Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

Dr. E. Luik

30. September 2015

Nachklausur zu **Computereinsatz in der Mathematik**

Name	**Vorname**	**Matrikel-Nr.**	**Studiengang**

Allgemeine Richtlinien:

1. Diese Klausur beinhaltet **sechs** verschiedene Aufgaben (Rückseite beachten). Kontrollieren Sie Ihr Exemplar, ein Austauschexemplar kann Ihnen sofort ausgehändigt werden.
2. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.
3. Schreiben Sie Ihren Namen auf dieses Deckblatt und auf jedes einzelne Aufgabenblatt. Ihre Matrikelnummer muss auf dem Deckblatt erscheinen.
4. Schreiben Sie **mit Tinte oder Kugelschreiber**.
5. **Zugelassene Hilfsmittel:** Vorher abgegebener Spickzettel (1 Seite DIN A 4), welcher dieser Klausur beiliegt. Alle anderen Hilfsmittel sind verboten und führen zum Ausschluss von der Klausur.
6. Die Klausur dauert **60 Minuten**.
7. Zum Bestehen sind mindestens 15 Punkte erforderlich.

Viel Erfolg!

Korrektur

	Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	Aufg. 6	gesamt	Note
Punkte	6	4	6	4	5	5	30	-
erreicht								

Aufgabe 1: (6 Punkte)

a) Welchen Ausdruck erzeugt die folgende Latex-Sequenz?

```
Gestaffelte lineare Gleichungssysteme $A x = b$ mit einer oberen Dreiecksmatrix
\[
  A = \left( \begin{array}{cccc}
      a_{11} & \cdots & \cdots & a_{1n} \\
      0 & \ddots  & & \vdots  \\
      \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\
      0 & \cdots & 0 & a_{nn}
      \end{array} \right)
\]
werden durch {\bf Rückwärtsauflösen} gelöst:
\[
  x_k  = \frac{b_k - \sum\limits_{j=k+1}^n a_{kj}x_j}{a_{kk}}
  \hspace{1em} (k = n, n-1, \ldots, 1).
\]
```

b) Erstellen Sie ein Latex-Programm (ohne Präambel), das den folgenden Ausdruck erzeugt (die Nummerierung soll automatisch erfolgen):

1 Numerische Integration

1.1 Quadraturformeln

Eine Quadraturformel hat die Form

$$\int\limits_a^b f(x)dx = \sum_{i=1}^m w_i f(x_i) + R[f] \tag{1}$$

mit Stützstellen $a \leq x_1 < \cdots < x_m \leq b$ und Gewichten $w_i \in \mathbb{R}$.

1.2 Fehlerdarstellung

Wählt man in (1) die Keplersche Fassregel, so gilt für den Quadraturfehler

$$R[f] = \frac{(b-a)^5}{2880} f^{(4)}(\eta) \qquad \text{mit einem Zwischenwert } \eta \in (a,b).$$

Aufgabe 2: (4 Punkte)

a) Welche Ergebnisse (auf dem Bildschirm) liefern die folgenden **Matlab**-Befehle?

(1)
```
for i = 1:4
    for j = 1:3
       A(i,j) = i.^2 + j;
    end
 end
 A
```

(2)
```
B = 4.*eye(4,4) + diag(10:10:30,-1)
```

b) Erstellen Sie ein **Matlab**-Programm, das von der Funktion $h(x,y) = xy(x^2+y^2-1)$ im Bereich $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, -1 \leq x \leq 1,\ -1 \leq y \leq 1\}$ ein dreidimensionales Schaubild erstellt.

bitte wenden

Aufgabe 3: (6 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \begin{cases} e^{3x} + 3 & \text{für } x \leq 0 \\ \ln(x + 0.5) & \text{für } x > 0 \end{cases}$.

a) Ist diese Funktion an der Stelle 0 stetig (mit Begründung)?

b) Schreiben Sie eine **Matlab**-Funktion für $f(x)$.

c) Erstellen Sie ein **Matlab**-Programm, welches unter Verwendung der Matlab-Funktion aus b)

(1) die Funktion $f(x)$ im Intervall $[-2, 2]$ zeichnet,

(2) im Intervall $[-2, 2]$ eine Wertetabelle von $f(x)$ erstellt und in übersichtlicher Form in die Datei `aufgabe3.aus` schreibt. Geben Sie diese Werte mit 8 Nachkommastellen aus.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

a) Erstellen Sie eine **Matlab**-Funktion `w = wuerfel`, die den Wurf eines Würfels simuliert.

b) Schreiben Sie ein Matlab-Programm, das die Funktion `wuerfel` 100 mal aufruft, dabei die Häufigkeiten h_i, $i = 1, \ldots, 6$ ermittelt und als Kuchendiagramm darstellt (h_i gibt an, wie oft die Augenzahl i gewürfelt wurde).

Aufgabe 5: (5 Punkte)

a) Gegeben sei die Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ mit $a \neq 0$, $c \neq 0$ und $b^2 - 4ac > 0$. Für jede Lösung gibt es zwei Formeln:

$$\text{1. Lösung:} \quad x_1 := \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2c}{b + \sqrt{b^2 - 4ac}} =: y_1 \quad ,$$

$$\text{2. Lösung:} \quad x_2 := \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2c}{b - \sqrt{b^2 - 4ac}} =: y_2 \quad .$$

Welche Formeln sollte man bei der Berechnung (mit dem Computer) der Lösungen von $x^2 + 1000000x + 1 = 0$ verwenden (mit Begründung)?

b) Rechnen Sie die Dezimalzahl $x = 75.91$ um in das Hexadezimalsystem mit 3-stelliger Mantisse (normalisierte Darstellung).

Aufgabe 6: (5 Punkte)

a) Berechnen Sie mit **Maple**

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{8} \binom{10}{k} 2^k$,

(2) alle Eigenwerte von $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 7 & 3 \end{pmatrix}$,

(3) alle Lösungen von

$$\begin{aligned} 16x^4 + 16y^4 + z^4 &= 16 \\ x^2 + y^2 + z^2 &= 3 \\ x^2 - y &= 0 \end{aligned}$$

Die Lösungen sollen als numerische Zahlen ausgegeben werden.

b) Welches Ergebnis liefert die folgende Maple-Sequenz?

```
convert(convert(10001,decimal,binary),hexadecimal)
```