

# Déterminant

## Méthode de Gauss

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & -6 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

### *Objectifs :*

- *Se ramener à un déterminant triangulaire par opérations sur les lignes ou colonnes*
- *Ou simplement « creuser » la matrice (faire apparaître des 0) pour simplifier un développement par rapport à une ligne ou colonne*

# Méthode de Gauss

## *Objectifs :*

- *On peut opérer indifféremment sur les lignes ou les colonnes*
- *ajouter à une ligne une CL des autres ne change pas le déterminant*
- *échanger deux lignes ou deux colonnes change le signe du déterminant*
- *multiplier une ligne par  $k$  multiplie le déterminant par  $k$*

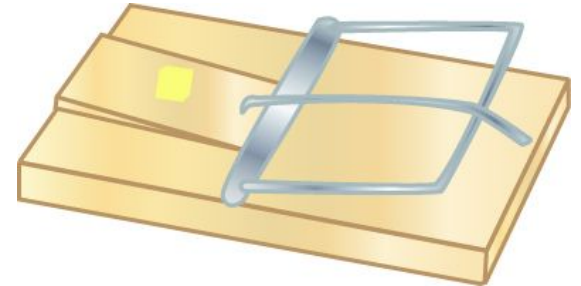
# Méthode de Gauss

*Attention à l'erreur classique :*

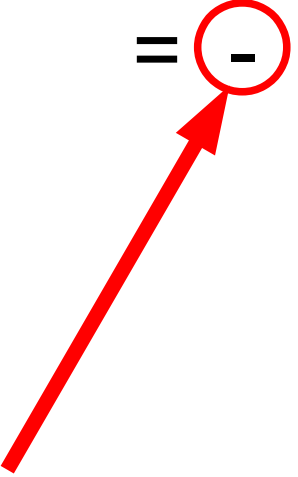
- $L'1 \leftarrow 3*L1 + 2*L2$

*n'est pas une opération élémentaire mais l'enchaînement de deux opérations élémentaires :*

- $L'1 \leftarrow 3*L1$  (qui multiplie le déterminant par 3)  
puis
- $L'1 \leftarrow L'1 + 2*L2$  qui ne modifie pas le déterminant



# Méthode de Gauss

$$D = \left| \begin{array}{ccc} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & -6 \\ 0 & 2 & 0 \end{array} \right| = - \left| \begin{array}{ccc} 1 & 4 & -6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 0 & 2 & 0 \end{array} \right|$$


On échange L1 et L2

# Méthode de Gauss

$$D = - \left| \begin{array}{ccc} 1 & 4 & -6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 0 & 2 & 0 \end{array} \right| = + \left| \begin{array}{ccc} 1 & 4 & -6 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 7 \end{array} \right|$$

On échange L2 et L3

# Méthode de Gauss

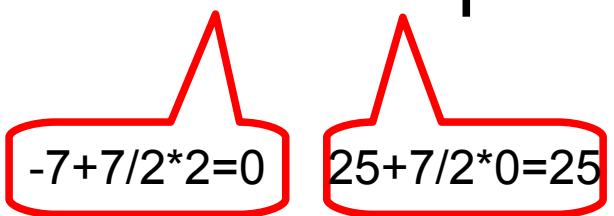
$$D = \begin{array}{|ccc|} \hline 1 & 4 & -6 \\ \hline 0 & 2 & 0 \\ \hline 3 & 5 & 7 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|ccc|} \hline 1 & 4 & -6 \\ \hline 0 & 2 & 0 \\ \hline 0 & -7 & 25 \\ \hline \end{array}$$

$3-3*1=0$        $5-3*4=-7$        $7-3*(-6)=25$

$$L3 \leftarrow L3 - 3 * L1$$

# Méthode de Gauss

$$D = \left| \begin{array}{ccc} 1 & 4 & -6 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -7 & 25 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc} 1 & 4 & -6 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{array} \right|$$



$$L3 \leftarrow L3 + 7/2 * L2$$

# Méthode de Gauss

$$D = \left| \begin{array}{ccc} 1 & 4 & -6 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{array} \right|$$

D est triangulaire supérieur

$$D = 1 \cdot 2 \cdot 25 = 50$$