

Théorie des Langages **Contrôle continu 1**

Durée 1h30 - Aucun document autorisé.

Exercice 1 : (3 pts) Soit L l'ensemble des mots définis sur l'alphabet $\Sigma=\{a,b\}$ et dont au moins l'une des deux dernières lettres est un b .

1. Décrire L à l'aide d'une expression régulière.
2. Donner un automate fini non déterministe à trois états reconnaissant le langage L .
3. En déduire un automate fini déterministe à trois états reconnaissant le langage L .
4. Construire un automate reconnaissant le complémentaire de L .

Exercice 2 : (3 pts) Soit $L=\{a^n b^p \mid n+p \text{ est pair}\}$
Construire un automate fini déterministe reconnaissant le langage L .
(on précisera soigneusement le rôle de chaque état).

Exercice 3 : (4 pts) On considère le langage $L1$ défini sur $\Sigma=\{a,b\}$, constitué des mots contenant " ab " et $L2$ le langage défini sur $\Sigma=\{a,b\}$ des mots commençants par b et finissant par a .

1. Décrire $L1$ et $L2$ par des expressions régulières.
2. Donner des automates déterministes reconnaissant respectivement $L1$ et $L2$ (*directement ou par détermination*).
3. Construire un automate déterministe reconnaissant le langage $L1 \cap L2$.

Exercice 4 : (7 pts) Soit L le langage défini sur l'alphabet $\Sigma=\{a,b\}$ par l'expression régulière :
$$L=aa(a+b)^* + (ab)^*bb$$

1. Donner directement un automate fini déterministe reconnaissant $aa(a|b)^*$
2. En utilisant obligatoirement la méthode systématique vue en cours et en détaillant bien la mise en œuvre de l'étoile et du produit, construire un automate fini non déterministe à ε transitions reconnaissant le langage $(ab)^*.bb$ et déterminer le.
3. En déduire un automate fini non déterministe reconnaissant L et déterminer le pour obtenir finalement un automate fini déterministe à 7 états reconnaissant L .

Exercice 5 : Soit \mathcal{A} un automate à k états reconnaissant un langage L . Montrer que L contient une infinité de mots si et seulement si il contient un mot de longueur supérieure à k .

Exercice 6 :

1. Montrer que le langage $L=\{a^{2^n}, n \in \mathbb{N}\}$ est pompable.
2. Montrer que L est régulier
3. Quel théorème du cours permet d'en déduire que L est automatique ?