CALCUL 1

Exemples d’usage

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Notion de limite

Une première activité !

$2 + 2 = 4$

Sur la **demi-droite graduée** ci-dessous, quel est le nombre associé au point B ? Qu'est-ce qui te permet de l'affirmer ?

Ce nombre est associé à un événement historique important. Lequel ? Décalque cette demi-droite et place le point N associé au nombre qui correspond à l'année de la chute du mur de Berlin. Le nombre associé à un point sur une demi-droite graduée est l'**abscisse** de ce point.

Partie A : une partie de l'activité...

1) Calculer $f(x)$ pour $x = 10$; 100 ; $1\,000$; 10^4 ; 10^5 ; etc.
2) Que peut-on conjecturer quant à $f(x)$ lorsque $x \to +\infty$?

Partie B : ... et une autre partie

On vient de remarquer la propriété suivante, que l'on va par la suite chercher à démontrer (ah bon).

ACTIVITÉ 2 Une autre activité

Partie A : partie 1

Aux XVII^{e} et XVIII^{e} siècles, la notion de fonction.

Partie B : Partie 2

Au début du XIX^{e} siècle, Bolzano et Cauchy.

ACTIVITÉ 3 Encore une activité (avec saut de page)

Partie A : Première partie

On considère les deux fonctions u et v suivantes

Partie B : ...Seconde partie

Si u et v sont deux fonctions.
On donne les fonctions de référence a, b, c et d définies par :

Partie C : Partie 3

Rien dans cette partie :)

DÉBAT 4

Et là on peut mettre un petit débat.

Cours - Méthodes

1. Nombres entiers et décimaux

Dans toute cette partie, $\mathscr{C}_f$ désigne la courbe représentative de la fonction f dans un repère quelconque du plan.

A. Limite finie en l'infini

DÉFINITION

Soit f une fonction définie au moins sur un intervalle de $\mathbb{R}$ du type $]a\,;\,+\infty[$.
La fonction f a pour limite ℓ en $+\infty$ si tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs de $f(x)$ pour x assez grand. On note alors : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \ell$.

Exemple Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x} + 1$. On a $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{1}{x}+1\right) = 1$.
En effet, l'inverse de x se rapproche de 0 à mesure que x augmente.
Soit un intervalle ouvert I tel que $1 \in I$. Alors, $f(x)$ sera toujours dans I pour x assez grand.
Graphiquement, aussi étroite que soit une bande parallèle à la droite d'équation $y = 1$ et qui la contient, il existe toujours une valeur de x au delà de laquelle $\mathscr{C}_f$ ne sort plus de cette bande.

DÉFINITION : Asymptote horizontale

La droite d'équation $y = \ell$ est **asymptote horizontale** à $\mathscr{C}_f$ **en** $+\infty$ si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \ell$.

REMARQUE : On définit de façon analogue $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \ell$ qui caractérise une asymptote horizontale à $\mathscr{C}_f$ en $-\infty$ d'équation $y = \ell$.

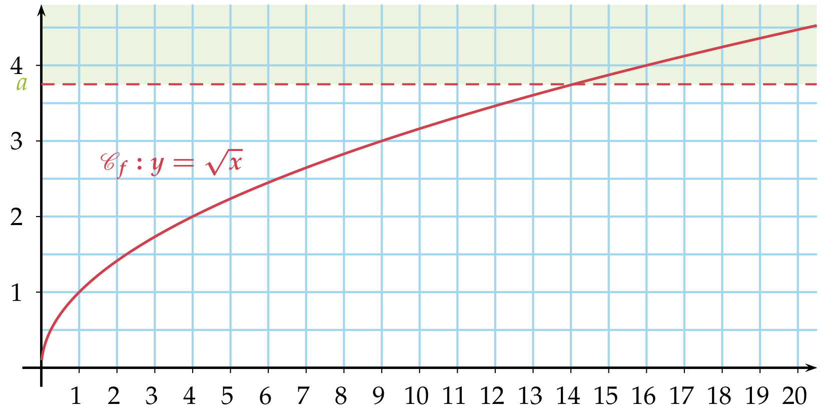
Exemple On a vu précédemment que $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{1}{x}+1\right) = 1$. On a aussi $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\dfrac{1}{x}+1\right) = 1$.
Donc, la droite d'équation $y = 1$ est asymptote horizontale à la courbe $\mathscr{C}_f$ en $+\infty$ et en $-\infty$.

B. Limite infinie en l'infini

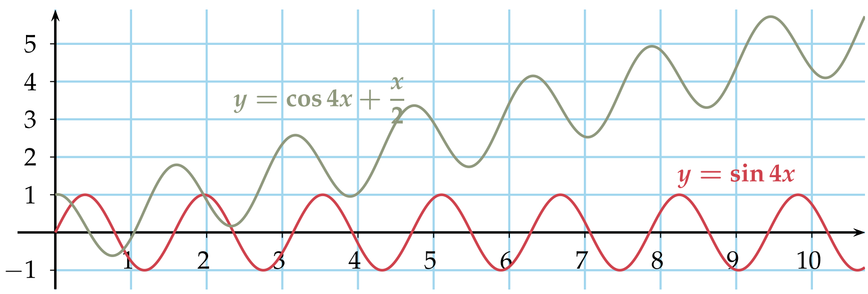
DÉFINITION

La fonction f a pour limite $+\infty$ en $+\infty$ si tout intervalle de $\mathbb{R}$ du type $]a\,;\,+\infty[$ contient toutes les valeurs de $f(x)$ pour x assez grand. On note alors : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

Exemple Soit f la fonction racine carrée. On a $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x} = +\infty$.
En effet, $\sqrt{x}$ devient aussi grand que l'on veut à mesure que x augmente.
Soit un intervalle ouvert $I =]a\,;\,+\infty[$. Alors, $f(x)$ sera toujours dans I pour x assez grand.
Graphiquement, si on considère le demi-plan supérieur de frontière une droite d'équation $y = a$, il existe toujours une valeur de a au delà de laquelle $\mathscr{C}_f$ ne sort plus de ce demi-plan.



Remarque :
- On définit de façon analogue : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.
- Il existe des fonctions qui n'admettent pas de limite en l'infini. Par exemple, les fonctions sinus et cosinus n'admettent de limite ni en $+\infty$, ni en $-\infty$.
- Une fonction qui tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$ n'est pas forcément croissante.



Cours - Méthodes

MÉTHODE 1 Interpréter graphiquement les limites d'une fonction

► Ex. 1 p. 13

L'aperçu de la courbe représentative d'une fonction avec une calculatrice ou un logiciel peut aider à conjecturer une limite (et donc éventuellement une asymptote à la courbe) mais il faut paramétrer correctement la fenêtre d'affichage pour limiter les erreurs de jugement.

Exercice d'application Soit f une fonction dont on a un aperçu du graphe $\mathscr{C}$. Déterminer son ensemble de définition $\mathscr{D}$, puis conjecturer les limites aux bornes de $\mathscr{D}$ et les asymptotes à $\mathscr{C}$.

1) $f : x \mapsto \dfrac{x^3 - 1}{x^3 + 1}$

2) $f : x \mapsto 2x - \sqrt{4x^2 - 1}$

Correction

1) $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. A priori, on aurait : $\lim\limits_{x \to \pm+\infty} f(x) = 1$; $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x < -1}} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} f(x) = -\infty$.
$\mathscr{C}$ aurait alors une asymptote horizontale d'équation $y = 1$ en $\pm\infty$ et une asymptote verticale d'équation $x = -1$.

2) $\mathscr{D} =]-\infty\,;\,-\frac{1}{2}[\cup]\frac{1}{2}\,;\,+\infty[$. On a : $\lim\limits_{x \to -1/2} f(x) = -1$ et $\lim\limits_{x \to 1/2} f(x) = 1$ et, il semblerait que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$.
$\mathscr{C}$ aurait alors une asymptote horizontale d'équation $y = 0$ (l'axe des abscisses) en $+\infty$.
La vérification des conjectures est l'objet de l'exercice ?? page **??**.

Limites : interprétation graphique

1 ▶ MÉTHODE 1 p. 12

Exercice avec renvoi à une fiche méthode et corrigé. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2\left(1 - \frac{x^2}{9}\right).$$

1) Conjecturer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$ à partir de la représentation graphique ci-dessous obtenue à l'aide d'un logiciel.
2) Étudier les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
3) Expliquer pourquoi la conjecture était erronée.

2 INFO

Soit g la fonction définie par :

$$g(x) = \frac{x}{\sqrt{3x^2 + x + 7}}$$

représentée par $\mathscr{C}$ dans un repère.

1) Donner l'ensemble de définition de la fonction g.
2) À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :
   a) Tracer la courbe $\mathscr{C}$.
   b) Conjecturer une valeur approchée de la limite en $+\infty$ de la fonction g.
3) Déterminer par calcul la valeur exacte de la limite de g en $+\infty$.

3 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\,;\,3\}$ par :

$$f(x) = \frac{1-3x}{x^2-9}.$$

1) Déterminer la limite de f en $-\infty$ et $+\infty$.
   a) Sur une calculatrice, on a tracé le graphe de f ce qui a donné l'écran suivant :
   b) Expliquer pourquoi il semble apparaître une contradiction.

Limites : opérations

4 **En −2, c'est rationnel !**

Étudier la limite de la fonction f en -2.

1) $f(x) = \dfrac{x-4}{x^2+3x+2}$
2) $f(x) = \dfrac{-x^2+x+6}{2x^2+5x+2}$
3) $f(x) = \dfrac{x^2-4}{(x+2)^2}$
4) $f(x) = \dfrac{x^3+8}{x^2-x-6}$

5 **En 0, c'est radical !**

Étudier la limite de la fonction f en 0.

1) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}}{x}$
2) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$
3) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x}$
4) $f(x) = \dfrac{\sqrt{1-x}-1}{x^2-2x}$

6 Déterminer les limites suivantes.

1) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{2x+3}{3x-2}$
2) $\displaystyle\lim_{\substack{x\to1\\x<1}} \frac{x-1}{x^2+x-2}$
3) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \sqrt{\frac{2x-1}{x-2}}$
4) $\displaystyle\lim_{\substack{x\to1\\x>1}} \frac{x-1}{x^2+x-2}$

7 Déterminer les limites suivantes.

1) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \sqrt{5-\frac{4}{x^2}}$
2) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \left(2-\frac{1}{x}\right)^3$
3) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} (x-\sqrt{x})$
4) $\displaystyle\lim_{\substack{x\to0\\x>0}} \sqrt{\frac{2-x}{x}}$

Limites : comparaison/encadrement

8 Soit une fonction f telle que $f(x)$ vérifie une inégalité ou un encadrement sur un ensemble donné. Indiquer les limites qu'on peut en déduire parmi les deux proposées.

1) Pour tout réel $x \neq 0$, on a $\dfrac{1}{x} \leqslant f(x)$.
   a) $\displaystyle\lim_{\substack{x\to0\\x<0}} f(x)$ b) $\displaystyle\lim_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$
2) Pour tout réel $x \neq 0$, on a $f(x) \leqslant \dfrac{1}{x}$.
   a) $\displaystyle\lim_{\substack{x\to0\\x<0}} f(x)$ b) $\displaystyle\lim_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$
3) Pour tout réel $x > 1$, on a $x + \dfrac{1}{x} \leqslant f(x) \leqslant x+1$.
   a) $\displaystyle\lim_{\substack{x\to1\\x>1}} f(x)$ b) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$
4) Pour tout réel $x > 0$, on a $-\dfrac{1}{x} \leqslant f(x) \leqslant \dfrac{1}{x}$.
   a) $\displaystyle\lim_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$ b) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$
5) Pour tout réel $x \in]0\,;\,1[$, on a $|f(x)-1| \leqslant x$.
   a) $\displaystyle\lim_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$ b) $\displaystyle\lim_{\substack{x\to1\\x<1}} f(x)$

Approfondir

Pour les exercices 9 à 12, on donne ci-dessous la définition de continuité en un réel.

> Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et $x_0 \in I$. f est **continue en x_0** si $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$.

9 La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2-\sqrt{x+3}}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ -\dfrac{1}{4} & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

est-elle continue en 1 ?

10 La fonction f définie sur $[-1\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+1}{\sqrt{x+1}} & \text{si } x > -1 \\ 1 & \text{si } x = -1. \end{cases}$$

est-elle continue en -1 ?

11 Soit k un entier et f une fonction définie sur $\mathbb{R}$. Déterminer k pour que f soit continue sur $\mathbb{R}$.

1) $f(x) = \begin{cases} x^2-5 & \text{si } x < 1 \\ k & \text{si } x \geqslant 1 \end{cases}.$

2) $f(x) = \begin{cases} k & \text{si } x = -1 \\ \dfrac{2x+\sqrt{x+5}}{x+1} & \text{si } x > -1 \end{cases}.$

12 Soit a un réel et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x \leqslant 1 \\ x^2+ax+a & \text{si } x > 1 \end{cases}.$$

Peut-on déterminer a pour que g soit continue sur $\mathbb{R}$?

13 **« La science est l'asymptote de la vérité »** [1]

Rudy a remarqué qu'« *une asymptote, c'est comme une tangente à l'infini* ». Son professeur digresse alors.

1) Soit f la fonction homographique propre :

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

définie sur $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$ avec $c \neq 0$ et $ad-bc \neq 0$.

« *Monsieur, pourquoi "homographique **propre**" ?* ».

De quel type serait la fonction f :

- pour $c = 0$?
- pour $ad-bc = 0$?

2) Montrez que :

a) $f(x) = \dfrac{a}{c} - \dfrac{ad-bc}{c(cx+d)}$ pour $x \in \mathscr{D}$.

b) $f(x) = \left(\dfrac{a+bx^{-1}}{c+dx^{-1}}\right)$ pour $x \in \mathscr{D}^*$.

c) $f'(x) = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ pour $x \in \mathscr{D}$.

3) Déduisez de 2a et 2b les équations des asymptotes à la courbe représentative de f aux bornes de $\mathscr{D}$.

4) Calculez les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f'(x)$ b) $\lim\limits_{x \to -d/c} f'(x)$

« *Plus ou moins l'infini, vous n'en êtes pas sûr ?* ».

Le professeur précise qu'il veut les limites de $f'(x)$ en $+\infty$ et $-\infty$.

5) Rapprochez les résultats du 4 de celui du 3.

Concluez à propos de la remarque de Rudy.

1. « La science est l'asymptote de la vérité. Elle approche sans cesse et ne touche jamais. » d'après Hugo, Victor, *William Shakspeare*.

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- Déterminer la limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient ou d'une composée de deux fonctions
- Déterminer des limites par comparaison et encadrement
- Faire le lien entre limites et comportement asymptotique
- Appréhender la notion de continuité d'une fonction
- Exploiter le théorème des valeurs intermédiaires (cas d'une fonction strictement monotone) pour résoudre un problème
- Approcher une solution d'équation par l'algorithmique

QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

14 La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur $]-\infty\,;\,-1[$ par $f(x)=\dfrac{1+x^2+x^3}{x\,(1-x^2)}$ est :

a) 0 b) 1 c) -1 d) $-\infty$

15 La limite à gauche en 0 de la fonction f définie sur $[-1\,;\,0[$ par $f(x)=\sqrt{-\dfrac{x+1}{x}}$ est :

a) 0 b) 1 c) $-\infty$ d) $+\infty$

16 La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\,;\,1\}$ par $f(x)=\dfrac{(2x-3)(x^2+1)}{(1-x^2)^2}$ est :

a) -2 b) 0 c) $+\infty$ d) $-\infty$

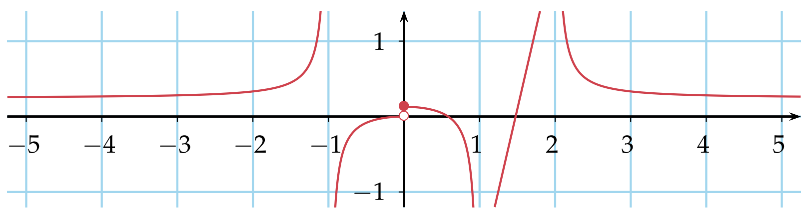
17 Soit f une fonction définie sur $[2\,;\,+\infty[$. Si pour tout $x \geqslant 2$, on a $x^2 \leqslant f(x)$ alors :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}=0$ c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x^2}=1$

18 La courbe représentative de la fonction $h : x \mapsto \dfrac{(2x-1)^2}{2(4-x^2)}$ admet une asymptote d'équation :

a) $x=-2$ b) $y=-2$ c) $x=2$ d) $y=2$

19 Soit ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f.



Il est certain que la fonction f n'est pas continue :

a) en -1 b) en 0 c) en 2 d) en 6

TP 1 Un premier TP avec un logo à droite

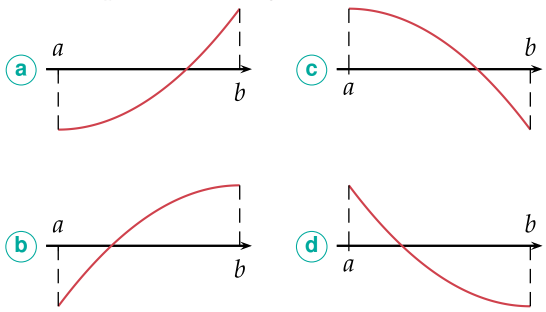
ALGO

A Le principe et l'algorithme

La **méthode de dichotomie** ou **méthode de la bissection** est un algorithme (voir ci-dessous) de recherche d'un zéro d'une fonction qui consiste à réitérer des partages d'un intervalle en deux moitiés puis à sélectionner celui dans lequel se trouve le zéro de la fonction.
Si cela est possible, on dégrossit le plus souvent la recherche en se plaçant initialement sur un intervalle $[a\ ;\ b]$ où la fonction est continue, strictement monotone et telle que $f(a)f(b) < 0$ afin d'appliquer le théorème des valeurs intermédiaires et assurer ainsi l'unicité de la solution.

1) Que représente la variable ε ?

2) Expliquer le premier pas de l'algorithme dans les quatre cas de figures suivants :




```
Lire a, b, ε
Tant que (b-a)>ε
  c prend la valeur (a+b)/2
  Si f(a)*f(c)>0 alors
    a prend la valeur c
  Sinon
    b prend la valeur c
  Fin Si
Fin Tant Que
Afficher c
```

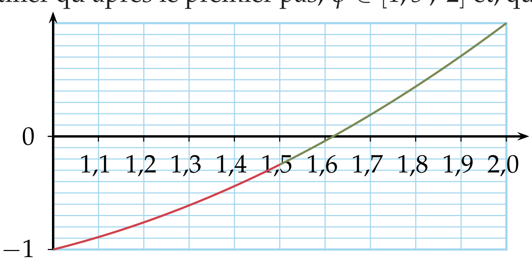
B Application : approcher le nombre d'or

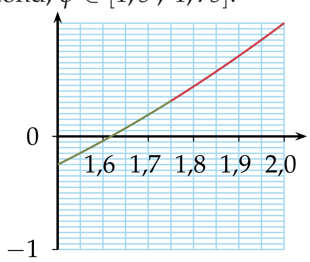
Intéressons-nous au nombre d'or, solution positive de l'équation :

$$(\text{E}) \quad x^2 - x - 1 = 0$$

1) Soit la fonction $f : x \mapsto x^2 - x - 1$ qu'on étudie sur $[1\ ;\ 2]$.
- **a)** Justifier que la fonction f est continue sur $[1\ ;\ 2]$.
- **b)** Dresser le tableau de variation complet de f sur $[1\ ;\ 2]$.
- **c)** Montrer qu'il existe une solution unique φ à l'équation $f(x) = 0$.

2) On applique l'algorithme de dichotomie à f avec $a = 1$, $b = 2$ et $\varepsilon = 10^{-5}$.
- **a)** Justifier qu'après le premier pas, $\varphi \in [1{,}5\ ;\ 2]$ et, qu'après le second, $\varphi \in [1{,}5\ ;\ 1{,}75]$.





- **b)** À l'aide d'AlgoBox ou d'un autre logiciel, programmer l'algorithme de dichotomie pour qu'il affiche les encadrements successifs de φ et leurs précisions.

$1{,}5 < \varphi < 2$	0,5
$1{,}5 < \varphi < 1{,}75$	0,25
$\vdots$	$\vdots$

3) On définit la suite $(p_n)_{n\geqslant 0}$ par $p_0 = 1$ et $p_{n+1} = \dfrac{p_n}{2}$.

a) Que représente (p_n) ? Justifier qu'elle est décroissante et exprimer p_n en fonction de n.

b) Écrire puis programmer un algorithme qui prend en entrée ε et qui retourne le plus petit entier n tel que $p_n < \varepsilon$?

c) À l'aide du programme, déterminer le plus petit entier n tel que p_n soit inférieur à :

- $0,1$
- $0,01$
- $0,001$
- $0,000\,1$
- $0,000\,01$

Commenter l'efficacité de l'algorithme de dichotomie à partir des résultats obtenus.

TP 2 Et un autre TP avec deux logos à droite

INFO ALGO

La **méthode de Newton** est une autre méthode destinée à déterminer une valeur approchée du zéro d'une fonction, sous condition de sa dérivabilité sur un intervalle réel.
Partant d'un réel x_0 de préférence proche du zéro à trouver, on approche la fonction f au premier ordre en la considérant à peu près égale à la fonction affine donnée par l'équation de la tangente à sa courbe représentative au point d'abscisse x_0 :

$$f(x) \simeq f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0).$$

On résout alors l'équation $f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) = 0$ pour obtenir x_1 qui, en général, est plus proche du zéro de f que x_0. On réitère ensuite le processus.

Le but de ce TP est de déterminer une valeur approchée du nombre d'or φ comme dans le TP précédent et de comparer l'efficacité de la méthode de Newton à celle de dichotomie.

A Approche graphique

1) Avec un logiciel de géométrie dynamique, tracer le graphe $\mathscr{C}$ de $f : x \mapsto x^2 - x - 1$.

2) Tracer la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $x_0 = 1$. Elle coupe l'axe des abscisses en $A_1(x_1\,;\,0)$.

3) Réitérer le processus pour obtenir x_1 puis x_2. Est-on proche de φ ?

B Avec l'algorithmique

La construction devient vite compliquée avec l'agglomérat des tangentes successives.
On souhaite ainsi s'orienter vers l'élaboration et la programmation d'un algorithme.

1) Justifier qu'on peut définir la suite (x_n) telle que $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}$.

2) Écrire et programmer l'algorithme en considérant la condition d'arrêt $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon$.

3) Faire tourner l'algorithme pour ε égal à $10^{-1}, 10^{-2}, \ldots, 10^{-5}$.

4) Rajouter un compteur d'itérations pour estimer l'efficacité de la méthode. Conclure.

Récréation, énigmes

Des discontinuités... en continu !

Soit x et y deux réels tels que $x < y$.

Définissons la suite $(d_n)_{n \geqslant 0}$ telle que $d_n = \dfrac{\lfloor 10^n y \rfloor}{10^n}$ où $\lfloor a \rfloor$ désigne la partie entière de a.

1) À quel ensemble les nombres d_n appartiennent-ils ? • $\mathbb{N}$? • $\mathbb{Z}$? • $\mathbb{D}$? • $\mathbb{Q}$? • $\mathbb{R}$?

2) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a l'encadrement $\dfrac{10^n y - 1}{10^n} < d_n \leqslant y$.

b) En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} d_n$.

3) a) Montrer que, quel que soit $\varepsilon > 0$, il existe un entier naturel N tel que pour tout $n \geqslant N$, $|d_n - y| < \varepsilon$.

b) En posant $\varepsilon = y - x$, en déduire que $x \leqslant d_N \leqslant y$.

> On vient de montrer qu'entre deux réels, il existe toujours un décimal et donc toujours un rationnel.
> On dit que l'ensemble des rationnels $\mathbb{Q}$ est **dense** dans l'ensemble des réels $\mathbb{R}$.

La **fonction de Dirichlet** D et la **fonction de Thomae** T sont deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$\mathrm{D}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{si } x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad \text{et} \quad \mathrm{T}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \notin \mathbb{Q} \\ 1 & \text{si } x = 0 \\ \dfrac{1}{q} & \text{si } x = \dfrac{p}{q} \text{ est une fraction irréductible} \end{cases}$$

Introduite par Dirichlet[2] en 1829, la fonction D est discontinue partout ce que le résultat établi précédemment montre. Cette fonction est appelée aussi **fonction indicatrice des rationnels**.

Introduite par Thomae[3] en 1875, la fonction T est continue en tout nombre irrationnel mais discontinue en tout nombre rationnel. Cette fonction est appelée aussi la **fonction popcorn** (voir sa représentation ci-dessous !).

2. Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805–1859), mathématicien allemand
3. Carl Johannes Thomae (1840–1921), mathématicien allemand

CALCUL

2

Opérer avec les relatifs

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Une activité

Partie A : Une partie

Blabla

Partie B : Une partie

Bla bla

1. Une section

Bla bla

À CONNAÎTRE

Bla bla

S'entraîner

Une série

1 Un peu de vocabulaire

Un exo

2 Un autre exo

Bla bla

Approfondir

3 Un exercice

4 Et un autre

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- BlaBla1
- BlaBla2
- BlaBla3
- BlaBla4
- BlaBla5
- BlaBla6

QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

5 Quelle est la bonne réponse ?

(a) un (b) deux (c) trois

Travaux pratiques

TP 1

Mon super TP

Travaux pratiques

Récréation, énigmes

MÉTHODES DU LIVRET 2

Calcul

SOLUTIONS

Chapitre C1
Exemples d'usage

S'entraîner

1 Ici on range le corrigé de l'exercice
Test sur le corrigé

3 Et hop, encore un autre corrigé !

Approfondir

12 Corrigé d'un exercice de la partie approfondissement.

13 Corrigé d'un autre exercice de la partie approfondissement!!

Auto-évaluation QCM

14 c **15** d **16** b
17 a c **18** a b c **19** a b

Chapitre C2
Opérer avec les relatifs

Auto-évaluation QCM

5 a b

LEXIQUE