Fachbereich Mathematik und Statistik

29. Sept. 2016

# Nachklausur zu Computereinsatz in der Mathematik

Name	Vorname	Matrikel-Nr.	Studiengang	

# Allgemeine Richtlinien:

- 1. Diese Klausur beinhaltet **sechs** verschiedene Aufgaben (Rückseite beachten). Kontrollieren Sie Ihr Exemplar, ein Austauschexemplar kann Ihnen sofort ausgehändigt werden.
- 2. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.
- 3. Schreiben Sie Ihren Namen auf dieses Deckblatt und auf jedes einzelne Aufgabenblatt. Ihre Matrikelnummer muss auf dem Deckblatt erscheinen.
- 4. Schreiben Sie mit Tinte oder Kugelschreiber.
- 5. **Zugelassene Hilfsmittel:** Vorher abgegebener Spickzettel (1 Seite DIN A 4), welcher dieser Klausur beiliegt. Alle anderen Hilfsmittel sind verboten und führen zum Ausschluss von der Klausur.
- 6. Die Klausur dauert 60 Minuten.
- 7. Zum Bestehen sind mindestens 15 Punkte erforderlich.

# Viel Erfolg!

# Korrektur

	Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	Aufg. 6	gesamt	Note
Punkte	7	5	5	5	4	4	30	-
erreicht								

### Aufgabe 1: (7 Punkte)

a) Erstellen Sie ein Latex-Programm (ohne Präambel), das den folgenden Ausdruck erzeugt: Für die Determinante gilt

$$\left| \begin{array}{c|c|c} 1 & 2 & 1 & 1 \\ \hline 3 & 4 & 2 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c|c} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c|c} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{array} \right|$$

Sei  $f \in C^{m+1}[a,b]$ . Dann gilt für den Interpolationsfehler

$$f(x) - p(x) = \frac{f^{(m+1)}(\xi)}{(m+1)!} \prod_{i=0}^{m} (x - t_i)$$

mit einem Zwischenwert  $\xi \in (a, b)$ .

b) Welchen Ausdruck erzeugt das folgende Latex-Programm?

```
\section{Grundaufgaben der Numerik}
\subsection{Quadraturformeln}
Eine {\bf Quadraturformel} hat die Form
1
  \int \int \int dx = \sum \int \int dx
  w_i f(t_i) + R(f)
\]
mit $w_i \in \mathbb{R},\; i=1, \ldots, m$ und
a \leq t_1 < \ldots < t_m \leq b.
\subsection{Gleichungssysteme}
Wir beginnen mit einem Beispiel f\"ur ein {\bf nichtlineares
Gleichungssystem:}
\begin{eqnarray*}
  \sin (2 \pi x) + e^{y+1} & = &10
\end{eqnarray*}
```

#### Aufgabe 2: (5 Punkte)

a) Welche Ergebnisse (auf dem Bildschirm) liefern die folgenden Matlab-Befehle?

```
A = [1 2 3; 6 5 4; 3 7 7];
B = diag(diag(A),1)
C = (A == A')
D = sum(A)
```

b) Schreiben Sie ein Matlab-Programm, welches die  $20 \times 20$ -Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 2 & 2 & 1 & \ddots & \vdots \\ 0 & 2 & 3 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 2 & 20 \end{pmatrix}$$

erzeugt und dann  $A^k$ ,  $k = 2, 4, 6, \dots, 20$  berechnet.

# Aufgabe 3: (5 Punkte)

Es seien  $-1 \le t_0 < t_1 < \cdots < t_m \le 1$  und

$$w : [-1,1] \to \mathbb{R}, \ x \to w(x) := \prod_{i=0}^{m} (x - t_i)$$

- a) Erstellen Sie dafür eine Matlab-Funktion function z = w(x,t). Dabei enthalte der Vektor t die Werte  $t_0, t_1, \dots, t_m$ .
- **b)** Schreiben Sie ein **Matlab**-Programm, das unter Verwendung der Matlab-Funktion aus a) für

$$t_i = \cos\left(\frac{i\pi}{20}\right), \ i = 0, \dots, 20$$

die Funktion w(x) in ein Schaubild zeichnet. Dieses Schaubild soll die Überschrift **Knotenpolynom** tragen.

# Aufgabe 4: (5 Punkte)

Die Datei Notenliste enthält die Klausurergebnisse zu Coma und hat die Form

Matrikel-Nr.	Note
524437	1.7
493456	5.0
537851	2.3
:	:
•	•

Sie enthält eine unbekannte Anzahl von Studierenden. Erstellen Sie ein Matlab-Programm, das folgendes leistet:

- (1) Die Daten werden aus der Datei Notenliste eingelesen.
- (2) Es wird festgestellt, wie viele Studierende die gerundeten Noten sehr gut, gut, befriedigend, ausreichend und nicht bestanden erreicht haben. Zeichnen Sie dieses Ergebnis als Balkendiagramm.

#### Aufgabe 5: (4 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe des vollständigen Hornerschemas die Taylor-Entwicklung von  $p(x) = 3x^5 + 20x^4 + 40x^3 - 60x - 24$  an der Stelle  $x_0 = -2$ .

#### Aufgabe 6: (4 Punkte)

- a) Berechnen Sie mit Maple
- (1) die Summe  $\sum_{k=1}^{9} {10 \choose k} 2^k ,$
- (2) das Taylor-Polynom vom Grad 4 zum Entwicklungspunkt  $x_0 = 2$  von

$$f(x) = \frac{e^x}{x^3 - 3x^2 + 1} \quad ,$$

b) Welches Ergebnis liefert das folgende Maple-Kommando?