

PROGRAMMATION FONCTIONNELLE CAML
Durée : 1h30 - Aucun document autorisé

1. Conversion secondes en heures (expressions élémentaires et définitions locales)

Écrire une fonction `secEnHeures` : `int -> int * int * int` qui prend un nombre de secondes `s` et le convertit en heures, minutes et secondes. Par exemple, 1000 secondes correspond à 16 minutes et 40 secondes. On utilisera obligatoirement au moins définition locale.

```
#secEnHeures(1000) ; ;  
- : int * int * int = 0, 16, 40  
#secEnHeures(100000) ; ;  
- : int * int * int = 27, 46, 40
```

2. Opérations booléennes (booléens et filtrage)

Écrire les fonctions booléennes suivantes, obligatoirement par filtrage ou par composition et sans utiliser les fonctions prédéfinies *not*, *or* et *&* de caml :

1. `non` : `bool -> bool` qui à un booléen *b* associe sa négation logique,
2. `et` : `bool * bool -> bool` qui vaut vrai ssi *a* et *b* sont vrais,
3. `ou` : `bool * bool -> bool` qui vaut faux ssi *a* et *b* sont faux,
4. `nand` : `bool * bool -> bool` qui vaut vrai ssi *et(a,b)* est faux.

3. Bouge ! (chaînes de caractères et filtrage)

On dispose d'un robot dont la position courante (dans le plan cartésien) est (x,y) où x et y sont des entiers. On souhaite lui donner l'ordre de bouger de 5 unités dans une des 4 directions représentée par une des chaînes de caractère "nord", "sud", "est" ou "ouest". Écrire une fonction `bouge` : `string * int * int -> int * int` qui au triplet (direction,x,y) associe la nouvelle position (x',y') du robot. On utilisera un filtrage (non exhaustif) des 4 directions autorisées.

```
bouge("ouest",15,45) ; ;  
- : int * int = 10, 45  
bouge("nord",15,45) ; ;  
- : int * int = 15, 50
```

4. Puissance de 2 (Récursivité élémentaire sur les entiers)

Écrire une fonction `div2 : int -> int` qui à un entier n associe le nombre de fois que n est divisible par 2 (précisément c'est la puissance de 2 dans la décomposition en facteurs premiers de n).

Par exemple, comme $24 = 2^3 * 3$, que $10 = 2 * 5$ et que 7 n'est pas divisible par 2 :

```
#div2(24) ; ;           #div2(10) ; ;           #div2(7) ; ;
- : int = 3             - : int = 1             - : int = 0
```

5. Nombres parfaits (récursivité)

On rappelle que d est un diviseur de n ssi le reste de la division entière de n par d est nul. Bien sûr 1 divise tous les entiers et n divise toujours n . On appelle diviseur strict de n les diviseurs de n contenus entre 1 et $n - 1$.

Par exemple les diviseurs stricts de 12 sont 1,2,3,4 et 6. La somme des diviseurs stricts de 12 est donc $1+2+3+4+6=16$.

1. Écrire une fonction récursive `somAux : int * int -> int` qui au couple d'entiers (n, p) , associe la somme des diviseurs de n compris entre 1 et p . On utilisera obligatoirement un filtrage.

```
#somAux(12,8) ; ;
- : int = 16
```

2. En déduire une fonction `somDiv : int -> int` qui calcule la somme des diviseurs stricts d'un entier n .

```
#somDiv(36) ; ;
- : int = 55
#somDiv(28) ; ;
- : int = 28
```

3. Un entier n est dit parfait s'il est égal à la somme de ses diviseurs stricts. D'après les exemples précédents, 28 est un nombre parfait mais pas 36.

Écrire une fonction booléenne `parfait : int -> bool` qui détermine si un nombre entier n est parfait.

```
parfait(28) ; ;
- : bool = true
#parfait(36) ; ;
- : bool = false
```