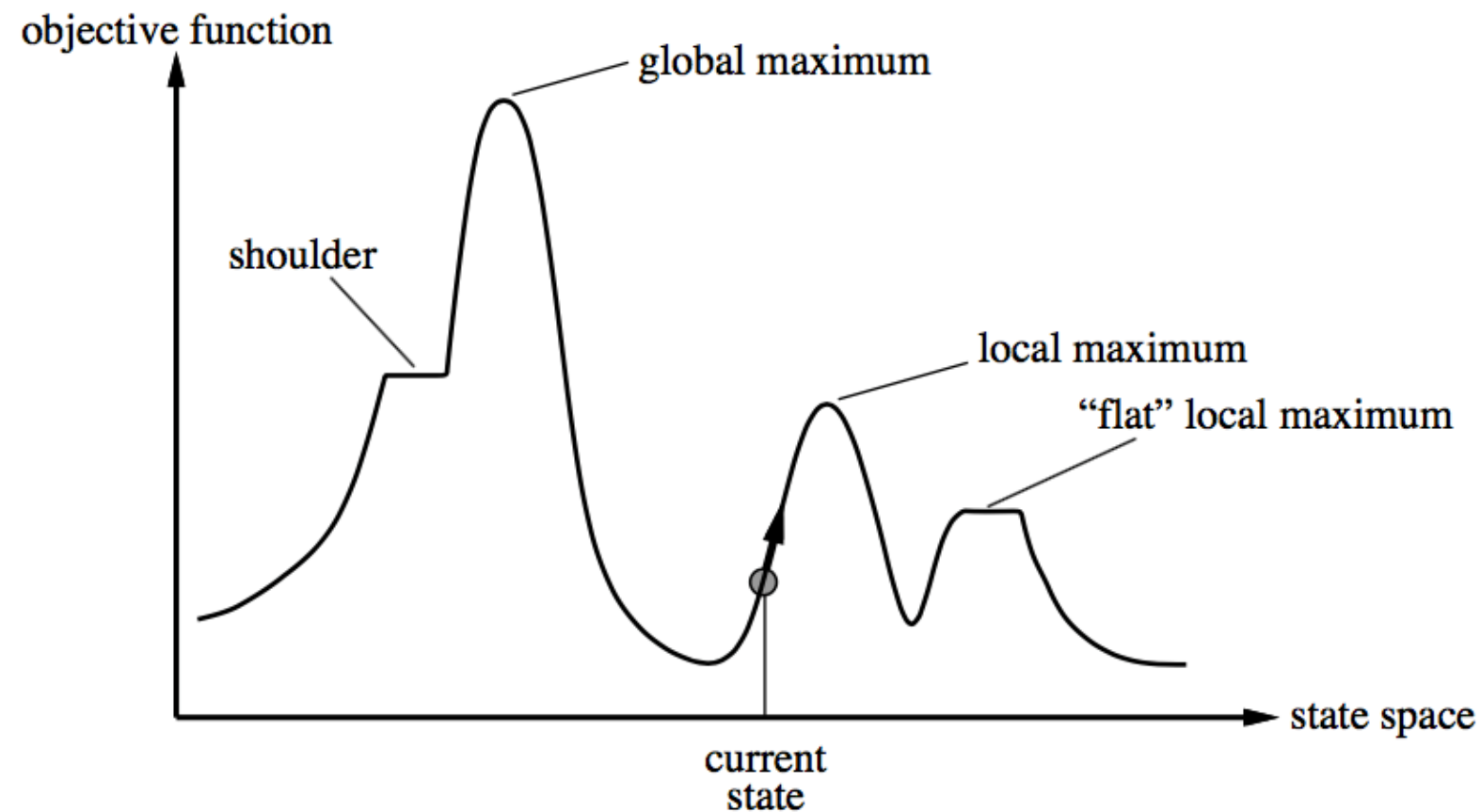


# HILL CLIMBING ALGORITME (AKA STEEPEST ASCENT, AKA GREEDY LOCAL SEARCH)

**function** HILL-CLIMBING(*problem*) **returns** a state that is a local maximum  
inputs: *problem*, a problem  
local variables: *current*, a node  
                  *neighbor*, a node  
  
*current*  $\leftarrow$  MAKE-NODE(INITIAL-STATE[*problem*])  
**loop do**  
    *neighbor*  $\leftarrow$  a highest-valued successor of *current*\*  
    **if** VALUE[neighbor]  $\leq$  VALUE[current] **then return** STATE[*current*]  
    *current*  $\leftarrow$  *neighbor*  
**end**

\* Als we een heuristiek  $h$  gebruiken, dan zouden we de buur met de beste  $h$  waarde kiezen

# NADELEN VAN HILL-CLIMBING



- Compleet ? Optimaal ?
  - Lokale maxima
  - Ridges
- Plateau's

# HILL CLIMBING: AANPASSINGEN

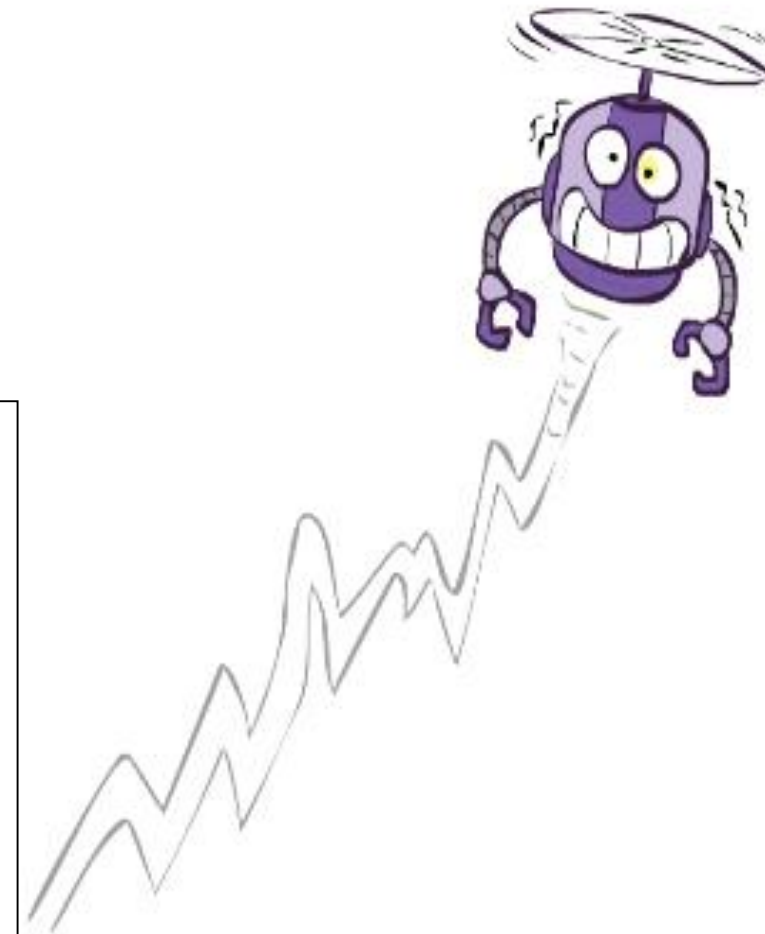
- Stochastische hill climbing
  - Kies een willekeurig punt tussen alle mogelijke oplossingen die de kostfunctie verbeteren
- “First-choice” hill climbing
  - Genereer willekeurige opvolgers totdat we een tegenkomen die beter is dan de huidige toestand
- “Random-restart” hill climbing
  - Herhaal het zoekalgoritme een aantal keer, te starten van van verschillende willekeurig gekozen startpunten

# SIMULATED ANNEALING

- Idee: ontsnap uit een lokaal maximum door stappen “bergaf” toe te laten
  - Maar neem kleinere en minder frequente stappen bergaf naarmate de tijd vordert

```
function SIMULATED-ANNEALING(problem, schedule) returns a solution state
  inputs: problem, a problem
           schedule, a mapping from time to “temperature”
  local variables: current, a node
                   next, a node
                   T, a “temperature” controlling prob. of downward steps

  current ← MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem])
  for t ← 1 to ∞ do
    T ← schedule[t]
    if T = 0 then return current
    next ← a randomly selected successor of current
     $\Delta E \leftarrow \text{VALUE}[\textit{next}] - \text{VALUE}[\textit{current}]$ 
    if  $\Delta E > 0$  then current ← next
    else current ← next only with probability  $e^{\Delta E/T}$ 
```



# SIMULATED ANNEALING: EIGENSCHAPPEN

- De probabiliteit om een slechtere oplossing te aanvaarden daalt exponentieel met de kwaliteit van de oplossing,  $\Delta E$
- Deze probabiliteit daalt ook naarmate de temperatuur  $T$  daalt:
  - “slechte” sprongen zijn vaker toegelaten in het begin van het algoritme
  - Ze worden minder frequent naarmate  $T$  daalt
- Wanneer  $T$  traag genoeg daalt kan gegarandeerd worden dat een globaal optimum gevonden wordt

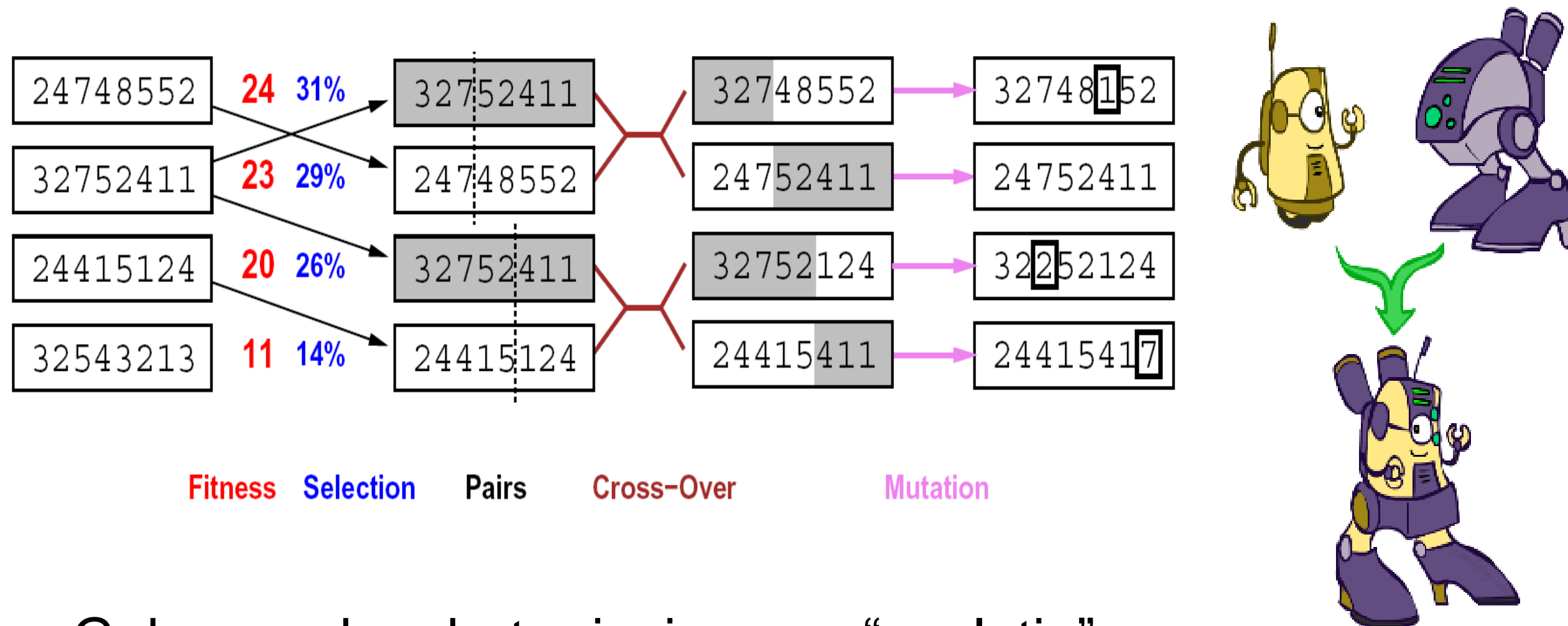
# BEAM SEARCH

- Idee: in plaats van 1 oplossing iteratief aan te passen houden we nu  $k$  oplossingen bij
- Algoritme:
  1. Start met  $k$  willekeurig gegenereerde toestanden
  2. Genereer alle opvolgers van alle  $k$  toestanden
  3. Als een doeltoestand gevonden wordt, geef deze terug, zoniet kies de beste  $k$  van deze opvolger toestanden en iterateer
- Dit is niet hetzelfde als  $k$  parallelle zoekopdrachten te lopen !

# ANDERE METAHEURISTISCHE ZOEKMETHODEN



# GENETISCHE ALGORITMEN



- Gebaseerd op het principe van “evolutie”
  - Hou de beste N oplossingen over bij elke iteratie (selectie), gebaseerd op een “fitness” functie
  - Introduceer diversiteit: crossover en mutatie operatoren

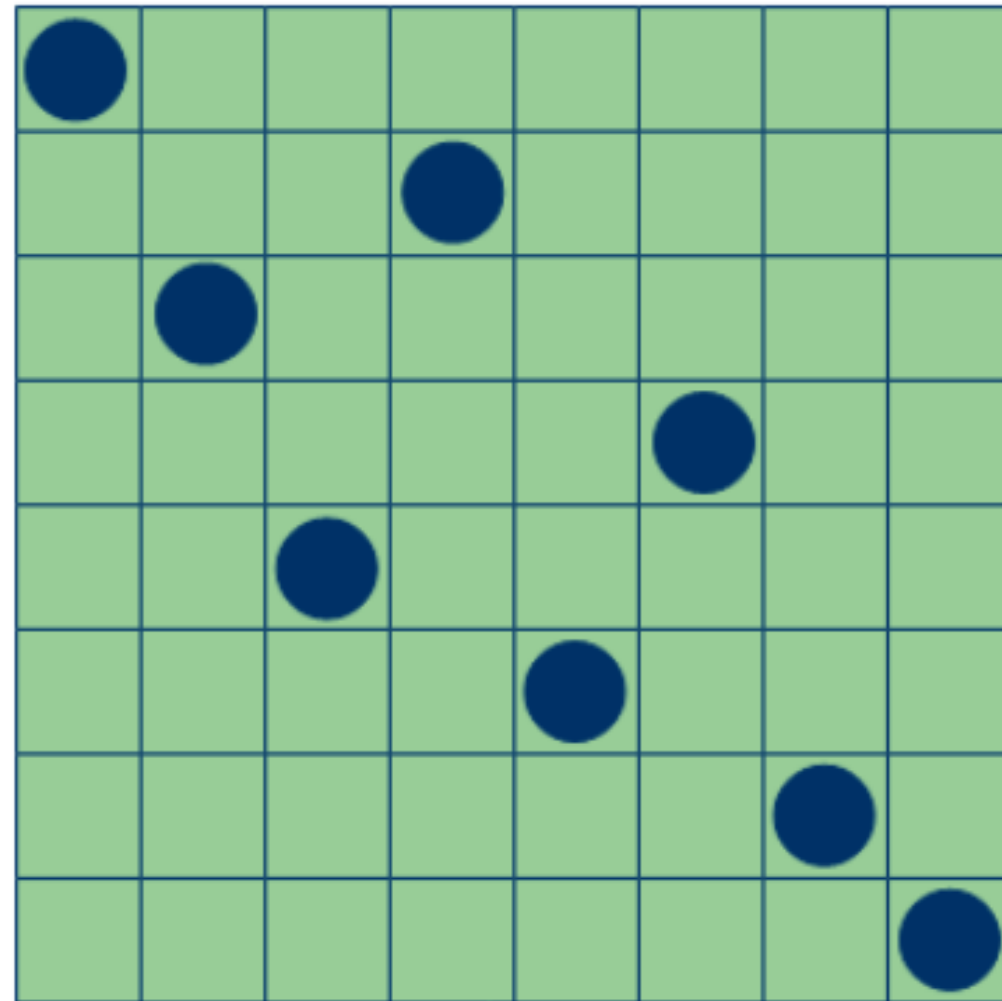
# GA: PSEUDOCODE

1. *Randomly generate an initial population;*
2. *Evaluate each individual;*
3. *Do until termination criterion is met:*
  - 3.1 **Select** some individuals for reproduction;
  - 3.2 Create offspring by **crossing** individuals;
  - 3.3 Occasionally **mutate** some individuals;
  - 3.4 *Evaluate the new individuals;*
  - 3.5 *Compute new population;*
4. *Return a solution;*

# GENETISCHE ALGORITMEN: EIGENSCHAPPEN

- In plaats van 1 oplossing, houden we een verzameling van oplossingen bij (populatie)
- We updaten deze verzameling op basis van de fitness functie en de genetische operatoren:
  - Selectie
  - Crossover (combineer eigenschappen van goede ouders om betere kinderen te maken)
  - Mutatie (exploratie van de zoekruimte)

# VOORBEELD: 8 KONINGINNENPROBLEEM



Voorstelling:  
Permutatie van 1-8



Obvious mapping

1	3	5	2	6	4	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

# EVALUATIEFUNCTIE

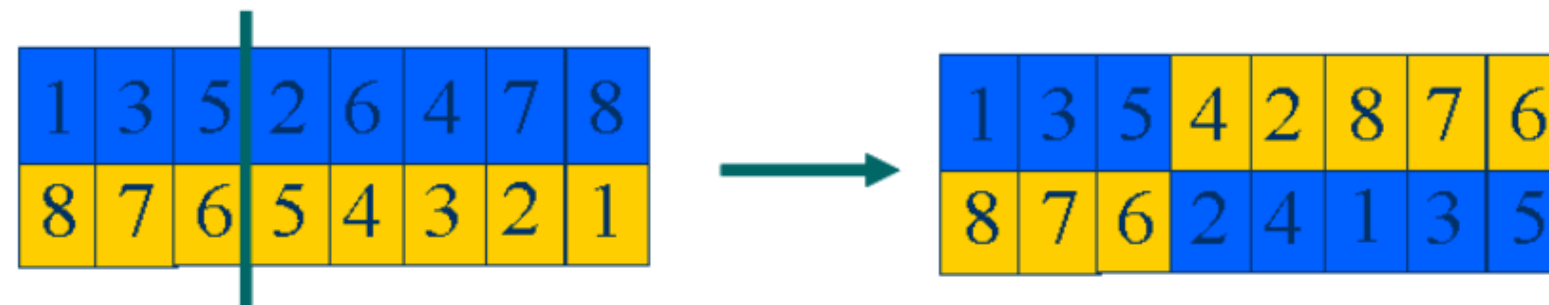
- Penalty voor elke koningin: het aantal andere koninginnen die ze kan schaken
- Totale penalty: som van alle penalties van alle individuele koninginnen
- Doel: vind een (unieke?) configuratie die de totale penalty minimaliseert (idealiter 0)
- Fitness: inverse van de totale penalty

# OPERATOR: SELECTIE

- Keuze van de ouders:
  - Kies 5 ouders, en neem de beste 2 om crossover en mutatie toe te passen
- Volgende populatie
  - Wanneer een nieuw kind gegenereerd wordt, kies een individu om vervangen te worden door het kind:
    - Sorteer de hele populatie op fitness
    - Vervang het eerste individu dat een lagere fitness heeft dan het kind door het kind

# OPERATOR: CROSSOVER

- Combineer 2 permutaties tot een nieuwe permutatie:
  - Kies een willekeurig kruisingspunt
  - Kopieer deel 1 naar de kinderen
  - Maak het tweede deel af door aan te vullen met de andere ouder:
    - In volgorde van voorkomen
    - Begin na het kruisingspunt
    - Sla waarden over die al in het kind aanwezig waren



# OPERATOR: MUTATIE

- Idee: genereer een kleine variatie van de permutatie
- Voorbeeld:
  - Kies 2 willekeurige posities en wissel hun waarden om





# ANDERE BIOLOGISCH GEÏNSPIREERDE ZOEK/OPTIMALISATIE-ALGORITMEN

- Geavanceerde evolutionaire algoritmen:
  - Niching
  - Co-evolutie
  - Eilandmodellen
- Swarm intelligence (PSO)
- Ant colony optimization (ACO)
- Artificial life

# ARTIFICIAL LIFE: VOORBEELDEN

[https://www.youtube.com/watch?v=JBgG\\_VSP7f8](https://www.youtube.com/watch?v=JBgG_VSP7f8)

[https://www.youtube.com/watch?v=CrWj\\_I-UrN4&t=98s](https://www.youtube.com/watch?v=CrWj_I-UrN4&t=98s)