Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

Dr. E. Luik

8. Juli 2011

Klausur zu **Computereinsatz in der Mathematik**

Name	Vorname	Matrikel-Nr.	Studiengang

Allgemeine Richtlinien:

1. Diese Klausur beinhaltet **sechs** verschiedene Aufgaben (Rückseite beachten). Kontrollieren Sie Ihr Exemplar, ein Austauschexemplar kann Ihnen sofort ausgehändigt werden.
2. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.
3. Schreiben Sie Ihren Namen auf dieses Deckblatt und auf jedes einzelne Aufgabenblatt. Ihre Matrikelnummer muss auf dem Deckblatt erscheinen.
4. Schreiben Sie **mit Tinte oder Kugelschreiber**.
5. **Zugelassene Hilfsmittel:** Vorher abgegebener Spickzettel (2 Seiten DIN A 4), welcher dieser Klausur beiliegt. Alle anderen Hilfsmittel sind verboten und führen zum Ausschluss von der Klausur.
6. Die Klausur dauert **60 Minuten**.
7. Zum Bestehen sind mindestens 15 Punkte erforderlich.

Viel Erfolg!

Korrektur

	Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	Aufg. 6	gesamt	Note
Punkte	5	5	6	4	5	5	30	-
erreicht								

Aufgabe 1: (5 Punkte)

a) Erstellen Sie ein Latex-Programm (ohne Präambel), das den folgenden Ausdruck erzeugt:

Für die Determinante gilt

$$\det\left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 2 & 0 & 4 \\ \hline 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 8 \end{array}\right) = \det\left(\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{array}\right) \cdot \det\left(\begin{array}{ccc} -1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 7 & 8 \end{array}\right)$$

Sei $f \in C^{m+1}[a,b]$. Dann gilt für den Interpolationsfehler

$$f(x) - p(x) = \frac{f^{(m+1)}(\xi)}{(m+1)!} \prod_{i=0}^{m} (x - t_i)$$

mit einem Zwischenwert $\xi \in (a,b)$.

b) Welchen Ausdruck erzeugt die folgende Latex-Sequenz?

```
 Formeln der Gestalt
  \begin{eqnarray*}
     a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n & = & b_1 \\
     a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n & = & b_2 \\
                                           & \vdots &    \\
     a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n & = & b_n
  \end{eqnarray*}
schreiben wir kompakt in der Form
\[
   A x = b
\]
mit $A \in \mathbb{R}^{n \times n}, x, b \in \mathbb{R}^n$.
```

Aufgabe 2: (5 Punkte)

a) Welche Ergebnisse liefern die folgenden **Matlab**-Befehle?

```
A = diag([4,4,4,4]) + diag([1,1,1],1)
x = sqrt(A)
B = A.^2
A ~= B
```

b) Schreiben Sie ein **Matlab**-Programm, welches 100 im Intervall $[2,4]$ gleichverteilte Zufallszahlen erzeugt und in übersichtlicher Form (10 Stellen nach dem Komma) in die Datei `Zufall.dat` schreibt.

Aufgabe 3: (6 Punkte)

a) Erstellen Sie eine **Matlab-Funktion** für

$$h(x,y) \;=\; \ln\left(\sqrt{25 - (x-1)^2 - (y-2)^2}\right)$$

b) Schreiben Sie ein **Matlab**-Programm, das den Graphen von $h(x,y)$ im Bereich $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 0 \le x \le 4,\, 0 \le y \le 4\}$ zeichnet und die Überschrift `Schaubild von h(x,y)` sowie die Achsenbeschriftungen `x-Achse, y-Achse, z-Achse` verwendet.

c) Erstellen Sie ein weiteres **Matlab**-Programm, welches über den Bildschirm eine reelle Zahl a einliest, dann den Definitionsbereich von $f(x) := h(x,a)$ ermittelt, eine Wertetabelle von $f(x)$ (zur Schrittweite 0.5) erstellt und in übersichtlicher Form auf dem Bildschirm ausgibt.

Aufgabe 4: (4 Punkte)
Gegeben sei folgendes **Matlab**-Programm

```
clear all;
a = [1 2 2 4];
x=-1:0.01:1;
y = unbekannt(a,x);
plot(x,y);

function y = unbekannt(a,x);
 n = length(a);
 e = ones(size(x));
 p =a(n).*e;
 for i=n-1:-1:1
   p = a(i).*e + p.*x;
 end
 y = p;
```

a) Was leistet die Matlab-Funktion `unbekannt`?

b) Was leistet dieses Programm?

Aufgabe 5: (5 Punkte)
a) Rechnen Sie die Zahl $x = 0.20F \cdot 16^3$ (Hexadezimalsystem) um in die **normalisierte** Darstellungen im Dezimal- bzw. Dualsystem.

b) Berechnen Sie mit Hilfe des vollständigen Hornerschemas die Taylor-Entwicklung von

$$p(x) = 8 + 31x + 52x^2 + 47x^3 + 22x^4 + 4x^5$$

an der Stelle $x = -1$.
Entscheiden Sie damit, ob $x = -1$ eine doppelte Nullstelle von $p(x)$ ist.

Aufgabe 6: (5 Punkte)
Berechnen Sie mit **Maple**:

(1) die partiellen Ableitungen $h_x(x, y, z)$ und $h_{zx}(x, y, z)$ von

$$h(x, y, z) \;=\; \ln\left(\sqrt{(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2}\right) \quad ,$$

(2) die Taylorentwicklung von $p(x) = 8 + 31x + 52x^2 + 47x^3 + 22x^4 + 4x^5$ an der Stelle $x = -1$,

(3) die Eigenwerte von der Matrix

$$A \;=\; \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad ,$$

(4) alle Lösungen von

$$\begin{aligned} 5\cos(x^2 + y^2) &= 2 \\ 2x^4 + 5y^2 &= 8 \quad . \end{aligned}$$