

**Année universitaire  
2025 - 2026**

---

**Signaux analogiques et  
numériques – 3ETI  
Séance pratique 5**

**Transformée de Fourier discrète**

---

**Serge Mazauric  
Eric Van Reeth**

## Présentation de la séance

### Contexte et objectifs

Ce travail pratique a pour objectif de mettre en application les outils vus en cours pour la mise en œuvre d'une analyse spectrale de signaux discrets. Cette deuxième séance utilisera des signaux synthétiques pour prendre en main les concepts associés au cours. Nous les appliquerons par la suite sur des signaux réels.

### Compétences associées

À l'issue de cette séance vous serez capables :

- de maîtriser une librairie de calcul scientifique sous Python pour l'analyse spectrale d'un signal
- d'afficher correctement le spectre d'un signal discret, en fonction d'un axe fréquentiel cohérent
- d'identifier les composantes fréquentielles dominantes d'un signal discret
- de comprendre et réduire les effets de l'échantillonnage temporel sur l'analyse spectrale
- de comprendre l'intérêt du fenêtrage temporel pour l'analyse spectrale

### Évaluation

Une évaluation orale unique aura lieu en fin de séance (15 minutes par binôme) **à partir du prochain TP**. La séance pendant laquelle chaque binôme est évalué est choisie aléatoirement. De ce fait, **il est impératif de garder les mêmes binômes pour toutes les séances**.

### Import des librairies nécessaires

```
import numpy as np
import scipy.signal as signal
import plotly.express as px
import pandas as pd # pour les dataframes
import sounddevice as sd # pour jouer les sons associés aux signaux
```

## 1 Analyse de l'évolution de la distance Terre-Lune

Un centre de recherche en astronomie a mesuré la distance Terre-Lune (en km), tous les jours de 2011 à 2016. Nous souhaitons ici caractériser les propriétés de ce phénomène physique grâce à une analyse spectrale.

### 1.1 Chargement et affichage des données

1. Charger les données stockées dans le fichier `distance_earth_moon_2011.npz`, grâce à la commande suivante :

```
data = np.load("distance_earth_moon_2011.npz")
distances = data['distances']
```

2. Calculer la distance Terre-Lune moyenne.
3. Afficher l'évolution de la distance Terre-Lune en fonction des jours.

### 1.2 Analyse fréquentielle

1. Sachant que l'unité du signal temporel est le jour, en quelle unité l'axe fréquentiel sera t-il exprimé ?
2. Afficher le spectre 4K-points du signal étudié sur l'intervalle de fréquences positives uniquement ( $K$  représente le nombre de points du signal temporel). Justifier l'emplacement et l'amplitude du pic principal et proposer une méthode pour l'éliminer.
3. Afficher le spectre 4K-points en échelle logarithmique du signal une fois le pic principal retiré. Relever les fréquences correspondant aux pics d'amplitude observés.
4. Refaire la même analyse en fenêtrant au préalable le signal temporel avec une fenêtre de votre choix, en fonction des observations faites lors de la séance précédente. Justifier votre choix de fenêtre et conclure sur l'intérêt du fenêtrage dans ce contexte.
5. Après avoir déterminé la fréquence maximale correspondant au dernier pic d'amplitude significative, déduire la fréquence d'échantillonnage qui aurait pu être utilisée pour étudier ce phénomène sans repliement spectral.
6. Déterminer à partir des pics observés les caractéristiques de l'évolution de la distance Terre-Lune.

## 2 Bureau d'étude analyse spectrale

Dans cette partie, il s'agit d'effectuer l'analyse spectrale la plus efficace possible du signal fourni par l'intervenant en respectant le cahier des charges donné. Les signaux fournis contiennent entre 4 et 6 composantes fréquentielles dont il faudra déterminer la fréquence et l'amplitude.

- la finesse de l'analyse spectrale doit être la meilleure possible
- le calcul des TFD est limité à 2048 points
- le signal temporel fourni peut être ré-échantillonné en prenant un échantillon tous les  $l$  ( $l \in \mathbb{N}^*$ ) échantillons du signal original
- le nombre de points du signal temporel doit être une puissance de 2, et le plus petit possible pour optimiser l'efficacité de l'analyse

1. Rappeler les définitions de la finesse d'analyse et de la résolution fréquentielle.
2. Si aucun numéro de signal ne vous a été attribué, demandez-en un à l'intervenant.e, puis chargez-le grâce aux commandes suivantes après l'avoir placé dans le dossier de travail :

```
data = np.load('sX.npz')
t = data['t']
s = data['s']
```

3. Calculer la fréquence d'échantillonnage initiale du signal chargé, et afficher ce signal en fonction du temps.
4. Détailler la démarche suivie pour effectuer l'analyse spectrale du signal fourni en veillant à respecter le cahier des charges. Cette description sera accompagnée des figures permettant de suivre le raisonnement.
5. Une fois l'analyse effectuée, résumer dans un tableau les propriétés du signal étudié (amplitude et fréquence des composantes détectées), les paramètres choisis (durée du signal, nombre de points des séquences temporelles et fréquentielles, fréquence d'échantillonnage), ainsi que la finesse d'analyse obtenue.