

# Déterminant

## Développement suivant la première ligne

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & -6 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

- ***Objectif :***

*Se ramener  
(récursivement) à des  
déterminants de taille 1.*

$$D = \det(A) = +a_{11}\det(A_{11}) - a_{12}\det(A_{12}) + a_{13}\det(A_{13})$$

# Développement suivant la ligne 1

$D = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & -6 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$

$D = +3 \det A_{11} - 5 \det A_{12} + 7 \det A_{13}$

# Calcul des déterminants mineurs

$$\det A_{11} = \begin{vmatrix} \boxed{\phantom{0}} & \boxed{\phantom{0}} \\ 4 & -6 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} \text{Ligne 1} \\ \text{Colonne 1} \end{matrix}$$

$$\det A_{11} = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = +4 \cdot \begin{vmatrix} \boxed{\phantom{0}} & \boxed{\phantom{0}} \\ \phantom{0} & 0 \end{vmatrix} - (-6) \cdot \begin{vmatrix} \boxed{\phantom{0}} & \boxed{\phantom{0}} \\ 2 & \phantom{0} \end{vmatrix}$$

$$= +4 \cdot |0| + 6 \cdot |2| = 0 + 12 = 12$$

# Calcul des déterminants mineurs

$$\det A_{12} = \begin{vmatrix} 1 & -6 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Colonne 2

Ligne 1

$$\det A_{12} = \begin{vmatrix} 1 & -6 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = +1 \cdot \begin{vmatrix} 0 \end{vmatrix} - (-6) \cdot \begin{vmatrix} 0 \end{vmatrix}$$

$$= |0| + 6 \cdot |0| = 0$$

# Calcul des déterminants mineurs

$$\det A_{13} = \begin{vmatrix} & & & \\ & & & \\ 1 & 4 & & \\ 0 & 2 & & \end{vmatrix}$$

Ligne 1

Colonne 3

$$\det A_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = +1 \cdot \begin{vmatrix} & & \\ & & \\ & & 2 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} & & \\ 0 & & \end{vmatrix}$$

$$= |2| - 4 \cdot |0| = 2$$

# Développement suivant la ligne 1

+	-	+
---	---	---

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & -6 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$D = +3 \det A_{11} - 5 \det A_{12} + 7 \det A_{13}$$

$$= 3*12 - 5*0 + 7*2 = 50$$