Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

Dr. E. Luik

1. Okt. 2014

Nachklausur zu **Computereinsatz in der Mathematik**

Name	Vorname	Matrikel-Nr.	Studiengang

Allgemeine Richtlinien:

1. Diese Klausur beinhaltet **sechs** verschiedene Aufgaben (Rückseite beachten). Kontrollieren Sie Ihr Exemplar, ein Austauschexemplar kann Ihnen sofort ausgehändigt werden.
2. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.
3. Schreiben Sie Ihren Namen auf dieses Deckblatt und auf jedes einzelne Aufgabenblatt. Ihre Matrikelnummer muss auf dem Deckblatt erscheinen.
4. Schreiben Sie **mit Tinte oder Kugelschreiber**.
5. **Zugelassene Hilfsmittel:** Vorher abgegebener Spickzettel (1 Seite DIN A 4), welcher dieser Klausur beiliegt. Alle anderen Hilfsmittel sind verboten und führen zum Ausschluss von der Klausur.
6. Die Klausur dauert **60 Minuten**.
7. Zum Bestehen sind mindestens 15 Punkte erforderlich.

Viel Erfolg!

Korrektur

	Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	Aufg. 6	gesamt	Note
Punkte	6	5	5	4	5	5	30	-
erreicht								

Aufgabe 1: (6 Punkte)

a) Welchen Ausdruck erzeugt die folgende Latex-Sequenz?

```
Zur Lösung der autonomen Anfangswertaufgabe
\[
    \dot{x}  =  F(x), \; x(t_0)  =  y^{(0)} \hspace{1ex}
    (F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n ).
\]
werden {\bf explizite Runge-Kutta-Verfahren} verwendet.
Diese haben die Form
\begin{eqnarray*}
    K^{(1)}(h,x) & = & F(x) \\
    K^{(2)}(h,x) & = & F \left( x +  h \beta_{21} K^{(1)}(h,x) \right) \\
    & \vdots & \\
    K^{(s)}(h,x) & = & F \left( x +  \sum_{i=1}^{s-1} h \beta_{si}
    K^{(i)}(h,x) \right)
\end{eqnarray*}
Daraus bildet man die sogenannte {\bf Verfahrensfunktion}
\[
  V(h,x) = \sum_{j=1}^s \gamma_j K^{(j)}(h,x)
\]
```

b) Erstellen Sie ein Latex-Programm (ohne Präambel), das den folgenden Ausdruck erzeugt:

Es sei

$$A \;=\; \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

eine $n \times n$ - Matrix. Dann wird durch

$$N_E(A) \;:=\; \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \mid a_{ij} \mid^2}$$

eine **Matrixnorm** erzeugt.

Aufgabe 2: (5 Punkte)

a) Welches Ergebnis auf dem Bildschirm liefert die folgende **Matlab**-Sequenz?

```
for i = 1:3
  for j = 1:4
    D(i,j) = i + j;
  end
end
E = D
```

b) Gegeben seien die Matrizen

$$A \;=\; \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B \;=\; \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad .$$

Welche Ergebnisse (auf dem Bildschirm) liefern die folgenden **Matlab**-Befehle?

(1) `A == B`

(2) `A.*B`

(3) `A*B`

bitte wenden

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Erstellen Sie ein **Matlab-Programm**, das ein Schaubild mit 4 Unterbildern erzeugt:

Unterbild 1 enthält das Schaubild von $f(t) = \frac{100}{1+\exp(-3t)}$ im Intervall $[0, 10]$.

Unterbild 2 enthält die Raumkurve $(x(t), y(t), z(t)) = (\cos(10t), \sin(10t), \ln(t))$, $1 \le t \le 5$.

Unterbild 3 enthält den Graphen von $h(x, y) = \exp(-x^2 - y^2)$ im Bereich

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \; : \; 0 \le x \le 4,\; 0 \le y \le 4\}.$$

Unterbild 4 enthält die folgenden Hörerzahlen einer Vorlesung als Balkendiagramm:

2011	2012	2013	2014
185	140	165	110

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Es sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Zu jedem festen $N \in \mathbb{N}$ liefert die Trapezregel

$$\frac{b-a}{N}\left(\frac{1}{2}f(a) + \frac{1}{2}f(b) + \sum_{k=1}^{N-1} f\left(a + k\,\frac{b-a}{N}\right)\right)$$

einen Näherungswert für das Integral $\int_a^b f(x)\,dx$. Erstellen Sie eine **Matlab**-Funktion `Trapez(f,a,b,N)` für diese Trapezregel.

Aufgabe 5: (5 Punkte)

a) Gegeben sei die Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ mit $a \neq 0$, $c \neq 0$ und $b^2 - 4ac > 0$. Für jede Lösung gibt es zwei Formeln:

1. Lösung: $$x_1 := \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2c}{b + \sqrt{b^2 - 4ac}} =: y_1 \quad ,$$

2. Lösung: $$x_2 := \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2c}{b - \sqrt{b^2 - 4ac}} =: y_2 \quad .$$

Welche Formeln sollte man bei der Berechnung (mit dem Computer) der Lösungen von $x^2 + 1000000x + 1 = 0$ verwenden (mit Begründung)?

b) Die Zahl x hat im Hexadezimalsystem die Darstellung $x = 0.A1F \cdot 16^2$. Welche normalisierte Darstellung besitzt x im

(1) Dualsystem ,

(2) Dezimalsystem ?

Aufgabe 6: (5 Punkte)

a) Berechnen Sie mit **Maple**

(1) die Ableitungen $f'(x)$ und $f^{(3)}(x)$ von $f(x) = \cos\left(\sqrt{3x^4 + 10} + \ln(4x^2 + 2)\right)$,

(2) die Reihe $$\sum_{k=2}^{\infty} \prod_{l=1}^{k} \frac{2}{l} \quad ,$$

(3) das Integral $$\frac{1}{2\pi} \int_0^2 \exp(-t^2)\,dt \quad .$$

b) Welches Ergebnis liefert die folgende **Maple-Sequenz**?

```
h := (x,y) -> exp(x^2 + y^2 -10)
Diff(h(x,y),y) = diff(h(x,y),y)
```