Institut National Universitaire Champollion

TD N° 2 - Parcours de Graphes et Applications

2 séances

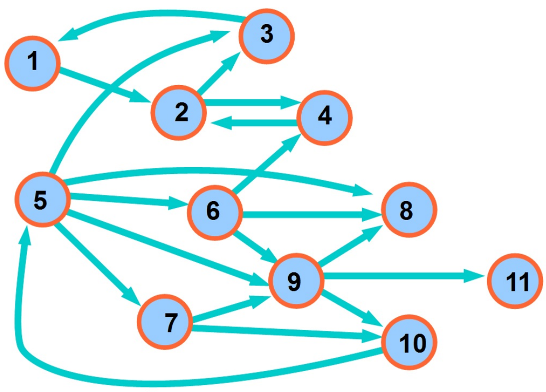
Se repérer dans ce TP :

Exercice	1	2	3	4	5
Théorie		✓	✓	✓	
Algorithmie	✓	✓	✓	✓	✓
Modélisation					✓
Montrer une équivalence			✓		
Raisonner par contraposée			✓		

Exercice 1 - S'exercer aux parcours de graphes

Partie 1 (Voir Page 4)

On considère le graphe orienté G ci-dessous :



1. Effectuer un parcours en largeur (BFS) à partir du sommet 1. Préciser à chaque étape le contenu de la file d'attente.
2. Effectuer un parcours en profondeur (DFS) à partir du sommet 1.
   a) Donner la forêt de visite et les ordres de première et dernière visite.
   b) Trier les arcs selon la classification vue en cours.

   Dans la suite, ne plus préciser les détails de mise en oeuvre des parcours.
3. Existe-t-il un chemin de longueur inférieure à 4 du sommet 9 vers le sommet 2 ?
4. Quels sont les sommets accessibles à partir des sommets 2 et 8 ?
5. **Application*** Rechercher les plus courts chemins vers tous les sommets accessibles à partir du sommet 5.

Partie 2 (Voir Pagee 8)

1. Effectuer un parcours en profondeur du graphe de Petersen à partir du sommet 1.
2. Donner la forêt de visite et l'ordre de première visite des sommets. Qu'apprend-on à propos de ce graphe ?
3. Mêmes questions pour un parcours en largeur.

Partie 3

Donner la classification des arcs et caractériser la présence de cycles lors des parcours en profondeur et en largeur des deux graphes suivants :

- Le graphe orienté $G_1 = \{(1,2), (1,3), (1,5), (2,3), (2,4), (4,1), (5,4)\}$.
- Le graphe non orienté $G_2 = \{(1,2), (1,3), (1,5), (2,3), (2,4), (4,1), (5,4)\}$.

Exercice 2 - Application* - CFC

1. Soit s un sommet de G. Donner un algorithme de construction de la composante fortement connexe de s.
2. Quelle est sa complexité ?
3. Déterminer les composantes fortement connexes du graphe de l'exercice 1.

Exercice 3 - Application - Isthme

Soit $G = (V,E)$ un graphe non orienté et connexe. Une arête $s \in E$ est un **isthme** de G si, privé de s, G n'est plus connexe.

1. Montrer qu'une arête s est un isthme si et seulement si s n'appartient à aucun circuit.
2. Décrire un algorithme de recherche des isthmes.

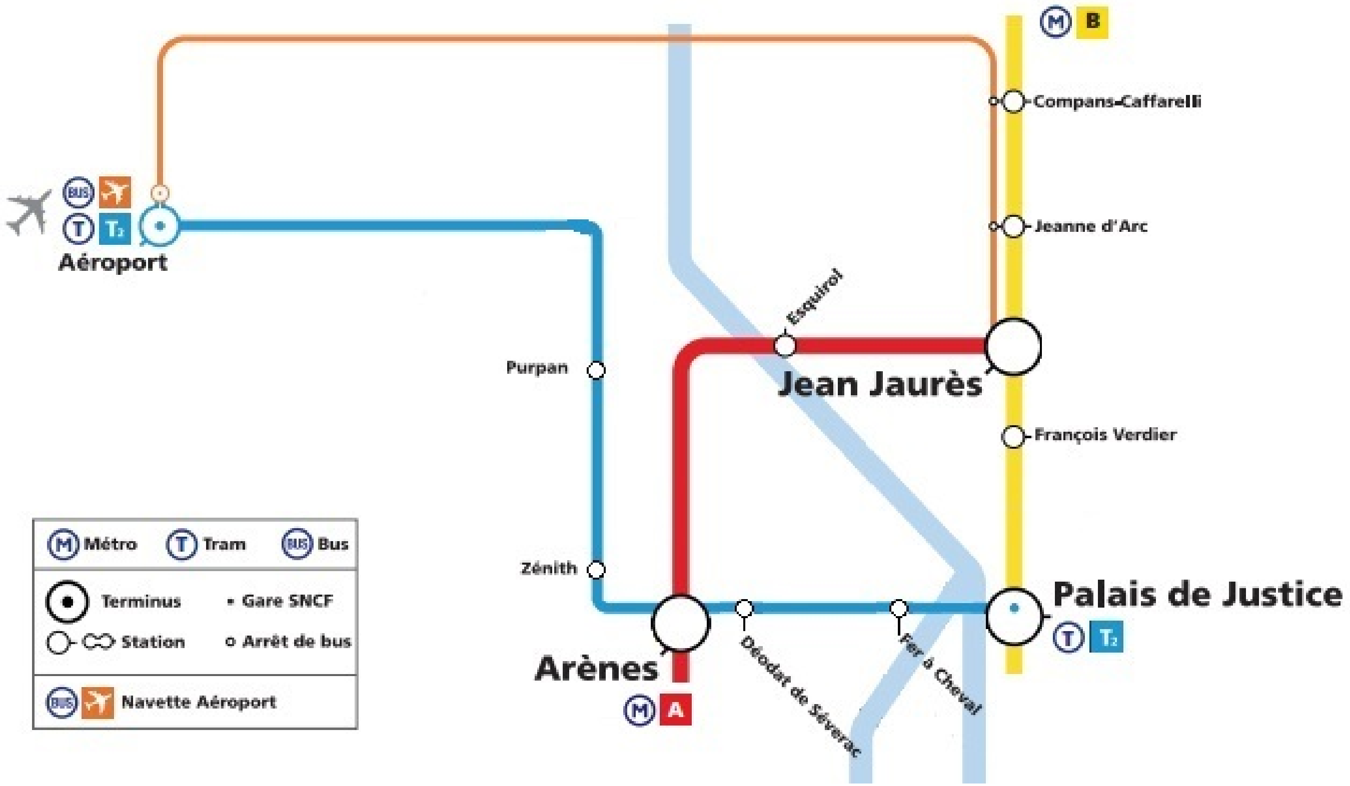
Exercice 4 - Le retour de la fermeture transitive - Voir TD n° 1

Soit $G = (X,E)$ un graphe orienté simple. Le graphe d'accessibilité de G est le graphe G_+ tel qu'il existe un arc (x,y) entre les sommets x et y dans G_+ si et seulement s'il existe un chemin dans G, d'origine x et d'extrémité y. On convient que x est accessible à partir de lui-même par un chemin de longueur nulle, donc G_+ contient toutes les boucles.
On considère le graphe G sur $X = \{1,2,3,4,5\}$ et d'arcs $E = \{(1,2), (2,3), (3,1), (3,4), (3,5), (4,5), (5,4)\}$.

1. Donner les parcours en profondeur du graphe G à partir de chacun de ses sommets. En déduire la fermeture transitive G_+ de G.
2. Adapter l'algorithme de parcours en profondeur pour qu'il fournisse la fermeture transitive de G.
3. Donner la complexité de cet algorithme en fonction de $n = |X|$ et $m = |E|$.

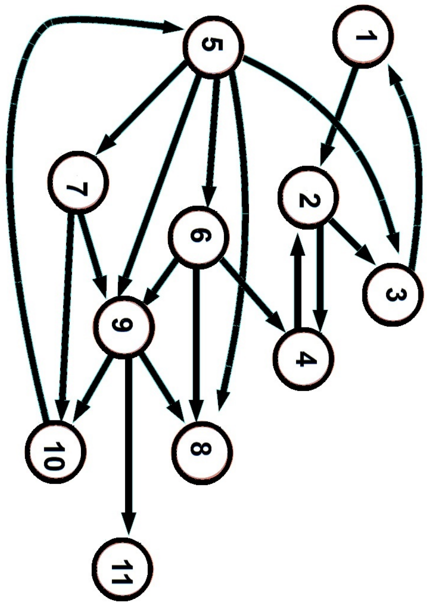
Exercice 5 - CC 2017

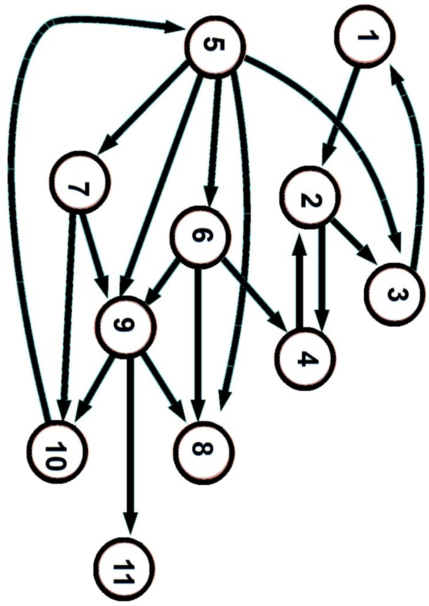
Voici le plan simplifié des principales lignes du réseau de transports en commun toulousain. On y voit, les lignes de métro A et B, la ligne de tramway T_1 et la navette aéroport.

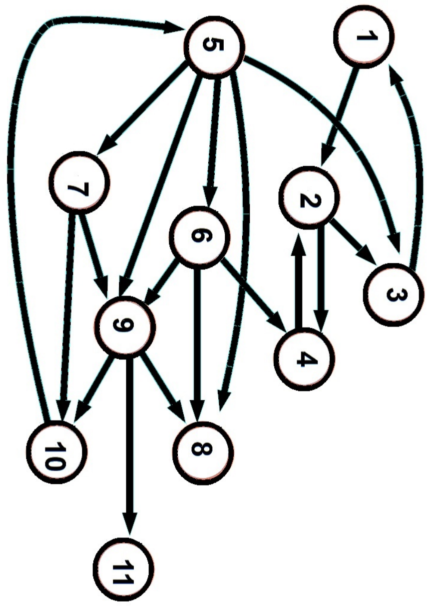


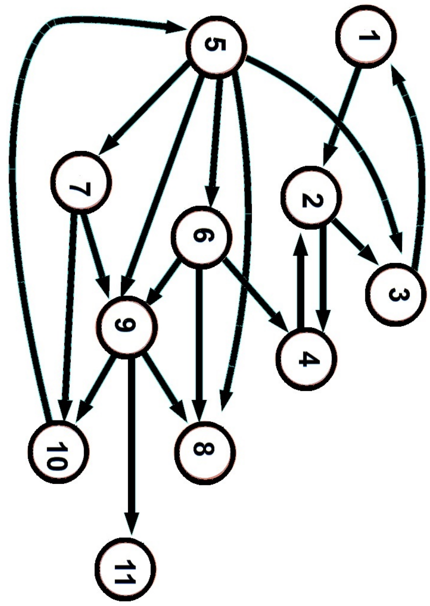
Nicolas souhaite se rendre de l'aéroport à la station Palais de Justice en empruntant le trajet comportant le moins d'arrêts.

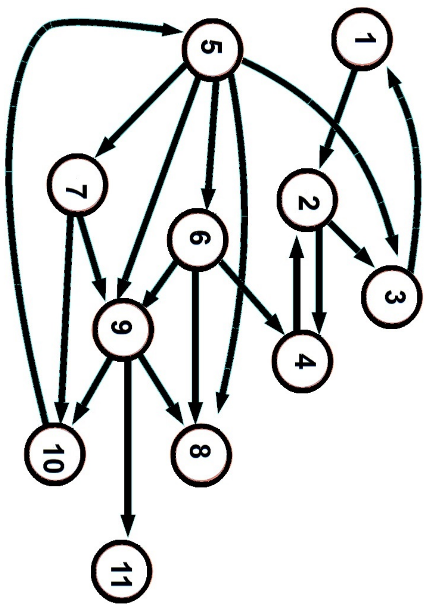
1. Modéliser le problème de Nicolas à l'aide d'un graphe en précisant les propriétés de ce graphe. Expliquer pourquoi l'algorithme de plus court chemin dans un graphe permet d'y apporter une solution.
2. En donnant les différentes étapes de l'algorithme, apporter une solution à Nicolas.

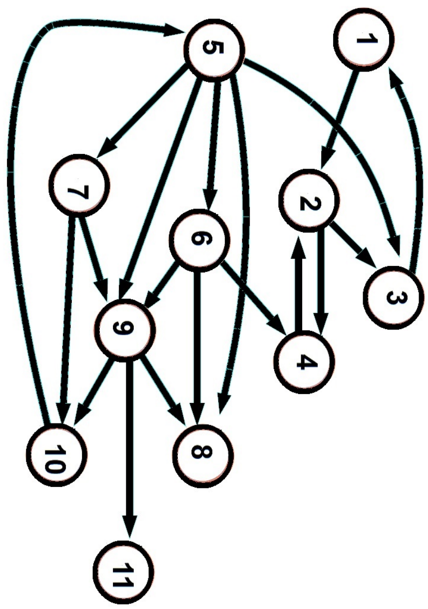

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

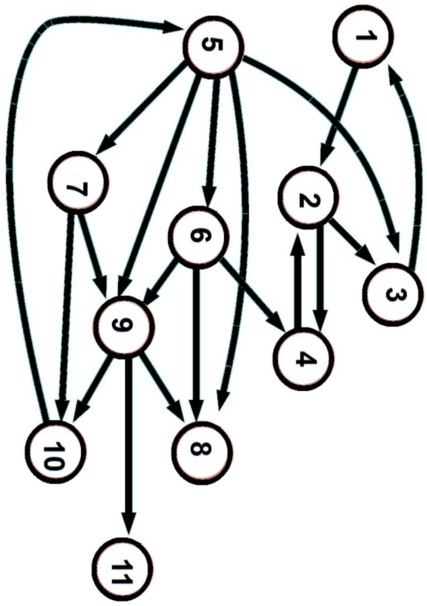

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

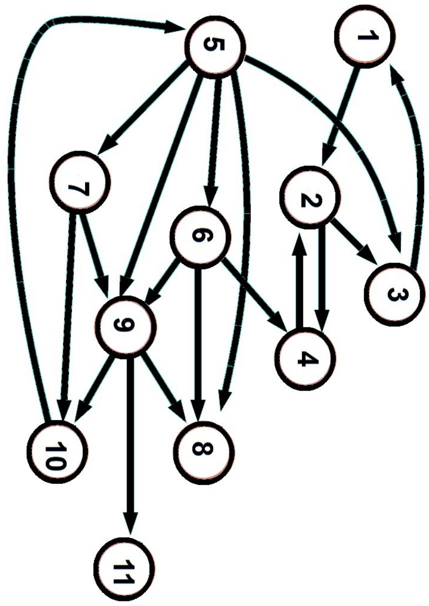

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

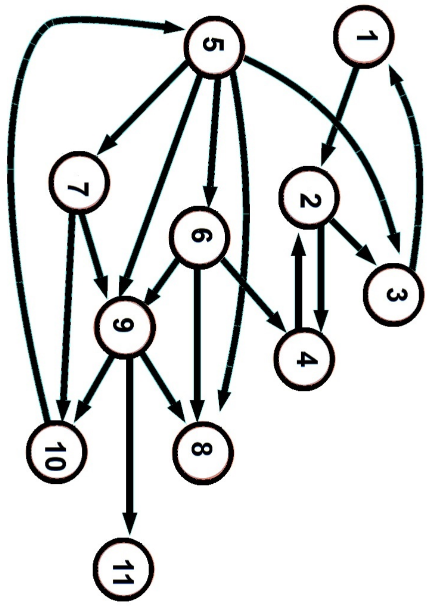

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

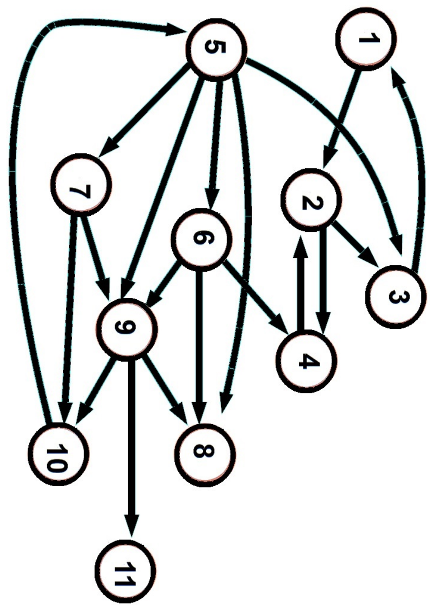

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

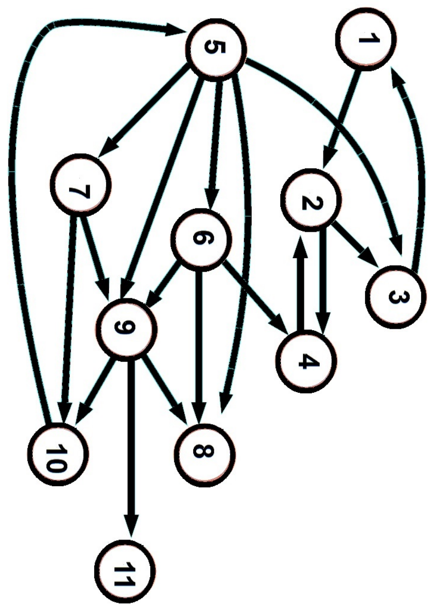

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

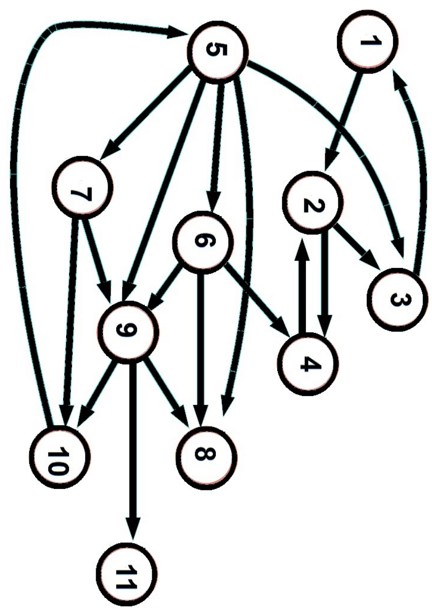

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

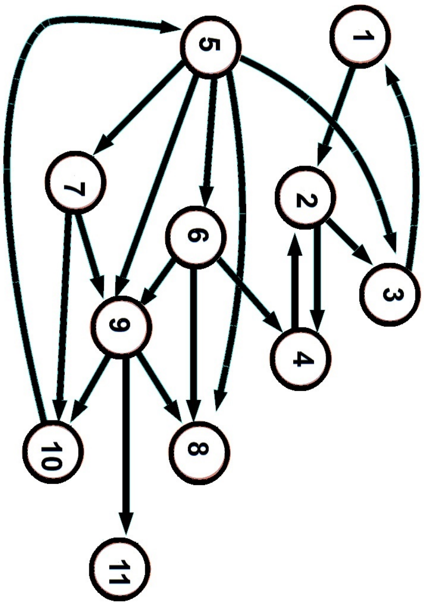

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

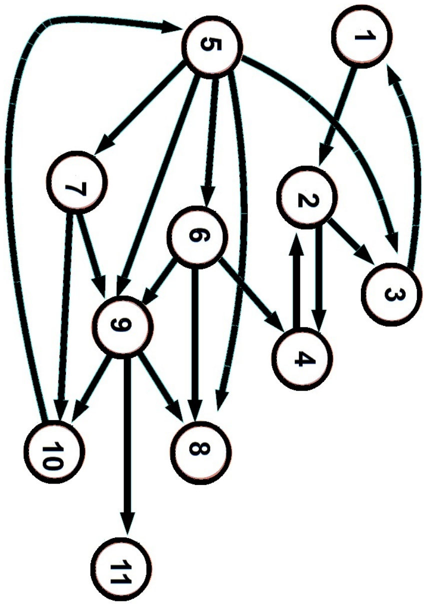

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

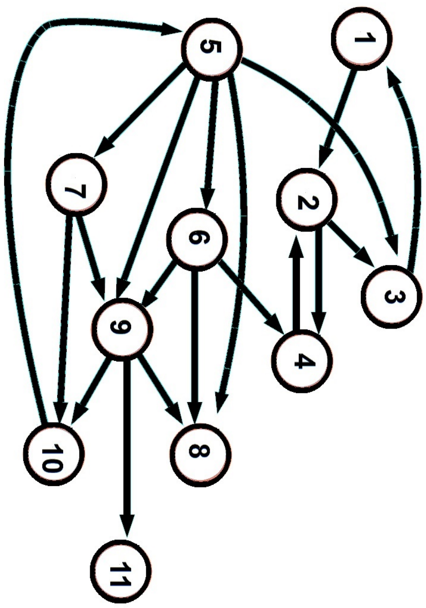

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

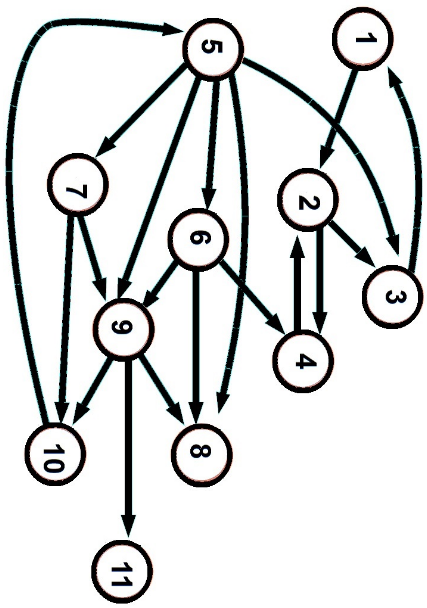

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

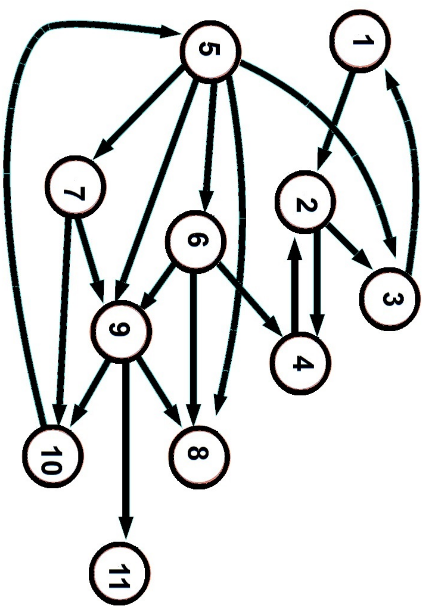

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

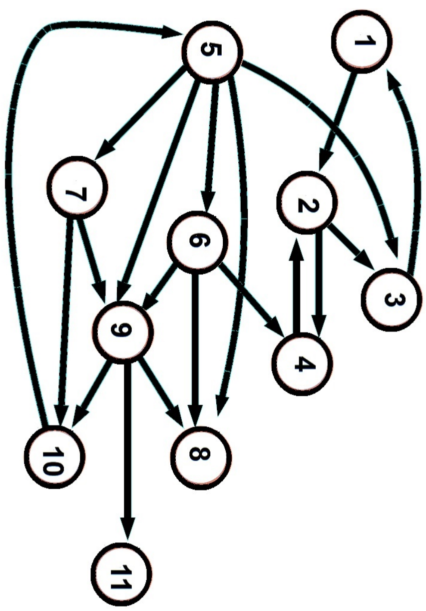

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

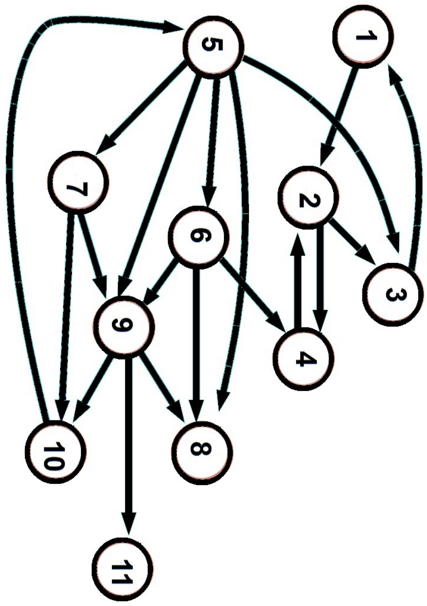

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

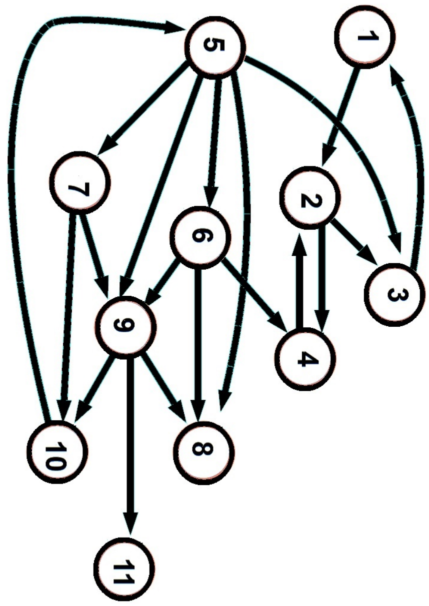

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

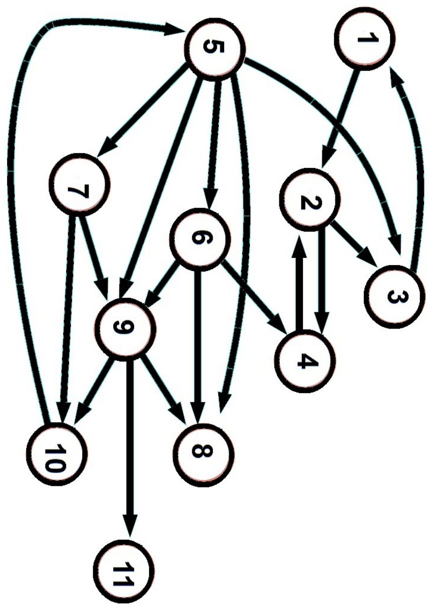

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

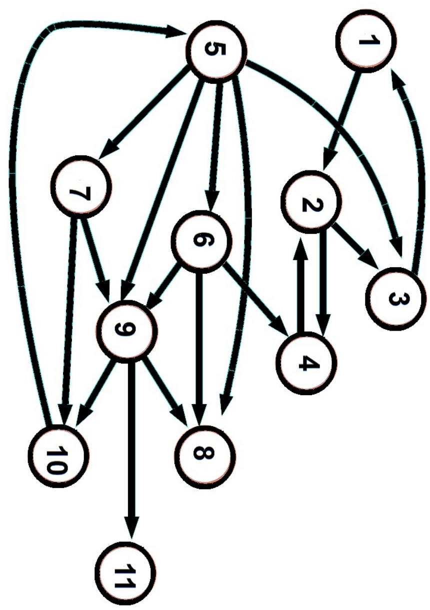

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

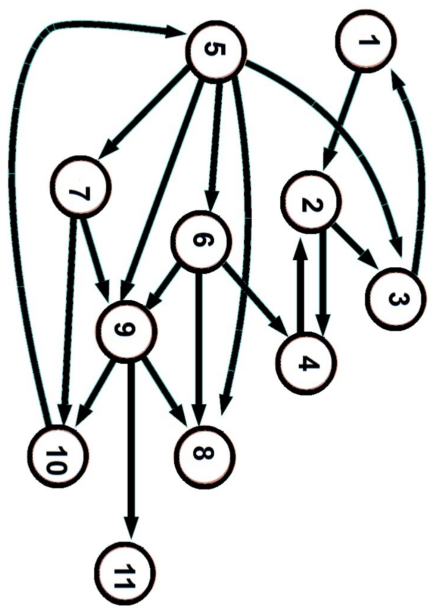

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

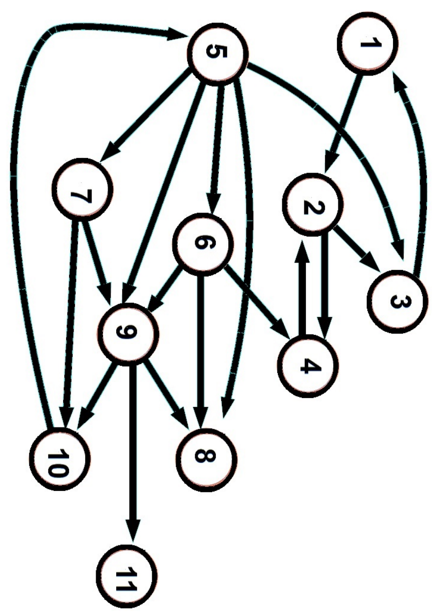

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

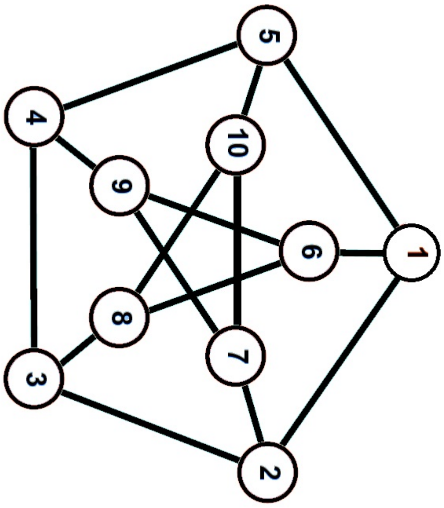

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

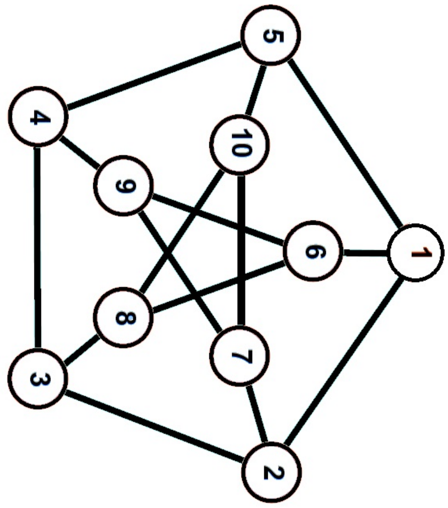

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

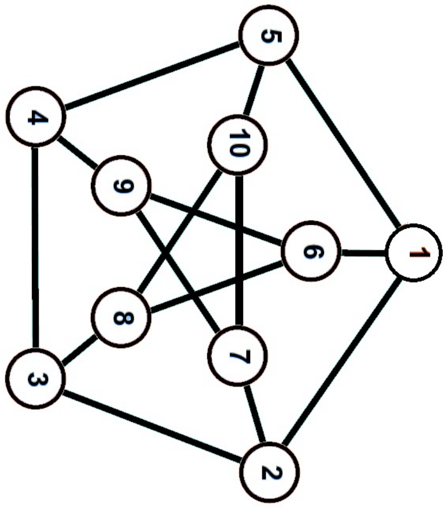

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

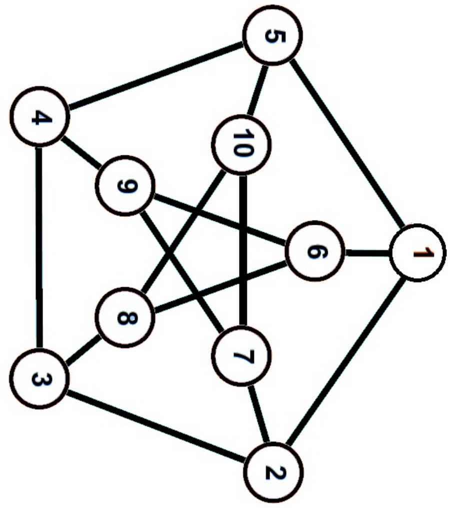

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

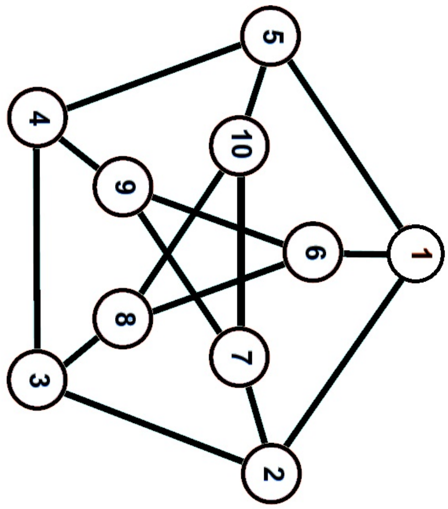

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

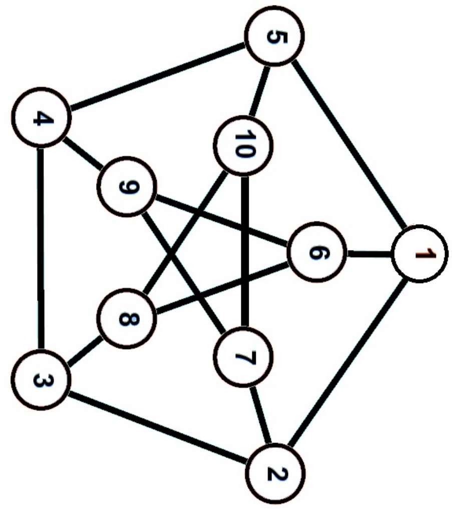

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

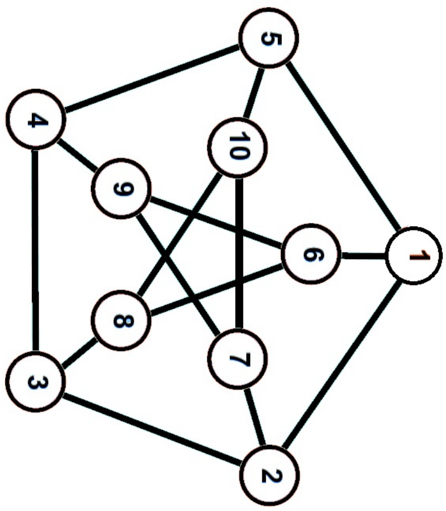

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

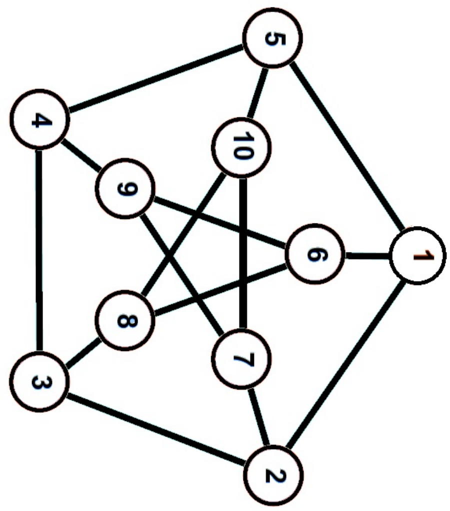

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

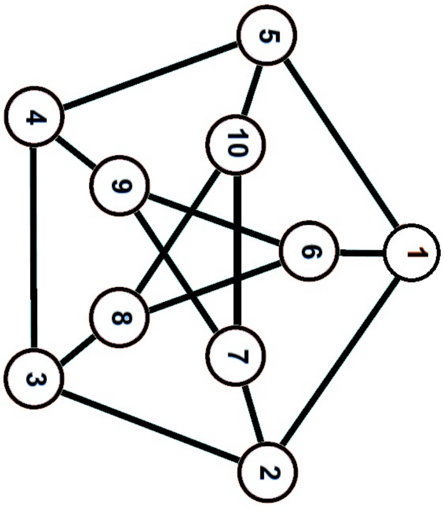

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

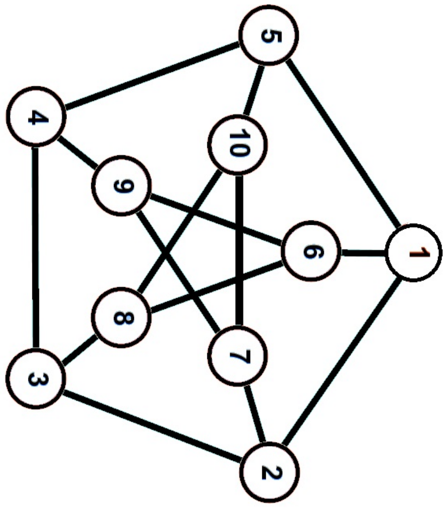

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

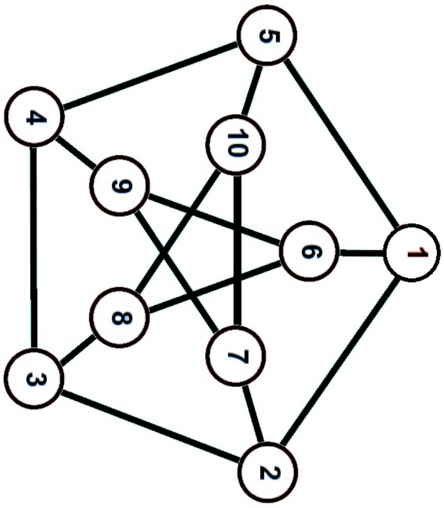

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

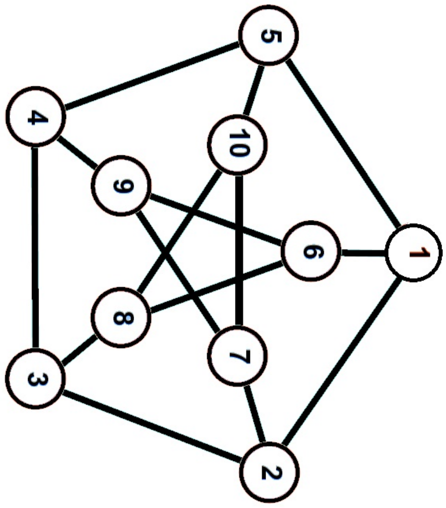

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

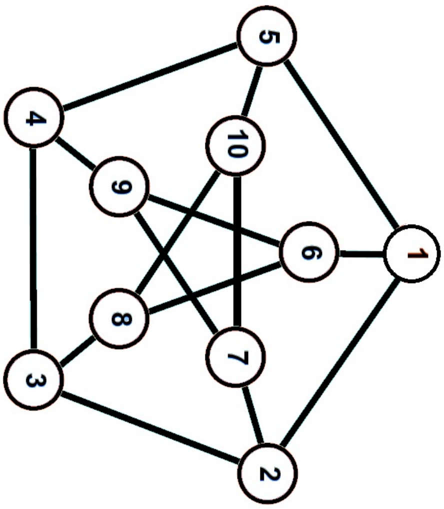

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

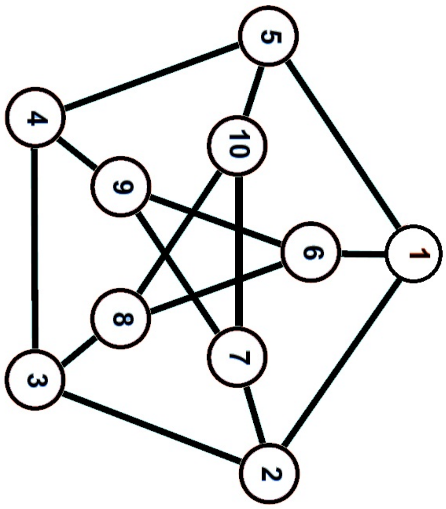

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

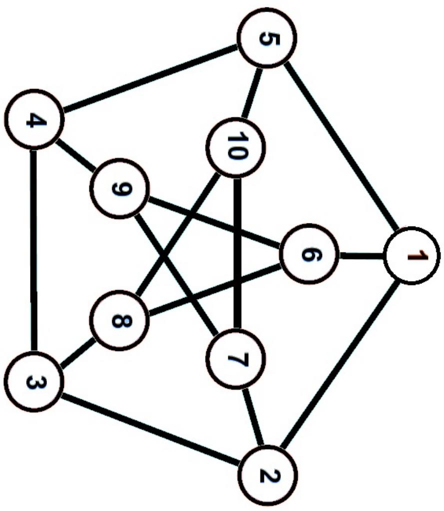

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

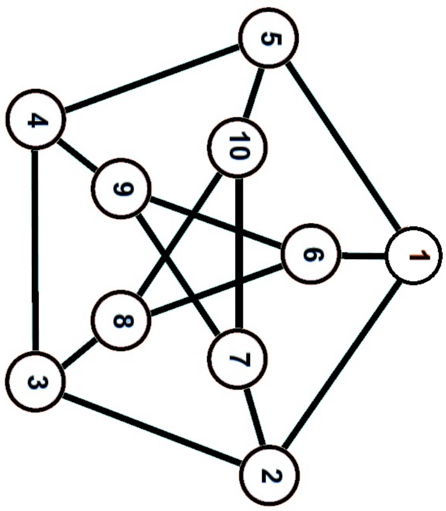

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

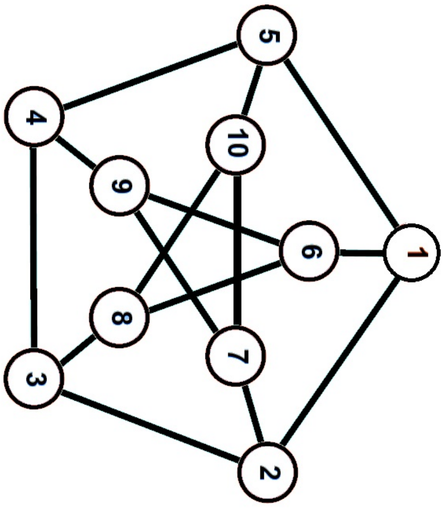

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

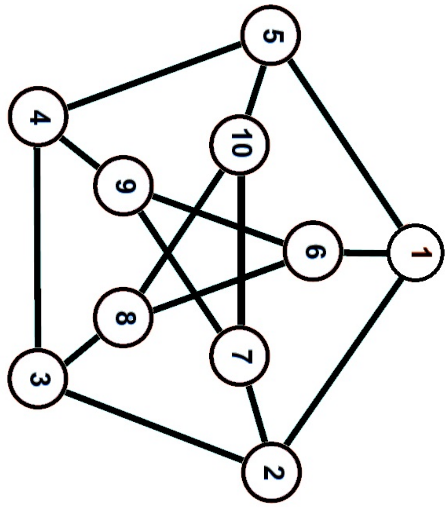

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

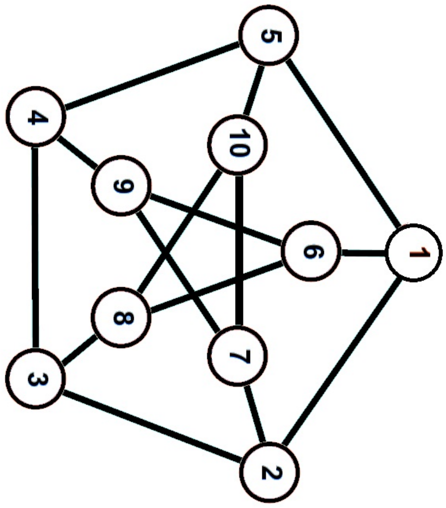

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

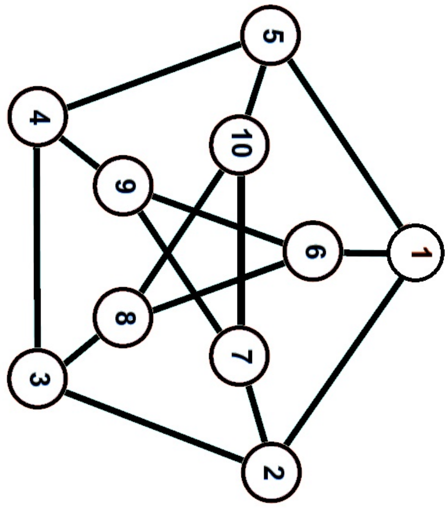

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

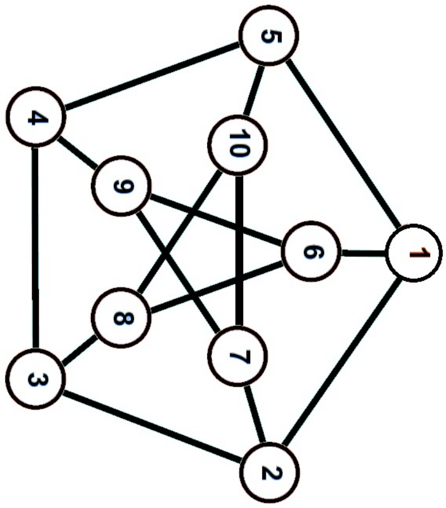

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

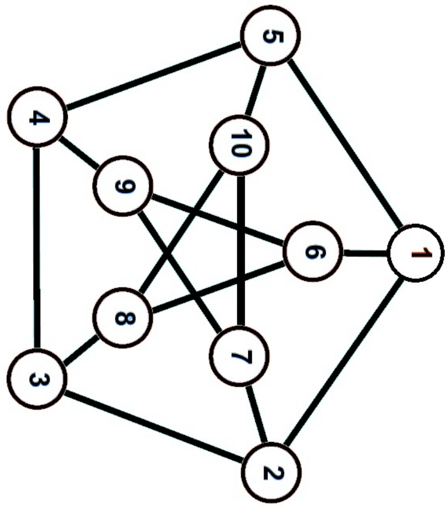

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

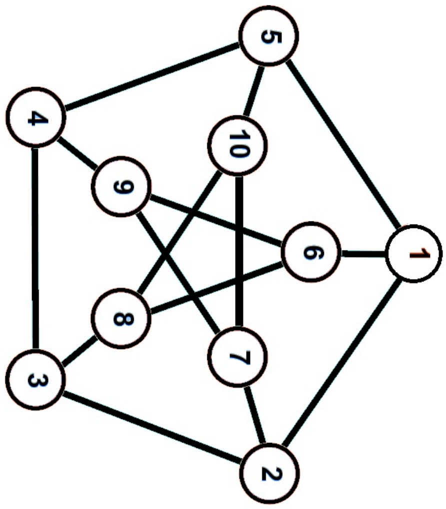

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

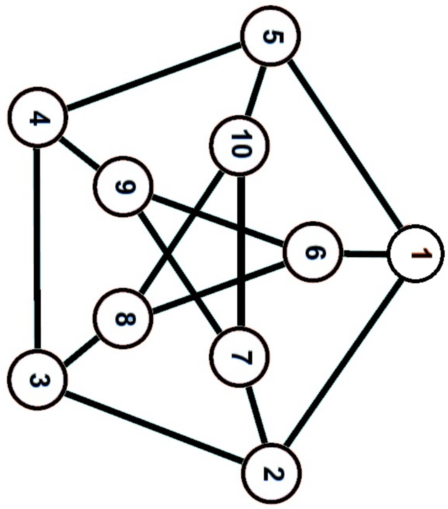

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

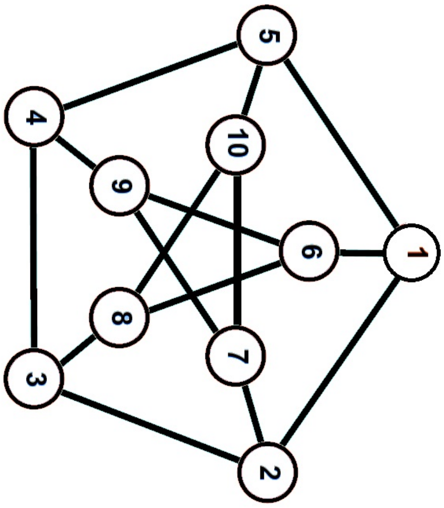

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

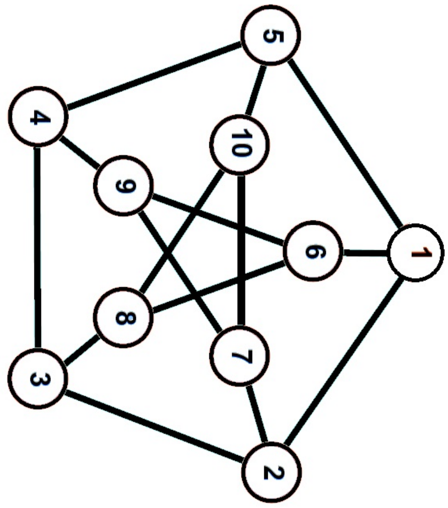

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

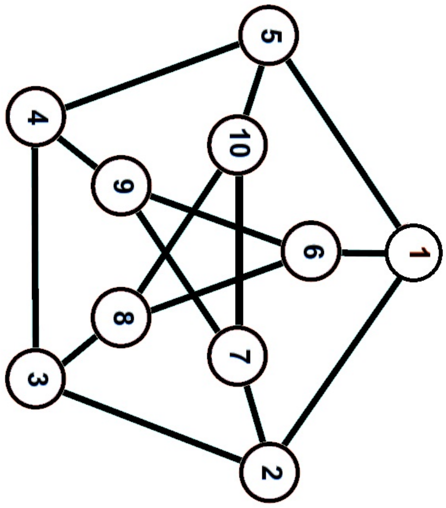

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

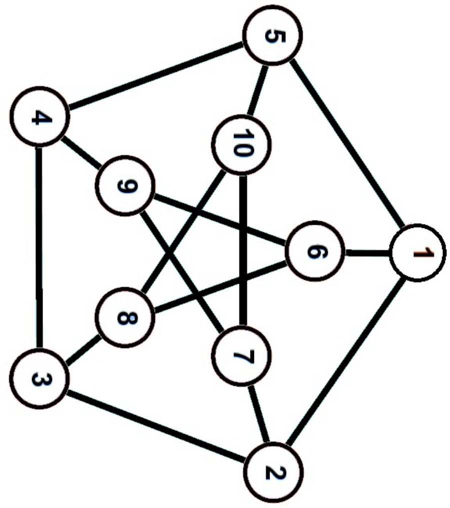

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

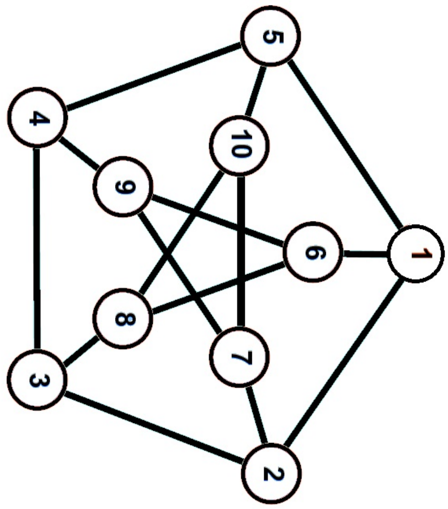

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

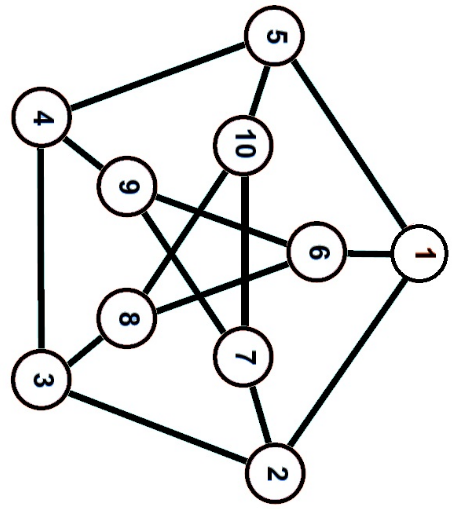

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

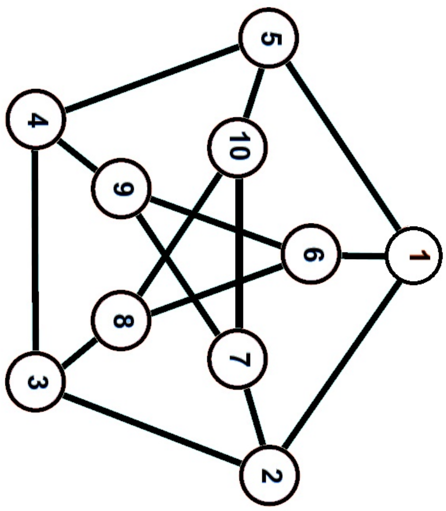

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

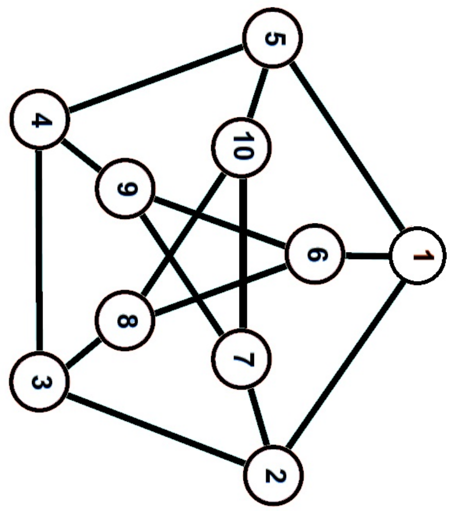

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10