Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

Dr. E. Luik

10. Juli 2015

Klausur zu **Computereinsatz in der Mathematik**

Name	**Vorname**	**Matrikel-Nr.**	**Studiengang**

Allgemeine Richtlinien:

1. Diese Klausur beinhaltet **sechs** verschiedene Aufgaben (Rückseite beachten). Kontrollieren Sie Ihr Exemplar, ein Austauschexemplar kann Ihnen sofort ausgehändigt werden.
2. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.
3. Schreiben Sie Ihren Namen auf dieses Deckblatt und auf jedes einzelne Aufgabenblatt. Ihre Matrikelnummer muss auf dem Deckblatt erscheinen.
4. Schreiben Sie **mit Tinte oder Kugelschreiber**.
5. **Zugelassene Hilfsmittel:** Vorher abgegebener Spickzettel (1 Seite DIN A 4), welcher dieser Klausur beiliegt. Alle anderen Hilfsmittel sind verboten und führen zum Ausschluss von der Klausur.
6. Die Klausur dauert **60 Minuten**.
7. Zum Bestehen sind mindestens 15 Punkte erforderlich.

Viel Erfolg!

Korrektur

	Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	Aufg. 6	gesamt	Note
Punkte	5	4	4	8	4	5	30	-
erreicht								

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Erstellen Sie ein Latex-Programm (ohne Präambel), das den folgenden Ausdruck erzeugt. Die Nummerierung der Formeln und das Referieren soll automatisch erfolgen.

Es sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und $b \in \mathbb{R}^n$. Die **LR-Zerlegung** von A hat die Form $A = LR$ mit einer unteren Dreiecksmatrix L und ein oberen Dreiecksmatrix R, also

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ l_{21} & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ l_{n1} & \cdots & l_{n,n-1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ 0 & r_{22} & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & r_{nn} \end{pmatrix}$$

Das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ wird dann durch die Systeme

$$Ly = b \tag{1}$$
$$Rx = y \tag{2}$$

ersetzt. Das System (2) wird mit den Formeln

$$x_k = \frac{1}{r_{kk}} \left(y_k - \sum_{j=k+1}^{n} r_{kj} x_j \right), \quad k = n, \ldots, 1$$

gelöst.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Welche Ergebnisse (auf dem Bildschirm) liefern die folgenden **Matlab**-Befehle?

```
A = [-1 0 1; 2 2 2; -2 0 2];
```

(1) `(A^2) ~= (A.^2)`

(2) `B = sum(sum(abs(A)))`

(3) `C = ones(size(A)) - eye(size(A))`

(4) `D = diag(diag(A),-1)`

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Vorgelegt sei die folgende **Matlab**–Sequenz:

```
function z = f(n,a,x)
y = 0;
for i=0:n
  y = y + 1./prod(1:i).*(x-a).^i;
end
z = y;
```

a) Welche Funktion (mathematische Schreibweise) wird durch diese Sequenz definiert?

b) Welchen Wert liefert der Aufruf `f(3,1,2)`?

bitte wenden

Aufgabe 4: (8 Punkte)

a) Es sei $g : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $g(a)g(b) < 0$. Dann gibt es nach dem Zwischenwertsatz ein $\xi \in (a, b)$ mit $g(\xi) = 0$, d.h. g hat mindestens eine Nullstelle in (a, b).

Erstellen Sie eine **Matlab**-Funktion `function xi = nullstelle(g,a,b,eps)`, welche diese Nullstelle mit dem folgenden Verfahren (*Bisektionsverfahren*) berechnet:

1. Setze $s = \frac{a+b}{2}$ (Intervallmitte).
2. Gilt $g(s) = 0$, so setze `xi` $= s$ und beende das Verfahren.
   Gilt $g(a)g(s) < 0$, so setze $b = s$ (a bleibt unverändert).
   Gilt $g(s)g(b) < 0$, so setze $a = s$ (b bleibt unverändert).
3. Gilt für ein gegebenes `eps` > 0 die Beziehung $|b - a| <$ `eps`, so wird s als Näherungswert akzeptiert (also `xi` $= s$ gesetzt), und das Verfahren wird beendet. Andernfalls gehe wieder zu Schritt 1.

b) Sei nun $f(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x - 10$.

(1) Wie viele positive Nullstellen besitzt f (mit Beweis)?

(2) Erstellen Sie ein **Matlab** - Programm, das folgendes leistet:

- über den Bildschirm werden `a, b, eps` eingelesen,
- die Funktion f wird im Intervall $[a, b]$ gezeichnet,
- falls $f(a)f(b) < 0$ gilt, so wird mit der Matlab-Funktion `nullstelle` aus Teil a) eine Nullstelle von f berechnet und auf dem Bildschirm ausgegeben.

Aufgabe 5: (4 Punkte)

a) Rechnen Sie die Zahl $x = 0.1AF \cdot 16^3$ (Hexadezimalsystem) um in die **normalisierte** Darstellungen im Dezimal- und Dualsystem.

b) Gegeben sei das Polynom $p(x) = x^6 - 6x^4 + 36x - 10$. Berechnen Sie mit dem Hornerschema $p(2)$, $p'(2)$ und $p''(2)$.

Aufgabe 6: (5 Punkte)

a) Berechnen Sie mit **Maple**

(1) die partiellen Ableitungen $h_x(x, y)$ und $h_{yx}(x, y)$ von $h(x, y) = \ln\left(\sqrt{(x-1)^2 + y^2 + 10}\right)$.

(2) das Integral $\displaystyle \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \exp(x)\, \cos(kx)\, dx$,

(3) alle Nullstellen von $f(x) = 4x^5 + 8x^3 - 10x$. Dabei sollen diese Nullstellen als numerische Zahlen ausgegeben werden.

b) Welches Ergebnis liefert die folgende **Maple-Sequenz**?

```
A := {rot, blau, gelb}
B := {schwarz, braun, gelb, blau}
C := blau
member(C, A intersect B)
```