Année universitaire

2025 - 2026

Signaux analogiques et numériques — 3ETI

Séance pratique 3

Échantillonnage et TFTD

Serge Mazauric

Eric Van Reeth

Présentation de la séance

Contexte

Ce travail pratique a pour objectif de mettre en application les outils vus en cours pour la mise en œuvre d'une analyse spectrale de signaux discrets. Cette première séance utilisera des signaux synthétiques pour prendre en main les concepts associés au cours. Nous les appliquerons par la suite sur des signaux réels.

Compétences associées

À l'issue de cette séance vous serez capables :

- de maîtriser une librairie de calcul scientifique sous Python pour l'analyse spectrale d'un signal
- d'afficher correctement le spectre d'un signal discret, en fonction d'un axe fréquentiel cohérent
- d'identifier les composantes fréquentielles dominantes d'un signal discret

Évaluation

Une évaluation orale unique aura lieu en fin de séance (15 minutes par binôme) **à partir du prochain TP**. La séance pendant laquelle chaque binôme est évalué est choisie aléatoirement. De ce fait, **il est impératif de garder les mêmes binômes pour toutes les séances.**

Import des librairies nécessaires

```python
import numpy as np
import scipy.signal as signal
import plotly.express as px
import pandas as pd # pour les dataframes
import sounddevice as sd # pour jouer les sons associés aux signaux
```

1 Création d'une séquence discrète

1. Créer une fonction permettant de générer un cosinus discret, prenant en paramètres d'entrée :
    - un facteur d'amplitude : A
    - une fréquence propre : ν_0
    - une fréquence d'échantillonnage : ν_e
    - une phase : ϕ
    - un nombre de points : K

    Cette fonction renverra :
    - un vecteur contenant les indices des échantillons de la séquence générée : `k`
    - un vecteur contenant les instants auxquels ont été acquis les échantillons de la séquence générée : `t`
    - la séquence générée : `s`
2. Créer la séquence sur $K = 1000$ points, correspondant au signal suivant :
$$s(t) = 1 + \cos(2\pi\nu_1 t + \phi_1) + 2\cos(2\pi\nu_2 t + \phi_2)$$
avec $\nu_e = 1\,\text{kHz}$, $\nu_1 = 50\,\text{Hz}$, $\nu_2 = 100\,\text{Hz}$ et $\phi_1 = \phi_2 = 0°$
3. Calculer la durée de la séquence $s[k]$.
4. Afficher la séquence obtenue en fonction des indices, puis en fonction du temps.

2 Étude de l'échantillonnage

Cet exercice est en lien avec le TD3 (Échantillonnage - Ex. 2, et TFTD - Ex. 1). On appelle $x[k]$ la séquence obtenue par échantillonnage du signal suivant :
$$s(t) = \cos(2\pi\nu_0 t)$$

1. À partir de la fonction développée précédemment, calculer et afficher en fonction du temps : $s[k]$ avec $A = 1$, $\nu_0 = 800\,\text{Hz}$, $\nu_e = 5\,\text{kHz}$, $K = 5000$.
2. Écouter (dans un casque de préférence : **attention au volume**) le son associé à la séquence générée avec la commande :

```
sd.play(x, samplerate=nue)
```

3. Calculer maintenant une séquence identique à la précédente, en changeant simplement $\nu_e = 1\,\text{kHz}$. Afficher la séquence correspondante en fonction du temps et comparez le tracé au résultat du TD.
4. Écouter le son associé à cette nouvelle séquence et conclure.

Serge Mazauric
Eric Van Reeth

3 Échantillonnage et analyse fréquentielle

Il s'agit dans cette partie de calculer, d'afficher et d'analyser les grandeurs spectrales associées à la séquence temporelle créée précédemment. Le calcul des TFD se fera directement à partir de la fonction `np.fft.fft()` qui implémente un algorithme rapide de TFD (cf. cours).

1. Créer une fonction permettant de calculer la TFD N-points d'une séquence temporelle, prenant en paramètres d'entrée :
   - la séquence temporelle : s
   - le nombre de points de la TFD : N
   - la fréquence d'échantillonnage : ν_e

   Cette fonction reverra :
   - l'axe fréquentiel en indices : n
   - l'axe fréquentiel en fréquences réduites : f
   - l'axe fréquentiel en fréquences réelles : ν
   - la TFD N-points : S
2. Afficher les parties réelles et imaginaires de la TFD K-points de la séquence précédente (avec $\nu_e = 5\,\text{kHz}$, et $K = 1000$), appelée $x_1[k]$, en fonction des indices fréquentiels. Justifier la valeur des indices pour lesquels la TFD est non nulle.
3. Expliquer la valeur de la partie imaginaire de la TFD K-points, à partir :
   - de la formule de la TFTD calculée en TD (TFTD - Ex. 1)
   - d'un raisonnement sur la parité de la séquence temporelle
4. Afficher maintenant les parties réelles et imaginaires de la TFD K-points de la séquence précédente (avec $\phi = -90°$), toujours en fonction des indices fréquentiels. Comparer avec les tracés précédents.
5. Afficher maintenant les parties réelles et imaginaires de la TFD $4K$-points de $x_1[k]$ en fonction des fréquences réduites, puis des fréquences réelles. Justifier les valeurs des fréquences correspondant aux pics d'amplitude.
6. Expliquer la valeur de la partie imaginaire de la TFD $4K$-points, à partir :
   - de la formule de la TFTD calculée en TD (TFTD - Ex. 1)
   - d'un raisonnement sur la parité de la séquence temporelle
7. Calculer et afficher le spectre de $x_1[k]$ échantillonné à la fréquence $\nu_e = 1\,\text{kHz}$ dans l'intervalle $\nu \in [-\frac{\nu_e}{2}, \frac{\nu_e}{2}]$, et comparer avec le résultat du TD.
8. Afficher sur un même tracé et sur le même intervalle fréquentiel $\nu \in [0, \nu_e[$, la transformée de Fourier du signal continu calculée en TD (Échantillonnage - Ex. 1), avec les parties réelles et imaginaires de la TFD $4K$-points calculée à la question précédente. Commenter et expliquer les différences.