

Exemples d'usage

CALCUL

1

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Notion de limite

Une première activité!

$$2 + 2 = 4$$

Sur la **demi-droite graduée** ci-dessous, quel est le nombre associé au point B? Qu'est-ce qui te permet de l'affirmer?

Ce nombre est associé à un événement historique important. Lequel? Décalle cette demi-droite et place le point N associé au nombre qui correspond à l'année de la chute du mur de Berlin. Le nombre associé à un point sur une demi-droite graduée est l'**abscisse** de ce point.

Partie A : une partie de l'activité...

- 1) Calculer $f(x)$ pour $x = 10; 100; 1\,000; 10^4; 10^5$; etc.
- 2) Que peut-on conjecturer quant à $f(x)$ lorsque $x \rightarrow +\infty$?

Partie B : ... et une autre partie

On vient de remarquer la propriété suivante, que l'on va par la suite chercher à démontrer (ah bon).

ACTIVITÉ 2 Une autre activité

Partie A : partie 1

Aux XVII^e et XVIII^e siècles, la notion de fonction.

Partie B : Partie 2

Au début du XIX^e siècle, Bolzano et Cauchy.

Activités d'approche

ACTIVITÉ 3 Encore une activité (avec saut de page)

Partie A : Première partie

On considère les deux fonctions u et v suivantes

Partie B : ...Seconde partie

Si u et v sont deux fonctions.

On donne les fonctions de référence a , b , c et d définies par :

Partie C : Partie 3

Rien dans cette partie :)

DÉBAT 4

Et là on peut mettre un petit débat.

Cours - Méthodes

1. Nombres entiers et décimaux

Dans toute cette partie, \mathcal{C}_f désigne la courbe représentative de la fonction f dans un repère quelconque du plan.

A. Limite finie en l'infini

■ DÉFINITION

Soit f une fonction définie au moins sur un intervalle de \mathbb{R} du type $]a; +\infty[$.

La fonction f a pour limite ℓ en $+\infty$ si tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs de $f(x)$ pour x assez grand. On note alors : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$.

Exemple Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x} + 1$. On a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} + 1\right) = 1$.

En effet, l'inverse de x se rapproche de 0 à mesure que x augmente.

Soit un intervalle ouvert I tel que $1 \in I$. Alors, $f(x)$ sera toujours dans I pour x assez grand.

Graphiquement, aussi étroite que soit une bande parallèle à la droite d'équation $y = 1$ et qui la contient, il existe toujours une valeur de x au delà de laquelle \mathcal{C}_f ne sort plus de cette bande.

■ DÉFINITION : Asymptote horizontale

La droite d'équation $y = \ell$ est **asymptote horizontale** à \mathcal{C}_f en $+\infty$ si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$.

REMARQUE : On définit de façon analogue $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \ell$ qui caractérise une asymptote horizontale à \mathcal{C}_f en $-\infty$ d'équation $y = \ell$.

Exemple On a vu précédemment que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} + 1\right) = 1$. On a aussi $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x} + 1\right) = 1$.

Donc, la droite d'équation $y = 1$ est asymptote horizontale à la courbe \mathcal{C}_f en $+\infty$ et en $-\infty$.

B. Limite infinie en l'infini

■ DÉFINITION

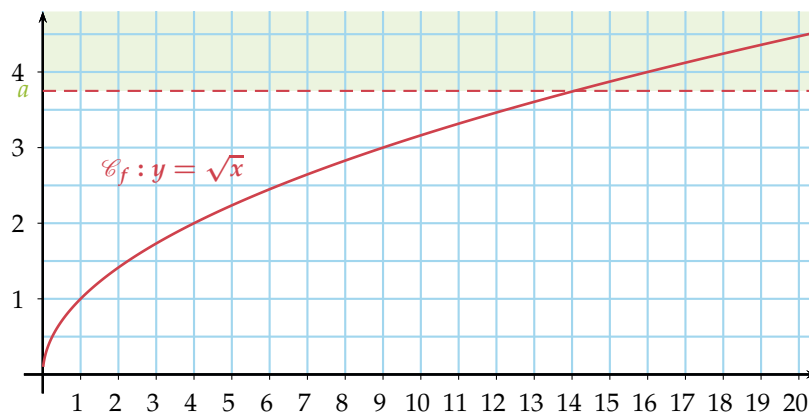
La fonction f a pour limite $+\infty$ en $+\infty$ si tout intervalle de \mathbb{R} du type $]a; +\infty[$ contient toutes les valeurs de $f(x)$ pour x assez grand. On note alors : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Exemple Soit f la fonction racine carrée. On a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$.

En effet, \sqrt{x} devient aussi grand que l'on veut à mesure que x augmente.

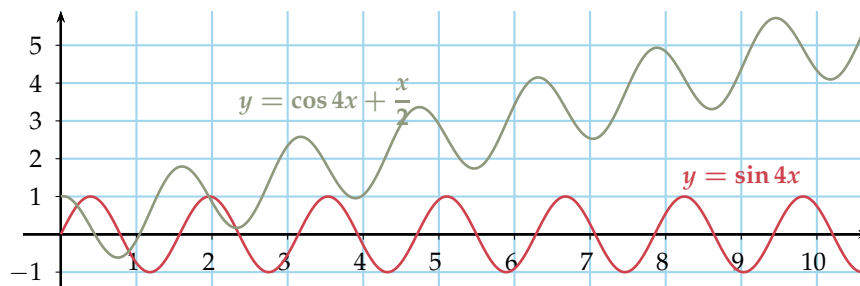
Soit un intervalle ouvert $I =]a ; +\infty[$. Alors, $f(x)$ sera toujours dans I pour x assez grand.

Graphiquement, si on considère le demi-plan supérieur de frontière une droite d'équation $y = a$, il existe toujours une valeur de a au delà de laquelle \mathcal{C}_f ne sort plus de ce demi-plan.



REMARQUE :

- On définit de façon analogue : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.
- Il existe des fonctions qui n'admettent pas de limite en l'infini. Par exemple, les fonctions sinus et cosinus n'admettent de limite ni en $+\infty$, ni en $-\infty$.
- Une fonction qui tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$ n'est pas forcément croissante.



Cours - Méthodes

MÉTHODE 1 Interpréter graphiquement les limites d'une fonction

► Ex. 1 p. 13

L'aperçu de la courbe représentative d'une fonction avec une calculatrice ou un logiciel peut aider à conjecturer une limite (et donc éventuellement une asymptote à la courbe) mais il faut paramétrer correctement la fenêtre d'affichage pour limiter les erreurs de jugement.

Exercice d'application Soit f une fonction dont on a un aperçu du graphe \mathcal{C} . Déterminer son ensemble de définition \mathcal{D} , puis conjecturer les limites aux bornes de \mathcal{D} et les asymptotes à \mathcal{C} .

1) $f : x \mapsto \frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}$

2) $f : x \mapsto 2x - \sqrt{4x^2 - 1}$

Correction

1) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. A priori, on aurait : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$; $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x) = +\infty$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x) = -\infty$.

\mathcal{C} aurait alors une asymptote horizontale d'équation $y = 1$ en $\pm\infty$ et une asymptote verticale d'équation $x = -1$.

2) $\mathcal{D} =]-\infty; -\frac{1}{2}[\cup]\frac{1}{2}; +\infty[$. On a : $\lim_{x \rightarrow -1/2} f(x) = -1$ et $\lim_{x \rightarrow 1/2} f(x) = 1$ et, il semblerait que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.

\mathcal{C} aurait alors une asymptote horizontale d'équation $y = 0$ (l'axe des abscisses) en $+\infty$.

La vérification des conjectures est l'objet de l'exercice ?? page ??.

Limites : interprétation graphique

1

► MÉTHODE 1 p. 12

Exercice avec renvoi à une fiche méthode et corrigé. Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x^2 \left(1 - \frac{x^2}{9}\right).$$

- 1) Conjecturer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$ à partir de la représentation graphique ci-dessous obtenue à l'aide d'un logiciel.
- 2) Étudier les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
- 3) Expliquer pourquoi la conjecture était erronée.

2

INFO

Soit g la fonction définie par :

$$g(x) = \frac{x}{\sqrt{3x^2 + x + 7}}$$

représentée par \mathcal{C} dans un repère.

- 1) Donner l'ensemble de définition de la fonction g .
- 2) À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :
 - a) Tracer la courbe \mathcal{C} .
 - b) Conjecturer une valeur approchée de la limite en $+\infty$ de la fonction g .
- 3) Déterminer par calcul la valeur exacte de la limite de g en $+\infty$.

3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$ par :

$$f(x) = \frac{1 - 3x}{x^2 - 9}.$$

- 1) Déterminer la limite de f en $-\infty$ et $+\infty$.
 - a) Sur une calculatrice, on a tracé le graphe de f ce qui a donné l'écran suivant :
 - b) Expliquer pourquoi il semble apparaître une contradiction.

Limites : opérations

4

En -2 , c'est rationnel !

Étudier la limite de la fonction f en -2 .

- 1) $f(x) = \frac{x - 4}{x^2 + 3x + 2}$
- 2) $f(x) = \frac{-x^2 + x + 6}{2x^2 + 5x + 2}$
- 3) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{(x + 2)^2}$
- 4) $f(x) = \frac{x^3 + 8}{x^2 - x - 6}$

5

En 0, c'est radical !

Étudier la limite de la fonction f en 0.

- 1) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$
- 2) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$
- 3) $f(x) = \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x}$
- 4) $f(x) = \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x^2 - 2x}$

6

Déterminer les limites suivantes.

- 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+3}{3x-2}$
- 2) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{x-1}{x^2+x-2}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{2x-1}{x-2}}$
- 4) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{x-1}{x^2+x-2}$

7

Déterminer les limites suivantes.

- 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{5 - \frac{4}{x^2}}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 - \frac{1}{x}\right)^3$
- 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x})$
- 4) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \sqrt{\frac{2-x}{x}}$

Limites : comparaison/encadrement

8

Soit une fonction f telle que $f(x)$ vérifie une inégalité ou un encadrement sur un ensemble donné. Indiquer les limites qu'on peut en déduire parmi les deux proposées.

- 1) Pour tout réel $x \neq 0$, on a $\frac{1}{x} \leq f(x)$.
 - a) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x)$
 - b) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$
- 2) Pour tout réel $x \neq 0$, on a $f(x) \leq \frac{1}{x}$.
 - a) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x)$
 - b) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$
- 3) Pour tout réel $x > 1$, on a $x + \frac{1}{x} \leq f(x) \leq x + 1$.
 - a) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$
 - b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 4) Pour tout réel $x > 0$, on a $-\frac{1}{x} \leq f(x) \leq \frac{1}{x}$.
 - a) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$
 - b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 5) Pour tout réel $x \in]0; 1[$, on a $|f(x) - 1| \leq x$.
 - a) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$
 - b) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x)$

Approfondir

Pour les exercices 9 à 12, on donne ci-dessous la définition de continuité en un réel.

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de \mathbb{R} et $x_0 \in I$. f est **continue en x_0** si $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

9 La fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ -\frac{1}{4} & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

est-elle continue en 1 ?

10 La fonction f définie sur $[-1; +\infty[$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{\sqrt{x+1}} & \text{si } x > -1 \\ 1 & \text{si } x = -1. \end{cases}$$

est-elle continue en -1 ?

11 Soit k un entier et f une fonction définie sur \mathbb{R} . Déterminer k pour que f soit continue sur \mathbb{R} .

1) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5 & \text{si } x < 1 \\ k & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$.

2) $f(x) = \begin{cases} k & \text{si } x = -1 \\ \frac{2x + \sqrt{x+5}}{x+1} & \text{si } x > -1 \end{cases}$.

12 Soit a un réel et g la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + ax + a & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Peut-on déterminer a pour que g soit continue sur \mathbb{R} ?

13 « La science est l'asymptote de la vérité »¹

Rudy a remarqué qu'« une asymptote, c'est comme une tangente à l'infini ». Son professeur digresse alors.

1) Soit f la fonction homographique propre :

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

définie sur $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$ avec $c \neq 0$ et $ad - bc \neq 0$.

« Monsieur, pourquoi "homographique propre" ? ».

De quel type serait la fonction f :

- pour $c = 0$?
- pour $ad - bc = 0$?

2) Montrez que :

a) $f(x) = \frac{a}{c} - \frac{ad-bc}{c(cx+d)}$ pour $x \in \mathcal{D}$.

b) $f(x) = \left(\frac{a+bx^{-1}}{c+dx^{-1}} \right)$ pour $x \in \mathcal{D}^*$.

c) $f'(x) = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ pour $x \in \mathcal{D}$.

3) Déduisez de 2a et 2b les équations des asymptotes à la courbe représentative de f aux bornes de \mathcal{D} .

4) Calculez les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f'(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -d/c} f'(x)$

« Plus ou moins l'infini, vous n'en êtes pas sûr ? ».

Le professeur précise qu'il veut les limites de $f'(x)$ en $+\infty$ et $-\infty$.

5) Rapprochez les résultats du 4 de celui du 3.

Concluez à propos de la remarque de Rudy.

1. « La science est l'asymptote de la vérité. Elle approche sans cesse et ne touche jamais. » d'après Hugo, Victor, William Shakespeare.



À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- ▶ Déterminer la limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient ou d'une composée de deux fonctions
- ▶ Déterminer des limites par comparaison et encadrement
- ▶ Faire le lien entre limites et comportement asymptotique
- ▶ Appréhender la notion de continuité d'une fonction
- ▶ Exploiter le théorème des valeurs intermédiaires (cas d'une fonction strictement monotone) pour résoudre un problème
- ▶ Approcher une solution d'équation par l'algorithmique



QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

14 La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur $] -\infty ; -1[$ par $f(x) = \frac{1+x^2+x^3}{x(1-x^2)}$ est :

- ☐ a 0 ☐ b 1 ☐ c -1 ☐ d $-\infty$

15 La limite à gauche en 0 de la fonction f définie sur $[-1 ; 0[$ par $f(x) = \sqrt{-\frac{x+1}{x}}$ est :

- ☐ a 0 ☐ b 1 ☐ c $-\infty$ ☐ d $+\infty$

16 La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\}$ par $f(x) = \frac{(2x-3)(x^2+1)}{(1-x^2)^2}$ est :

- ☐ a -2 ☐ b 0 ☐ c $+\infty$ ☐ d $-\infty$

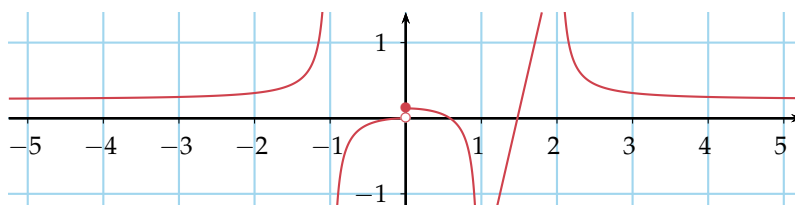
17 Soit f une fonction définie sur $[2 ; +\infty[$. Si pour tout $x \geq 2$, on a $x^2 \leq f(x)$ alors :

- ☐ a $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ☐ b $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ ☐ c $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ☐ d $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1$

18 La courbe représentative de la fonction $h : x \mapsto \frac{(2x-1)^2}{2(4-x^2)}$ admet une asymptote d'équation :

- ☐ a $x = -2$ ☐ b $y = -2$ ☐ c $x = 2$ ☐ d $y = 2$

19 Soit ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f .



Il est certain que la fonction f n'est pas continue :

- ☐ a en -1 ☐ b en 0 ☐ c en 2 ☐ d en 6

Travaux pratiques

TP 1 Un premier TP avec un logo à droite

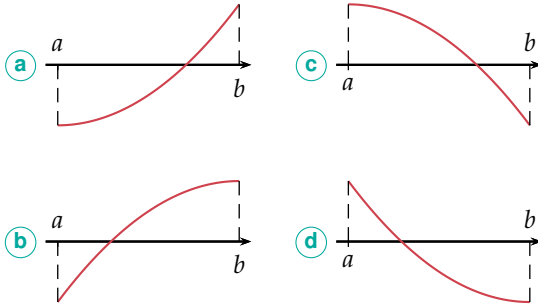
ALGO

A Le principe et l'algorithme

La **méthode de dichotomie** ou **méthode de la bisection** est un algorithme (voir ci-dessous) de recherche d'un zéro d'une fonction qui consiste à réitérer des partages d'un intervalle en deux moitiés puis à sélectionner celui dans lequel se trouve le zéro de la fonction.

Si cela est possible, on dégrossit le plus souvent la recherche en se plaçant initialement sur un intervalle $[a ; b]$ où la fonction est continue, strictement monotone et telle que $f(a)f(b) < 0$ afin d'appliquer le théorème des valeurs intermédiaires et assurer ainsi l'unicité de la solution.

- 1) Que représente la variable ε ?
- 2) Expliquer le premier pas de l'algorithme dans les quatre cas de figures suivants :



```

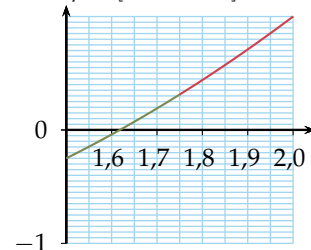
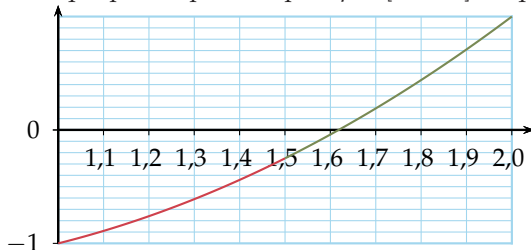
1. Lire a, b, ε
2. Tant que (b-a) > ε
3.   c prend la valeur (a+b)/2
4.   Si f(a)*f(c) > 0 alors
5.     a prend la valeur c
6.   Sinon
7.     b prend la valeur c
8.   Fin Si
9. Fin Tant Que
10. Afficher c
    
```

B Application : approcher le nombre d'or

Intéressons-nous au nombre d'or, solution positive de l'équation :

$$(E) \quad x^2 - x - 1 = 0$$

- 1) Soit la fonction $f : x \mapsto x^2 - x - 1$ qu'on étudie sur $[1 ; 2]$.
 - a) Justifier que la fonction f est continue sur $[1 ; 2]$.
 - b) Dresser le tableau de variation complet de f sur $[1 ; 2]$.
 - c) Montrer qu'il existe une solution unique φ à l'équation $f(x) = 0$.
- 2) On applique l'algorithme de dichotomie à f avec $a = 1, b = 2$ et $\varepsilon = 10^{-5}$.
 - a) Justifier qu'après le premier pas, $\varphi \in [1,5 ; 2]$ et, qu'après le second, $\varphi \in [1,5 ; 1,75]$.



- b) À l'aide d'AlgoBox ou d'un autre logiciel, programmer l'algorithme de dichotomie pour qu'il affiche les encadrements successifs de φ et leurs précisions.

$$\begin{array}{l|l}
 1,5 < \varphi < 2 & 0,5 \\
 1,5 < \varphi < 1,75 & 0,25 \\
 \vdots & \vdots
 \end{array}$$

- 3) On définit la suite $(p_n)_{n \geq 0}$ par $p_0 = 1$ et $p_{n+1} = \frac{p_n}{2}$.
- Que représente (p_n) ? Justifier qu'elle est décroissante et exprimer p_n en fonction de n .
 - Écrire puis programmer un algorithme qui prend en entrée ε et qui retourne le plus petit entier n tel que $p_n < \varepsilon$?
 - À l'aide du programme, déterminer le plus petit entier n tel que p_n soit inférieur à :
 - 0,1 • 0,01 • 0,001 • 0,0001 • 0,00001
 Commenter l'efficacité de l'algorithme de dichotomie à partir des résultats obtenus.

TP 2 Et un autre TP avec deux logos à droite

INFO ALGO

La **méthode de Newton** est une autre méthode destinée à déterminer une valeur approchée du zéro d'une fonction, sous condition de sa dérivabilité sur un intervalle réel.

Partant d'un réel x_0 de préférence proche du zéro à trouver, on approche la fonction f au premier ordre en la considérant à peu près égale à la fonction affine donnée par l'équation de la tangente à sa courbe représentative au point d'abscisse x_0 :

$$f(x) \simeq f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0).$$

On résout alors l'équation $f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) = 0$ pour obtenir x_1 qui, en général, est plus proche du zéro de f que x_0 . On réitère ensuite le processus.

Le but de ce TP est de déterminer une valeur approchée du nombre d'or φ comme dans le TP précédent et de comparer l'efficacité de la méthode de Newton à celle de dichotomie.

A Approche graphique

- Avec un logiciel de géométrie dynamique, tracer le graphe \mathcal{C} de $f : x \mapsto x^2 - x - 1$.
- Tracer la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse $x_0 = 1$. Elle coupe l'axe des abscisses en $A_1(x_1 ; 0)$.
- Réitérer le processus pour obtenir x_1 puis x_2 . Est-on proche de φ ?

B Avec l'algorithmique

La construction devient vite compliquée avec l'agglomérat des tangentes successives. On souhaite ainsi s'orienter vers l'élaboration et la programmation d'un algorithme.

- Justifier qu'on peut définir la suite (x_n) telle que $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$.
- Écrire et programmer l'algorithme en considérant la condition d'arrêt $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon$.
- Faire tourner l'algorithme pour ε égal à 10^{-1} , 10^{-2} , ..., 10^{-5} .
- Rajouter un compteur d'itérations pour estimer l'efficacité de la méthode. Conclure.

Travaux pratiques

Récréation, énigmes

Des discontinuités... en continu !

Soit x et y deux réels tels que $x < y$.

Définissons la suite $(d_n)_{n \geq 0}$ telle que $d_n = \frac{\lfloor 10^n y \rfloor}{10^n}$ où $\lfloor a \rfloor$ désigne la partie entière de a .

- 1) À quel ensemble les nombres d_n appartiennent-ils ? • \mathbb{N} ? • \mathbb{Z} ? • \mathbb{D} ? • \mathbb{Q} ? • \mathbb{R} ?
- 2) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a l'encadrement $\frac{10^n y - 1}{10^n} < d_n \leq y$.
 b) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} d_n$.
- 3) a) Montrer que, quel que soit $\varepsilon > 0$, il existe un entier naturel N tel que pour tout $n \geq N$, $|d_n - y| < \varepsilon$.
 b) En posant $\varepsilon = y - x$, en déduire que $x \leq d_N \leq y$.

On vient de montrer qu'entre deux réels, il existe toujours un décimal et donc toujours un rationnel.
 On dit que l'ensemble des rationnels \mathbb{Q} est **dense** dans l'ensemble des réels \mathbb{R} .

La **fonction de Dirichlet** D et la **fonction de Thomae** T sont deux fonctions définies sur \mathbb{R} par :

$$D(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{si } x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad \text{et} \quad T(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \notin \mathbb{Q} \\ 1 & \text{si } x = 0 \\ \frac{1}{q} & \text{si } x = \frac{p}{q} \text{ est une fraction irréductible} \end{cases}$$

Introduite par Dirichlet² en 1829, la fonction D est discontinue partout ce que le résultat établi précédemment montre. Cette fonction est appelée aussi **fonction indicatrice des rationnels**.

Introduite par Thomae³ en 1875, la fonction T est continue en tout nombre irrationnel mais discontinue en tout nombre rationnel. Cette fonction est appelée aussi la **fonction popcorn** (voir sa représentation ci-dessous !).

2. Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805–1859), mathématicien allemand

3. Carl Johannes Thomae (1840–1921), mathématicien allemand

Opérer avec les relatifs

CALCUL

2

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Il faut régler l'addition !

- 1) Donne le bilan de chacune des parties suivantes :
- 2)
- 3)
- 4)

ACTIVITÉ 2 Quelles différences...

- 1) Reproduis et complète ce tableau.
- 2) Simplification, 1^{er} acte
 - a) Effectue les calculs $(+6) + (-4)$ et $6 - 4$. Que remarques-tu ?
 - b)
- 3)
- 4)
- 5)

ACTIVITÉ 3 Pour tout simplifier

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)
- 5)

1. Une section

Bla bla

■ À CONNAÎTRE

Bla bla

S'entraîner

Une série

1 Un peu de vocabulaire

Un exo

2 Un autre exo

Bla bla



Approfondir

3 Un exercice

4 Et un autre



À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- ▶ BlaBla1
- ▶ BlaBla2
- ▶ BlaBla3
- ▶ BlaBla4
- ▶ BlaBla5
- ▶ BlaBla6



QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

5 Quelle est la bonne réponse ?

- ☐ a un ☐ b deux ☐ c trois

Travaux pratiques

TP 1

Mon super TP

Travaux pratiques

Récréation, énigmes

MÉTHODES DU LIVRET 2

Calcul

► Interpréter graphiquement les limites d'une fonction	12
--	----

SOLUTIONS

Chapitre C1 Exemples d'usage

S'entraîner

- 1** Ici on range le corrigé de l'exercice
Test sur le corrigé

- 3** Et hop, encore un autre corrigé !

Approfondir

- 12** Corrigé d'un exercice de la partie
approfondissement.

- 13** Corrigé d'un autre exercice de la partie
approfondissement !!

Auto-évaluation QCM

- | | | |
|-------------------|-----------------------|-------------------|
| 14 (c) | 15 (d) | 16 (b) |
| 17 (a) (c) | 18 (a) (b) (c) | 19 (a) (b) |

Chapitre C2 Opérer avec les relatifs

Auto-évaluation QCM

- 5** (a) (b)

LEXIQUE

A

Asymptote horizontale Page 10