Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

Dr. E. Luik

27. Sept. 2012

Nachklausur zu **Computereinsatz in der Mathematik**

Name	**Vorname**	**Matrikel-Nr.**	**Studiengang**

Allgemeine Richtlinien:

1. Diese Klausur beinhaltet **sechs** verschiedene Aufgaben (Rückseite beachten). Kontrollieren Sie Ihr Exemplar, ein Austauschexemplar kann Ihnen sofort ausgehändigt werden.
2. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.
3. Schreiben Sie Ihren Namen auf dieses Deckblatt und auf jedes einzelne Aufgabenblatt. Ihre Matrikelnummer muss auf dem Deckblatt erscheinen.
4. Schreiben Sie **mit Tinte oder Kugelschreiber**.
5. **Zugelassene Hilfsmittel:** Vorher abgegebener Spickzettel (1 Seite DIN A 4), welcher dieser Klausur beiliegt. Alle anderen Hilfsmittel sind verboten und führen zum Ausschluss von der Klausur.
6. Die Klausur dauert **60 Minuten**.
7. Zum Bestehen sind mindestens 15 Punkte erforderlich.

Viel Erfolg!

Korrektur

	Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	Aufg. 6	gesamt	Note
Punkte	6	4	5	6	4	5	30	-
erreicht								

Aufgabe 1: (6 Punkte)

a) Welchen Ausdruck erzeugt die folgende Latex-Sequenz?

```
\section{Numerische Integration}
\subsection{Quadraturformeln}
Eine Quadraturformel hat die Form
\begin{equation}
  \int \limits_a^b f(x) dx = \sum \limits _{i=1}^m w_i f(x_i) + R[f]
 \label{formel1}
\end{equation}
mit Stützstellen $a \leq x_1 < \cdots < x_m \leq b$ und Gewichten
$w_i \in \mathbb{R}$. $R[f]$ wird als \underline{Quadraturfehler} bezeichnet.
\subsection{Fehlerdarstellung}
Wählt man in (\ref{formel1}) die Keplersche Fassregel, so gilt
für den Quadraturfehler
\[
  R[f] = \frac{(b-a)^5}{2880}f^{(4)}(\eta)
\]
mit einem Zwischenwert $\eta \in (a,b)$.
```

b) Erstellen Sie ein Latex-Programm (ohne Präambel), das den folgenden Ausdruck erzeugt:

Gestaffelte lineare Gleichungssysteme $Ax = b$ mit einer oberen Dreiecksmatrix

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & \cdots & a_{1n} \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & a_{nn} \end{pmatrix}$$

werden durch **Rückwärtsauflösen** gelöst:

$$x_k = \frac{b_k - \sum\limits_{j=k+1}^{n} a_{kj} x_j}{a_{kk}} \qquad (k = n, n-1, \ldots, 1).$$

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Vorgelegt sei die folgende **Matlab**–Sequenz:

```
function z = f(n,x)
y = 0;
for i=0:n
  y = y + 1./prod(1:i).*(x-1).^i;
end
z = y;
```

a) Welche Funktion (mathematische Schreibweise) wird durch diese Sequenz definiert?

b) Welchen Wert liefert der Aufruf `f(3,2)`?

Aufgabe 3: (5 Punkte)

In der Datei `Klausurergebnisse.dat` befinden sich die ganzzahligen Klausurergebnisse (d.h. Zahlen 1, 2, 3, 4 oder 5) einer unbekannten Anzahl von Studierenden (z.B. 5 4 4 1 3 5 2 2 ...).

Erstellen Sie ein **Matlab**–Programm, welches diese Zahlenreihe einliest und dann

(1) die Anzahl der Studenten und den Notendurchschnitt ermittelt und auf dem Bildschirm ausgibt,

(2) die Häufigkeitsverteilung (d.h. die Häufigkeiten der einzelnen Noten) berechnet und als Balkendiagramm zeichnet. Dieses soll die Überschrift `Notenverteilung` haben.

bitte wenden

Aufgabe 4: (6 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $h(x,y) = \ln\left(\sqrt{16-(x-a)^2-(y-b)^2}\right)$.

a) Erstellen Sie eine **Matlab-Funktion** `h(x,y,a,b)` von dieser Funktion.

b) Schreiben Sie ein **Matlab**–Programm, welches über den Bildschirm a und b einliest und dann unter Verwendung der Matlab-Funktion aus a) ein Schaubild mit den folgenden 4 Unterbildern erzeugt:

(1) Unterbild 1 enthält ein 3-dimensionales Schaubild von $h(x,y)$ im Bereich $a-1 \le x \le a+1,\ b-2 \le y \le b+2.$

(2) Unterbild 2 enthält die Höhenkarte zu $h(x,y)$ im Bereich $a-1 \le x \le a+1,\ b-2 \le y \le b+2.$

(3) Unterbild 3 enthält das Schaubild von f(x) := h(x,b) im Intervall $[a-2, a+2]$.

(4) Unterbild 4 enthält das Schaubild von g(y) := h(a,y) im Intervall $[b-2, b+2]$.

Aufgabe 5: (4 Punkte)

Gegeben sei die Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$. Es werden $a \neq 0,\ c \neq 0$ und $b^2 - 4ac > 0$ vorausgesetzt. Die Wurzeln berechnet man üblicherweise mit den bekannten Formeln

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \text{und} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad .$$

Zeigen Sie, dass sich diese Wurzeln auch nach folgender Vorschrift ermitteln lassen:

$$y_1 = \frac{-2c}{b+\sqrt{b^2-4ac}} \quad \text{und} \quad y_2 = \frac{-2c}{b-\sqrt{b^2-4ac}} \quad .$$

Welche Formeln sollte man zur Lösung von $4x^2+4000000x-1 = 0$ verwenden (mit Begründung)?

Aufgabe 6: (5 Punkte)

a) Berechnen Sie mit **Maple**:

(1) $$\sum_{i=1}^{499} \binom{500}{i} 2^i (-3)^{500-i} \quad ,$$

(2) die partielle Ableitung $h_{xx}(x,y)$ von $h(x,y) = \sqrt{\log_{10}(x+1) - e^{x^2+y^2}}$,

(3) $$\int_0^{\pi} \cos^3(x)\sin(x)\,dx \quad .$$

b) Welche Ergebnisse liefern die folgenden Maple-Sequenzen?

(1)
```
limit(sum(2^i/product(j,j=1..i),i=1..k),k=infinity)
evalf(%)
```

(2)
```
z := A
member(z,{U,V,W,A} intersect {B,C,U})
```