


Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
Факультет Информационных технологий и
программирования

Расчетно-графическая работа
«Дифференциальные уравнения»
Специальные разделы высшей математики

Выполнили:

Бобков Артем
Грибов Артем
Комашко Александр
Насонов Петр
Орлов Максим

Группа:

М3100 

Преподаватель:

Далевская Ольга Петровна

2023/2024 г.

Содержание

Задание 1. Дифференциальные модели первого порядка	3
Задание 2. Графическое решение ДУ первого порядка	4
Задание 3. ДУ второго порядка	5
Задание 4. Системы ДУ. Устойчивость.	6

Задание 1. Дифференциальные модели первого порядка

Условие.

В задачах проведите исследование:

1. Составьте математическую модель задачи: введите обозначения, выпишите данные, в задаче В сделайте чертеж, составьте дифференциальное уравнение и запишите начальные условия.
 2. Решите аналитически составленную задачу Коши.
 3. Изобразите семейство интегральных кривых и решение задачи Коши.
 4. Запишите ответ
- A. В электрическую цепь с сопротивлением $3/2$ Ом в течение двух минут равномерно вводится напряжение (от нуля до 120 В). Кроме того, автоматически вводится индуктивность, так что число, выражающее индуктивность цепи в генри, равно числу, выражающему ток в амперах. Найдите зависимость тока от времени в течение первых двух минут опыта.
- B. Найти такую кривую, проходящую через точку $(0, -2)$, чтобы угловой коэффициент касательной в любой ее точке равнялся ординате этой точки, увеличенной на три единицы

Решение.

- A. It is empty but you can fill it!

Ответ: It is empty but you can fill it!

- B. It is empty but you can fill it!

Ответ: It is empty but you can fill it!

Задание 2. Графическое решение ДУ первого порядка

Условие.

В задачах проведите исследование:

1. Изучите по источникам метод изоклин (например, здесь: Романко, В. К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления — URL:<https://e.lanbook.com/book/152035>).
2. Постройте приближенно семейство интегральных кривых данного ДУ методом изоклин.
3. Решите задачу аналитически. Изобразите точное решение.
4. Сравните точное и приближенное решение.

$$y' = \frac{y}{x + y}$$

Решение.

It is empty but you can fill it!

Ответ: It is empty but you can fill it!

Задание 3. ДУ второго порядка

Условие.

Пружинный маятник движется по закону:

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = f(t)$$

1. Запишите однородное уравнение движения маятника. Выясните, почему движение описывается уравнением такого вида (каков физический смысл коэффициентов левой части уравнения).
2. Установите характер движения (периодический, аperiodический) при данных $p(t)$ и $q(t)$.
3. Найдите ФСР ЛОДУ и убедитесь в ее линейной независимости с помощью вронскиана.
4. Найдите общее решение ЛОДУ.
5. Задайте начальные условия в момент $t_0 = 0$ и найдите удовлетворяющее им частное решение ЛОДУ. Изобразите закон движения в системе координат.
6. Составьте линейное неоднородное дифференциальное уравнение (ЛНДУ) с правой частью $f(t)$. Выясните физический смысл функции $f(t)$.
7. Найдите решение ЛНДУ, удовлетворяющее начальным условиям. Изобразите закон движения в системе координат.
8. Сделайте вывод о влиянии на движение функции $f(t)$.

$$p(t) = 4, q(t) = 5, f(t) = t^2 e^{2t}$$

Решение.

It is empty but you can fill it!

Ответ: It is empty but you can fill it!

Задание 4. Системы ДУ. Устойчивость.

Условие.

Дана система ДУ:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -2x + 5y, \\ \frac{dy}{dt} = 2x + y \end{cases}$$

1. Найдите общее решение системы.
2. Изобразите на фазовой плоскости семейство интегральных кривых $y = y(x)$.
3. Исследуйте решение системы на устойчивость при $t \rightarrow +\infty$.
4. Определите характер особой точки.

Решение.

It is empty but you can fill it!

Ответ: It is empty but you can fill it!