Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

Dr. E. Luik

1. August 2013

Klausur zu Computereinsatz in der Mathematik

Name	Vorname	Matrikel-Nr.	Studiengang

Allgemeine Richtlinien:

1. Diese Klausur beinhaltet **sechs** verschiedene Aufgaben (Rückseite beachten). Kontrollieren Sie Ihr Exemplar, ein Austauschexemplar kann Ihnen sofort ausgehändigt werden.
2. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.
3. Schreiben Sie Ihren Namen auf dieses Deckblatt und auf jedes einzelne Aufgabenblatt. Ihre Matrikelnummer muss auf dem Deckblatt erscheinen.
4. Schreiben Sie **mit Tinte oder Kugelschreiber**.
5. **Zugelassene Hilfsmittel:** Vorher abgegebener Spickzettel (1 Seite DIN A 4), welcher dieser Klausur beiliegt. Alle anderen Hilfsmittel sind verboten und führen zum Ausschluss von der Klausur.
6. Die Klausur dauert **60 Minuten**.
7. Zum Bestehen sind mindestens 15 Punkte erforderlich.

Viel Erfolg!

Korrektur

	Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	Aufg. 6	gesamt	Note
Punkte	6	4	5	5	5	5	30	-
erreicht								

Aufgabe 1: (6 Punkte)

a) Erstellen Sie ein Latex-Programm (ohne Präambel), das den folgenden Ausdruck erzeugt:

Es sei $h(x, y) = \ln\left(9 - x^2 - (y-1)^2\right)$. Diese Funktion hat den Definitionsbereich

$$\mathbb{D} = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ :\ \sqrt{x^2 + (y-1)^2} < 3\right\}.$$

Für die partiellen Ableitungen erhalten wir

$$\frac{\partial}{\partial y} h(x, y) = \frac{2(1-y)}{9 - x^2 - (y-1)^2}.$$

b) Welchen Ausdruck erzeugt die folgende Latex-Sequenz?

```
Es sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ invertierbar. Zur Berechnung der
inversen Matrix $A^{-1}$ wird der Gauß-Jordan-Algorithmus verwendet.
Dazu macht man den Ansatz
\begin{equation}
  (A,I) = \left(
     \begin{array}{cccc|cccc}
        a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} &    1   &   0    & \cdots &   0    \\
        a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} &    0   &   1    & \ddots & \vdots \\
        \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots &   0    \\
        a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} &    0   & \cdots &   0    &   1    \\
     \end{array} \right)
  \label{formel1}
\end{equation}
Durch elementare Zeilenumformungen bringen wir (\ref{formel1}) auf
die Form $(I,B)$. Dann steht in $B$ die gesuchte inverse Matrix.
```

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Welche Ergebnisse (auf dem Bildschirm) liefern die folgenden **Matlab**-Befehle?

```
A = [eye(2,2) 3*ones(2,2); zeros(2,2) -ones(2,2)]
B = diag(10:10:30,-1) + diag([-3,-2,-1],1)
C = [1 2; 0 -1];
D = ~(C^2 == C.^2)
E = cos([0;pi/2;pi;2*pi])
```

Aufgabe 3: (5 Punkte)

a) Erstellen Sie eine **Matlab-Funktion** `function w = wuerfel`, welche den Wurf eines Würfels simuliert; d.h. das Ergebnis ist eine natürliche Zahl zwischen 1 und 6. Dabei sind die Zahlen 1 bis 6 gleich wahrscheinlich.

b) Schreiben Sie ein **Matlab-Programm**, das den 1000-maligen Wurf eines Würfels simuliert und dann die Häufigkeiten $n_i,\ i = 1, 2, \ldots, 6$ bestimmt (d.h. n_i gibt an, wie oft dabei die Zahl i gewürfelt wurde).

Stellen Sie diese Häufigkeiten als Balkendiagramm dar.

Schreiben Sie die gewürfelten Zahlen in übersichtlicher Form in die Datei mit dem Namen `zufallszahlen.dat`.

bitte wenden

Aufgabe 4: (5 Punkte)

Gegeben sei das Polynom $p(t) = \sum_{k=0}^{n} a_k t^k$ und $\xi \in \mathbb{R}$.

a) Erstellen Sie eine **Matlab-Funktion**

```
function [p,pstrich] = horner(a,xi) ,
```

welche $p(\xi)$ und $p'(\xi)$ mit Hilfe des Hornerschemas berechnet.

b) Erstellen Sie ein **Matlab-Programm**, welches über den Bildschirm den Grad und die Koeffizienten des Polynoms $p(t)$ einliest und dann $p(t)$ und $p'(t)$ in ein Schaubild zeichnet (im Intervall $[-5, 5]$). Dabei muss die Berechnung von $p(t)$ und $p'(t)$ mit der Matlab-Funktion `horner` aus Teil a) erfolgen.

Aufgabe 5: (5 Punkte)

a) Die Zahl x hat im Hexadezimalsystem die Darstellung $x = 0.7A8 \cdot 16^{-1}$. Geben Sie x im Dualsystem (normalisierte Gleitpunktdarstellung) an.

b) Berechnen Sie mit Hilfe des vollständigen Hornerschemas die Taylor-Entwicklung von

$$p(t) = 4t^4 + 32t^3 + 98t^2 + 133t + 71$$

an der Stelle $t_0 = -2$.

Aufgabe 6: (5 Punkte)

a) Geben Sie die **Maple-Kommandos** an zur Berechnung

(1) der 3. Ableitung von $f(x) = \log_2(x^2 + 3x + 5)$,

(2) des Grenzwertes $\lim_{n\to\infty} \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^3} \right)$,

(3) der Eigenwerte von $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

b) Welche Ergebnisse liefern die folgenden **Maple-Befehle**?

(1) `Int(exp(-2*t),t=0..3) = int(exp(-2*t),t=0..3)`

(2) `convert(11001,decimal,binary)`