Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

Dr. E. Luik

11. Juli 2016

Klausur zu **Computereinsatz in der Mathematik**

Name	**Vorname**	**Matrikel-Nr.**	**Studiengang**

Allgemeine Richtlinien:

1. Diese Klausur beinhaltet **sechs** verschiedene Aufgaben (Rückseite beachten). Kontrollieren Sie Ihr Exemplar, ein Austauschexemplar kann Ihnen sofort ausgehändigt werden.
2. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.
3. Schreiben Sie Ihren Namen auf dieses Deckblatt und auf jedes einzelne Aufgabenblatt. Ihre Matrikelnummer muss auf dem Deckblatt erscheinen.
4. Schreiben Sie **mit Tinte oder Kugelschreiber**.
5. **Zugelassene Hilfsmittel:** Vorher abgegebener Spickzettel (1 Seite DIN A 4), welcher dieser Klausur beiliegt. Alle anderen Hilfsmittel sind verboten und führen zum Ausschluss von der Klausur.
6. Die Klausur dauert **60 Minuten**.
7. Zum Bestehen sind mindestens 15 Punkte erforderlich.

Viel Erfolg!

Korrektur

	Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	Aufg. 6	gesamt	Note
Punkte	6	4	6	6	3	5	30	-
erreicht								

Aufgabe 1: (6 Punkte)

Erstellen Sie ein Latex-Programm (ohne Präambel), das den folgenden Ausdruck erzeugt. Die Nummerierung der Formeln und das Referieren soll automatisch erfolgen.

Das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned} \tag{1}$$

wird durch **Gauß-Elimination** gelöst. Dabei bringt man die erweiterte Matrix

$$(A,b) = \left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} & b_n \end{array}\right) \tag{2}$$

durch *elementare Zeilenumformungen* auf Zeilenstufenform:

$$(R,c) = \left(\begin{array}{cccc|c} r_{11} & \cdots & \cdots & r_{1n} & c_1 \\ 0 & r_{22} & \cdots & r_{2n} & c_2 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & r_{nn} & c_n \end{array}\right) \quad . \tag{3}$$

Das System (3) lässt sich einfach lösen:

$$x_k = \frac{b_k - \sum\limits_{j=k+1}^{n} r_{kj}x_j}{r_{kk}} \qquad (k = n, \ldots, 1)\ .$$

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Welche Ergebnisse (auf dem Bildschirm) liefern die folgenden **Matlab**-Befehle?

(1)
```
C = [1 1 0; 2 0 -2; 0 0 4];
D = ~(C^2 == C.^2)
```

(2)
```
A = [ones(2,2),3*eye(2,2); zeros(2,3),[10;20]]
```

(3)
```
for k = 1:2
  for l = 1:3
     B(k,l) = k-l;
  end
end
B
abs(sum(sum(B)))
sum(sum(abs(B)))
```

Aufgabe 3: (6 Punkte)

a) Schreiben Sie ein **Matlab**-Programm, welches 50 im Intervall $[1, 3]$ gleichverteilte Zufallszahlen erzeugt und in übersichtlicher Form in die Datei `Zufallszahlen.dat` schreibt (mit 10 Nachkommastellen).

bitte wenden

b) Gegeben seien das Polynom

$$p(t) \;=\; \sum_{k=0}^{n} a_k t^k$$

und $t_0 \in \mathbb{R}$. Erstellen Sie eine **Matlab-Funktion** `c = taylor(a,n,t0)`, welche mit Hilfe des vollständigen Hornerschemas die Taylor-Entwicklung von $p(t)$ um den Punkt t_0 berechnet (dabei enthält der Vektor `a` die Koeffizienten $a_0, \ldots, a_n$ und der Vektor `c` die Koeffizienten der berechneten Taylor-Entwicklung).

Aufgabe 4: (6 Punkte)
Gegeben sei die Funktion

$$f(x) \;=\; \begin{cases} -1 & \text{für } x < -2 \\ x+1 & \text{für } -2 \le x < 0 \\ x-1 & \text{für } 0 \le x < 2 \\ 1 & \text{für } x \ge 2 \end{cases}$$

a) Untersuchen Sie $f(x)$ auf Stetigkeit.

b) Erstellen Sie eine **Matlab-Funktion** für $f(x)$.

c) Erstellen Sie ein **Matlab**-Programm, welches unter Verwendung der Matlab-Funktion aus b) die Funktion f im Intervall $[-5, 5]$ in ein Schaubild zeichnet.

Aufgabe 5: (3 Punkte)
a) Rechnen Sie die Dezimalzahl $x = 26.125$ um in das Dualsystem mit 8-stelliger Mantisse (normalisierte Darstellung).

b) Gegeben sei die Hexadezimalzahl $y = 0.9BA \cdot 16^2$. Welche normalisierte Dartellung besitzt y im Dualsystem?

Aufgabe 6: (5 Punkte)
a) Berechnen Sie mit **Maple**

(1) die Eigenwerte von $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$,

(2) alle Nullstellen von $h(x) = 4x^5 + 8x^3 - 10x$. Dabei sollen diese Nullstellen als numerische Zahlen ausgegeben werden.

(3) den Grenzwert $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos(x)\sin(2x^3)}{x^3}$.

b) Welches Ergebnis liefert die folgende **Maple-Sequenz**?

```
h := (x,y) -> ln(x^2 + y^2 +a)
diff(h(x,y),x,y)
```