Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

Dr. E. Luik

27. Sept. 2011

Nachklausur zu **Computereinsatz in der Mathematik**

Name	**Vorname**	**Matrikel-Nr.**	**Studiengang**

Allgemeine Richtlinien:

1. Diese Klausur beinhaltet **sechs** verschiedene Aufgaben (Rückseite beachten). Kontrollieren Sie Ihr Exemplar, ein Austauschexemplar kann Ihnen sofort ausgehändigt werden.
2. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.
3. Schreiben Sie Ihren Namen auf dieses Deckblatt und auf jedes einzelne Aufgabenblatt. Ihre Matrikelnummer muss auf dem Deckblatt erscheinen.
4. Schreiben Sie **mit Tinte oder Kugelschreiber**.
5. **Zugelassene Hilfsmittel:** Vorher abgegebener Spickzettel (2 Seiten DIN A 4), welcher dieser Klausur beiliegt. Alle anderen Hilfsmittel sind verboten und führen zum Ausschluss von der Klausur.
6. Die Klausur dauert **60 Minuten**.
7. Zum Bestehen sind mindestens 15 Punkte erforderlich.

Viel Erfolg!

Korrektur

	Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	Aufg. 6	gesamt	Note
Punkte	5	5	5	5	5	5	30	-
erreicht								

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Erstellen Sie ein Latex-Programm (ohne Präambel), das den folgenden Ausdruck erzeugt (die Nummerierung soll automatisch erfolgen):

1 Numerische Lösung von Anfgangswertaufgaben

1.1 Einleitung

Eine Anfangswertaufgabe hat die Form

$$\dot{x} = F(x),\ x(t_0) = y^{(0)}$$

mit $F \in C^1(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n)$.

1.2 Kontinuierliche Verfahren

Dazu gehört die **Picard-Iteration**

$$\begin{aligned} \psi_1(t) &:= y^{(0)} \\ \psi_{n+1}(t) &:= y^{(0)} + \int\limits_{t_0}^{t} F(\psi_n(s))\, ds \end{aligned}$$

1.3 Runge-Kutta-Verfahren

Ein Runge-Kutta-Verfahren wird beschrieben durch die Matrix

$$\left(\begin{array}{ccccc} \beta_{21} & & & & \\ \beta_{31} & \beta_{32} & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \\ \beta_{s1} & \beta_{s2} & \cdots & \beta_{s,s-1} & \\ \hline \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_{s-1} & \gamma_s \end{array} \right)$$

Aufgabe 2: (5 Punkte)

a) Welche Ergebnisse (auf dem Bildschirm) liefern die folgenden **Matlab**-Befehle?

```
C = [1,2;3,4];
A = [C,eye(2,2);zeros(2,2),C']
D = diag(diag(C),1)
E = (2.*ones(2,2) >= C)
```

b) Schreiben Sie ein **Matlab**-Programm, welches 50 im Intervall $[-2, 2]$ gleichverteilte Zufallszahlen erzeugt und in übersichtlicher Form (8 Stellen nach dem Komma) in die Datei `Zufall.dat` schreibt.

Aufgabe 3: (5 Punkte)

a) Erstellen Sie eine **Matlab-Funktion** `p(x,n,x0)` zur Berechnung von

$$p(x, n, x_0) \ = \ \sum_{k=0}^{n} \frac{e^{x_0}(x - x_0)^k}{k!} \qquad (x, x_0 \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{N}).$$

b) Schreiben Sie ein **Matlab**-Programm, welches über den Bildschirm n und x_0 einliest und dann für $0 \le x \le 2$ die Funktion $p(x, n, x_0)$ in ein Schaubild zeichnet (unter Verwendung der Matlab-Funktion aus a)). Zeichnen Sie ferner in dieses Schaubild die Funktion $f(x) = e^x,\ 0 \le x \le 2$ (mit roter Farbe und gestrichelten Linien).
Das Schaubild soll die Überschrift *Taylor-Polynom zur Exponentialfunktion* erhalten.

Aufgabe 4: (5 Punkte)

Schreiben Sie ein **Matlab**-Programm, das ein Schaubild mit den folgenden vier Unterbildern erstellt:

Die Teilnehmerzahlen an den Numerik-Klausuren

	Math.	Phys.	MFÖ	LA	Sonst.
2010	32	31	32	41	7
2011	28	20	22	34	13

werden als **Kuchendiagramm** in *Unterbild 1* (2010) bzw. *Unterbild 2* (2011) dargestellt.

Unterbild 3 enthält die Veränderungen in den Teilnehmerzahlen (aus Sicht von 2010) als **Balkendiagramm**.

Unterbild 4 enthält die Raumkurve

$$(x(t), y(t), z(t)) = (\cos(10t), \sin(10t), \ln(t)), \quad 1 \leq t \leq 5 \ .$$

Aufgabe 5: (5 Punkte)

a) Gegeben sei die Zahl 13.2 in Dezimalsystem. Rechnen Sie diese Zahl um in das Dualsystem, und zwar in die normalisierte Gleitpunktdarstellung mit 6-stelliger Mantisse.

b) Gegeben sei die Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$. Es werden $a \neq 0$, $c \neq 0$ und $b^2 - 4ac > 0$ vorausgesetzt. Die Wurzeln berechnet man üblicherweise mit den bekannten Formeln

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{und} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad .$$

Zeigen Sie, dass sich diese Wurzeln auch nach folgender Vorschrift ermitteln lassen:

$$y_1 = \frac{-2c}{b + \sqrt{b^2 - 4ac}} \quad \text{und} \quad y_2 = \frac{-2c}{b - \sqrt{b^2 - 4ac}} \quad .$$

Welche Formeln sollte man zur Lösung von $x^2 - 1000000x + 1 = 0$ verwenden (mit Begründung)?

Aufgabe 6: (5 Punkte)

a) Berechnen Sie mit **Maple**:

(1) $\sum\limits_{k=1}^{20} \binom{20}{k} 3^k \quad ,$

(2) $\int\limits_0^\pi \exp(x) \sin(kx)\, dx \quad (k \in \mathbb{N}),$

(3) die inverse Matrix von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad .$$

b) Was leistet die folgende **Maple**-Sequenz?

```
e1 := 5*cos(x^2+y^2) = 2
e2 := 2*x^4 + 5*y^2 = 8
solve({e1,e2},{x,y})
```