Fachbereich Mathematik und Statistik

6. Oktober 2010

Nachklausur zu Computereinsatz in der Mathematik

Name	Vorname	Matrikel-Nr.	Studiengang

Allgemeine Richtlinien:

- 1. Diese Klausur beinhaltet **sechs** verschiedene Aufgaben (Rückseite beachten). Kontrollieren Sie Ihr Exemplar, ein Austauschexemplar kann Ihnen sofort ausgehändigt werden.
- 2. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.
- 3. Schreiben Sie Ihren Namen auf dieses Deckblatt und auf jedes einzelne Aufgabenblatt. Ihre Matrikelnummer muss auf dem Deckblatt erscheinen.
- 4. Schreiben Sie mit Tinte oder Kugelschreiber.
- 5. **Zugelassene Hilfsmittel:** Vorher abgegebener Spickzettel (2 Seiten DIN A 4), welcher dieser Klausur beiliegt. Alle anderen Hilfsmittel sind verboten und führen zum Ausschluss von der Klausur.
- 6. Die Klausur dauert 60 Minuten.
- 7. Zum Bestehen sind mindestens 15 Punkte erforderlich.

Viel Erfolg!

Korrektur

	Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	Aufg. 6	gesamt	Note
Punkte	5	6	4	5	5	5	30	-
erreicht								

Aufgabe 1: (5 Punkte)

a) Erstellen Sie ein Latex-Programm (ohne Präambel), das den folgenden Ausdruck erzeugt:

Es sei

$$A = \left(\begin{array}{ccc} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{array}\right)$$

eine $n \times n$ - Matrix. Dann erhält man **Matrixnormen** durch

$$N_E(A) := \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |a_{ij}|^2}$$
 (Euklidsche Norm)

$$N_Z(A) := \max_{i=1,\dots,n} \left\{ \sum_{k=1}^n |a_{ik}| \right\}$$
 (Zeilensummennorm)

b) Welchen Ausdruck erzeugt die folgende Latex-Sequenz?

```
Es sei h : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, (x_1, \cdot, x_n) \to h(x_1, \cdot, x_n). Notwendige Bedingung für ein lokales Extremum von h ist [ \frac{\text{partial}}{\text{partial}} h(x_1, \cdot, x_n) : = : 0 \\ hspace{1em} \cdot \frac{1}{n} i = 1,\cdot i
```

Aufgabe 2: (6 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$h(x) := \begin{cases} 0 & \text{für } x < -3 \\ x+3 & \text{für } -3 \le x < 0 \\ x-3 & \text{für } 0 \le x < 3 \\ 0 & \text{für } x \ge 3 \end{cases}.$$

- a) Erstellen Sie eine Matlab-Funktion für h(x).
- b) Schreiben Sie ein Matlab-Programm, welches unter Verwendung der Matlab-Funktion aus a)
- (1) die Funktion h im Intervall [-5, 5] in ein Schaubild zeichnet,
- (2) eine Wertetabelle von h (Schrittweite h = 0.5, Intervall [-5, 5]) erstellt und in übersichtlicher Form in die Datei wertetab.txt schreibt (die Ausgabe soll mit jeweils 8 Stellen nach dem Komma erfolgen).

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Welche Ergebnisse liefert das folgende Matlab-Programm?

```
A = [2:4;1:3;0:2]

B = A.^2

x = diag(diag(A))

D = [A,eye(3,3)]

E = (A==B)|(A>4.*ones(3,3))
```

Aufgabe 4: (5 Punkte)

- a) Erstellen Sie ein Matlab-Programm, welches des Wurf eines Würfels simuliert, d.h. das Ergebnis ist eine natürliche Zahl zwischen 1 und 6 (dabei sind diese Zahlen gleich wahrscheinlich).
- b) Schreiben Sie eine Matlab-Funktion, welche in Abhängigkeit von $n \in \mathbb{N}$ die folgende Matrix erzeugt:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n-1} \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5: (5 Punkte)

a) Gegeben sei die Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$. Es werden $a \neq 0$, $c \neq 0$ und $b^2 - 4ac > 0$ vorausgesetzt. Die Wurzeln berechnet man üblicherweise mit den bekannten Formeln

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
 und $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Zeigen Sie, dass sich diese Wurzeln auch nach folgender Vorschrift ermitteln lassen:

$$y_1 = \frac{-2c}{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}$$
 und $y_2 = \frac{-2c}{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}$

Welche Formeln sollte man bei der Berechnung der Lösung von $x^2 + 1000000x - 1 = 0$ mit Hilfe eines Computers verwenden (mit Begründung)?

b) Gegeben sei die Zahl 3.3 im Dezimalsystem. Rechnen Sie diese Zahl um in das Dualsystem, und zwar in die normalisierte Gleitpunktdarstellung mit 6-stelliger Mantisse.

Aufgabe 6: (5 Punkte)

- a) Berechnen Sie mit Maple:
- (1) $\sum_{i=1}^{99} {100 \choose i} 2^i 3^{100-i}$
- (2) alle Nullstellen von $f(x) = 4x^5 + 8x^3 10x$. Dabei sollen die Nullstellen als numerische Zahlen ausgegeben werden.

(3)
$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{2} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

b) Welches Ergebnis liefert die folgende Maple-Sequenz?