</ Математические алгоритмы поиска кратчайшего пути в программировании />

} /> [

Created by

Жаров Игорь
Семенов Данил

1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1

</ Введение

/> **

Поиск кратчайшего пути

Это важная задача в области математического программирования. Она заключается в нахождении самого короткого (или наиболее выгодного) маршрута в графе, который представляет собой набор объектов (вершин), соединённых линиями (рёбрами).

} /> [

от маршрутизации грузов в логистике до построения маршрутов в GPS-навигаторах. В этом докладе мы рассмотрим два популярных алгоритма, которые решают эту задачу: алгоритм Дейкстры и алгоритм A-стар (A*). Мы обсудим, как они работают, в каких ситуациях их лучше использовать и приведем примеры их применения.

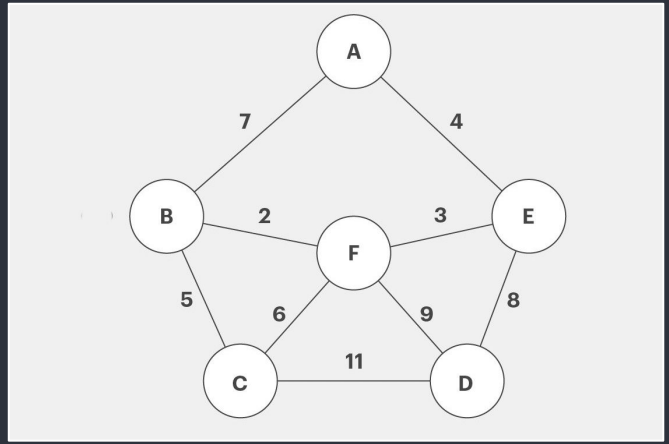
1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1

</ Что такое граф?

Также стоит отметить, что вообще такое граф и для чего он нужен.

Граф - это математическая структура, которая состоит из вершин (узлов) и рёбер (связей) между ними. Ребра могут иметь направление, а также веса — числа, которые обозначают силу связей с вершинами. Графы используются для представления объектов, их взаимосвязей и отношений между ними. Например, в виде графа можно представить социальную сеть, где вершины — это пользователи, дружеские связи между ними — ребра, а веса — это, частота обмена сообщениями.

Граф>



1 0 1 1 0 1 1 0 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1

</>

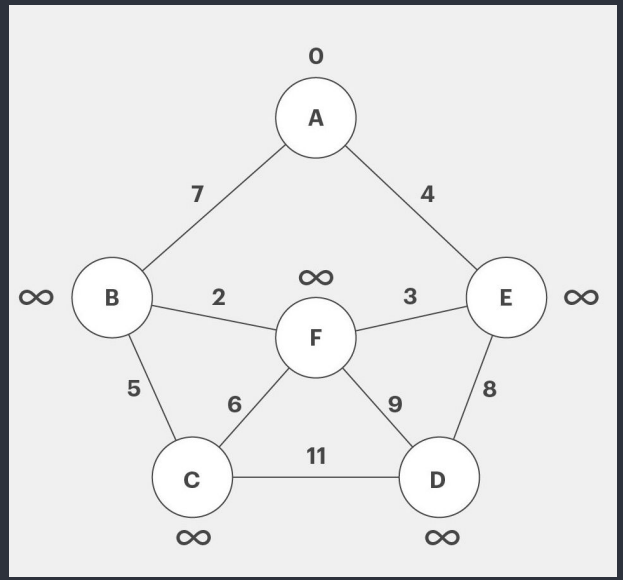
Алгоритм Дейкстры

01

} /> [

1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1

</ Принципы алгоритма



Стоит отметить

Это один из самых известных способов нахождения кратчайшего пути в графе с неотрицательными весами ребер.

Начало работы

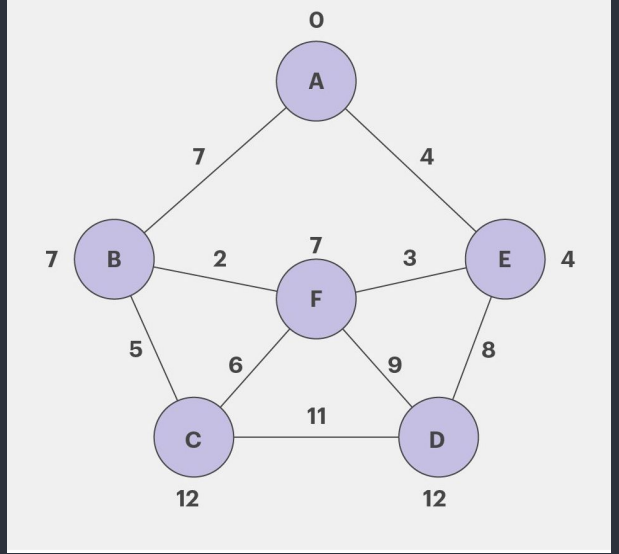
Сначала алгоритм выбирает начальную вершину и присваивает ей значение расстояния 0, так как путь до самой себя нулевой. Остальным вершинам назначается значение бесконечности, поскольку пока не известно, насколько далеко они находятся.

1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1

Затем мы начинаем проверять соседние вершины текущей вершины. Если новый найденный путь к соседу короче, чем известное расстояние, мы обновляем значение расстояния для этого соседа.

Мы продолжаем выбирать вершины с наименьшим расстоянием и обновлять соседей, пока не пройдем все вершины графа. В результате мы получим кратчайшие расстояния от начальной вершины до всех остальных.

Остается лишь построить кратчайший маршрут до точек } /> [



1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1

</ Особенности использования алгоритма Дейкстры

Ограничения

Во-первых, он работает только со взвешенными графами — то есть такими, где веса между рёбрами известны заранее. А во-вторых, эти расстояния должны быть неотрицательными.

Особенности

Алгоритм Дейкстры прост в реализации и очень эффективен для небольших графов. Однако алгоритм может работать медленно на больших графах, если не оптимизирован, например, с использованием приоритетной очереди.

</>

1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1

</>

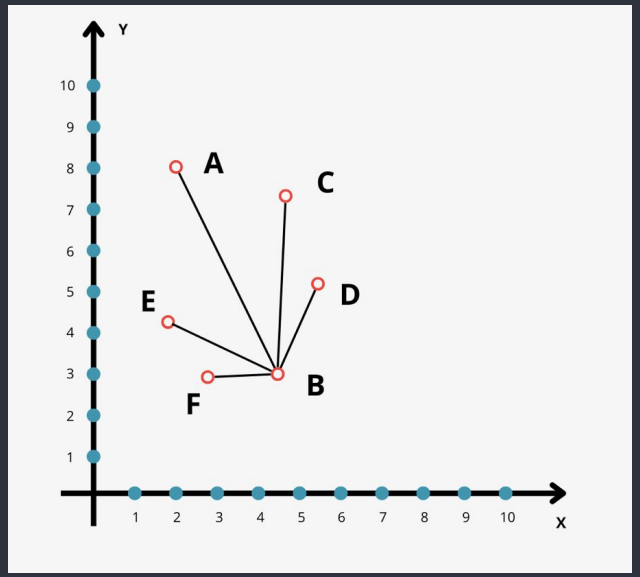
Алгоритм A-стар

02

} /> [

1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1

</ Принципы алгоритма



Это более продвинутый алгоритм, который сочетает в себе идеи из алгоритма Дейкстры и эвристические подходы. Этот алгоритм не только ищет кратчайшие пути, но и использует оценки, чтобы ускорить процесс поиска.

Начало работы

Так же как и алгоритм Дейкстры, A* ищет расстояние от начальной точки до конечной. Но, в отличие от последнего, он учитывает не только расстояние от текущей точки до начальной, но и эвристическую оценку этого расстояния.

1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1

</ Особенности использования алгоритма A-стар

Особенности

Алгоритм A-стар обладает гибкостью благодаря использованию различных эвристик, которые могут значительно ускорить поиск. Однако выбор неправильной эвристики может привести к потере эффективности или неверным результатам. Важно понимать, что для достижения наилучших результатов эвристика должна быть как можно ближе к реальной стоимости пути.

</>

1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1

Сравнение алгоритмов

Алгоритм Дейкстры используется для нахождения кратчайшего пути от начальной вершины графа ко всем остальным. Алгоритм A* используется для нахождения кратчайшего пути от начальной вершины к заданной, учитывая эвристическую оценку расстояния.

Алгоритм Дейкстры выбирает вершины с наименьшим расстоянием, а A* использует эвристику, что повышает его эффективность для больших графов.

Алгоритм Дейкстры медленен для больших графов, так как исследует все вершины. A* быстрее благодаря эвристике, сокращающей количество рассматриваемых вершин.

1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1

</>

Применение Алгоритмов

03

} /> [

1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1

</ На предприятиях

Оба алгоритма находят широкое применение в различных отраслях. Например, в логистике они используются для оптимизации маршрутов доставки товаров, что помогает сократить время и снизить затраты. В робототехнике алгоритмы помогают роботам планировать свои движения, избегая препятствий и находя наилучший маршрут к цели. Кроме того, алгоритмы используются в видеоиграх для управления перемещением персонажей, что позволяет создавать более реалистичное поведение.

1011 011 01 1011001 10 11011 011 01 110110 110111 1101

</ В повседневной жизни

В реальной жизни алгоритмы поиска кратчайшего пути применяются во множестве ситуаций. Например, в GPS-навигаторах они помогают пользователям находить самые быстрые маршруты до заданной точки. Алгоритмы также могут использоваться для оптимизации дорожного движения в городах, чтобы уменьшить пробки и сократить время в пути. В сетях передачи данных алгоритмы позволяют находить оптимальные маршруты для передачи информации, что улучшает скорость и эффективность.

1011 011 01 1011001 10 11011 011 01 110110 110111 1101

</

Примеры использования />

} /> [

Разработанные на python

1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 0 1

</ Задача 1

Нахождение кратчайших расстояний между городами

```python
import heapq

def dijkstra(graph, start):
    distances = {vertex: float('inf') for vertex in graph}
    distances[start], priority_queue = 0, [(0, start)]

    while priority_queue:
        current_distance, current_vertex =
heapq.heappop(priority_queue)
        if current_distance > distances[current_vertex]:
            continue

        for neighbor, weight in graph[current_vertex].items():
            distance = current_distance + weight

            if distance < distances[neighbor]:
                distances[neighbor] = distance
                heapq.heappush(priority_queue, (distance, neighbor))

    return distances
```

</ Задача 1

Алгоритм Дейкстры показал свою эффективность при работе с небольшими графами. Он успешно вычислил кратчайшие расстояния, и его реализация оказалась простой и понятной.

```
Кратчайшие расстояния до городов:
До города Aksay: 0
До города Birminghem: 4
До города Cambridge: 7
До города Dover: 6
До города Edinburgh: 7
До города Folkestone: 10
```

```python
def main():
    # Пример использования:
    graph = {
        'Aksay': {'Birminghem': 4, 'Cambridge': 7},
        'Birminghem': {'Aksay': 4, 'Dover': 2, 'Edinburgh': 8},
        'Cambridge': {'Aksay': 7, 'Dover': 2, 'Edinburgh': 5},
        'Dover': {'Birminghem': 2, 'Cambridge': 2, 'Edinburgh': 1,'Folkestone': 4},
        'Edinburgh': {'Cambridge': 5, 'Dover': 1, 'Folkestone': 11},
        'Folkestone': {'Birminghem': 8, 'Dover': 4, 'Edinburgh': 11}
    }

    result = dijkstra(graph, 'Aksay')
    print("Кратчайшие расстояния до городов: ")
    for vertex, distance in result.items():
        print(f"До города {vertex}: {distance}")

if __name__ == "__main__":
    main()
```

</ Задача 2

Вычислить наиболее короткий путь от одного здания, до другого.

Манхэттенское расстояние (также известное как расстояние городских кварталов) — это расстояние, которое определяется наименьшим числом кварталов, которые придётся пройти, двигаясь из одной точки (перекрёстка) в другую.

```python
import heapq

# Функция для вычисления манхэттенского расстояния между двумя точками
def manhattan_distance(point1, point2):
    return abs(point1[0] - point2[0]) + abs(point1[1] - point2[1])

def astar(grid, start, goal):
    cost = {start: 0}
    came_from = {start: None}
    priority_queue = [(0, start)] # Приоритетная очередь

    while priority_queue:
        current_cost, current_point = heapq.heappop(priority_queue)
        if current_point == goal:
            break

        for neighbor in [(1, 0), (-1, 0), (0, 1), (0, -1)]:
            x, y = current_point[0] + neighbor[0], current_point[1] + neighbor[1]
```

</ Задача 2

```
        new_cost = cost[current_point] + 1
        if 0 <= x < len(grid) and 0 <= y < len(grid[0]) and grid[x][y] == 0:
            if (x, y) not in cost or new_cost < cost[(x, y)]:
                cost[(x, y)] = new_cost
                priority = new_cost + manhattan_distance((x, y), goal)
                heapq.heappush(priority_queue, (priority, (x, y)))
                came_from[(x, y)] = current_point
path, current = [], goal
while current:
    path.append(current)
    current = came_from[current]
path.reverse()
return path
```

```
def main():
    grid = [
        [0, 0, 0, 0, 0],
        [0, 1, 1, 0, 0],
        [0, 0, 0, 1, 0],
        [0, 1, 0, 0, 0],
        [0, 0, 0, 0, 0]
    ]

    start, goal = (0, 0), (4, 4)
    result_path = astar(grid, start, goal)

    print("Путь от A до B:")
    for point in result_path:
        print(point)

if __name__ == '__main__':
    main()
```

```
Путь от A до B:
(0, 0)
(0, 1)
(0, 2)
(0, 3)
(0, 4)
(1, 4)
(2, 4)
(3, 4)
(4, 4)
```