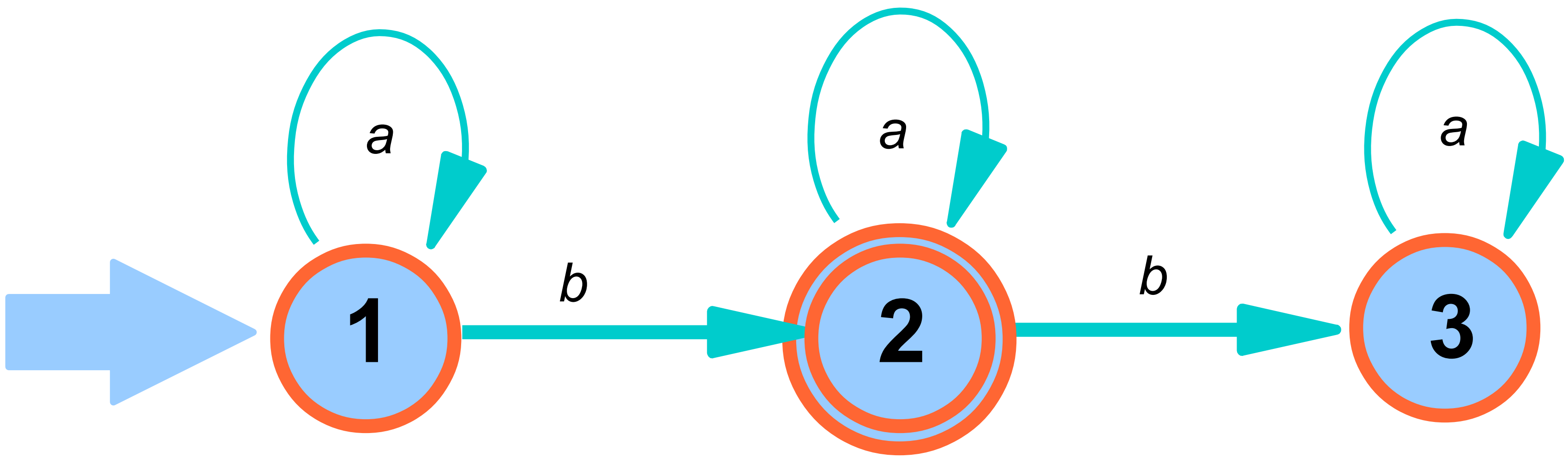
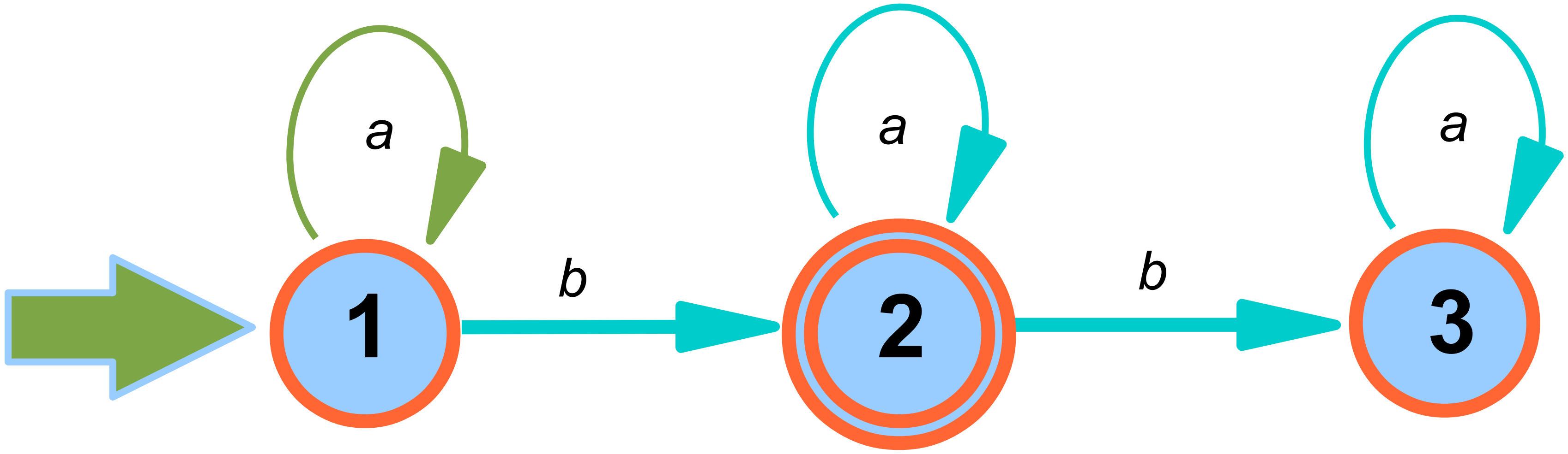
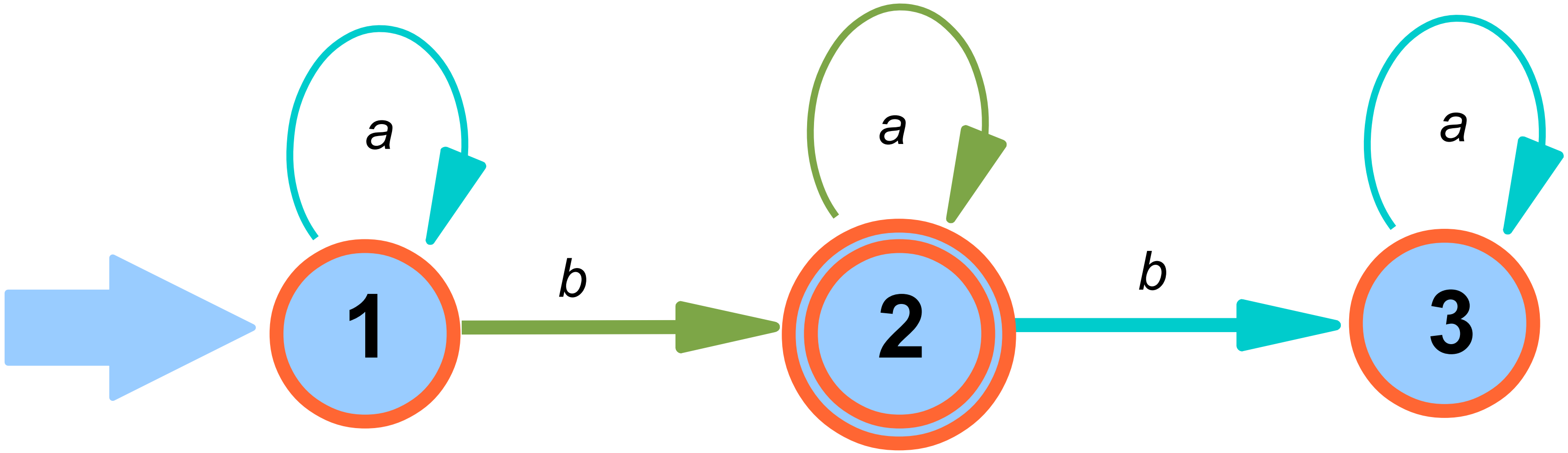
Caractériser le langage reconnu par l'automate :





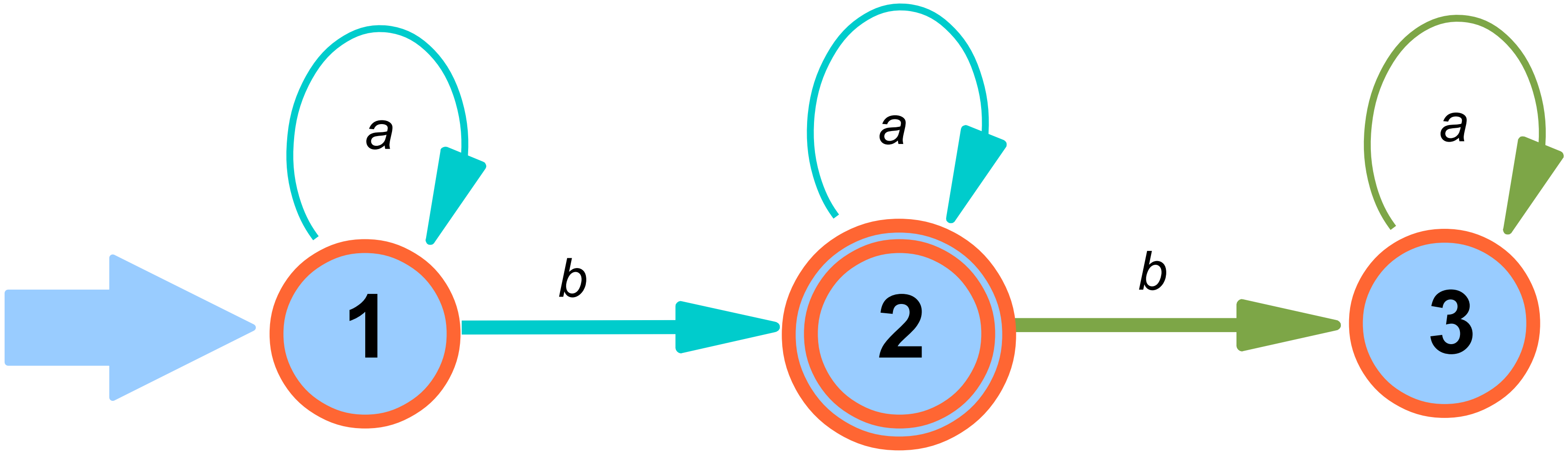
On écrit le système des équations aux langages

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet\ L1 = \varepsilon + L1.a \\ \\ \\ \end{array} \right.$$



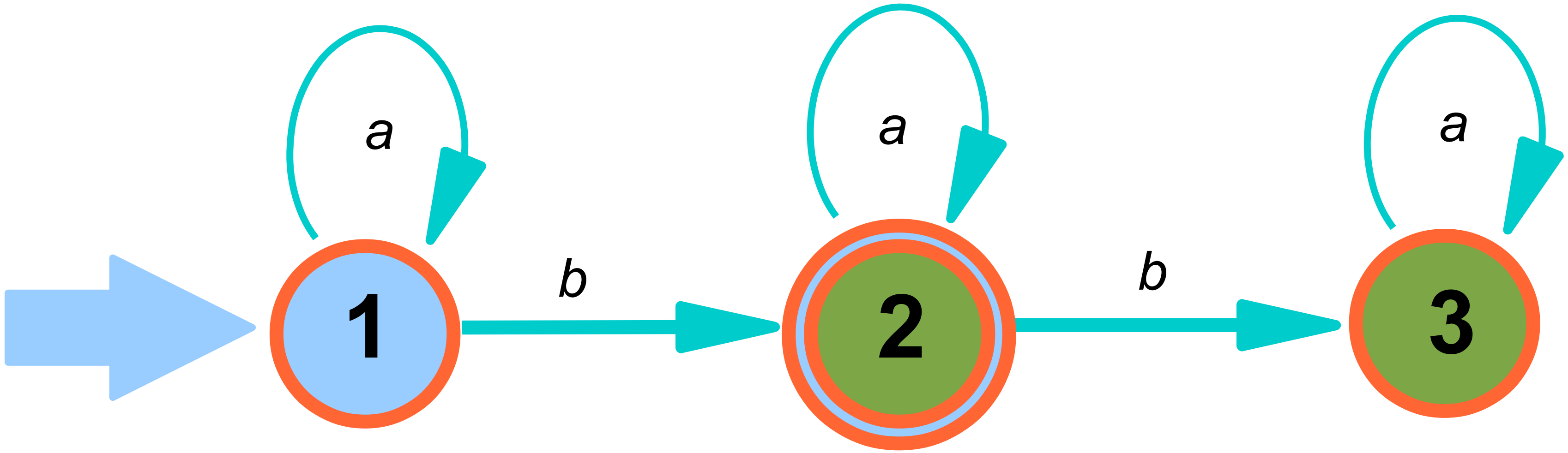
On écrit le système des équations aux langages

- $L1 = \varepsilon + L1.a$
- $L2 = L1.b + L2.a$



On écrit le système des équations aux langages

- $L1 = \varepsilon + L1.a$
- $L2 = L1.b + L2.a$
- $L3 = L2.b + L3.a$



On écrit le système des équations aux langages

$$\begin{cases} L1 = \varepsilon + L1.a \\ L2 = L1.b + L2.a \\ L3 = L2.b + L3.a \end{cases}$$

$$\mathcal{L}(\mathcal{A}) = L2 + L3$$

On résout le système :

$$\begin{cases} L1 = \varepsilon + L1.a \\ L2 = L1.b + L2.a \\ L3 = L2.b + L3.a \end{cases}$$

- $L1 = \varepsilon + L1.a$

donc d'après le lemme d'Arden

- $L1 = \varepsilon.a^* = a^*$

On résout le système :

- L1 = ε + L1.a
- (2) L2 = L1.b + L2.a
- L3 = L2.b + L3.a

- L1 = a*

on reporte dans l'équation (2),

- L2 = a*.b + L2.a

donc d'après le lemme d'Arden,

- L2 = a*.b.a*

On résout le système :

$$\begin{cases} L1 = \varepsilon + L1.a \\ (2)\quad L2 = L1.b + L2.a \\ L3 = L2.b + L3.a \end{cases}$$

- L1 = a*
- L2 = a*.b.a*

on reporte dans l'équation (3),

- L3 = a*.b.a*.b + L3.a

donc d'après le lemme d'Arden,

- L3 = a*.b.a*.b.a*

Finalement :

$$\mathcal{L}(\mathcal{A}) = L2 + L3$$
$$= a^*.b.a^* + a^*.b.a^*.b.a^*$$
$$= a^*.b.a^* (\varepsilon + b.a^*)$$

Donc l'automate reconnaît les mots contenant 1 ou 2 « b ».