CALCUL

1

Exemples d’usage

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Notion de limite

Une première activité !

$2 + 2 = 4$

Sur la **demi-droite graduée** ci-dessous, quel est le nombre associé au point B ? Qu'est-ce qui te permet de l'affirmer ?

Ce nombre est associé à un événement historique important. Lequel ? Décalque cette demi-droite et place le point N associé au nombre qui correspond à l'année de la chute du mur de Berlin. Le nombre associé à un point sur une demi-droite graduée est l'**abscisse** de ce point.

Partie A : une partie de l'activité...

1) Calculer $f(x)$ pour $x = 10$; 100 ; $1\,000$; 10^4 ; 10^5 ; etc.
2) Que peut-on conjecturer quant à $f(x)$ lorsque $x \to +\infty$?

Partie B : ... et une autre partie

On vient de remarquer la propriété suivante, que l'on va par la suite chercher à démontrer (ah bon).

ACTIVITÉ 2 Une autre activité

Partie A : partie 1

Aux XVII^{e} et XVIII^{e} siècles, la notion de fonction.

Partie B : Partie 2

Au début du XIX^{e} siècle, Bolzano et Cauchy.

ACTIVITÉ 3 Encore une activité (avec saut de page)

Partie A : Première partie

On considère les deux fonctions u et v suivantes

Partie B : ...Seconde partie

Si u et v sont deux fonctions.
On donne les fonctions de référence a, b, c et d définies par :

Partie C : Partie 3

Rien dans cette partie :)

DÉBAT 4

Et là on peut mettre un petit débat.

Cours - Méthodes

1. Nombres entiers et décimaux

Dans toute cette partie, $\mathscr{C}_f$ désigne la courbe représentative de la fonction f dans un repère quelconque du plan.

A. Limite finie en l'infini

DÉFINITION

Soit f une fonction définie au moins sur un intervalle de $\mathbb{R}$ du type $]a\,;\,+\infty[$.
La fonction f a pour limite ℓ en $+\infty$ si tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs de $f(x)$ pour x assez grand. On note alors : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \ell$.

Exemple Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x} + 1$. On a $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{x}+1\right) = 1$.
En effet, l'inverse de x se rapproche de 0 à mesure que x augmente.
Soit un intervalle ouvert I tel que $1 \in I$. Alors, $f(x)$ sera toujours dans I pour x assez grand.
Graphiquement, aussi étroite que soit une bande parallèle à la droite d'équation $y = 1$ et qui la contient, il existe toujours une valeur de x au delà de laquelle $\mathscr{C}_f$ ne sort plus de cette bande.

DÉFINITION : Asymptote horizontale

La droite d'équation $y = \ell$ est **asymptote horizontale** à $\mathscr{C}_f$ **en** $+\infty$ si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \ell$.

REMARQUE : On définit de façon analogue $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \ell$ qui caractérise une asymptote horizontale à $\mathscr{C}_f$ en $-\infty$ d'équation $y = \ell$.

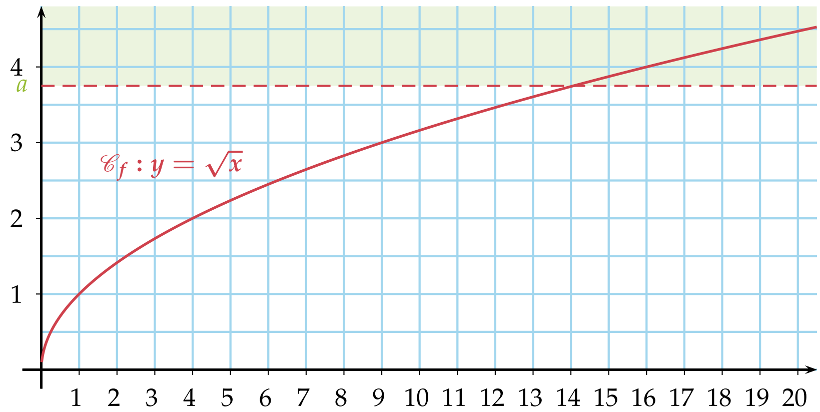
Exemple On a vu précédemment que $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{x}+1\right) = 1$. On a aussi $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{1}{x}+1\right) = 1$.
Donc, la droite d'équation $y = 1$ est asymptote horizontale à la courbe $\mathscr{C}_f$ en $+\infty$ et en $-\infty$.

B. Limite infinie en l'infini

DÉFINITION

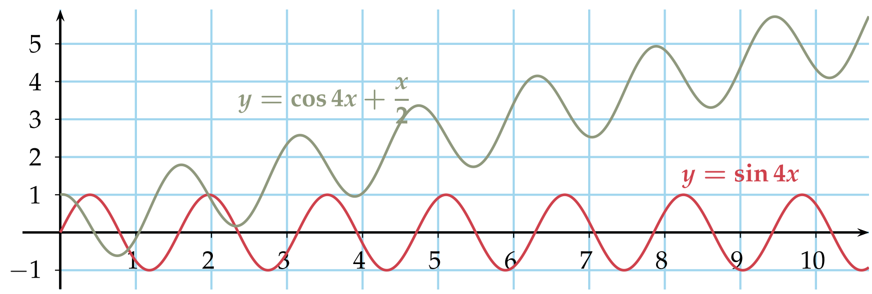
La fonction f a pour limite $+\infty$ en $+\infty$ si tout intervalle de $\mathbb{R}$ du type $]a\,;\,+\infty[$ contient toutes les valeurs de $f(x)$ pour x assez grand. On note alors : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

Exemple Soit f la fonction racine carrée. On a $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$.
En effet, $\sqrt{x}$ devient aussi grand que l'on veut à mesure que x augmente.
Soit un intervalle ouvert $I =]a\,;\,+\infty[$. Alors, $f(x)$ sera toujours dans I pour x assez grand.
Graphiquement, si on considère le demi-plan supérieur de frontière une droite d'équation $y = a$, il existe toujours une valeur de a au delà de laquelle $\mathscr{C}_f$ ne sort plus de ce demi-plan.



Remarque :

- On définit de façon analogue : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.
- Il existe des fonctions qui n'admettent pas de limite en l'infini. Par exemple, les fonctions sinus et cosinus n'admettent de limite ni en $+\infty$, ni en $-\infty$.
- Une fonction qui tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$ n'est pas forcément croissante.



Cours - Méthodes

MÉTHODE 1 Interpréter graphiquement les limites d'une fonction

► Ex. 1 p. 13

L'aperçu de la courbe représentative d'une fonction avec une calculatrice ou un logiciel peut aider à conjecturer une limite (et donc éventuellement une asymptote à la courbe) mais il faut paramétrer correctement la fenêtre d'affichage pour limiter les erreurs de jugement.

Exercice d'application Soit f une fonction dont on a un aperçu du graphe $\mathscr{C}$. Déterminer son ensemble de définition $\mathscr{D}$, puis conjecturer les limites aux bornes de $\mathscr{D}$ et les asymptotes à $\mathscr{C}$.

1) $f : x \mapsto \dfrac{x^3-1}{x^3+1}$

2) $f : x \mapsto 2x - \sqrt{4x^2-1}$

Correction

1) $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. A priori, on aurait : $\lim\limits_{x\to\pm+\infty} f(x) = 1$; $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x<-1}} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} f(x) = -\infty$.
$\mathscr{C}$ aurait alors une asymptote horizontale d'équation $y = 1$ en $\pm\infty$ et une asymptote verticale d'équation $x = -1$.

2) $\mathscr{D} =]-\infty\,;\,-\frac{1}{2}[\cup]\frac{1}{2}\,;\,+\infty[$. On a : $\lim\limits_{x\to-1/2} f(x) = -1$ et $\lim\limits_{x\to1/2} f(x) = 1$ et, il semblerait que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$.
$\mathscr{C}$ aurait alors une asymptote horizontale d'équation $y = 0$ (l'axe des abscisses) en $+\infty$.
La vérification des conjectures est l'objet de l'exercice ?? page **??**.

Limites : interprétation graphique

1 ► MÉTHODE 1 p. 12

Exercice avec renvoi à une fiche méthode et corrigé. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2\left(1 - \frac{x^2}{9}\right).$$

1) Conjecturer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$ à partir de la représentation graphique ci-dessous obtenue à l'aide d'un logiciel.
2) Étudier les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
3) Expliquer pourquoi la conjecture était erronée.

2 INFO

Soit g la fonction définie par :

$$g(x) = \frac{x}{\sqrt{3x^2 + x + 7}}$$

représentée par $\mathscr{C}$ dans un repère.

1) Donner l'ensemble de définition de la fonction g.
2) À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :
   a) Tracer la courbe $\mathscr{C}$.
   b) Conjecturer une valeur approchée de la limite en $+\infty$ de la fonction g.
3) Déterminer par calcul la valeur exacte de la limite de g en $+\infty$.

3 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\,;\,3\}$ par :

$$f(x) = \frac{1 - 3x}{x^2 - 9}.$$

1) Déterminer la limite de f en $-\infty$ et $+\infty$.
   a) Sur une calculatrice, on a tracé le graphe de f ce qui a donné l'écran suivant :
   b) Expliquer pourquoi il semble apparaître une contradiction.

Limites : opérations

4 **En -2, c'est rationnel !**

Étudier la limite de la fonction f en -2.

1) $f(x) = \dfrac{x - 4}{x^2 + 3x + 2}$
2) $f(x) = \dfrac{-x^2 + x + 6}{2x^2 + 5x + 2}$
3) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{(x + 2)^2}$
4) $f(x) = \dfrac{x^3 + 8}{x^2 - x - 6}$

5 **En 0, c'est radical !**

Étudier la limite de la fonction f en 0.

1) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x + 1}}{x}$
2) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x + 1} - 1}{x}$
3) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x + 4} - 2}{x}$
4) $f(x) = \dfrac{\sqrt{1 - x} - 1}{x^2 - 2x}$

6 Déterminer les limites suivantes.

1) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{2x + 3}{3x - 2}$
2) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} \frac{x - 1}{x^2 + x - 2}$
3) $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} \sqrt{\frac{2x - 1}{x - 2}}$
4) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 1 \\ x > 1}} \frac{x - 1}{x^2 + x - 2}$

7 Déterminer les limites suivantes.

1) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \sqrt{5 - \frac{4}{x^2}}$
2) $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} \left(2 - \frac{1}{x}\right)^3$
3) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} (x - \sqrt{x})$
4) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \sqrt{\frac{2 - x}{x}}$

Limites : comparaison/encadrement

8 Soit une fonction f telle que $f(x)$ vérifie une inégalité ou un encadrement sur un ensemble donné. Indiquer les limites qu'on peut en déduire parmi les deux proposées.

1) Pour tout réel $x \neq 0$, on a $\dfrac{1}{x} \leqslant f(x)$.
   a) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 0 \\ x < 0}} f(x)$ b) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x)$
2) Pour tout réel $x \neq 0$, on a $f(x) \leqslant \dfrac{1}{x}$.
   a) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 0 \\ x < 0}} f(x)$ b) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x)$
3) Pour tout réel $x > 1$, on a $x + \dfrac{1}{x} \leqslant f(x) \leqslant x + 1$.
   a) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 1 \\ x > 1}} f(x)$ b) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$
4) Pour tout réel $x > 0$, on a $-\dfrac{1}{x} \leqslant f(x) \leqslant \dfrac{1}{x}$.
   a) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x)$ b) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$
5) Pour tout réel $x \in]0\,;\,1[$, on a $|f(x) - 1| \leqslant x$.
   a) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x)$ b) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} f(x)$

Approfondir

Pour les exercices **9** à **12**, on donne ci-dessous la définition de continuité en un réel.

> Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et $x_0 \in I$. f est **continue en x_0** si $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$.

9 La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2-\sqrt{x+3}}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ -\dfrac{1}{4} & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

est-elle continue en 1 ?

10 La fonction f définie sur $[-1\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+1}{\sqrt{x+1}} & \text{si } x > -1 \\ 1 & \text{si } x = -1. \end{cases}$$

est-elle continue en -1 ?

11 Soit k un entier et f une fonction définie sur $\mathbb{R}$. Déterminer k pour que f soit continue sur $\mathbb{R}$.

1) $f(x) = \begin{cases} x^2-5 & \text{si } x < 1 \\ k & \text{si } x \geqslant 1 \end{cases}$.

2) $f(x) = \begin{cases} k & \text{si } x = -1 \\ \dfrac{2x+\sqrt{x+5}}{x+1} & \text{si } x > -1 \end{cases}$.

12 Soit a un réel et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x \leqslant 1 \\ x^2+ax+a & \text{si } x > 1 \end{cases}.$$

Peut-on déterminer a pour que g soit continue sur $\mathbb{R}$?

13 **« La science est l'asymptote de la vérité »** [1]

Rudy a remarqué qu'« *une asymptote, c'est comme une tangente à l'infini* ». Son professeur digresse alors.

1) Soit f la fonction homographique propre :

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

définie sur $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$ avec $c \neq 0$ et $ad-bc \neq 0$.

« *Monsieur, pourquoi "homographique **propre**" ?* ».

De quel type serait la fonction f :

- pour $c = 0$?
- pour $ad-bc = 0$?

2) Montrez que :

a) $f(x) = \dfrac{a}{c} - \dfrac{ad-bc}{c(cx+d)}$ pour $x \in \mathscr{D}$.

b) $f(x) = \left(\dfrac{a+bx^{-1}}{c+dx^{-1}}\right)$ pour $x \in \mathscr{D}^*$.

c) $f'(x) = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ pour $x \in \mathscr{D}$.

3) Déduisez de **2a** et **2b** les équations des asymptotes à la courbe représentative de f aux bornes de $\mathscr{D}$.

4) Calculez les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f'(x)$ **b)** $\lim\limits_{x \to -d/c} f'(x)$

« *Plus ou moins l'infini, vous n'en êtes pas sûr ?* ».

Le professeur précise qu'il veut les limites de $f'(x)$ en $+\infty$ et $-\infty$.

5) Rapprochez les résultats du **4** de celui du **3**.

Concluez à propos de la remarque de Rudy.

1. « La science est l'asymptote de la vérité. Elle approche sans cesse et ne touche jamais. » d'après Hugo, Victor, *William Shakspeare*.

“m

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- Déterminer la limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient ou d'une composée de deux fonctions
- Déterminer des limites par comparaison et encadrement
- Faire le lien entre limites et comportement asymptotique
- Appréhender la notion de continuité d'une fonction
- Exploiter le théorème des valeurs intermédiaires (cas d'une fonction strictement monotone) pour résoudre un problème
- Approcher une solution d'équation par l'algorithmique

QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

14 La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur $]-\infty\,;\,-1[$ par $f(x)=\dfrac{1+x^2+x^3}{x\,(1-x^2)}$ est :

(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) $-\infty$

15 La limite à gauche en 0 de la fonction f définie sur $[-1\,;\,0[$ par $f(x)=\sqrt{-\dfrac{x+1}{x}}$ est :

(a) 0 (b) 1 (c) $-\infty$ (d) $+\infty$

16 La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\,;\,1\}$ par $f(x)=\dfrac{(2x-3)(x^2+1)}{(1-x^2)^2}$ est :

(a) -2 (b) 0 (c) $+\infty$ (d) $-\infty$

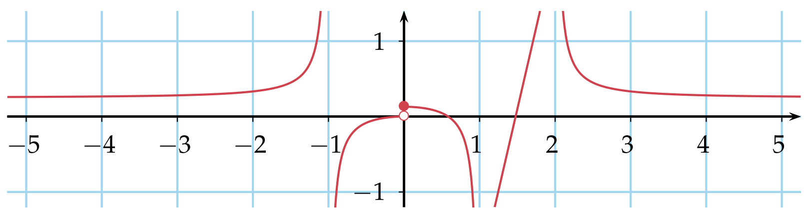
17 Soit f une fonction définie sur $[2\,;\,+\infty[$. Si pour tout $x\geqslant 2$, on a $x^2\leqslant f(x)$ alors :

(a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ (b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$ (c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ (d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x^2}=1$

18 La courbe représentative de la fonction $h : x\mapsto\dfrac{(2x-1)^2}{2(4-x^2)}$ admet une asymptote d'équation :

(a) $x=-2$ (b) $y=-2$ (c) $x=2$ (d) $y=2$

19 Soit ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f.



Il est certain que la fonction f n'est pas continue :

(a) en -1 (b) en 0 (c) en 2 (d) en 6

Travaux pratiques

TP 1 Un premier TP avec un logo à droite

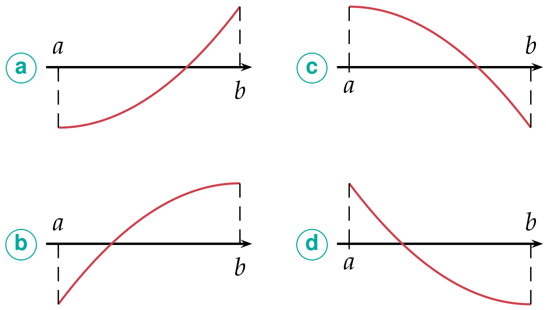
ALGO

A Le principe et l'algorithme

La **méthode de dichotomie** ou **méthode de la bissection** est un algorithme (voir ci-dessous) de recherche d'un zéro d'une fonction qui consiste à réitérer des partages d'un intervalle en deux moitiés puis à sélectionner celui dans lequel se trouve le zéro de la fonction.
Si cela est possible, on dégrossit le plus souvent la recherche en se plaçant initialement sur un intervalle $[a\ ;\ b]$ où la fonction est continue, strictement monotone et telle que $f(a)f(b) < 0$ afin d'appliquer le théorème des valeurs intermédiaires et assurer ainsi l'unicité de la solution.

1) Que représente la variable ε ?

2) Expliquer le premier pas de l'algorithme dans les quatre cas de figures suivants :




```
Lire a, b, ε
Tant que (b-a)>ε
  c prend la valeur (a+b)/2
  Si f(a)*f(c)>0 alors
    a prend la valeur c
  Sinon
    b prend la valeur c
  Fin Si
Fin Tant Que
Afficher c
```

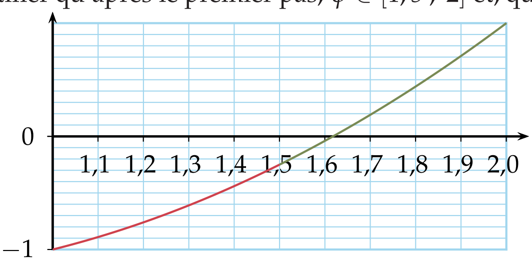
B Application : approcher le nombre d'or

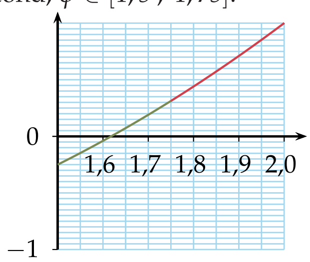
Intéressons-nous au nombre d'or, solution positive de l'équation :

$$\text{(E)} \quad x^2 - x - 1 = 0$$

1) Soit la fonction $f : x \mapsto x^2 - x - 1$ qu'on étudie sur $[1\ ;\ 2]$.
- **a)** Justifier que la fonction f est continue sur $[1\ ;\ 2]$.
- **b)** Dresser le tableau de variation complet de f sur $[1\ ;\ 2]$.
- **c)** Montrer qu'il existe une solution unique φ à l'équation $f(x) = 0$.

2) On applique l'algorithme de dichotomie à f avec $a = 1$, $b = 2$ et $\varepsilon = 10^{-5}$.
- **a)** Justifier qu'après le premier pas, $\varphi \in [1{,}5\ ;\ 2]$ et, qu'après le second, $\varphi \in [1{,}5\ ;\ 1{,}75]$.





- **b)** À l'aide d'AlgoBox ou d'un autre logiciel, programmer l'algorithme de dichotomie pour qu'il affiche les encadrements successifs de φ et leurs précisions.

$1{,}5 < \varphi < 2$	0,5
$1{,}5 < \varphi < 1{,}75$	0,25
$\vdots$	$\vdots$

3) On définit la suite $(p_n)_{n\geqslant 0}$ par $p_0 = 1$ et $p_{n+1} = \dfrac{p_n}{2}$.

a) Que représente (p_n) ? Justifier qu'elle est décroissante et exprimer p_n en fonction de n.

b) Écrire puis programmer un algorithme qui prend en entrée ε et qui retourne le plus petit entier n tel que $p_n < \varepsilon$?

c) À l'aide du programme, déterminer le plus petit entier n tel que p_n soit inférieur à :

- $0,1$
- $0,01$
- $0,001$
- $0,000\,1$
- $0,000\,01$

Commenter l'efficacité de l'algorithme de dichotomie à partir des résultats obtenus.

TP 2 Et un autre TP avec deux logos à droite

INFO ALGO

La **méthode de Newton** est une autre méthode destinée à déterminer une valeur approchée du zéro d'une fonction, sous condition de sa dérivabilité sur un intervalle réel.
Partant d'un réel x_0 de préférence proche du zéro à trouver, on approche la fonction f au premier ordre en la considérant à peu près égale à la fonction affine donnée par l'équation de la tangente à sa courbe représentative au point d'abscisse x_0 :

$$f(x) \simeq f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0).$$

On résout alors l'équation $f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) = 0$ pour obtenir x_1 qui, en général, est plus proche du zéro de f que x_0. On réitère ensuite le processus.

Le but de ce TP est de déterminer une valeur approchée du nombre d'or φ comme dans le TP précédent et de comparer l'efficacité de la méthode de Newton à celle de dichotomie.

A Approche graphique

1) Avec un logiciel de géométrie dynamique, tracer le graphe $\mathscr{C}$ de $f : x \mapsto x^2 - x - 1$.
2) Tracer la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $x_0 = 1$. Elle coupe l'axe des abscisses en $A_1(x_1 ; 0)$.
3) Réitérer le processus pour obtenir x_1 puis x_2. Est-on proche de φ ?

B Avec l'algorithmique

La construction devient vite compliquée avec l'agglomérat des tangentes successives.
On souhaite ainsi s'orienter vers l'élaboration et la programmation d'un algorithme.

1) Justifier qu'on peut définir la suite (x_n) telle que $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}$.
2) Écrire et programmer l'algorithme en considérant la condition d'arrêt $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon$.
3) Faire tourner l'algorithme pour ε égal à $10^{-1}, 10^{-2}, \ldots, 10^{-5}$.
4) Rajouter un compteur d'itérations pour estimer l'efficacité de la méthode. Conclure.

Travaux pratiques

Récréation, énigmes

Des discontinuités... en continu !

Soit x et y deux réels tels que $x < y$.

Définissons la suite $(d_n)_{n\geqslant 0}$ telle que $d_n = \dfrac{\lfloor 10^n y \rfloor}{10^n}$ où $\lfloor a \rfloor$ désigne la partie entière de a.

1) À quel ensemble les nombres d_n appartiennent-ils ? • $\mathbb{N}$? • $\mathbb{Z}$? • $\mathbb{D}$? • $\mathbb{Q}$? • $\mathbb{R}$?

2) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a l'encadrement $\dfrac{10^n y - 1}{10^n} < d_n \leqslant y$.

b) En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} d_n$.

3) a) Montrer que, quel que soit $\varepsilon > 0$, il existe un entier naturel N tel que pour tout $n \geqslant N$, $|d_n - y| < \varepsilon$.

b) En posant $\varepsilon = y - x$, en déduire que $x \leqslant d_N \leqslant y$.

> On vient de montrer qu'entre deux réels, il existe toujours un décimal et donc toujours un rationnel.
> On dit que l'ensemble des rationnels $\mathbb{Q}$ est **dense** dans l'ensemble des réels $\mathbb{R}$.

La **fonction de Dirichlet** D et la **fonction de Thomae** T sont deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$\mathrm{D}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{si } x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad \text{et} \quad \mathrm{T}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \notin \mathbb{Q} \\ 1 & \text{si } x = 0 \\ \dfrac{1}{q} & \text{si } x = \dfrac{p}{q} \text{ est une fraction irréductible} \end{cases}$$

Introduite par Dirichlet[2] en 1829, la fonction D est discontinue partout ce que le résultat établi précédemment montre. Cette fonction est appelée aussi **fonction indicatrice des rationnels**.

Introduite par Thomae[3] en 1875, la fonction T est continue en tout nombre irrationnel mais discontinue en tout nombre rationnel. Cette fonction est appelée aussi la **fonction popcorn** (voir sa représentation ci-dessous !).

2. Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805–1859), mathématicien allemand
3. Carl Johannes Thomae (1840–1921), mathématicien allemand

CALCUL

2

Opérer avec les relatifs

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Il faut régler l'addition !

À la fête foraine, Mamadou a choisi un jeu comportant deux manches à l'issue desquelles il peut gagner ou perdre de l'argent. Un gain de 3 CHF est noté + 3 ou 3 tandis qu'une perte de 7 CHF est notée − 7.

Partie A

Donne le bilan de chacune des parties suivantes :

- Partie 1 : Mamadou a gagné 3 CHF puis a gagné 7 CHF.
- Partie 2 : Mamadou a gagné 8 CHF puis a perdu 5 CHF.
- Partie 3 : Mamadou a perdu 4 CHF puis a perdu 6 CHF.
- Partie 4 : Mamadou a perdu 9 CHF puis a gagné 2 CHF.

Partie B : Dans un tableau

1) Recopie le tableau ci-dessous qui représente les gains et les pertes des deux manches de plusieurs parties :

	A	B	C	D
1	Partie n°	1ère manche	2ème manche	Bilan de la partie
2	1	$+3$	$+7$	
3	2	$+8$	-5	
4	3	-4	-6	
5	4	-9	$+2$	
6	5	-7	$+10$	
7	6	-3	-9	
8	7	$+8$	$+2$	
9	8	$+4$	-2	
10	9	$+5$	-7	
11	10	$+10$	$+12$	

2) Effectue les calculs des cases $D2$ à $D11$.

Partie C : Addition de deux nombres relatifs

1) Sur le tableau, colorie en rouge les parties où Mamadou a gagné ou perdu de l'argent à chacune des deux manches :

2) Pour chaque cas, quelle opération fais-tu pour trouver la valeur absolue du bilan ?

3) Dans quels cas le bilan est-il positif ? négatif ?

4) Déduis-en une règle pour additionner deux nombres relatifs de même signe.

5) Que représentent les cas qui ne sont pas coloriés en rouge ? Dans ces cas :

6) Quelle opération fais-tu pour trouver la valeur absolue du bilan ?

7) Comment détermines-tu le signe du bilan ?

8) Déduis-en une règle pour additionner deux nombres relatifs de signes différents.

Partie D

Recopie et complète :

1) $(+8) + (+2) = \ldots$; 3) $(-4) + (-6) = \ldots$; 5) $(-5) + (-9) = \ldots$;
2) $(-7) + (+5) = \ldots$; 4) $(-4) + (+7) = \ldots$; 6) $(+1) + (-4) = \ldots$.

ACTIVITÉ 2 Quelles différences . . .

Voici un tableau qui donne les températures en degrés Celsius durant une semaine à Caprino lors d’un hiver très rigoureux :

Jour	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche
Température	$+2$	$+6$	$+3$	-5	-7	-3	$+1$

Variation	$+4$	-3				

La variation indique la différence de température remarquée entre deux jours consécutifs.

Partie A

Reproduis et complète ce tableau.
La différence de température entre le lundi et le mardi est de $+4$°C. On peut écrire : $(+6) - (+2) = (+4)$.

Partie B

En utilisant les réponses du tableau précédent, complète de la même manière les différences suivantes :

1) $(+6) - (+2) = (+4)$; 3) $(-5) - (+3) = \ldots$; 5) $(-3) - (-7) = \ldots$;
2) $(+3) - (+6) = \ldots$; 4) $(-7) - (-5) = \ldots$; 6) $(+1) - (-3) = \ldots$.

Partie C

Calcule les sommes suivantes :

1) $(+6) + (-2) = (+4)$; 3) $(-5) + (-3) = \ldots$; 5) $(-3) + (+7) = \ldots$;
2) $(+3) + (-6) = \ldots$; 4) $(-7) + (+5) = \ldots$; 6) $(+1) + (+3) = \ldots$.

Partie D

Compare les calculs et les résultats des parties B et C. Que remarques-tu ?
Recopie et complète la phrase : « Soustraire un nombre relatif revient à . . . son . . . . ».

Partie E

Effectue les soustractions suivantes en transformant d’abord chaque soustraction en addition :

1) $(+7) - (+11)$; 2) $(+29) - (-15)$; 3) $(-73) - (-52)$.

ACTIVITÉ 3 Pour tout simplifier

Partie A : Simplification, 1er acte

1) Effectue les calculs $(+6) + (-4)$ et $6 - 4$. Que remarques-tu ?

Activités d'approche

2) Simplifie de même l'écriture de $(+7)\ +\ (-1)$ puis effectue le calcul.

Partie B : Simplification, 2ème acte

1) Effectue les calculs $(+7)\ -\ (+5)$ et $7\ -\ 5$. Que remarques-tu ?
2) Simplifie de même l'écriture de $(+12)\ -\ (+7)$ puis calcule.

Partie C : Simplification, 3ème acte

1) Effectue $(-10)+(+1)$.
2) Pour soustraire 9 à un nombre, il est souvent plus rapide de soustraire 10 puis d'ajouter 1, ce qu'on peut noter : $-10\ +1 = \ldots$. Qu'en déduis-tu ?

Partie D : Simplification, dernier acte

1) Effectue les calculs $(-9)\ -(-2)$ et $-9\ +\ 2$. Que remarques-tu ?
2) Simplifie alors l'écriture de $(+8)\ -\ (-7)$ puis calcule.

Partie E

En observant bien les questions précédentes, essaie de supprimer les parenthèses et les signes inutiles dans l'expression : $A = (-5)+(-9)-(+3)$ puis effectue le calcul.

MÉTHODE 1 Additionner deux nombres relatifs

À CONNAÎTRE

Pour **additionner deux nombres relatifs de même signe**, on additionne leurs valeurs absolues et on garde le signe commun.
Pour **additionner deux nombres relatifs de signes contraires**, on soustrait leurs valeurs absolues et on prend le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro.

Exemple Effectue l'addition suivante : $A = (-2) + (-3)$.

$A = (-2) + (-3)$ $\rightarrow$ On veut additionner deux nombres négatifs.
$A = -(2+3)$ $\rightarrow$ On additionne les valeurs absolues et on garde le signe commun : $-$.
$A = -5$ $\rightarrow$ On calcule.

Exemple Effectue l'addition suivante : $B = (-5) + (+7)$.

$B = (-5) + (+7)$ $\rightarrow$ On veut additionner deux nombres de signes différents.
$B = +(7 - 5)$ $\rightarrow$ On soustrait leurs valeurs absolues et on écrit le signe du nombre qui a la plus grande valeur absolue.
$B = +2$ $\rightarrow$ On calcule.

Exercice d'application Effectue les additions suivantes :

1) (+ 7) + (+ 4) ;
2) (+ 12) + (- 15) ;
3) (- 7) + (+ 19) ;
4) (- 11) + (- 9) ;
5) (+ 1) + (+ 3) + (- 2) ;
6) (- 2) + (- 6) + (+ 7) ;
7) (- 10,8) + (+ 2,5) ;
8) (+ 25,2) + (- 15,3) ;
9) (- 21,15) + (+ 21,15).

Cours - Méthodes

MÉTHODE 2 Soustraire deux nombres relatifs

À CONNAÎTRE

Soustraire un nombre relatif revient à additionner son opposé.

Exemple Effectue la soustraction suivante : $C = (-2) - (-3)$.

$C = (-2) - (-3)$ → On veut soustraire le nombre -3.

$C = (-2) + (+3)$ → On additionne l'opposé de -3.

$C = +(3 - 2)$ → On additionne deux nombres de signes différents donc on soustrait leurs valeurs absolues et on écrit le signe du nombre qui a la plus grande valeur absolue.

$C = +1$ → On calcule.

Exercice d'application Transforme les soustractions en additions et effectue :

1) $(+5) - (-6)$;
2) $(-3) - (+2)$;
3) $(+4) - (+8)$;
4) $(-7) - (-3{,}8)$;
5) $(-2{,}3) - (+7)$;
6) $(+6{,}1) - (-2)$.

Exercice d'application Effectue les soustractions suivantes :

1) $(+3) - (-6)$;
2) $(-3) - (-3)$;
3) $(+7) - (+3)$;
4) $(-5) - (+12)$;
5) $(+2{,}1) - (+4)$;
6) $(-7) - (+8{,}25)$.

MÉTHODE 3 Simplifier l'écriture d'un calcul

À CONNAÎTRE

Dans une suite d'additions de nombres relatifs, on peut supprimer les signes d'additions et les parenthèses autour d'un nombre.
Un nombre positif écrit en début de calcul peut s'écrire sans son signe.

Remarque : Dans le cas d'une expression avec des soustractions, on peut se ramener à une suite d'additions.

Exemple Simplifie l'expression $D = (+\,4) + (-\,11) - (+\,3)$:

$D = (+\,4) + (-\,11) + (-\,3)$ → On transforme les soustractions en additions des opposés.

$D = +\,4 - 11 - 3$ → On supprime les signes d'additions et les parenthèses autour des nombres.

$D = 4 - 11 - 3$ → On supprime le signe $+$ en début de calcul.

Exercice d'application Simplifie les écritures suivantes :

1) $(-\,5) - (-\,135) + (+\,3{,}41) + (-\,2{,}65)$;
2) $(+\,18) - (+\,15) + (+\,6) - (-\,17)$.

S'entraîner

Sommes de relatifs

1 Recopie dans ton cahier, effectue les additions puis relie chaque calcul à son résultat :

$(-12)+(-4)$ ·		· $+4$
$(+12)+(-4)$ ·		· -20
$(-12)+(-8)$ ·		· -16
$(-8)+(+12)$ ·		· $+12$
$(+8)+(+4)$ ·		· $+8$

2 Effectue les additions suivantes :

1) $(+2)+(+7)$;
2) $(-4)+(+5)$;
3) $(-8)+(-14)$;
4) $(+9)+(-9)$;
5) $(-20)+(-12)$;
6) $(+40)+(-60)$;
7) $(-36)+(+18)$;
8) $(-25)+(+0)$.

3 Effectue les additions suivantes :

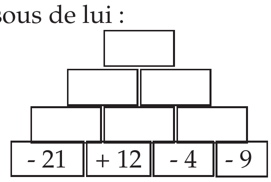
1) $(-8)+(-16)$;
2) $(+24)+(-4)$;
3) $(-14)+(-3)$;
4) $(-7)+(+7)$;
5) $(+14)+(+8)$;
6) $(+11)+(+33)$;
7) $(+30)+(-47)$;
8) $(+19)+(+1)$;
9) $(-11)+(-13)$;
10) $(+63)+(-63)$.

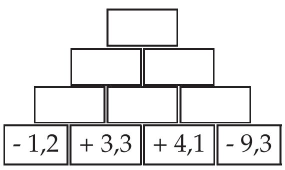
4 Effectue les additions suivantes :

1) $(-2{,}3)+(-4{,}7)$;
2) $(+6{,}8)+(-9{,}9)$;
3) $(-3{,}5)+(+1{,}8)$;
4) $(-2{,}51)+(-0)$;
5) $(-7{,}8)+(-2{,}1)$;
6) $(+13{,}4)+(-20{,}7)$;
7) $(-10{,}8)+(+11{,}2)$;
8) $(+17)+(+5{,}47)$.

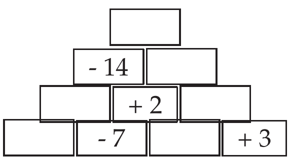
5 **La pyramide**

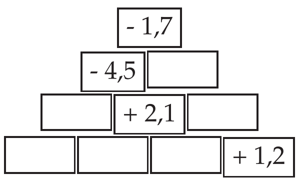
Recopie puis complète les pyramides suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est la somme des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :





6 **La pyramide (bis)**





7 Effectue les additions suivantes en détail :

1) $(+3)+(-7)+(-8)+(+2)$;
2) $(-9)+(-14)+(+25)+(-3)$;
3) $(-2{,}3)+(-12{,}7)+(+24{,}7)+(-1{,}01)$;
4) $(+7{,}8)+(+2{,}35)+(-9{,}55)+(+4)$.

8 Calcule les sommes suivantes en détail :

1) $(+17)+(-5)+(+4)+(+5)+(-3)$;
2) $(-12)+(-4)+(+7)+(+8)+(-6)$;
3) $(-3)+(+5)+(-4)+(+6)+(-1)$;
4) $(+1{,}2)+(-4{,}2)+(+7{,}1)+(-6{,}7)$.

9 **Durées de vie**

Remarque : pour cet exercice, n'oubliez pas que l'an 0 n'existe pas.

1) Cicéron est né en l'an − 23 et est mort en l'an 38. Combien de temps a-t-il vécu ?
2) Thalès de Milet est né en l'an − 625 et est mort à l'âge de 78 ans. En quelle année est-il mort ?
3) L'Empire de Césarius a été créé en − 330 et s'est terminé en 213. Combien de temps a-t-il duré ?
4) Ératosthène est mort en l'an − 194 à l'âge de 82 ans. En quelle année est-il né ?
5) Thésée avait 11 ans à la mort de Claudius. Claudius est mort en l'an − 18. Thésée est mort en l'an 31. À quel âge est mort Thésée ?

Différences de relatifs

10 Recopie puis complète afin de transformer les soustractions suivantes en additions :

1) $(+2)-(+7)=(+2)+(\ldots\ldots)$;
2) $(-4)-(+5)=(-4)+(\ldots\ldots)$;
3) $(-8)-(-14)=(\ldots\ldots)+(\ldots\ldots)$;
4) $(+9)-(-9)=(\ldots\ldots)+(\ldots\ldots)$.

11 Transforme les soustractions suivantes en additions puis effectue-les :

1) $(+4)-(+15)$;
2) $(-12)-(+5)$;
3) $(-10)-(-7)$;
4) $(+14)-(-4)$;
5) $(+6)-(+6)$;
6) $(-20)-(+7)$.

12 Effectue les soustractions suivantes :

1) $(-2{,}6)-(+7{,}8)$;
2) $(+6{,}4)-(+23{,}4)$;
3) $(+4{,}5)-(-12{,}8)$;
4) $(-2{,}7)-(-9{,}9)$;
5) $(-12{,}8)-(+9{,}5)$;
6) $(+6{,}7)-(+2{,}4)$;
7) $(+8{,}1)-(-13{,}6)$;
8) $(-12{,}7)-(-9{,}8)$.

13 Pour chaque expression, transforme les soustractions en additions puis effectue les calculs :

1) $(+4)-(-2)+(-8)-(+7)$;
2) $(-27)-(-35)-(-20)+(+17)$;
3) $(+3,1)+(-3,5)-(+7,8)-(+1,6)$;
4) $(-16,1)-(+4,25)+(+7,85)-(+1,66)$.

14 Jean et Saïd vont à la fête foraine. Ils misent la même somme d'argent au départ. Jean perd 2,30 CHF puis gagne 7,10 CHF. Saïd gagne 6 CHF puis perd 1,30 CHF. Lequel des deux amis a remporté le plus d'argent à la fin du jeu ?

15 Pour chaque expression, transforme les soustractions en additions puis calcule les sommes :
1) $(+12)-(-6)+(-2)+(+7)-(+8)$;
2) $(-20)-(+14)+(+40)+(-12)-(-10)$;
3) $(-2,4)+(-7,1)-(-3,2)-(+1,5)+(+8,4)$;
4) $(+1,9)-(-6,8)+(-10,4)+(+7,7)-(+2)$.

16 Le professeur Sésamatheux donne à ses élèves un questionnaire à choix multiples (Q.C.M) comportant huit questions. Il note de la façon suivante :
- Réponse fausse (F) : -3
- Sans réponse (S) : -1
- Réponse bonne (B) : $+4$

1) Calcule la note de Wenda dont les résultats aux questions sont : F ; B ; S ; F ; F ; B ; B ; S.
2) Quelle est la note la plus basse qu'un élève peut obtenir ? Et la plus haute ?
3) Quels sont les résultats possibles pour Emeline qui a obtenu une note $+4$?

17 Calcule astucieusement les expressions suivantes :
1) $(+14)+(-45)+(-14)+(+15)$;
2) $(-1,4)+(-1,2)+(+1,6)-(+1,6)$;
3) $(+1,35)+(-2,7)-(-0,65)+(-1,3)$;
4) $(-5,45)-(-0,45)+(+1,3)-(-1)-(+1,3)$.

18 Remplace les pointillés par le nombre qui convient :
1) $(-10)-\ldots\ldots=25$;
2) $(+16)-\ldots\ldots=42$;
3) $(+25)-(-13)+(-5)+\ldots\ldots=26$;
4) $(-63)+(-8)-\ldots\ldots+(+18)=21$.

19 Pour chaque cas, calcule en détail $x+y-z$ et $x-(y+z)$:

	x	y	z
a.	10	−3	8
b.	−6	−5	2
c.	3	−8	−2
d.	7	−2	−5

Écriture simplifiée

20 Relie chaque expression à son écriture simplifiée :

$(-8)+(-16)$ ·	· $-14-3$
$(+24)-(-4)$ ·	· $-8-16$
$(-14)+(-3)$ ·	· $14+8$
$(-7)-(+7)$ ·	· $-7-7$
$(+14)+(+8)$ ·	· $24+4$

21 Recopie et complète le tableau :

	Écriture avec parenthèses	Écriture simplifiée
a.	$(-9)-(+13)+(-15)$	
b.	$(-10)+(+7)-(-3)-(-3)$	
c.	$(+5)-(-2)+(+3)-(+2)$	
d.		$-6-8+5-3$
e.		$15-13-8-7$
f.		$-13-5-9+1$

22 Donne une écriture simplifiée des expressions suivantes en supprimant les parenthèses et les signes qui ne sont pas nécessaires :
1) $(-5)+(-3)$;
2) $(-4)-(+6)$;
3) $(+9)-(-3)$;
4) $(+4)+(+7)$;
5) $(+17)-(-5)+(+4)-(+5)-(-3)$;
6) $(-15)+(+3,5)-(-7,9)+(-13,6)$.

23 Effectue les calculs suivants :
1) $5-14$;
2) $8-13$;
3) $-6-6$;
4) $-13+9$;
5) $-53-48$;
6) $-2,8-4,7$;
7) $-5,7+4,4$;
8) $3,2-8,9$.

24 Effectue en détail :
1) $24-36+18$;
2) $-13-28+35$;
3) $-3,8-4,4+8,2$;
4) $18-8+4-14$;
5) $-1,3+4,4-21$;
6) $14-23+56-33$.

25 Effectue en détail :

S'entraîner

1) $5 + 13 - 4 + 3 - 6$;
2) $-7 + 5 - 4 - 8 + 13$;
3) $3,5 - 4,2 + 6,5 - 3,5 + 5$;
4) $25,2 + 12 - 4,8 + 24 - 3,4$.

26 Regroupe les termes astucieusement puis effectue en détail :

1) $13 + 15 + 7 - 15$;
2) $-8 + 4 + 18 - 2 + 12 + 6$;
3) $4,3 - 7,4 + 4 - 2,25 + 6,7 + 3,4 - 2,75$;
4) $-2,5 + 4,8 - 3,6 + 0,2 + 2,5$.

27 Calcule les expressions suivantes, en détail :

1) $(-3 + 9) - (4 - 11) - (-5 - 6)$;
2) $-3 + 12 - (13 - 8) - (3 + 8)$;
3) $-3 - [4 - (3 - 9)]$.

28 **Températures**

Pour mesurer la température, il existe plusieurs unités. Celle que nous utilisons en Suisse est le degré Celsius (°C). Cette unité est faite de façon à ce que la température à laquelle l'eau se transforme en glace est 0°C et celle à laquelle l'eau se transforme en vapeur est 100°C. Dans cette échelle, il existe des températures négatives.

Il existe une autre unité, le Kelvin (K), dans laquelle les températures négatives n'existent pas. Pour passer de l'une à l'autre, on utilise la formule :

$$T_{Kelvin} = T_{degresCelsius} + 273,15$$

Ainsi, 10°C correspondent à 283,15 K.

1) Convertis en Kelvin les températures suivantes : 24°C ; − 3°C et − 22,7°C ;
2) Convertis en degré Celsius les températures suivantes : 127,7 K ; 276,83 K ; 204 K et 500 K ;
3) Quelle est en Kelvin la plus petite température possible ? À quelle température en degré Celsius correspond-elle ? Cette température est appelée le zéro absolu.

Approfondir

29 **Sur un axe gradué**

1) Soit A le point d'abscisse 4. Quelle peut-être l'abscisse du point B sachant que la longueur du segment $[AB] = 8$?
2) Soit C le point d'abscisse -3. Quelle peut-être l'abscisse du point D sachant que la longueur du segment $[CD] = 2$?
3) Soit E le point d'abscisse -5. Détermine l'abscisse de F sachant que la longueur du segment $[EF] = 9$ et que l'abscisse de F est inférieure à celle de E.

30 Recopie en remplaçant les § par le signe $-$ ou le signe $+$ de sorte que les égalités soient vraies :

1) § 7 § 3 $= -4$;
2) § 13 § 8 $= -21$;
3) § 3,7 § 8,4 $= 4,7$;
4) § 45 § 72 $= -27$;
5) § 2 § 7 § 13 $= -8$;
6) § 1,5 § 2,3 § 4,9 $= -5,7$;
7) § 8 § 5 § 12 § 2 $= 13$;
8) § 7 § 14 § 18 § 3 $= -22$.

31 **Carré magique**

Recopie et complète ce carré magique sachant qu'il contient tous les entiers de -12 à 12 et que les sommes des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale sont toutes nulles :

		0	8	
			-11	2
-9	-1	12		3
-3		-12		9
-2	11	-6	7	

32 **Triangle magique**

La somme des nombres de chaque côté du triangle est 2. Remplis les cases vides avec les nombres relatifs (-2) ; (-1) ; 1 ; 2 et 3, qui doivent tous être utilisés.

33 **Coup de froid**

Chaque matin de la 1re semaine du mois de Février, Julie a relevé la température extérieure puis a construit le tableau suivant :

Jour	Lu	Ma	Me	Je	Ve	Sa	Di
Température (en °C)	-4	-2	-1	$+1$	0	$+2$	-3

Calcule la moyenne des températures relevées par Julie.

34 Recopie et complète les carrés magiques suivants :

1) Pour l'addition :

	-9	-2
	-4	
-6		

2) Pour l'addition :

1,6		
	$-5,4$	
$-4,4$		$-12,4$

35 La différence $a - b$ est égale à 12.
On augmente a de 3 et on diminue b de 4.
Combien vaut la différence entre ces deux nouveaux nombres ?

36 **Le nombre -21 ...**

1) Écris le nombre -21 comme somme de deux nombres entiers relatifs consécutifs ;
2) Écris le nombre -21 comme différence de deux carrés.

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- BlaBla1
- BlaBla2
- BlaBla3
- BlaBla4
- BlaBla5
- BlaBla6

QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

37 $(-10)+(+15)=\ldots$

a) (-5) b) (-150) c) $(+5)$ d) (-25)

38 $(+8)+\ldots=(-5)$

a) $(+3)$ b) impossible c) $(+13)$ d) (-13)

39 $(+2{,}1)+(-3{,}9)=\ldots$

a) 6 b) -6 c) $-1{,}8$ d) $1{,}8$

40 $(+7)-(-3)=\ldots$

a) 4 b) 10 c) -4 d) -10

41 $(-2)-\ldots=(-5)$

a) $(+3)$ b) (-7) c) $(+7)$ d) (-3)

42 $1{,}3-(-2{,}4)=\ldots$

a) $-1{,}1$ b) $1{,}1$ c) $3{,}7$ d) $-3{,}7$

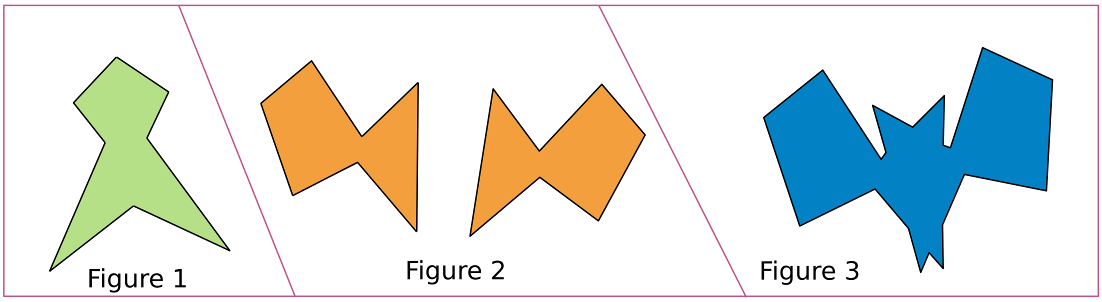
GÉOMÉTRIE

3

Symétries axiale et centrale

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Miroir, mon beau miroir



Partie A

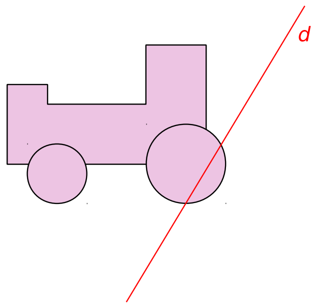
Observe les trois figures ci-dessus :

1) Quel est leur point commun ?
Comment peux-tu le mettre en évidence ?

2) Dans des publicités ou des magazines, trouve des images ou des logos qui ont la même propriété.

Partie B

À l'aide de papier calque, complète la figure ci-contre avec un minimum de tracés pour que la droite d soit son **axe de symétrie**.



ACTIVITÉ 2 Le symétrique dans l'œil

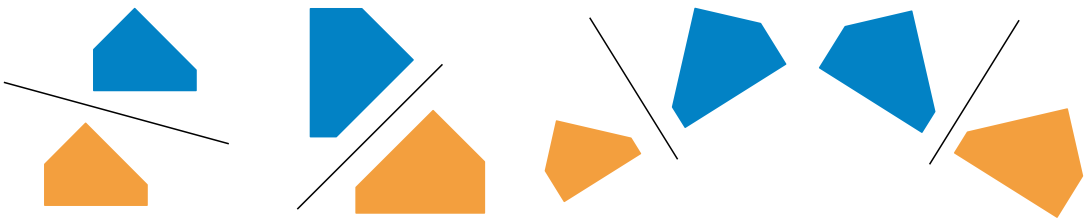


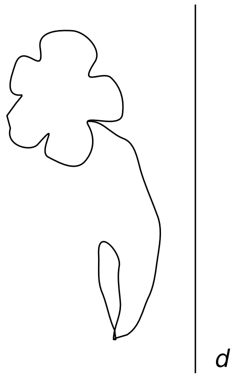
Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

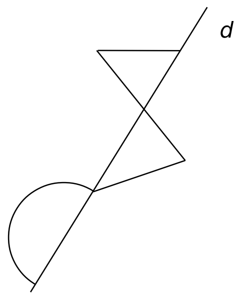
Partie A

Observe les figures ci-dessus. La figure bleue est-elle toujours symétrique à la figure orange par rapport à la droite tracée ? Justifie ta réponse en écrivant une phrase.

Partie B

Reproduis les figures ci-dessous. Complète-les à main levée en respectant la symétrie par rapport à la droite d et en tenant compte des remarques faites dans la partie A.



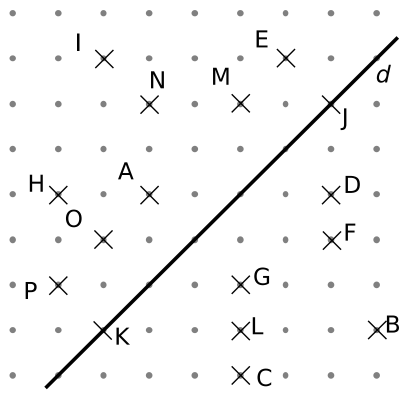


ACTIVITÉ 3 Une droite bien connue

Partie A

Sur la figure ci-contre, quel est le symétrique du point A par rapport à l’axe d ?

Trouve les paires de points symétriques par rapport à la droite d. Décalque-les ainsi que la droite d.



Partie B

Quel est le symétrique du point J par rapport à l’axe d ? Y a-t-il un autre point qui a la même particularité ?

Partie C

Sur ton calque, relie les points qui sont symétriques. Que peux-tu dire de la droite d pour ces segments ?

Partie D

Trace le cercle de centre J passant par A et celui de centre K passant par A. Que remarques-tu ? Trace un autre cercle passant par A et G. Où doit se situer son centre ?

Partie E

Sur ton calque, place un point T qui n’est pas sur la droite d. Propose deux façons de construire son symétrique T' par rapport à d sans plier le calque.

ACTIVITÉ 4 Un peu de mesure

Partie A : Symétrique d’un segment

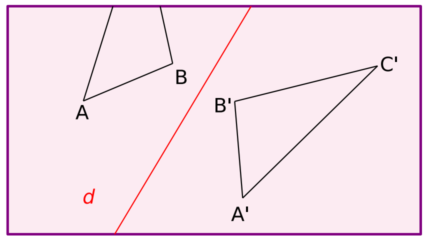
1) Trace une droite d et un segment $[AB]$. Construis le symétrique du segment $[AB]$ par rapport

Activités d'approche

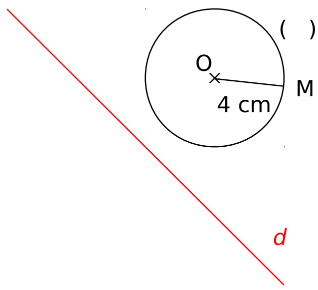
à la droite d.

2) Compare les mesures des deux segments. Tes camarades obtiennent-ils la même remarque ?

3) Romain avait construit le symétrique $A'B'C'$ du triangle ABC par rapport à l'axe d. Malheureusement, sa feuille s'est déchirée et il ne reste que la figure ci-contre. Romain doit déterminer le périmètre du triangle ABC.
Explique comment il peut faire en utilisant uniquement la règle graduée et sans tracé supplémentaire.



Partie B : Symétrique d'un cercle

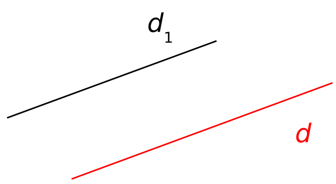


1) Reproduis la figure ci-contre, place un point M sur le cercle ( ) puis construis les points O' et M' symétriques respectifs de O et de M par rapport à d.
Quelle est la longueur de $[O'M']$? Justifie ta réponse.

2) Construis le symétrique du cercle ( ) par rapport à la droite d.

ACTIVITÉ 5 Symétrique d'une droite

Partie A : Droite parallèle à l'axe

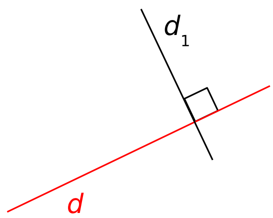


1) Trace deux droites parallèles d et d_1 ;

2) Construis la droite d_2 symétrique de la droite d_1 par rapport à l'axe d ;

3) Que peux-tu dire des droites d_1 et d_2 ? Justifie ta réponse.

Partie B : Droite perpendiculaire à l'axe



1) Construis deux droites d et d_1 perpendiculaires ;

2) Place un point A sur la droite d_1 et construis son symétrique A' par rapport à l'axe d. Justifie la position du point A'.

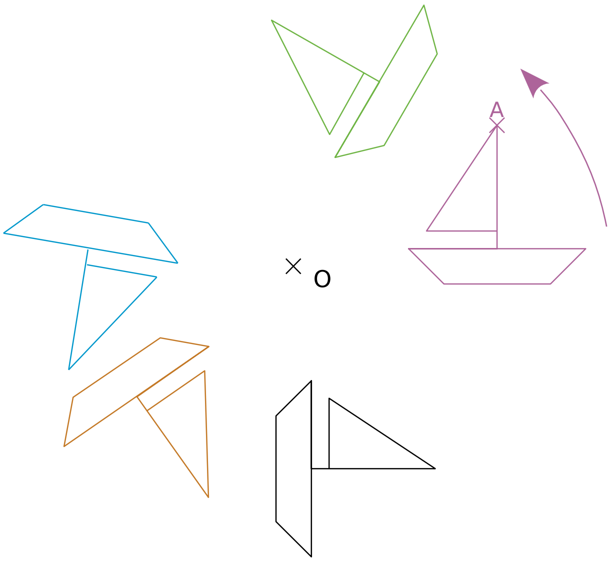
Que peux-tu dire alors de la droite d_2 symétrique de la droite d_1 par rapport à l'axe d ?

ACTIVITÉ 6 Calque et demi-tour

Mathieu a décalqué le bateau rose puis il l'a fait tourner autour du point O dans le sens de la flèche. Il a dessiné quatre bateaux de couleurs différentes.

Partie A

Certains bateaux sont à moins d'un demi-tour, d'autres à plus d'un demi-tour du bateau de départ. Peux-tu préciser lesquels ?



Partie B

Reproduis, sur ton cahier, le bateau rose et le point O. À l'aide d'un morceau de papier calque, place un bateau qui soit à moins d'un demi-tour et un autre qui soit à plus d'un demi-tour du bateau de départ.

Partie C

Mathieu remarque que lorsqu'il fait tourner le bateau rose autour du point O, le point A, tout en haut du mât, décrit une ligne qu'il connaît bien. Quelle est cette ligne ? Construis-la sur ton dessin.

Partie D

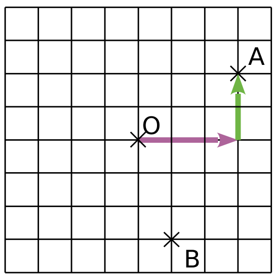
Mathieu aimerait bien construire un bateau qui soit exactement à un demi-tour du bateau rose. Pour savoir où s'arrêter de tourner, Mathieu se dit qu'il faudrait connaître la position exacte du point A après un demi-tour. Construis ce point.

Le demi-tour autour du point O est encore appelé symétrie de centre O.

Partie E

En t'aidant des parties C et D, construis le symétrique du bateau de départ par la symétrie de centre O.

ACTIVITÉ 7 Dans un quadrillage



Partie A

Reproduis la figure ci-contre sur ton cahier.

Pour aller de O à A, on suit la flèche rose puis la verte.

Partie B

En utilisant du papier calque, construis le symétrique de chaque flèche par rapport à O puis complète les phrases suivantes :

- Le symétrique par rapport à un point d'une flèche de trois carreaux vers la droite est une flèche … ;
- Le symétrique par rapport à un point d'une flèche de deux carreaux vers le haut est … .

Partie C

À l'aide des symétriques des flèches rose et verte, place le point A', symétrique du point A par rapport à O.

Partie D

En utilisant uniquement le quadrillage et en t'inspirant de la méthode découverte ci-dessus, place le point B' symétrique du point B par rapport à O.

ACTIVITÉ 8 Centre de symétrie

Partie A

Construis un segment $[RS]$ de 5 cm de longueur. Quel est son centre de symétrie ?

Partie B

Construis un cercle de centre O et de rayon 3 cm. Quel est son centre de symétrie ?

Partie C

Construis une droite d. Combien admet-elle de centres de symétrie ?

Partie D

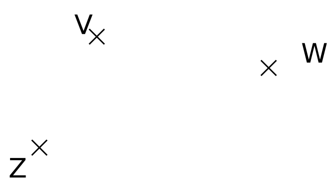
Est-il possible de construire un triangle non aplati qui a un centre de symétrie ?

Partie E

Place trois points non alignés A, B et O. Construis les points C et D pour que le quadrilatère $ABCD$ ait le point O comme centre de symétrie.

Partie F

Sur ton cahier, place trois points Z, V et W comme sur la figure ci-contre. Comment construire le point M pour que le quadrilatère $ZVWM$ ait un centre de symétrie ?



Partie G

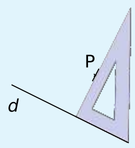
Construis un hexagone $EFGHIJ$ qui admet un centre de symétrie.

MÉTHODE 1 Construire le symétrique d'un point à l'équerre

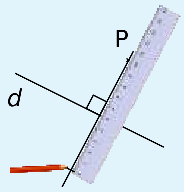
À CONNAÎTRE

Le **symétrique d'un point** P par rapport à une droite d est le point S tel que la droite d soit la médiatrice du segment $[PS]$.

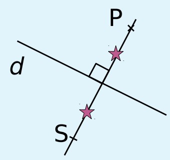
Exemple Construis le point S, symétrique de P par rapport à la droite d, en utilisant l'équerre :



On construit la droite perpendiculaire à la droite d passant par le point P.



On reporte la distance de P à (d) de l'autre côté de d sur cette perpendiculaire.



On obtient ainsi le point S tel que d soit la médiatrice de $[PS]$.

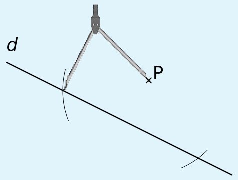
Exercice d'application Trace deux droites sécantes d' et d'' puis place un point A qui n'appartient ni à d', ni à d''. Construis les symétriques A' et A'' de A par rapport à d' et à d''.

MÉTHODE 2 Construire le symétrique d'un point au compas

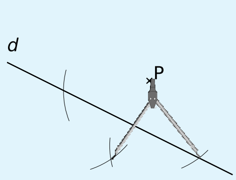
À CONNAÎTRE

Si A et B sont symétriques par rapport à une droite d alors chaque point de la droite d est **équidistant** de A et de B.

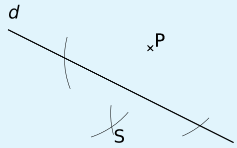
Exemple Construis le point S, symétrique de P par rapport à la droite d, au compas seul :



On trace un arc de cercle de centre P qui coupe l'axe en deux points.



De l'autre côté de la droite d, on trace deux arcs de cercle de même rayon et de centre les deux points précédents.



Ces deux arcs se coupent en un point qui est le point S, symétrique de P par rapport à d.

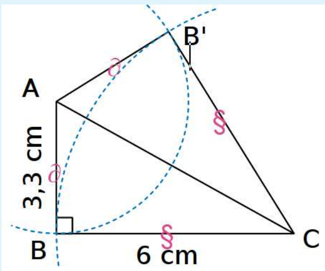
Exercice d'application Construis un triangle ABC. Construis le point D, symétrique de B par rapport à (AC).

MÉTHODE 3 Utiliser les propriétés de la symétrie axiale

À CONNAÎTRE

La symétrie axiale conserve les **longueurs, l'alignement, les angles et les aires**.

Exemple Soit un triangle ABC rectangle en B tel que $AB = 3,3$ cm et $BC = 6$ cm. Quelle est la nature du triangle $A'B'C'$ symétrique de ABC par rapport à la droite (AC) ? Justifie.



- A et C appartiennent à l'axe de symétrie, ils sont donc chacun leur propre symétrique. On appelle B' le symétrique de B par rapport à (AC).
- ABC est rectangle en B donc $\widehat{ABC} = 90°$. Or la symétrie axiale conserve la mesure des angles donc $\widehat{A'B'C'} = 90°$. $A'B'C'$ est un triangle rectangle en B'.
- La symétrie axiale conserve les longueurs donc $AB = AB' = 3,3$ cm et $CB = CB' = 6$ cm.

Exercice d'application Trace une droite d et un point F qui n'est pas sur d. Trace le cercle de centre F et de rayon 5 cm. Trace son symétrique par rapport à d.

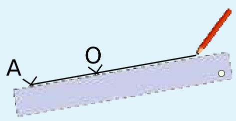
Cours - Méthodes

MÉTHODE 4 Construire le symétrique d'un point

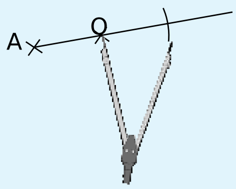
À CONNAÎTRE

Deux points A et A' sont symétriques par rapport à O lorsque O est le milieu du segment $[AA']$.

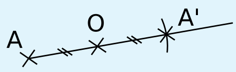
Exemple Trace le point A' tel que les points A et A' soient symétriques par rapport à O :



On trace la demi-droite $[AO)$.



On trace un arc de cercle de centre O et de rayon OA. Il coupe la demi-droite $[AO)$ en un point.



On place le point A' à l'intersection de la demi-droite $[AO)$ et de l'arc de cercle. On code la figure.

Exercice d'application Trace un segment $[AB]$ de 5 cm de longueur puis construis le point C symétrique de B par rapport à A.

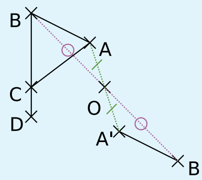
Exercice d'application Trace un segment $[RT]$ de 8,4 cm de longueur, puis place le point W tel que R et T soient symétriques par rapport au point W.

MÉTHODE 5 onstruire le symétrique d’une figure

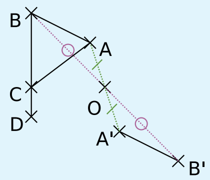
À CONNAÎTRE

Deux figures symétriques par rapport à un point sont superposables après un demi-tour autour de ce point.

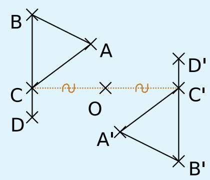
Exemple Construis le symétrique de la figure $ABCD$ par rapport au point O :



On construit les points A' et B', symétriques des points A et B par rapport à O. On trace le segment $[A'B']$.



On construit le point D', symétrique du point D par rapport à O. On trace le segment $[B'D']$.



On construit le point C', symétrique du point C par rapport à O. On trace le segment $[A'C']$.

Exercice d’application Trace un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 4$ cm et $BC = 2,5$ cm. Trace le cercle de centre B passant par C. Construis le symétrique de cette figure par rapport au point D.

Cours - Méthodes

MÉTHODE 6 Utiliser les propriétés de la symétrie centrale

À CONNAÎTRE

Si deux segments sont symétriques par rapport à un point alors **ils ont la même longueur**.
Si deux angles sont symétriques par rapport à un point alors **ils ont la même mesure**.
La symétrie centrale **conserve le périmètre et l'aire**.

Exemple Un triangle PIC a un périmètre de 16,4 cm. Quel est le périmètre du triangle $PI'C'$ image de PIC par la symétrie de centre P ? Justifie ta réponse.

Correction Les triangles PIC et $PI'C'$ sont symétriques par rapport à un point : ils ont donc le même périmètre, c'est à dire 16,4 cm.

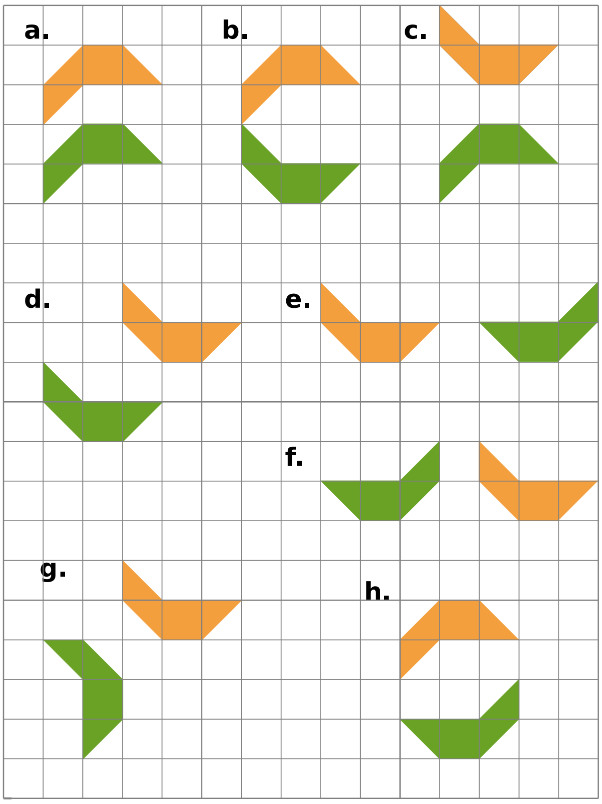
Exercice d'application Les angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{x'Oy'}$, dont les mesures respectives sont 54° et 55°, sont-ils symétriques par rapport au point O ? Justifie ta réponse.

Exercice d'application ESV est un triangle rectangle en E. Quelle est la nature du triangle $E'S'V'$ image de ESV par une symétrie centrale ? Justifie ta réponse.

Symétrie axiale

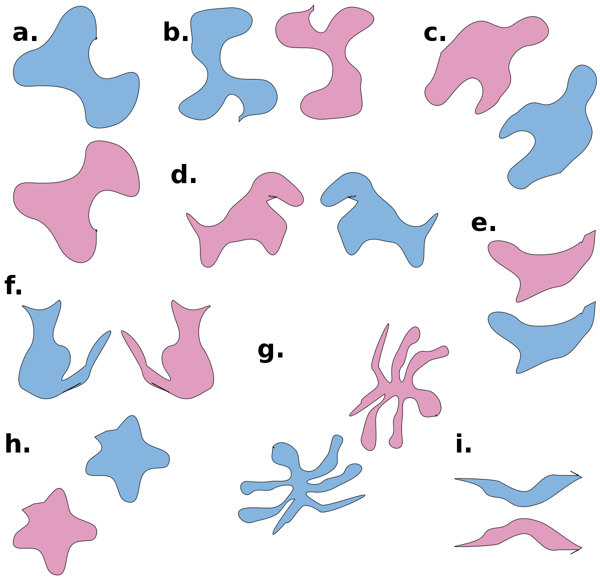
1 Figures symétriques ?

Dans chaque cas, indique si les figures verte et orange sont symétriques par rapport à une droite.



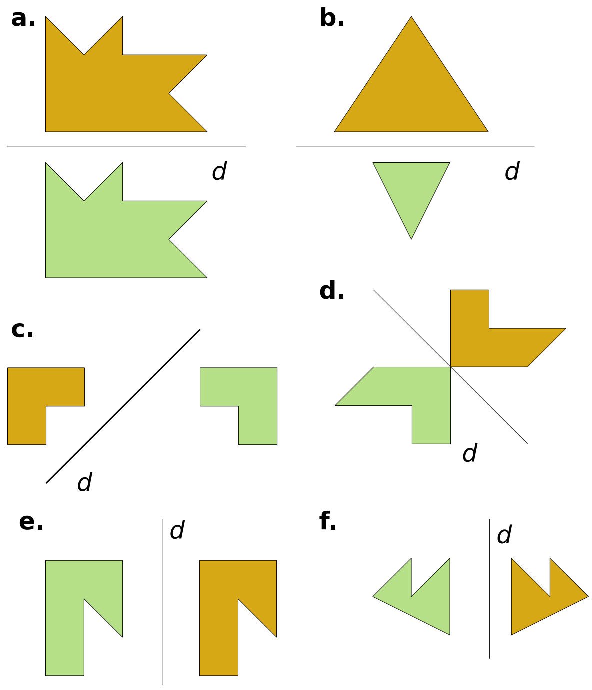
2 Figures symétriques ? (bis)

Dans chaque cas, indique si les figures mauve et bleue sont symétriques par rapport à une droite.



3 Erreurs à trouver

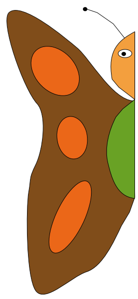
Pourquoi les figures ocre et verte ne sont-elles pas symétriques par rapport à la droite d ?



S'entraîner

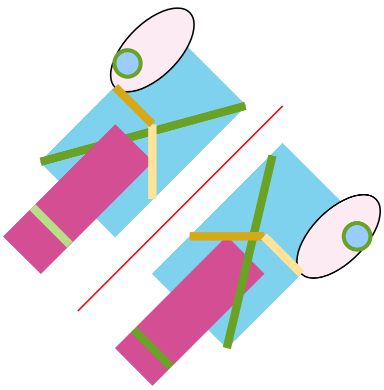
4 Figure à plier

Sur du papier calque, trace une droite rouge. Cette droite partage ton calque en deux.
Dessine un motif en t'inspirant du dessin ci-contre sur la première moitié du calque, puis plie ton calque et complète ton dessin pour que ta figure soit symétrique par rapport à l'axe noir.



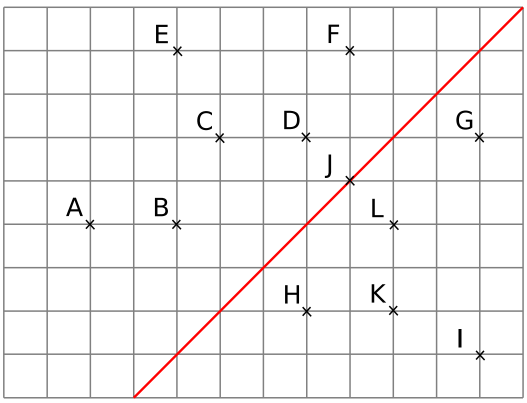
5 Jeu des différences

Retrouve les erreurs qui se sont glissées sur ces deux figures pour qu'elles soient parfaitement symétriques par rapport à la droite rouge.



6 Points symétriques

1) Sur la figure ci-dessous, cite les couples de points qui sont symétriques par rapport à l'axe rouge.



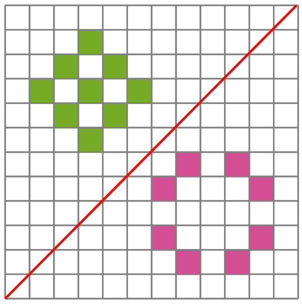
2) Fais trois phrases du type : « L'axe rouge est l'axe de symétrie du segment … ».

3) Reproduis cette figure et complète-la pour que chaque point ait un symétrique.

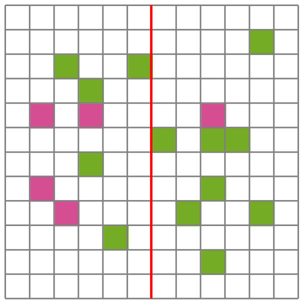
7 Cases croisées

Reproduis et colorie le minimum de cases pour que l'axe rouge soit un axe de symétrie.

a.

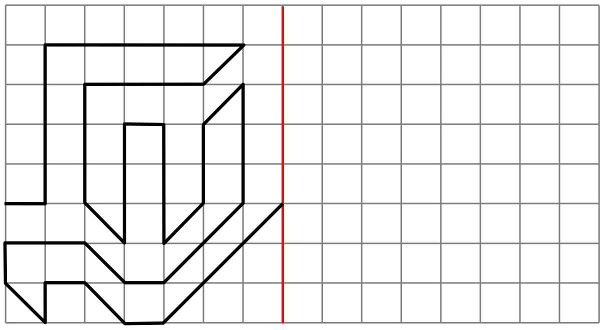


b.



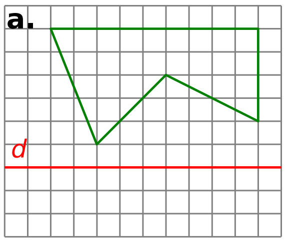
8 Frise

Reproduis la figure ci-dessous puis trace son symétrique par rapport à l'axe rouge.

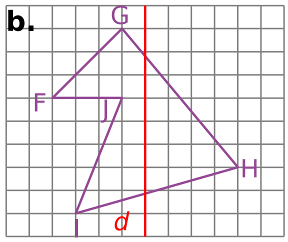


9 Reproduis puis trace le symétrique de chaque figure par rapport à *d*.

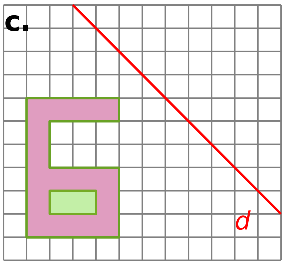
a.



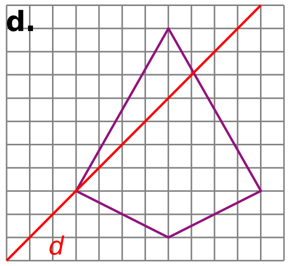
b.



c.

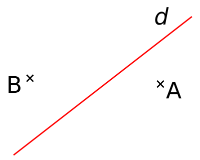


d.



10 Symétrique d'un point

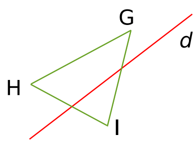
1) Reproduis une figure similaire à celle ci-dessous :



2) Construis le symétrique par rapport à d du point :
- A à la règle et l'équerre ;
- B au compas.

3) Soit H le point d'intersection de (AB) avec d. Que dire de son symétrique par rapport à d ?

11 Symétrique d'un triangle

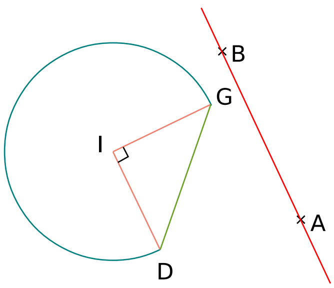


1) Reproduis une figure similaire à celle ci-contre ;
2) Construis au compas le symétrique du triangle GHI par rapport à d.

12 Symétrique d'un cercle

1) Trace un cercle $\mathscr{C}$ de centre G et de rayon 5 cm. Place deux points A et B sur ce cercle non diamétralement opposés.
2) Trace le symétrique de $\mathscr{C}$ par rapport à (AB).
3) Par quels points passent les deux cercles ? Justifie.
4) Que se passe-t-il si A et B sont diamétralement opposés ?

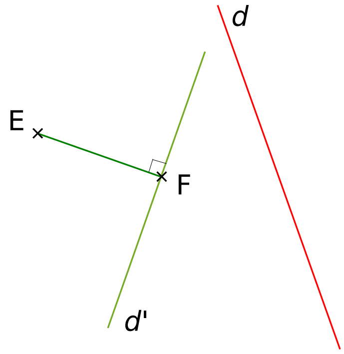
13 Symétrique d'une figure



1) Reproduis une figure similaire à celle ci-contre ;
2) À l'aide d'une règle et d'une équerre, trace le symétrique de cette figure par rapport à la droite (AB).

14 À propos des distances

1) Reproduis une figure similaire à celle ci-dessous :



2) Trace le symétrique de $[EF]$ par rapport à d. On le note $[E'F']$. Que peux-tu dire de la longueur de $[E'F']$? Justifie.
3) Que peux-tu dire du symétrique de d' par rapport à d ? Trace alors ce symétrique.
4) Que peux-tu dire du symétrique du cercle de diamètre $[EF]$ par rapport à d ? Justifie.

15 À propos de l'alignement

1) Trace une droite d. Place trois points A, B et C alignés qui n'appartiennent pas à d ;
2) Construis les points A', B' et C' symétriques respectifs de A, B et C par rapport à d ;
3) Que dire des points A', B' et C' ? Justifie.

16 À propos des milieux

1) Effectue le programme de construction :
   - Trace un segment $[KL]$ de longueur 7 cm ;
   - Place le point M sur $[KL]$ tel que $LM = 2$ cm ;
   - Place le milieu I de $[ML]$;
   - Place le milieu J de $[MK]$;
   - Trace la droite (d), passant par M et perpendiculaire à (KL) ;
   - Trace le symétrique I' de I par rapport à (d) et le symétrique J' de J par rapport à (d).
2) Calcule, en justifiant, la longueur du segment $[I'J']$.

17 À propos du périmètre

1) Trace un triangle ABC tel que $AB = 5$ cm, $AC = 6$ cm et $BC = 9$ cm sur une feuille blanche. Trace une droite d parallèle à (BC).
2) Trace au compas le symétrique du triangle ABC par

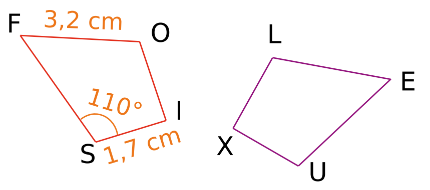
S'entraîner

rapport à d. On le note $A'B'C'$.

3) Quel est le périmètre du triangle $A'B'C'$?

18 **Sans axe**

Les deux figures ci-dessous sont symétriques par rapport à une droite.



1) Reproduis et complète le tableau suivant.

Points	F	O	I	S
Symétriques				

Tu justifieras ensuite chaque réponse.

2) Quelle est la longueur du segment $[LE]$?

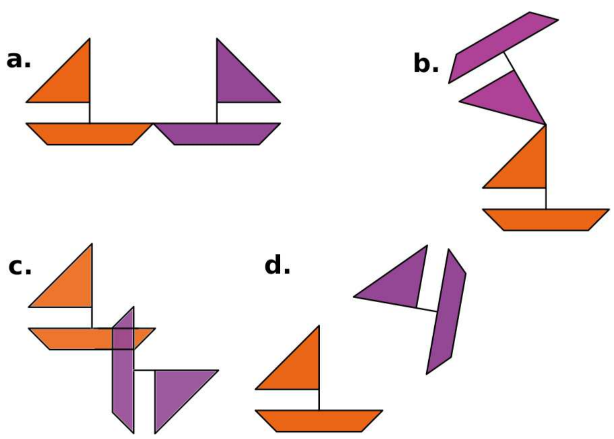
3) Quelle autre longueur peux-tu déterminer ?

4) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{XUE}$?

5) Écris deux autres égalités de mesure d'angles.

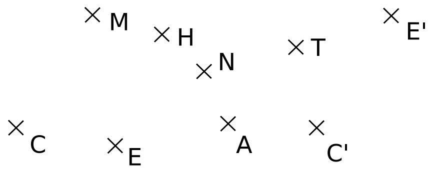
19 **À la recherche de l'axe**

Dans chaque cas, décalque les deux figures puis trace l'axe de symétrie. (Tu expliqueras comment tu fais sans plier le calque.)



Symétrie centrale

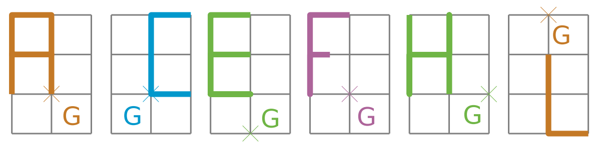
20 À l'aide de la règle graduée, retrouve, sur la figure ci-dessous, toutes les paires de points qui semblent symétriques par rapport au point N :



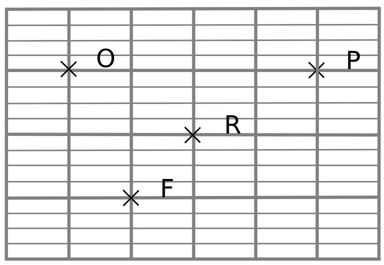
21 Reforme des phrases correctes en associant les bonnes cases et recopie-les sur ton cahier :

A' est le symétrique du point A par rapport au point O donc …	A' est le milieu du segment $[OA]$.
O est l'image du point A par la symétrie de centre A' donc …	A est le milieu du segment $[OA']$.
Le point A' se transforme en O par la symétrie de centre A donc …	O est le milieu du segment $[AA']$.

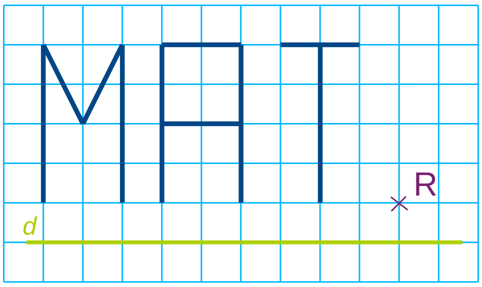
22 Dans chaque cas, reproduis la lettre sur du papier quadrillé et construis son symétrique par rapport au point G :



23 Sur ton cahier, reproduis la figure ci-dessous et construis les symétriques des points P, R et O par rapport au point F :

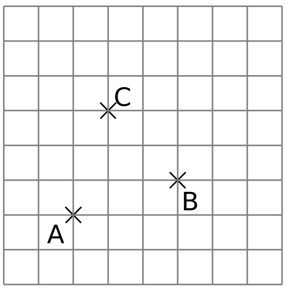


24 Sur ton cahier, reproduis la figure et construis le symétrique du mot MAT par rapport au point R puis le symétrique du mot obtenu par rapport à la droite d :

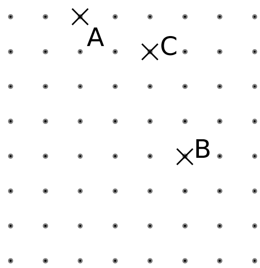


25 Dans chaque cas, reproduis la figure et construis le point D, symétrique du point A par rapport au point C puis le point E, symétrique du point C par rapport au point B :

1)

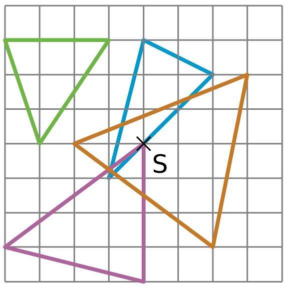


2)



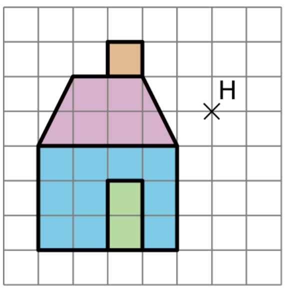
26

Reproduis séparément chaque triangle sur du papier quadrillé et construis son symétrique par rapport au point S :

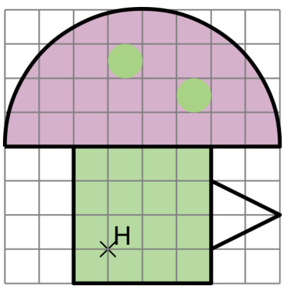


27 Reproduis les figures ci-dessous sur du papier quadrillé et construis le symétrique de chacune d'elles par rapport au point H :

1)

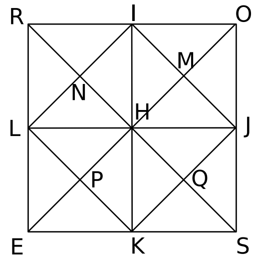


2)



28

Sur la figure ci-contre, $ROSE$ est un carré de centre H. Les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des côtés $[RO]$, $[OS]$, $[SE]$ et $[RE]$.



1) Reproduis la figure en prenant $RO = 8$ cm ;

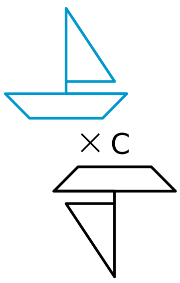
2) Colorie en jaune le triangle RNI ;

3) Colorie en rouge le symétrique du triangle RNI par rapport à la droite (IK) puis en orange le symétrique du triangle RNI par rapport à la droite (LJ) ;

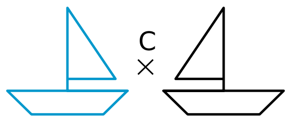
4) Colorie en bleu le symétrique du triangle RNI par rapport au point N puis en vert le symétrique du triangle RNI par rapport au point H.

29 Dans chaque cas, des élèves ont voulu tracer la figure symétrique du bateau bleu par rapport au point C. Les tracés sont-ils exacts ? Explique pourquoi.

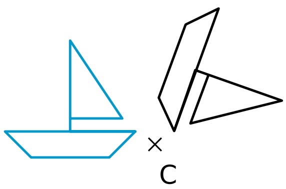
1)



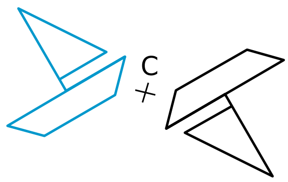
3)



2)



4)



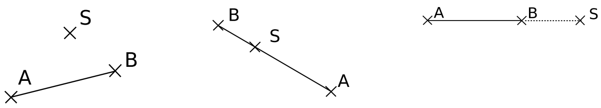
30 Place trois points A, B et C non alignés tels que $AB = 5$ cm et $AC = 3$ cm. Construis, avec seulement la règle graduée, les points B' et C' symétriques respectifs des points B et C par rapport au point A.

31 Reproduis la figure ci-dessous et construis, avec la règle non graduée et le compas, les symétriques des points M et R par rapport au point E :

S'entraîner

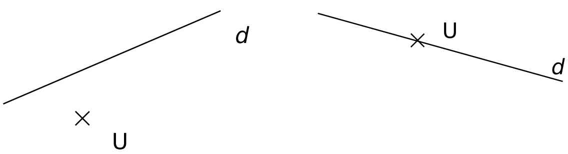
32 Reproduis chaque figure et construis le symétrique du segment $[AB]$ par rapport au point S :

1) **2)** **3)**

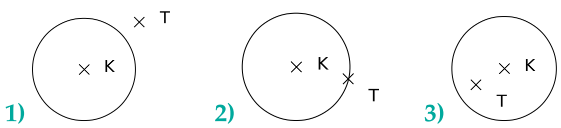


33 Reproduis chaque figure et construis le symétrique de la droite d par rapport au point U :

1) **2)**



34 Reproduis chaque figure en prenant 5 cm pour le rayon du cercle puis construis le symétrique du cercle par rapport au point T :



35 Construis un triangle EFG rectangle en E tel que $EF = 3$ cm et $EG = 5$ cm.

1) Place le point M milieu du segment $[EF]$ puis construis les points E_1, F_1 et G_1 symétriques respectifs des points E, F et G par rapport au point M ;

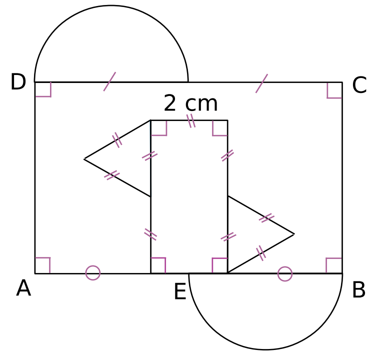
2) Construis les points E_2, F_2 et G_2 images respectives des points E_1, F_1 et G_1 par la symétrie de centre E ;

3) Place le point K milieu du segment $[FG]$ puis construis les points E_3, F_3 et G_3 symétriques respectifs des points E, F et G par rapport au point K ;

4) Les points E_3, F_3 et G_3 sont les images respectives des points E_2, F_2 et G_2 par la symétrie de centre O. Quelle semble être la position de ce point O ? Place-le sur ta figure.

36 **Figures complexes**

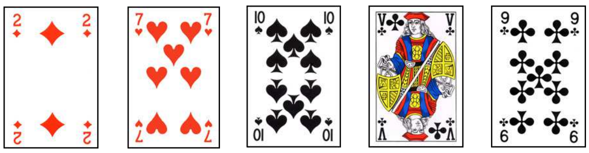
1) Reproduis la figure ci-dessous, en haut à gauche avec $AB = 8$ cm et $AD = 5$ cm. Le point E est le milieu du segment $[AB]$.



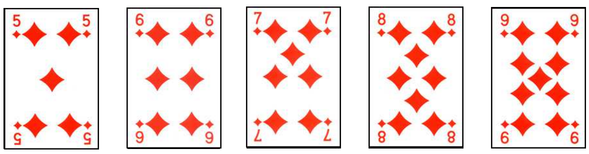
2) Construis le symétrique de cette figure par rapport au point B.

37 Construis un rectangle $MATH$ tel que $MA = 5$ cm et $AT = 7$ cm puis place le point E sur le côté $[AT]$ tel que $AE = 2$ cm. Construis en rouge le symétrique du rectangle $MATH$ par rapport au point E.

38 Parmi les cartes ci-dessous, quelles sont celles qui possèdent un centre de symétrie ?

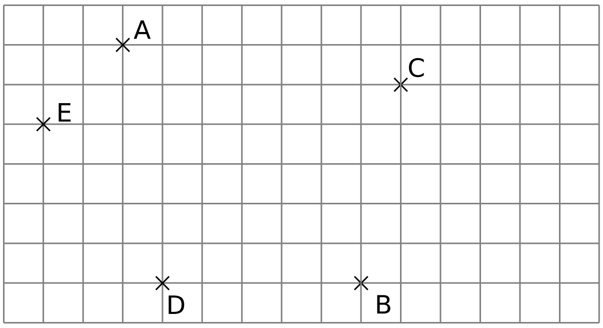


39 Marine affirme que toutes les cartes ci-dessous possèdent un centre de symétrie. A-t-elle raison ? Justifie ta réponse.



40 Reproduis les lettres ci-dessous puis, trace en vert l'axe (ou les axes) de symétrie et en rouge le centre de symétrie de chaque lettre lorsqu'il(s) existe(nt) :

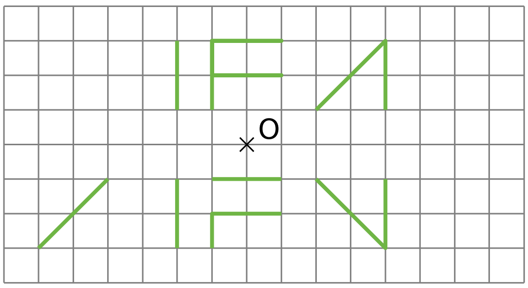
41 Sur la figure ci-dessous, le point B est le symétrique du point A par rapport à O :



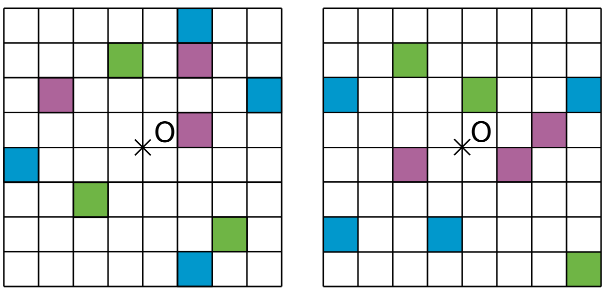
1) Reproduis la figure ci-dessus puis place le point O ;

2) En t'aidant du quadrillage, place les points C', D' et E' symétriques respectifs des points C, D et E par rapport à O.

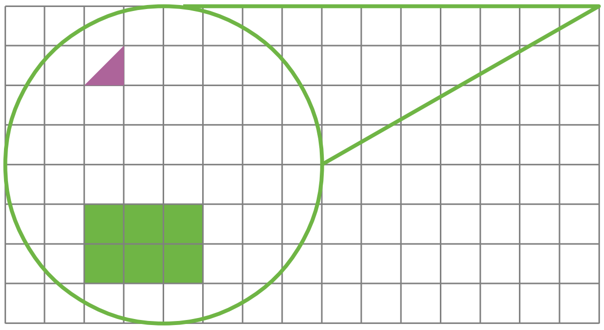
42 Reproduis puis complète la figure ci-dessous pour que O soit un centre de symétrie de celle-ci :



43 Reproduis puis colorie le minimum de cases pour que chacune des figures ci-dessous admette le point O pour centre de symétrie :

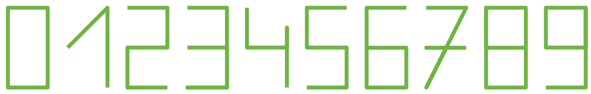


44 Reproduis la figure ci-dessous et complète-la de telle sorte que le centre du rectangle vert soit le centre de symétrie de la figure :



45 **Nombres et centre de symétrie**

Christian a écrit les chiffres comme ci-dessous :



1) Il dit : « Si je fais le double du produit de 17 par 29, j'obtiens le plus grand nombre de trois chiffres différents qui possède un centre de symétrie. ». A-t-il raison ?

2) Trouve le plus petit nombre de trois chiffres différents dont l'écriture possède un centre de symétrie. Écris ce nombre et place le centre de symétrie.

46 Soit un angle $\widehat{BAD}$ mesurant 120° tel que $AB = 4$ cm et $AD = 5$ cm. Soit C un point tel que le quadrilatère non croisé formé par les points A, B, C et D admette un centre de symétrie.

1) Trace une figure à main levée.

2) Combien y a-t-il de positions possibles pour le point C ? Pour chaque cas, indique la position du centre de symétrie.

3) Trace autant de figures qu'il y a de centres de symétrie et indique pour chaque cas le nom et la nature du quadrilatère ainsi construit.

47 Éric a commencé la phrase suivante :

« Le symétrique par rapport à O d'un triangle isocèle est ... . ».

1) Peux-tu compléter sa phrase ?

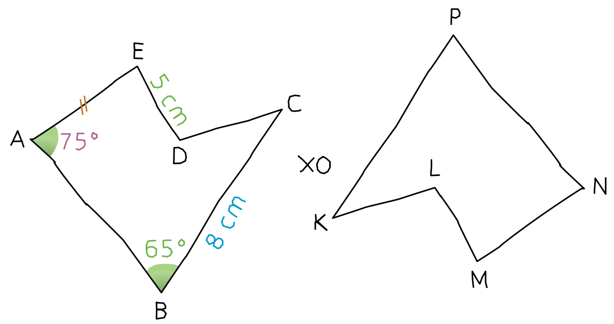
2) Éric a oublié de justifier sa phrase. Fais-le pour lui.

3) Écris deux autres phrases du même type en n'oubliant pas de justifier.

48 On a tracé, à main levée, deux figures symétriques

S'entraîner

par rapport à O :



1) Indique le symétrique par rapport à O de chaque sommet du polygone $ABCDE$.

2) Donne la longueur du segment $[PK]$. Justifie ta réponse.

3) Donne la mesure de l'angle $\widehat{NPK}$. Justifie ta réponse.

4) De quelles autres informations disposes-tu concernant le polygone $KLMNP$? Pourquoi ?

49 Histoire d'angles

1) Construis un angle $\widehat{xOy}$ mesurant 74° puis place un point A sur $[Ox)$ et un point B sur $[Oy)$;

2) Construis les points C et D symétriques respectifs de B et de O par rapport à A ;

3) Sans utiliser le rapporteur, mais en justifiant les réponses, donne la mesure de l'angle $\widehat{CDA}$ et compare les mesures des angles $\widehat{BAO}$ et $\widehat{DAC}$;

4) Que peut-on dire des droites (BD) et (CO) ? Justifie ta réponse.

50 Symétrie et périmètre

1) Trace un triangle ABC, isocèle en A tel que $AB = 6$ cm et $BC = 3$ cm. Place le point I, milieu du segment $[BC]$;

2) Construis le point D symétrique du point A par rapport à I ;

3) Donne les longueurs DB et DC puis le périmètre de $ABDC$;

4) Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? Justifie ta réponse.

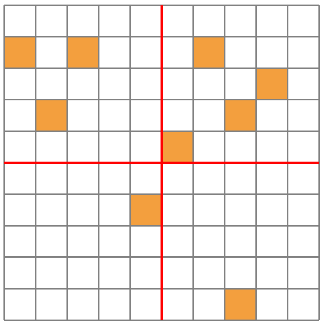
51 ABC est un triangle tel que $AB = 4$ cm, $AC = 5$ cm et $BC = 6$ cm. I désigne le milieu de $[AB]$ et D le symétrique de C par rapport à I.

1) Construis la figure.

2) Sans mesurer, mais en justifiant tes réponses, donne les mesures AD et BD.

52 Coloriage

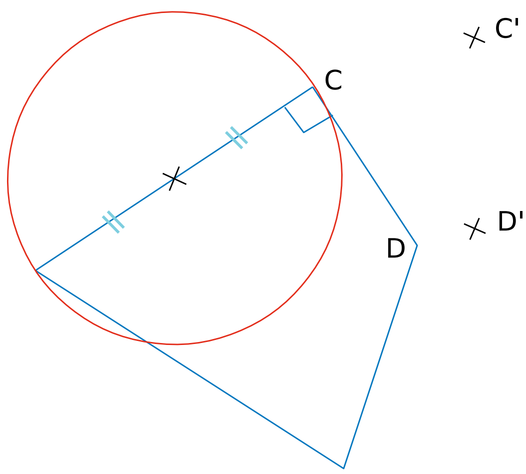
Reproduis et colorie le minimum de cases pour que la figure obtenue soit symétrique par rapport aux deux axes rouges :



53 Une nouvelle construction

1) Trace à main levée une droite d puis place deux points M et N sur d et un point B n'appartenant pas à d ;
2) Place, toujours à main levée, le point B' symétrique de B par rapport à d ;
3) Que peux-tu dire de MB et MB' ? Justifie ta réponse et code la figure ;
4) Que peux-tu dire de NB et NB' ? Justifie ta réponse et code la figure ;
5) Déduis-en une méthode de construction du point B' avec tes instruments de géométrie ;
6) Trace la figure avec tes instruments de géométrie.

54 L'axe invisible



Reproduis la figure ci-dessus. Les points C' et D' sont les symétriques respectifs des points C et D par rapport à un axe invisible.

Construis les symétriques du cercle orange et du quadrilatère bleu par rapport à cet axe invisible.

55 Mandala

1) Dessine un cercle de rayon 6 cm et deux de ses diamètres perpendiculaires. Tu obtiens quatre points sur le cercle. Trace tous les axes de symétrie de cette nouvelle figure. Tu obtiens de nouveaux points sur le cercle.
2) Quel polygone obtiens-tu en reliant tous ces points ? Combien a-t-il d'axes de symétrie ? Trace-les tous.
3) Poursuis en traçant un cercle de rayon 3 cm de même centre que celui de 6 cm. Reproduis le motif comme indiqué sur la figure 1 puis termine la construction et le coloriage en faisant des symétries successives par rapport aux axes (voir figure 2).

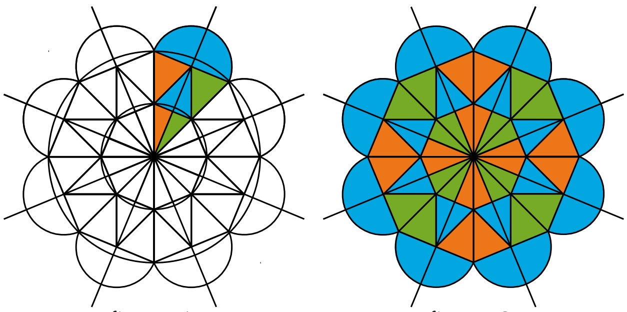


figure 1 figure 2

56 Sans figure

Melinda a réalisé une superbe figure et son symétrique. Malheureusement, elle a perdu sa feuille, mais sur son cahier, elle avait pris la précaution de faire le tableau suivant :

Points	E	T	R	S	A	C
Symétriques	V	J	I	S	Z	D

Frédérique lui fait remarquer qu'avec un tel tableau, on peut obtenir des indications sans avoir besoin de la figure.

1) Quel est le centre de la symétrie ?
2) On sait que $ET = 3,4$ cm et $ZD = 5,1$ cm. Donne les longueurs AC et VJ. Justifie.
3) RSA est un triangle équilatéral de 3 cm de côté. Quel autre triangle équilatéral est-on certain d'avoir sur la

Approfondir

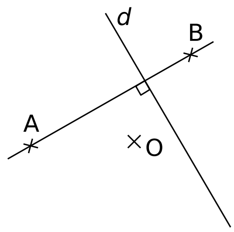
figure ? Justifie.

4) On sait que $VJ = JI$. Quelle est la nature du triangle ETR ? Pourquoi ?

57 Symétrie et repère

1) Dessine un repère d'origine O ayant pour unité le centimètre.
2) Place les points : $I\ (1\ ;\ 0)$; $A\ (2\ ;\ 3)$; $B\ (6\ ;\ -1)$; $C\ (7\ ;\ 3)$; $D\ (-1\ ;\ 1)$; $E\ (3\ ;\ 0)$.
3) Construis les points F, G, H et K, symétriques respectifs de A, B, C et D par rapport à O.
4) Donne les coordonnées de F, G, H et K. Que remarques-tu ?
5) Donne les coordonnées des symétriques par rapport à O des points $T\ (4\ ;\ -5)$ et $U\ (5\ ;\ 0)$ sans les placer dans le repère.
6) Place les points M, N, P et R, symétriques respectifs des points A, B, C et D par rapport à E.
7) Donne les coordonnées de M, N, P et R. La propriété de la question 4. se vérifie-t-elle ici ? À quelle condition fonctionne-t-elle ?

58 Reproduis la figure ci-dessous :



1) Construis les points E et F, symétriques respectifs de A et B par rapport à O.
2) Que peut-on dire des droites (AB) et (EF) ? Justifie ta réponse.
3) Démontre que les droites d et (EF) sont perpendiculaires.

59 Médiatrice et symétrie

1) Trace trois droites d_1, d_2 et d_3, concourantes en un point O puis place :
   - Sur d_1, A et A' tels que $OA = OA' = 3$ cm ;
   - Sur d_2, B et B' tels que $OB = OB' = 4$ cm ;
   - Sur d_3, C et C' tels que $OC = OC' = 5$ cm.
2) Démontre que $(B'C')$ et (BC) sont parallèles.
3) Construis la médiatrice d du segment $[BC]$.
4) Démontre que d est perpendiculaire à $(B'C')$.

60 Pentagone et hexagone

PARTIE A

1) Sur un cercle de centre O et de rayon 4 cm, place un point A puis quatre autres points distincts : B, C, D et E dans cet ordre tels que les angles $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOE}$ et $\widehat{EOA}$ mesurent tous 72°.
2) Trace le pentagone $ABCDE$. Que penses-tu des longueurs des côtés de ce pentagone ? Ce pentagone est appelé un pentagone régulier. A-t-il un centre de symétrie ? PARTIE B
3) Sur un autre cercle de centre O et de rayon 4 cm, place six points distincts A, B, C, D, E et F dans cet ordre tels que les angles $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOE}$, $\widehat{EOF}$ et $\widehat{FOA}$ mesurent tous 60°.
4) Trace l'hexagone $ABCDEF$. Que penses-tu des longueurs des côtés de cet hexagone ? Cet hexagone est appelé un hexagone régulier. A-t-il un centre de symétrie ?
5) Trace les triangles ACE et BDF. Colorie avec plusieurs couleurs la figure en respectant la symétrie.

"m

Je teste mes connaissances

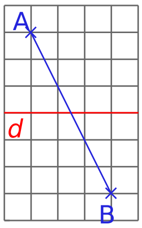
À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

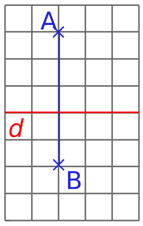
- BlaBla1
- BlaBla2
- BlaBla3
- BlaBla4
- BlaBla5
- BlaBla6

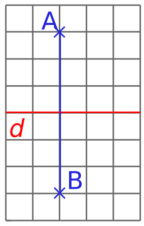
QCM d'auto-évaluation

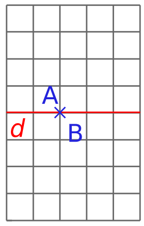
Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

61 Sur quelle(s) figure(s) les points A et B sont-ils symétriques par rapport à d ?

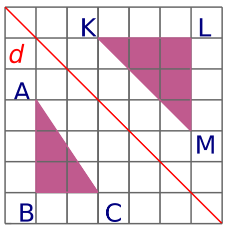
a


b


c


d


62



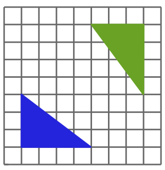
a A et K sont symétriques par rapport à d

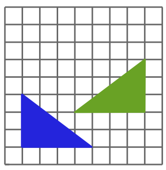
b C est le symétrique de M par rapport à d

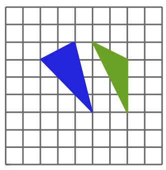
c ABC et KLM sont symétriques par rapport à d

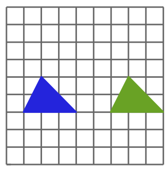
d $KL = AB$

63 Dans quel(s) cas les triangles sont-ils symétriques par rapport à un axe ?

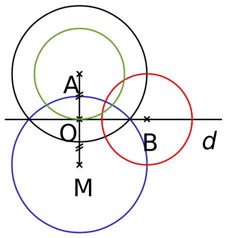
a


b


c


d


64



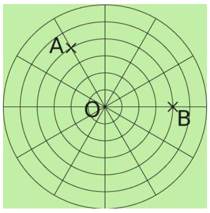
a Les cercles noir et rouge sont symétriques par rapport à d

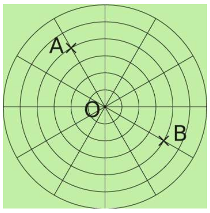
b Le cercle rouge est son propre symétrique par rapport à d

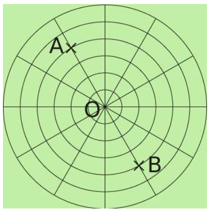
c Les cercles vert et rouge sont symétriques par rapport à d

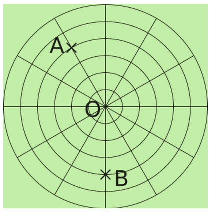
d Les cercles bleu et noir sont symétriques par rapport à d

65 Sur quelle(s) figure(s) les points A et B sont-ils symétriques par rapport à O ?

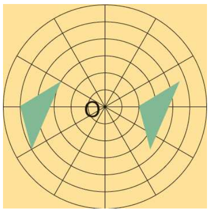
ⓐ


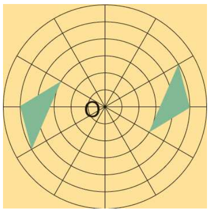
ⓑ


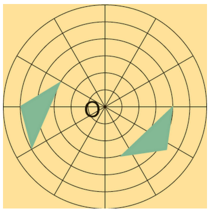
ⓒ


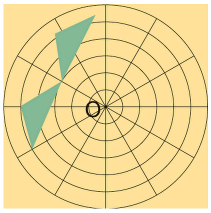
ⓓ


66 Dans quel(s) cas les triangles sont-ils symétriques par rapport au centre O ?

ⓐ


ⓑ


ⓒ


ⓓ


Travaux pratiques

TP 1 Plusieurs symétries de suite . . .

Que se passe-t-il lorsqu'on fait subir à une figure plusieurs symétries axiales, l'une à la suite de l'autre ?

Par exemple, on construit d'abord le symétrique d'une figure par rapport à un axe d. On obtient une nouvelle figure, et on construit le symétrique de cette nouvelle figure par rapport à une autre droite d'.

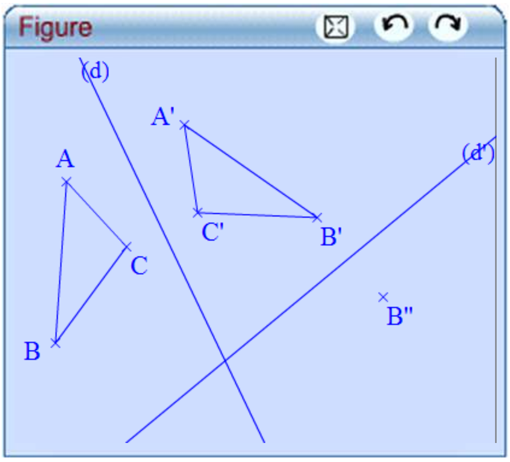
Pour répondre à cette question, répartissez votre groupe en deux sous-groupes. Le premier travaillera avec papier, crayon et instruments de géométrie. L'autre utilisera un logiciel de géométrie dynamique comme TracenPoche.

L'objectif de ce travail est de pouvoir répondre plus précisément aux questions suivantes.

1) Que se passe-t-il si d et d' sont parallèles ?

2) Que se passe-t-il si d et d' sont sécantes et non perpendiculaires en un point O ?

3) Que se passe-t-il si d et d' sont perpendiculaires ?

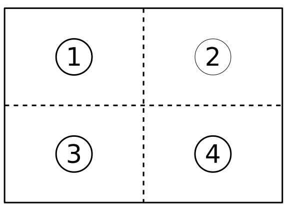


TP 2 Pavage rectangulaire

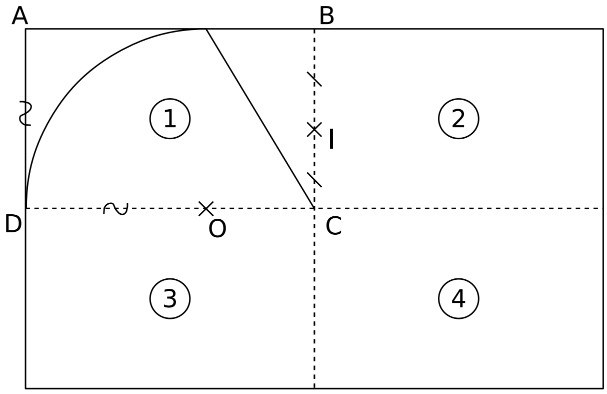
Un pavage est une méthode de remplissage d'un espace à l'aide d'un motif répétitif, sans trou ni débordement.

A Un pavage imposé

1) À partir d'une feuille au format A4, effectuez deux pliages pour obtenir quatre rectangles de même taille comme sur le schéma ci-contre.



2) Sur votre feuille, construisez dans le rectangle 1, la figure ci-dessous (O est le centre de l'arc de cercle) : ($AD = DO$ et $BI = IC$)



3) Construisez le symétrique par rapport à I de la figure tracée dans le rectangle 1. Dans quelle partie de la feuille va-t-il se situer ?

4) Construisez les symétriques par rapport à la droite (DC) des figures des parties 1 et 2.

Rassemblez toutes les feuilles du groupe que vous placerez les unes à côté des autres pour former un grand rectangle. C'est un pavage rectangulaire.

B Un pavage libre

À partir de nouvelles feuilles A4, tracez, dans le rectangle 1, un motif géométrique composé de droites, segments ou cercles. Tous les élèves du groupe doivent avoir exactement le même motif.

De la même façon qu'auparavant construisez l'image, par la symétrie de centre I, de la figure tracée dans le rectangle 1 puis l'image, par la symétrie d'axe (DC), des figures tracées dans les rectangles 1 et 2.

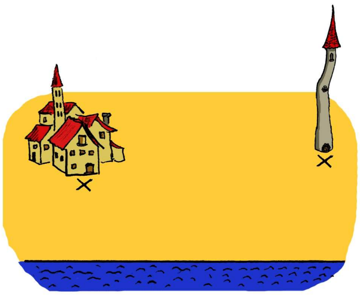
En regroupant les feuilles, on obtient ainsi un nouveau pavage rectangulaire.

Travaux pratiques

Récréation, énigmes

Optimisation de trajectoire

Dans un jeu vidéo, tu dois diriger ton héros mais les déplacements sont très longs. Ta mission est de partir de la ville V, de passer remplir ta gourde à la rivière et ensuite de rejoindre l'entrée du donjon D. Trace le trajet le plus court pour effectuer ta mission. (Indication : la distance la plus courte entre deux points reste la ligne droite.)
Ci-contre : la carte qui t'est donnée.



CALCUL

4

Tableaux et Graphiques

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Lire un tableau

Julie désire se rendre à Davos. Elle consulte les horaires des trains au départ d'Yverdon :

	Train n° 6 123	Train n° 7 258	Train n° 8 766	Train n° 8 989	Train n° 56 789	Train n° 78 995
Yverdon		15 h 32 min	16 h 05 min	17 h 09 min	17 h 20 min	18 h 24 min
Bienne	14 h 09 min	16 h 32 min		17 h 58 min	18 h 10 min	
Zürich	14 h 35 min			18 h 11 min	18 h 24 min	19 h 18 min
Landquart	14 h 58 min		17 h 32 min		18 h 47 min	
Davos		19 h 32 min	20 h 15 min	21 h 11 min	21 h 32 min	22 h 15 min

Partie A

Pourquoi certaines cases sont-elles grisées ?

Partie B

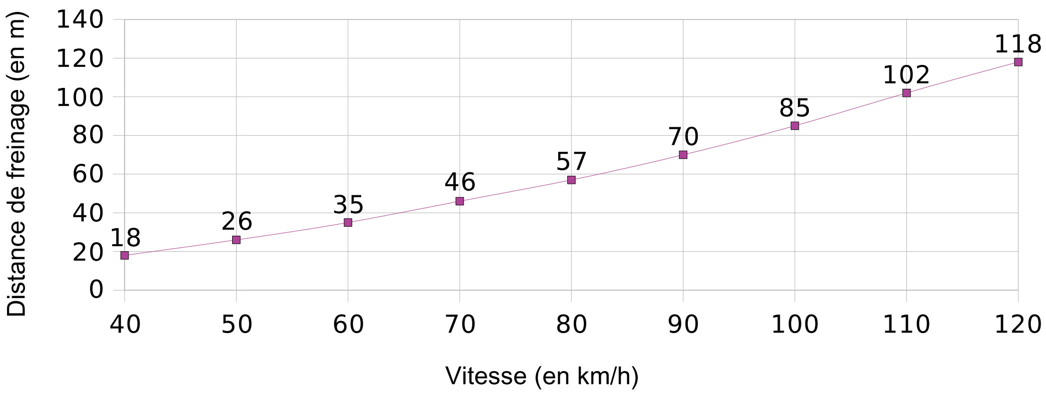
Quel train est le plus rapide pour relier Yverdon à Davos ?

Partie C

En faisant une partie du trajet en voiture, Julie n'a passé que trois heures en train pour aller à Davos. De quelle(s) ville(s) a-t-elle bien pu partir ?

ACTIVITÉ 2 Utiliser des graphiques et des tableaux

Pour déterminer quelques distances de freinage d'un véhicule sur route sèche, on a effectué des mesures à différentes vitesses, illustrées par le graphique ci-dessous :



Partie A

Recopie et complète le tableau en utilisant le graphique :

Vitesse (en km/h)	50	70			110	120
Distance de freinage (en m)			70	85		

Partie B

Sur route mouillée, cette distance de freinage est deux fois plus grande que sur route sèche à vitesse égale.

Recopie et complète le tableau à double entrée suivant :

Vitesse (en km/h)	70		
Distance de freinage sur route sèche (en m)		35	
Distance de freinage sur route mouillée (en m)			140

Partie C

Aujourd'hui il pleut, et Joël part pour un petit tour de voiture en ville.
S'il doit s'arrêter pour éviter un obstacle, combien de mètres fera-t-il au maximum avant l'arrêt de son véhicule, s'il roule à la vitesse de 50 km/h.

ACTIVITÉ 3 Regrouper des données dans un tableau

Dans un village, on a demandé aux familles le nombre d'enfants qu'elles avaient à charge. Le tableau ci-dessous donne les réponses de chaque foyer.

2 ; 3 ; 0 ; 1 ; 0 ; 1 ; 4 ; 2 ; 2 ; 0 ; 1 ; 6 ; 2 ; 3 ; 0 ; 7 ; 1 ; 0 ; 3 ; 2 ; 1 ; 3 ; 1 ; 3 ; 1 ; 1 ; 0 ; 7 ; 2

Partie A

Recopie et complète le tableau suivant :

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5	6	7	Total
Nombre de familles									

Partie B

Combien de familles ont quatre enfants ? **Moins de** trois enfants ? Combien de familles ont **exactement** quatre enfants ?

Partie C

Combien de familles ont **au moins** deux enfants ? **Plus de** quatre enfants ? **Au plus** quatre enfants ?

ACTIVITÉ 4 Utiliser un tableur

Partie A : À la cantine

L'intendante du collège *Rivegauche* a relevé le nombre de fois où chaque élève demi-pensionnaire de sixième mange à la cantine durant la semaine et elle a reporté les résultats dans un tableau.

1) Recopie son tableau dans une feuille de calcul en suivant ce modèle :

	A	B	C	D	E	F	G
1		1 jour	2 jours	3 jours	4 jours	5 jours	
2	Nombre d'élèves	20	33	21	47	37	

2) Comment pourrais-tu nommer la cellule orange ? La verte ? La rose ?

3) Combien de repas ont été servis à la cantine durant la semaine ?

4) Le tableur est capable de reproduire ce calcul si l'on saisit une formule dans la cellule *G*2. Une formule commence toujours par le signe « = ».

Activités d'approche

- Place le curseur dans la cellule $G2$ puis saisis la formule : « $= B2 + C2 + D2 + E2 + F2$ ». Appuie sur la touche « Entrée » du clavier.
- Obtiens-tu le même résultat qu'à la question 3 ?

5) C'est le repas de Noël au collège ! Marc, Sonia et Sam, trois externes, désirent rejoindre leurs amis pour l'occasion. Modifie une cellule pour faire apparaître le changement d'effectif. Que remarques-tu pour la cellule $G2$?

Partie B : Que de livres !

En novembre 2009, l'imprimerie Volléro produit 2 100 livres. Le directeur décide d'augmenter la production de 220 livres chaque mois dès le mois de décembre.

1) Recopie le tableau suivant dans une feuille de calcul :

	A	B	C	D	E
1	Mois	Novembre 2009	Décembre 2009	Janvier 2010	Février 2010
2	Nombre de livres	2 100			

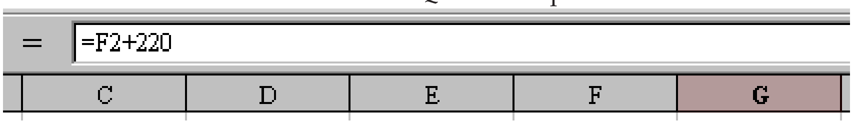
2) Saisis les formules permettant de compléter le tableau.

3) Comment ferais-tu pour calculer le nombre de livres produits en mars 2010 ?
Le tableur peut reproduire cette méthode en saisissant une formule dans la cellule $F2$.

4) Place le curseur dans la cellule $F2$ et saisis la formule : « $= E2 + 220$ ». Comment comprends-tu cette formule ?

5) Quelle serait la formule à saisir en $G2$ pour calculer le nombre de livres produits en avril 2010 ?

6) Copie le contenu de la cellule $F2$ et colle-le dans la cellule $G2$. Tu peux voir le résultat sur la ligne située au-dessus de ta feuille de calcul. Que s'est-il passé ?



7) Le directeur aimerait savoir quand (mois et année) son usine produira plus de 8 000 livres par mois. En répétant plusieurs fois la méthode de la question 5, réponds à la question du directeur.

Lecture de tableaux

1 Promenons-nous dans les bois

Dans le bois, j’ai fait le relevé suivant : trois-cent-vingt arbres sont des chênes, cent-vingt arbres sont des hêtres et j’ai compté quarante sapins. Recopie et complète le tableau :

	Chênes	Hêtres	Sapins	Total
Nombre				

2 Regrouper des notes

Voici les points obtenus dans un test de mathématiques :

12 ; 10 ; 11 ; 12 ; 14 ; 19 ; 10 ; 15 ; 20 ; 09 ; 18 ; 14 ; 12 ; 11 ; 12 ; 11 ; 11 ; 08 ; 10 ; 14.

1) Combien d’élèves ont obtenu 10 points ou moins ?
2) Combien d’élèves ont obtenu entre 11 et 15 points ?
3) Combien d’élèves ont obtenu 16 points ou plus ?

3 Facture

Voici un extrait d’une facture téléphonique :

	Prix HT en CHF	TVA en CHF	Prix TTC en CHF
Abonnement	29,26	5,73	A
Consommation	7,98	B	9,54

Le montant TTC (toutes taxes comprises) s’obtient en additionnant la TVA au montant HT (hors taxes).

1) Quelles sont les valeurs de A et B ? Justifie.
2) Donne un ordre de grandeur du montant total nécessaire pour régler cette facture.

4 Horaires

Voici un extrait d’horaires du RER :

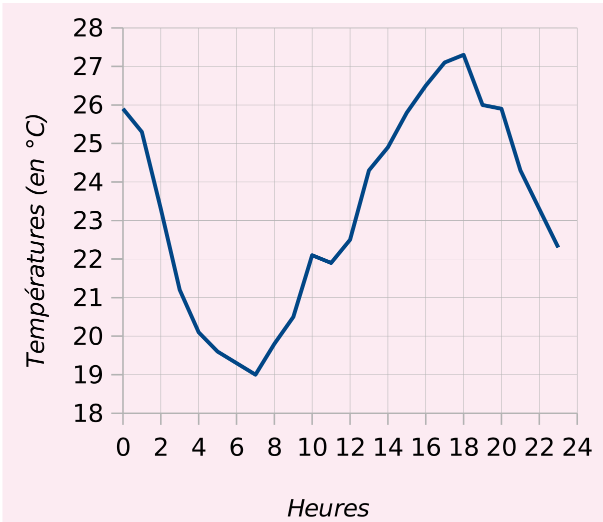
	RER 1	RER 2	RER 3	RER 4	RER 5
Coppet	7.22	8.12	9.10	18.45	20.14
Mies	7.32	8.20	9.18		20.23
Versoix	7.40	8.27	9.25	18.59	20.30
Genève	7.57	8.41	9.45		20.44
Vernier	8.07	8.50	9.56		20.53
Russin	8.20	9.03	10.09		21.06
La Plaine		9.22			
Bellegarde	8.44	9.30	10.32	19.56	21.29

1) Que signifient les cases vides du tableau ?
2) Malika veut arriver à Bellegarde avant 10 h. Elle part de Vernier. Quel(s) train(s) peut-elle choisir ?
3) Finalement, elle prend le train de 8 h 50. Quelle est la durée du trajet ?
4) Sébastien part de Coppet après 18 h pour aller à Bellegarde. Il décide de prendre le train le plus rapide. Quel train va-t-il choisir ?

Lecture de graphiques

5 Températures

Températures relevées un jour de juillet 2008 à Sion :



1) Quelle température faisait-il à 4 h ?
2) Quand a-t-il fait 25°C ?
3) À quelle période de la journée la température est-elle la plus élevée ? La plus basse ?

Interprétation

6 Langue vivante

Un collège compte 240 élèves. Les élèves sont, soit demi-pensionnaires (D.P.), soit externes. Chacun de ces élèves étudie une 2ème langue au choix : anglais, allemand ou espagnol.

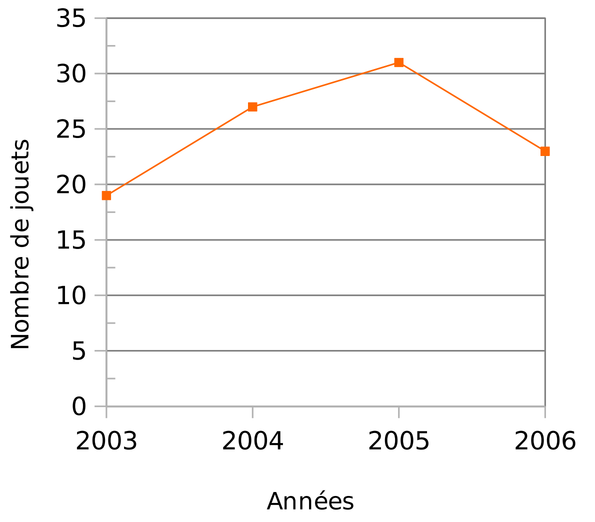
Quelles sont les valeurs de A, B, C, D, E, F, G ? Justifie.

S'entraîner

	Anglais	Allemand	Espagnol	Total
D.P.	A	40	60	130
Externes	B	C	D	E
Total	66	72	F	G

7 Une entreprise

Le graphique suivant illustre les ventes (en milliers) d'une fabrique de jouets.



1) En quelle année cette entreprise a-t-elle réalisé ses meilleures ventes ?
2) Décris l'évolution du nombre de ventes de jouets de 2003 à 2006.
3) Recopie et complète le tableau :

Année	2003			
Nombre de jouets		27 000		

4) Combien de jouets ont été vendus de 2003 à 2006 ?

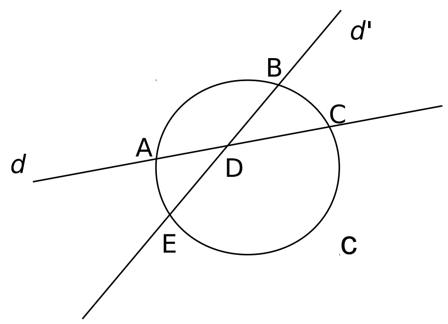
8 Sécurité routière

Le tableau ci-dessous donne la répartition, par tranche d'âge, du nombre des victimes dans des accidents dus à l'alcool, en 2007 :

Tranches d'âge	Nombre de tués
0 - 17 ans	22
18 - 24 ans	228
25 - 44 ans	
45 - 64 ans	172
65 ans et plus	39
Âge inconnu	3

1) Le nombre total de tués dans des accidents dus à l'alcool en 2007 est de 966. Recopie et complète le tableau.
2) Quelle est la tranche d'âge la plus touchée ?

9 En géométrie



1) Recopie et complète le tableau par $\in$ ou $\notin$:

	Droite d	Droite d'	Cercle $\mathscr{C}$
A			
B			
C			
D			
E			

2) Construis une figure correspondant au tableau ci-dessous :

	Cercle $\mathscr{C}_1$	Droite d	Cercle $\mathscr{C}_2$
A	$\in$	$\notin$	$\in$
B	$\notin$	$\in$	$\notin$
C	$\notin$	$\notin$	$\in$
D	$\in$	$\in$	$\in$
E	$\notin$	$\in$	$\notin$

10 Dépenses culturelles et de loisirs

Voici un texte analysant l'évolution de certaines dépenses culturelles et de loisirs des Suisses au cours des vingt dernières années.

« *Les Suisses ont plus de temps libre, ce qui explique que leurs dépenses pour les loisirs (cinéma, concerts) augmentent régulièrement. Les dépenses en multimédia ont explosé au début des années 90 et sont constantes depuis. Nombreux sont ceux qui consultent les informations sur Internet et se désintéressent de la lecture des journaux...*
De même, les ventes de disques ou pellicules photo sont en diminution constante (cette catégorie est à présent la moins importante), ce qui s'explique par le « boum » de la photo numérique ou du téléchargement musical. Après avoir diminué, les ventes de téléviseurs ont tendance à redémarrer, grâce à la baisse des prix des écrans plats. »

Le tableau suivant correspond au commentaire ci-dessus. Les données sont données en pour cent.

Dépense	1990	2000	2007
1	14,7	10,8	11,5
2	1,9	7,7	7,8
3	5,9	5,5	3,5
4	14,1	16,4	18,2
5	20,2	15,8	13,4

1) Indique à quelle catégorie de dépenses correspond chaque ligne du tableau, parmi les suivantes :
   - Spectacles, cinéma et voyage ;
   - Informatique ;
   - Presse, livres et papeterie ;
   - TV, Hi-fi, vidéo ;
   - Disques, cassettes, pellicules photo.
2) Calcule le total de chaque colonne du tableau. Comment expliques-tu tes résultats ?

11 Énergies renouvelables : prévisions

Le tableau suivant indique le nombre d'emplois prévus dans différents secteurs des énergies renouvelables (en milliers d'emplois).

Source : *Rapport MITRE (2003) commandité par la Commission Européenne.*

	Biomasse	Biocarburants	Éolien	Biogaz	Solaire Thermique	Photovoltaïque	Micro-hydraulique	Pompes à chaleur	**Total**
Emplois en 2004	25	4.2	2	0.1	1	1	2.4	3.2	
Emplois en 2010	45	20		2	10.5	3.5	2.4	10	115.4

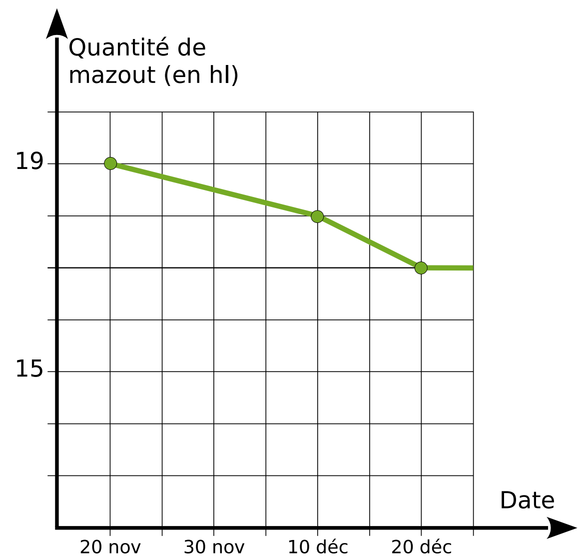
1) Combien d'emplois prévoit ce rapport pour la filière éolienne en 2010 ?
2) Est-il vrai que le nombre d'emplois dans le secteur des pompes à chaleur aura quasiment triplé entre 2004 et 2010 ?
3) Combien d'emplois auront été créés entre 2004 et 2010 si ces prévisions se confirment ?

12 Ça chauffe !

Afin de surveiller ses dépenses de chauffage cet hiver, M. Frigo a décidé de contrôler sa consommation de mazout. Les graphiques suivants représentent la quantité de fuel restant dans sa cuve, en fonction du temps.

En fin d'année

M. Frigo a commencé ses relevés fin novembre :



1) Quelle quantité de mazout contenait sa cuve au 20 novembre ?

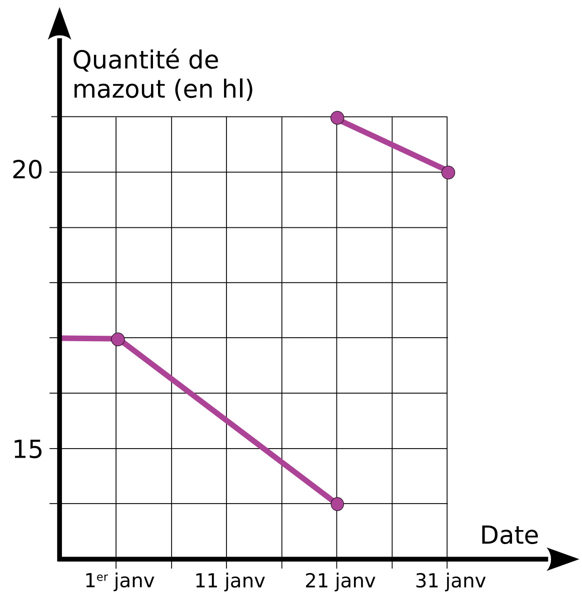
Approfondir

2) Quelle quantité de mazout a-t-il consommée du 20 novembre au 20 décembre ?

3) Une vague de froid est survenue durant cette période ... Au vu du graphique, peux-tu préciser quand ?

4) Selon toi, M. Frigo a-t-il passé le jour de Noël à la maison ? Explique ta réponse.

Au début de l'année

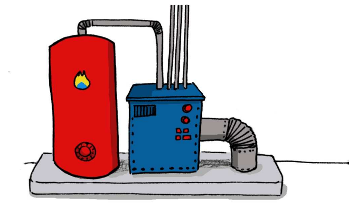


5) Quand M. Frigo a-t-il remis sa chaudière en route ?

6) Que s'est-il passé le 21 janvier ?

7) Quelle quantité de mazout a-t-il consommée entre le 20 novembre et le 31 janvier ?

8) Combien d'argent M. Frigo a-t-il dépensé durant cette période, sachant que le prix du litre de mazout était de 0,90 CHF ?



“m

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- BlaBla1
- BlaBla2
- BlaBla3
- BlaBla4
- BlaBla5
- BlaBla6

QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

Le tableau ci-contre donne le nombre d'ordinateurs possédés par les familles des élèves de sixième du collège Fontbruant. Il ne concerne que les questions 1 à 3.

Nombre d'ordinateurs	0	1	2	3	4 et plus
Nombre d'élèves	5	19	25	13	8

13 à quelle(s) question(s) est-il possible de répondre à l'aide du tableau ?

(a) Combien d'élèves de sixième ont un (et un seul) ordinateur ?
(b) Combien d'élèves ont plus de quatre ordinateurs ?
(c) Combien de ces familles sont équipées d'ordinateurs ?
(d) Combien y a-t-il d'élèves dans le collège ?

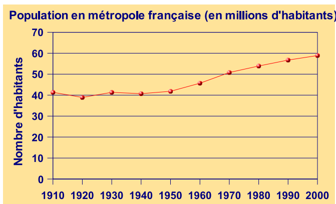
14 D'après le tableau, on peut dire que . . .

(a) 24 élèves ont au moins deux ordinateurs
(b) À eux tous, ils ont 145 ordinateurs
(c) 21 élèves ont plus de deux ordinateurs
(d) Il y a 70 élèves en sixième

15 Si les ordinateurs étaient répartis équitablement, les élèves auraient environ . . .

(a) 1 ordinateur chacun
(b) 2 ordinateurs chacun
(c) 3 ordinateurs chacun
(d) 4 ordinateurs chacun

16



(a) La population augmente depuis 1940
(b) La population a atteint 50 millions d'habitants en 1960
(c) Le nombre d'habitants était quasiment le même en 1910 et 1930
(d) Le nombre d'habitants en France métropolitaine est, durant cette période, resté inférieur à 60 millions

17

Origine des véhicules situés
sur un parking

Origine \ Catégorie	Voitures	Motos
Suisse	300	25
Étrangère européenne	150	25
Autres	50	50

(a) 500 véhicules Suisses sont stationnés sur le parking
(b) La moitié des véhicules sont de nationalité étrangère
(c) Les voitures sont 5 fois plus nombreuses que les motos
(d) 600 personnes ont garé leur véhicule sur le parking

Travaux pratiques

TP 1 Enquête

A En petits groupes

1) Rédigez un questionnaire commun à la classe pour mieux connaître les élèves (« garçon ou fille ? », « nombre de frères et sœurs ? », « activité favorite », « temps accordé aux devoirs ? », etc.) puis répondez-y.
2) Résumez vos réponses dans des tableaux et des graphiques.
3) Présentez ensuite les résultats du groupe au reste de la classe.

B Voyons plus grand !

À l'aide des réponses des autres groupes, construis des tableaux et des graphiques illustrant le profil de la classe.

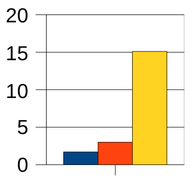
Y a-t-il un groupe dont les réponses sont proches de celles de l'ensemble de la classe ?

Travaux pratiques

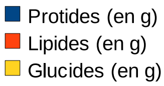
Récréation, énigmes

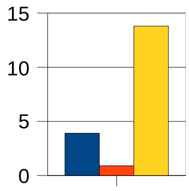
Bon pour la santé ?

Dans une publicité pour un yaourt à boire VITALAIT, on peut lire :
« VITALAIT est la boisson qui vous aide à renforcer vos défenses naturelles. ».



répartition pour 100g de VITALAIT





répartition pour 100g de yaourt sucré

1) Cherche les définitions des glucides, lipides et protides.
2) Penses-tu que le slogan publicitaire du produit « VITALAIT » est pertinent ? Justifie.

Information : il y a autant de bactéries (plus de 10 milliards) dans un VITALAIT que dans un yaourt ordinaire.

CALCUL

5

Multipier et diviser avec les relatifs

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Produit d'un nombre négatif par un nombre positif

On considère l'expression $A = (-2) + (-2) + (-2) + (-2)$.

Partie A

Quelle est la valeur de A ?

On va revenir sur le sens de la multiplication : $20 + 20 + 20$ est la somme de trois termes tous égaux. On peut donc écrire cette somme sous la forme du produit $20 \cdot 3$ qui se lit « 20 multiplié par 3 ».

Partie B

Écris A sous la forme d'un produit.

Partie C

Écris les expressions suivantes sous la forme d'une somme et calcule-les :

1) $(-6) \cdot 3$; 2) $(-22) \cdot 5$; 3) $(-7) \cdot 7$; 4) $(-1{,}5) \cdot 6$.

Partie D

Trouve une règle permettant de calculer le produit d'un nombre négatif par un nombre positif.

ACTIVITÉ 2 À propos des produits

Partie A

Voici une table de multiplication :

1) Recopie-la sur ton cahier et complète la partie qui concerne le produit de deux nombres positifs (en bas à droite).
2) D'après le résultat de la partie D de l'activité 1, complète la partie qui concerne le produit d'un nombre négatif par un nombre positif (en haut à droite).
3) Observe les résultats dans cette table de multiplication et complète-la entièrement, en expliquant tes choix.
4) À l'aide d'un tableur, crée cette table de multiplication et vérifie que les résultats obtenus sont les mêmes que les tiens.

•	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
-5											
-4											
-3											
-2											
-1											
0											
1											
2											
3											
4											
5											

Partie B

Application sur quelques exemples :

1) En t'aidant de la table, donne le résultat pour chaque calcul suivant :
   - $A = (-5) \cdot 4$;
   - $B = 3 \cdot (-2)$;
   - $C = 5 \cdot (-4)$;
   - $D = (-1) \cdot (-3)$.

2) En t'inspirant de ce qui précède, propose un résultat pour les calculs suivants :

• $E = (-9,2) \cdot 2$; • $F = 1,5 \cdot (-8)$; • $G = (-3,14) \cdot 0$; • $H = (-1,2) \cdot (-0,1)$.

3) Vérifie ces résultats à la calculatrice.

Partie C

Propose une règle qui permet, dans tous les cas, de calculer le produit de deux nombres relatifs.

ACTIVITÉ 3 Produit de plusieurs nombres relatifs

Partie A

Calcule ces expressions et déduis-en une règle pour trouver rapidement chaque résultat :

- $A = (-1) \cdot (-1)$;
- $B = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$;
- $C = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$;
- $D = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$;
- $E = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$.

Partie B

On sait que $(-4) = (-1) \cdot 4$ et $(-2) = (-1) \cdot 2$.

1) Complète alors le calcul suivant :

$$(-4) \cdot (-2) \cdot (-5) = (-1) \cdot \ldots \cdot (-1) \cdot \ldots \cdot (-1) \cdot \ldots$$

$$= (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \ldots \cdot \ldots \cdot \ldots$$

2) Déduis-en une méthode pour trouver le résultat de $(-4) \cdot (-2) \cdot (-5)$.

Partie C

Inspire-toi de la question précédente pour effectuer le calcul suivant :

- $F = (-2) \cdot (-3) \cdot 5 \cdot (-4) \cdot 6 \cdot (-5)$.

Partie D

Propose une méthode pour multiplier plusieurs nombres relatifs.

ACTIVITÉ 4 Quotient de nombres relatifs

Revenons sur le sens de la division :

Écrire $3 \cdot 5 = 15$ revient à écrire $3 = 15 : 5$ ou $5 = 15 : 3$.

Partie A

Recopie et complète les trous par les nombres manquants pour que les égalités soient correctes :

1) $4 \cdot \ldots = 12$; 2) $(-5) \cdot \ldots = 130$; 3) $8 \cdot \ldots = (-16)$; 4) $\ldots \cdot (-3) = (-27)$.

Activités d'approche

Partie B

Écris ces nombres manquants sous forme de quotients.

Partie C

Que dire du quotient de deux nombres relatifs ?

À CONNAÎTRE

Pour multiplier deux nombres relatifs, on multiplie les valeurs absolues et on applique la **règle des signes** :

- Le produit de deux nombres relatifs de **même signe** est **positif** ;
- Le produit de deux nombres relatifs de **signes opposés** est **négatif**.

MÉTHODE 1 Multiplier deux nombres relatifs

Exemple Effectue la multiplication : $E = (-4) \cdot (-2,5)$.

Le résultat est positif car c'est le produit de deux nombres négatifs :
$E = 4 \cdot 2,5,$
$E = 10.$

Exemple Effectue la multiplication : $F = 0,2 \cdot (-14)$.

Le résultat est négatif car c'est le produit d'un nombre positif par un nombre négatif :
$F = -(0,2 \cdot 14),$
$F = -2,8.$

Exercice d'application Effectue les multiplications suivantes :

1) $(-7) \cdot (-8)$;
2) $-5 \cdot (-11)$;
3) $(-9) \cdot 6$;
4) $-8 \cdot 0,5$;
5) $10 \cdot (-0,8)$;
6) $(-7) \cdot 0$.

À CONNAÎTRE

- Le produit de plusieurs nombres relatifs est **positif** s'il comporte un nombre **pair** de **facteurs négatifs** ;
- Le produit de plusieurs nombres relatifs est **négatif** s'il comporte un nombre **impair** de **facteurs négatifs**.

Cours - Méthodes

MÉTHODE 2 Multiplier plusieurs nombres relatifs

Exemple Quel est le signe du produit : $A = -6 \cdot 7 \cdot (-8) \cdot (-9)$?

Le produit comporte trois facteurs négatifs. Or 3 est impair donc A est négatif.

Exemple Calcule le produit : $B = 2 \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (-2{,}5) \cdot (-0{,}8)$.

Le produit comporte quatre facteurs négatifs. Or 4 est pair donc B est positif :

$B = 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2{,}5 \cdot 0{,}8,$

$B = (2 \cdot 5) \cdot (4 \cdot 2{,}5) \cdot 0{,}8,$

$B = 10 \cdot 10 \cdot 0{,}8,$

$B = 80.$

Exercice d'application Quel est le signe du produit $C = 9 \cdot (-9) \cdot (-9) \cdot 9 \cdot (-9) \cdot (-9) \cdot (-9)$?

Exercice d'application Calcule :

1) $-25 \cdot (-9) \cdot (-4)$;

2) $0{,}5 \cdot 6 \cdot (-20) \cdot 8$.

À CONNAÎTRE

Pour diviser deux nombres relatifs non nuls, on divise les valeurs absolues et on applique la **règle des signes** :

- Le quotient de deux nombres relatifs de **même signe** est **positif** ;
- Le quotient de deux nombres relatifs de **signes opposés** est **négatif**.

MÉTHODE 3 Diviser deux nombres relatifs

Exemple Effectue la division suivante : $A = 65 : (-5)$.

Le résultat est négatif car c'est le quotient de deux nombres de signes opposés :

$65 : 5 = 13$ donc $A = -13$.

Exemple Effectue la division : $B = (-30) : (-4)$.

Le résultat est positif car c'est le quotient de deux nombres négatifs :

$B = 30 : 4,$

$B = 7{,}5.$

Exercice d'application Quel est le signe des quotients suivants ?

1) $56 : (-74)$; 2) $(-6) : (-5)$; 3) $9 : (-13)$; 4) $-7 : (-45)$.

Exercice d'application Calcule de tête :

1) $45 : (-5)$; 2) $(-56) : (-8)$; 3) $-59 : (-10)$; 4) $-14 : 4$.

Produits de relatifs

1 Complète :

1) $A = (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4)$
$A = (-4) \cdot \ldots\ldots$
$A = \ldots\ldots$

2) $B = (-8,2) + (-8,2) + (-8,2)$
$B = (-8,2) \cdot \ldots\ldots$
$B = \ldots\ldots$

3) $C = (-1,7) + (-1,7) + (-1,7) + (-1,7)$
$C = (-1,7) \cdot \ldots\ldots$
$C = \ldots\ldots$

2 Sans les calculer, donne le signe de chacun des produits suivants :

1) $(-12) \cdot (+2)$;
2) $(+34) \cdot (-28)$;
3) $(-10,3) \cdot (-46)$;
4) $(+12,5) \cdot (+3,1)$.

3 Sans les calculer, donne le signe de chacun des produits suivants :

1) $-36 \cdot (-1)$;
2) $(-2) \cdot (+24)$;
3) $2,3 \cdot (-2,3)$;
4) $-9,1 \cdot 6$.

4 Quel est le signe du résultat quand on . . .

1) . . . multiplie un nombre négatif par un nombre positif ?
2) . . . multiplie quatre nombres négatifs entre eux ?
3) . . . multiplie un nombre positif et deux nombres négatifs ?
4) . . . multiplie un nombre relatif par lui-même ?
5) . . . multiplie trois nombres négatifs entre eux ?

5 Effectue :

1) $(+5) \cdot (-4)$;
2) $(-5) \cdot (-3)$;
3) $(-3) \cdot (+4)$;
4) $(+4) \cdot (+4)$;
5) $(-4) \cdot (-3)$;
6) $(-5) \cdot (-4)$;
7) $(-5) \cdot (+3)$;
8) $(-4) \cdot (+4)$.

6 Effectue :

1) $(-8) \cdot (+2)$;
2) $(-2) \cdot (+5)$;
3) $(-4) \cdot (-8)$;
4) $(+9) \cdot (+10)$;
5) $(+191) \cdot (+0,1)$;
6) $(-1,5) \cdot (+20)$;
7) $(-0,25) \cdot (-4)$;
8) $(+0,8) \cdot (-3)$;
9) $(-3,2) \cdot (+4)$;
10) $(-1) \cdot (-17)$.

7 Calcule, sachant que $11,2 \cdot 2,5 = 28$:

1) $11,2 \cdot (-2,5)$;
2) $-11,2 \cdot (-2,5)$.

8 *Un produit peut en cacher un autre . . .*

1) Calcule le produit $7,5 \cdot 0,2$;
2) Effectue alors les calculs suivants :

- $A = 7,5 \cdot (-0,2)$;
- $C = (-75) \cdot (+0,2)$;
- $B = (-0,2) \cdot (-7,5)$;
- $D = (-7,5) \cdot (-20)$.

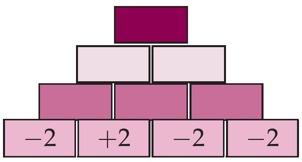
9 Relie les expressions dont les produits sont égaux :

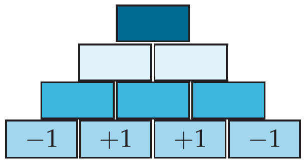
$(+5) \cdot (-12)$	·	·	$(-1) \cdot (+20)$
$(-8) \cdot (-3)$	·	·	$(+12) \cdot (+5)$
$(+4) \cdot (-6)$	·	·	$(+2) \cdot (+12)$
$(+5) \cdot (-4)$	·	·	$(+5) \cdot (+4)$
$(+2) \cdot (+10)$	·	·	$(-3) \cdot (+20)$
$(-2) \cdot (-30)$	·	·	$(-12) \cdot (+2)$

10 Recopie et complète cette table de multiplication :

·	-3	$+5$	-9	$+6$	-8
-1					
$+4$					
-7					
0					

11 Recopie et complète les « pyramides » suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est le produit des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :





12 Donne le signe de chacun des produits suivants :

1) $5,4 \cdot (-3,2) \cdot (+4) \cdot (-5,1)$;
2) $(-0,5) \cdot (-9) \cdot 0 \cdot 7 \cdot (-1,4) \cdot (-1)$;
3) $-6 \cdot (-10) \cdot 4 \cdot (-9) \cdot (-3) \cdot (-4,1)$.

13 Effectue les calculs suivants :

1) $(-2) \cdot (-3) \cdot (+5)$;
2) $(-3) \cdot (-2) \cdot (-4)$;
3) $(+6) \cdot (-1) \cdot (+3)$.

14 Effectue les calculs suivants :

1) $(-3,2) \cdot (-10) \cdot (+2) \cdot (-0,5)$;
2) $(-75) \cdot (-0,25) \cdot (+4) \cdot (+2)$;
3) $(-3) \cdot (-0,1) \cdot (+5) \cdot (+4)$;
4) $(-1,5) \cdot (+4) \cdot (-1) \cdot (+0,8) \cdot (-3)$;

S'entraîner

5) $(+2) \cdot (-10) \cdot (+3) \cdot (-1) \cdot (-1)$.

15 Calcule astucieusement :

1) $(-2) \cdot (-1{,}25) \cdot (-2{,}5) \cdot (-8)$;
2) $(-75) \cdot (-0{,}25) \cdot (+2) \cdot (+4)$;
3) $(+0{,}01) \cdot (-25) \cdot (-13{,}2) \cdot 4 \cdot (-3)$.

16 Complète par le nombre qui convient :

1) $(-4) \cdot § = 20$;
2) $(-13) \cdot § = -39$;
3) $§ \cdot 7 = -42$;
4) $§ \cdot (-11) = 121$.

17 Complète par le nombre qui convient :

1) $(+4) \cdot § = -100$;
2) $(-2{,}9) \cdot § = 29$;
3) $§ \cdot 17 = -17$;
4) $§ \cdot (-3) = -99$.

18 **Suite logique de nombres**

Donne le signe de chacun des produits suivants :

1) $(-1) \cdot 2 \cdot (-3) \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (-9)$;
2) $(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot \ldots \cdot (-12)$;
3) $(-4) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$;
4) $5 \cdot (-10) \cdot 15 \cdot (-20) \cdot \ldots \cdot (-100)$;
5) $1 \cdot (-2) \cdot 4 \cdot (-8) \cdot \ldots \cdot 1\,024$.

19 **Températures**

Il fait 0°C et la température chute de deux degrés toutes les heures.

1) Combien de temps faudra-t-il pour que la température atteigne − 10°C ?
2) Quelle sera la température dans huit heures ?

20 Calcule dans chaque cas le produit $x \cdot y$:

1) $x = 5$ et $y = -3$;
2) $x = +4$ et $y = -11$;
3) $x = -2$ et $y = -5$;
4) $x = -0{,}5$ et $y = -5{,}2$.

21 Recopie et complète le tableau suivant :

a	b	c	ab	$(-a) \cdot c$	$-(a \cdot c)$	$a \cdot b \cdot c$
-5	$+6$	-4				
-1	-2	-3				
$-2{,}1$	-4	$+3$				

22 **Décompositions ...**

1) Trouve toutes les façons de décomposer le nombre – 20 en produit de deux nombres entiers relatifs.
2) Trouve toutes les façons de décomposer le nombre 24 en produit de trois nombres entiers relatifs.

23 Sans calculer, donne le signe de chaque résultat :

1) $(-6)^4$;
2) 6^8 ;
3) -132^{51} ;
4) $(-12)^{15}$;
5) $(-3)^7$;
6) $(-6)^{100}$;
7) $-(-35)^7$;
8) -87^4 ;
9) $-(-13^8)$.

24 **Puissance de 1 ou de − 1**

Calcule :

1) 1^{12} ;
2) 1^0 ;
3) $(-1)^8$;
4) $(-1)^0$;
5) -1^7 ;
6) -1^6 ;
7) $(-1)^9$;
8) -1^0.

Quotients de relatifs

25 Complète chaque égalité et écris chaque facteur manquant § sous la forme d'un quotient :

1) $(+6) \cdot § = +18$ donc $§ = \ldots$;
2) $(+5) \cdot § = -20$ donc $§ = \ldots$;
3) $§ \cdot (-7) = +14$ donc $§ = \ldots$;
4) $(-2) \cdot § = +12$ donc $§ = \ldots$;
5) $§ \cdot (-10) = -130$ donc $§ = \ldots$.

26 Sans les calculer, donne le signe de chacun des quotients suivants :

1) $(-3) \div (-8)$;
2) $(+1) \div (-2)$;
3) $(-4) \div (-5)$;
4) $(-3{,}7) \div (+5{,}1)$.

27 Calcule mentalement :

1) $64 \div (-8)$;
2) $42 \div (-6)$;
3) $-24 \div (-3)$;
4) $81 \div (+9)$;
5) $-17 \div (-1)$;
6) $-35 \div 7$;
7) $(-54) \div (-6)$;
8) $25 \div (-5)$;
9) $(-4) \div (+4)$;
10) $(-29) \div (+1)$.

28 Calcule mentalement :

1) $(-100) \div (+25)$;
2) $(-42) \div (-4)$;
3) $(+54) \div (-3)$;
4) $(+55) \div (+5)$;
5) $(-24) \div (-5)$;
6) $(-13) \div (-10)$.

29 Calcule le quotient de x par y :

1) $x = -15$ et $y = -3$;
2) $x = +64$ et $y = -8$;
3) $x = -36$ et $y = 12$;
4) $x = -2{,}4$ et $y = 1{,}2$;
5) $x = y = -2{,}3$;
6) $x = 0$ et $y = -5$.

30 Recopie et complète le tableau suivant et donne le résultat sous forme décimale :

a	b	c	$a : b$	$(-b) : c$	$c : (-a)$
-5	$+4$	-4			
$-2,5$	-1	$+20$			
$+8$	-4	$-0,5$			
$-2,4$	$-1,2$	-24			

31 Donne, à l'aide de ta calculatrice, l'arrondi à l'unité de chacun des nombres suivants, comme dans l'exemple :

Exemple : $A = \dfrac{-153}{23}$.

La calculatrice donne $A \approx -6,652173913$.

On a donc : $-7 < A < -6$.

L'arrondi à l'unité de A est -7 car A est plus proche de -7 que de -6.

- $B = \dfrac{39}{-9}$;
- $C = \dfrac{-17}{-7}$;
- $D = \dfrac{-28}{51}$.

Calculs variés

32 Pour chacun des calculs suivants, indique s'il s'agit d'une somme ou d'un produit, puis donne le résultat :

- $-4 \cdot (+9)$;
- $-3 - (+8)$;
- $-7 + (-5)$;
- $3 \cdot (-7)$;
- $-8 + (+6)$;
- $+9 \cdot (+3)$;
- $-5 - (-16)$;
- $-11 \cdot (-4)$.

33 Sans calculer, donne le signe de chaque résultat :

- $(-4) \cdot (-12)$;
- $(+15) + (-22)$;
- $(-45) - (-51)$;
- $(-37) \cdot (+51)$;
- $(+7) \cdot (+8)$;
- $(-7) + (+8)$;
- $(-3,12) \cdot (-2,5)$;
- $(-3,17) - (+3,7)$.

34 Calcule mentalement :

- $8 \cdot (-8)$;
- $-22 + (-6)$;
- $-14 \cdot 3$;
- $-5 - (+17)$;
- $(-34) + (-19)$;
- $-15 \cdot (-5)$.

35 Calcule mentalement :

- $(-4) \cdot (-2,5)$;
- $(+3,5) + (-2,2)$;
- $(-3,9) + (-5,4)$;
- $(-3) \cdot (+4,2)$;
- $(+2,6) \cdot (-3)$;
- $(-7,15) - (-2,2)$;
- $(-3,12) \cdot (-10)$;
- $(-0,7) - (+1,17)$.

36 Recopie et remplace le symbole § par le signe opératoire qui convient :

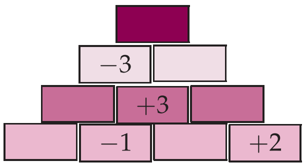
1) (-3) § $(-2) = -5$;
2) (-3) § $(-2) = +6$;
3) (-2) § $(-2) = +4$;
4) (-2) § $(-2) = -4$;
5) (-5) § $(+4) = (-12)$ § $(+8)$.

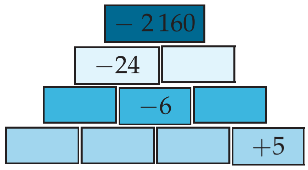
37 **Logique !**

Complète chaque suite de nombres :

1) 3 ; 1 ; − 1 ; . . . ; . . . ; . . . ;
2) 1 ; − 2 ; + 4 ; . . . ; . . . ; . . . ;
3) − 16 ; 8 ; − 4 ; . . . ; . . . ; . . . ;
4) 0,5 ; − 5 ; 50 ; . . . ; . . . ; . . . .

38 Recopie et complète les « pyramides » suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est le produit des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :





39 Effectue les calculs suivants en détail :

1) $7 + (-6) \cdot (-6)$;
2) $13 - (+3) \cdot (-4) - 8$;
3) $-30 : (-9 + 15)$;
4) $-3 - 9\ (-3)$;
5) $-3 \cdot 6 \cdot (-2 + 8)$.

40 Effectue les calculs suivants en détail :

1) $-22 + (13 - 5) \cdot (-5)$;
2) $(-2) \cdot (-8) + 2 \cdot (-20) : 4$;
3) $-28 + (5 - 2) \cdot (-4)$;
4) $7 \cdot (-7) + 3 \cdot (-25) : (-5)$;
5) $-3,2 \cdot (-6) + (-2,3 - 7,7)$;
6) $150 : (-1,2 - 9 \cdot 3,2)$.

41 **Vocabulaire**

1) Traduis les phrases suivantes par un calcul :
   - La somme du produit de 4 par − 5 et de − 6 ;
   - Le produit de la somme de 7 et de − 8 par la somme de 8 et de − 2.
2) Effectue ces calculs.

42 **Vocabulaire (bis)**

Traduis les expressions mathématiques suivantes par des phrases.

S’entraîner

Exemple : $(-2) \cdot 3 + 1$ se traduit par

« La somme du produit de (-2) par 3 et de 1. »

- $A = 5 \cdot (-7) + 3$;
- $B = 3 + 2 : (-4)$;
- $C = 7 - 4 \cdot (-10)$;
- $D = (2 - 3) \cdot (-1 - 2)$;
- $E = (1 - 7) : (2 + 5)$;
- $F = -2 + (-6) \cdot (-6) - 9$.

43 Recopie et complète le tableau suivant :

a	b	c	$a \cdot b$	$(-a) \cdot c$	$-(a \cdot c)$	$a \cdot b \cdot c$
-5		$+4$				
		$+2$			-12	-36

44 Températures

Pour mesurer la température, il existe plusieurs unités. Celle que nous utilisons en Suisse est le degré Celsius (°C). Cette unité est faite de façon à ce que la température à laquelle l’eau se transforme en glace est 0°C et celle à laquelle l’eau se transforme en vapeur est 100°C. Dans cette échelle, il existe des températures négatives.

Il existe une autre unité, le Kelvin (K), dans laquelle les températures négatives n’existent pas. Pour passer de l’une à l’autre, on utilise la formule :

$$T_{Kelvin} = T_{degrésCelsius} + 273,15$$

Ainsi, 10°C correspondent à 283,15 K.

1) Convertis en Kelvin les températures suivantes : 24°C ; – 3°C et – 22,7°C.
2) Convertis en degré Celsius les températures suivantes : 127,7 K ; 276,83 K ; 204 K et 500 K.
3) Quelle est en Kelvin la plus petite température possible ? À quelle température en degré Celsius correspond-elle ? Cette température est appelée le zéro absolu.

45 Sur un axe gradué

1) Soit A le point d’abscisse 4. Quelle peut-être l’abscisse du point B sachant que la longueur du segment $[AB] = 8$?
2) Soit C le point d’abscisse – 3. Quelle peut-être l’abscisse du point D sachant que la longueur du segment $[CD] = 2$?
3) Soit E le point d’abscisse – 5. Détermine l’abscisse de F sachant que la longueur du segment $[EF] = 9$ et que l’abscisse de F est inférieure à celle de E.

46 Signes mystères

Recopie en remplaçant les par le signe – ou le signe + de sorte que les égalités soient vraies :

1) § 7 § 3 = – 4 ;
2) § 13 § 8 = – 21 ;
3) § 3,7 § 8,4 = 4,7 ;
4) § 45 § 72 = – 27 ;
5) § 2 § 7 § 13 = – 8 ;
6) § 1,5 § 2,3 § 4,9 = – 5,7 ;
7) § 8 § 5 § 12 § 2 = 13 ;
8) § 7 § 14 § 18 § 3 = – 22.

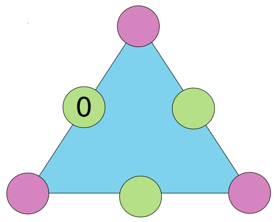
47 Carré magique

Recopie et complète ce carré magique sachant qu’il contient tous les entiers de – 12 à 12 et que les sommes des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale sont toutes nulles :

		0	8	
			−11	2
−9	−1	12		3
−3		−12		9
−2	11	−6	7	

48 Triangle magique

La somme des nombres de chaque côté du triangle est 2. Remplis les cases vides avec les nombres relatifs (– 2) ; (– 1) ; 1 ; 2 et 3, qui doivent tous être utilisés.



49 Coup de froid

Chaque matin de la 1re semaine du mois de Février, Julie a relevé la température extérieure puis a construit le tableau suivant :

Jour	Lu	Ma	Me	Je	Ve	Sa	Di
Température (en °C)	−4	−2	−1	+1	0	+2	−3

Calcule la moyenne des températures relevées par Julie.

50 Recopie et complète les carrés magiques suivants :

1) Pour l’addition :

	−9	−2
	−4	
−6		

2) Pour l’addition :

Approfondir

1,6		
	$-5,4$	
$-4,4$		$-12,4$

3) Pour la multiplication :

	36	-3
	6	
-12		

51 La différence $a - b$ est égale à 12.

On augmente a de 3 et on diminue b de 4.

Combien vaut la différence entre ces deux nouveaux nombres ?

52 **Le nombre -21 ...**

1) Écris le nombre -21 comme somme de deux nombres entiers relatifs consécutifs ;

2) Écris le nombre -21 comme différence de deux carrés.

53 Recopie et complète les phrases suivantes :

1) -21 est la moitié de ...... ;

2) -21 est le triple de ...... ;

3) -21 est l'opposé de ....

54 **Choisir deux nombres**

1) Trouve deux nombres relatifs dont le produit est positif et la somme est négative ;

2) Trouve deux nombres relatifs dont le produit est négatif et la somme est positive ;

3) Trouve deux nombres relatifs dont le produit et la somme sont positifs ;

4) Trouve deux nombres relatifs dont le produit et la somme sont négatifs.

55 **Énigme**

Sachant que le produit deux nombres A et B est positif et que leur somme est négative, quels sont les signes de A et de B ?

56 **Calculatrice**

Effectue à la calculatrice les calculs suivants :

1) $13\,857 \cdot (-253)$;

2) $\dfrac{-44\,980}{8\,996 - 10\,380}$;

3) $312 - 123 \cdot (-734)$;

4) $\dfrac{-34 \cdot (-713)}{-68}$.

57 **Signe**

A est le produit de 24 nombres (non nuls) comportant 23 facteurs négatifs.

B est le produit de 13 nombres (non nuls) comportant 11 facteurs négatifs.

Donne, si c'est possible, le signe de :

1) $A \cdot B$;

2) $A : B$;

3) $A - B$;

4) A^2 ;

5) $A + B$.

“m

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- BlaBla1
- BlaBla2
- BlaBla3
- BlaBla4
- BlaBla5
- BlaBla6

QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

58 $(-10) + (+15) = \ldots$

a (-5)	b (-150)	c $(+5)$	d (-25)

59 (+ 8) + ... = (- 5)

a $(+3)$	b impossible	c (-13)	d (-3)

60 $(+2{,}1) + (-3{,}9) = \ldots$

a 6	b -6	c $-1{,}8$	d $1{,}8$

61 $(+7) - (-3) = \ldots$

a 4	b 10	c -4	d -10

62 $(-2) - \ldots = (-5)$

a $(+3)$	b (-7)	c $(+7)$	d (-3)

63 $1{,}3 - (-2{,}4) = \ldots$

a $-1{,}1$	b $1{,}1$	c $3{,}7$	d $-3{,}7$

64 $-7 \cdot (-3) = \ldots$

a -10	b -21	c 10	d 21

65 $4 \cdot (-3) = \ldots$

a 1	b -12	c -7	d 12

66 $-15 : (-5) = \ldots$

a $(-15) : (-5)$	b -3	c $15 : 5$	d 3

67 $4 \cdot (-4) = \ldots$

a 0	b -8	c 16	d -16

68 Le produit de l'opposé de -6 par l'opposé de 7 vaut ...

a 42	b -42	c -1	d $6 : (-7)$

69 $-6 + 6 \cdot (-10) = \ldots$

a 0	b 120	c 66	d -66

70 Le produit de 108 facteurs égaux à -1 est égal à ...

a -108	b 0	c 1	d -1

TP 1 Morphing

Le **morphing** ou **morphage** est un des effets spéciaux applicables à un dessin. Il consiste à fabriquer une animation qui transforme de la façon la plus naturelle et la plus fluide possible un dessin initial vers un dessin final.

A Construction d'une image

1) Construisez un repère (chaque élève du groupe le fait sur son cahier).

Placez les points suivants dans le repère :

$A(0;1)$	$B(-4;1)$	$C(0;5)$	$D(0;-1)$
$E(-3;-1)$	$F(-2;-3)$	$G(3;-3)$	$H(4;-1)$
$I(3;-1)$	$J(3;3)$	$K(1;2)$	$L(3;1)$

Reliez à la règle les points dans l'ordre alphabétique de A jusqu'à L puis tracez le segment $[DI]$.

2) Cette figure tient dans un carré. Construisez ce carré en rouge.

B Transformation

Pour cette partie, le travail peut être réparti entre les différents membres du groupe. Voici plusieurs transformations subies par les coordonnées des points :
- On échange son abscisse et son ordonnée. On obtient A_1, B_1 … ;
- On double son abscisse. On obtient A_2, B_2 … ;
- On double son ordonnée. On obtient A_3, B_3 … ;
- On double son abscisse et son ordonnée. On obtient A_4, B_4 … ;
- On ajoute 4 à son abscisse et -3 à son ordonnée. On obtient A_5, B_5 … .

- Pour chacune de ces transformations, indiquez les nouvelles coordonnées de chaque point puis construisez la figure dans un nouveau repère et enfin écrivez une phrase pour indiquer ce qu'est devenu le carré rouge.

C Chacun sa figure

1) Construisez la figure de votre choix dans un repère (15 points au maximum). Faites bien attention à ce que tous les points aient des coordonnées entières. À partir du dessin, remplissez un tableau de points comme à la question 1 de la partie A.

2) Donnez ce tableau à un autre groupe pour qu'il réalise la figure puis une transformation de votre choix parmi celles de la partie B.

TP 2 Le bon produit

Travaux pratiques

A La construction du jeu

1) Avec du papier épais ou du carton, fabriquez 66 cartes à jouer.

2) Au stylo bleu, fabriquez les 38 cartes « facteur » :

- Deux portent le nombre 0 ;
- Trois exemplaires pour chacun des nombres : − 9 ; − 6 ; − 4 ; − 3 ; − 2 ; − 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 et 9.

Remarque : Soulignez les 6 et les 9 pour éviter de les confondre.

3) Au stylo rouge, fabriquez les 28 cartes « produit » :

- Deux portent le nombre 0 ;
- Les autres sont toutes différentes et portent les nombres : − 54 ; − 36 ; − 27 ; − 24 ; − 18 ; − 16 ; − 12 ; − 9 ; − 8 ; 6 ; − 4 ; − 3 ; − 2 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 16 ; 18 ; 24 ; 27 ; 36 et 54.

B Les règles du jeu

Chaque joueur reçoit six cartes « facteur » puis pioche une carte « produit ». Celui qui a le plus grand nombre joue en premier (en cas d'égalité, les joueurs ex-aequo piochent une deuxième carte produit). On tourne ensuite dans le sens des aiguilles d'une montre.

Les cartes « produit » piochées sont posées face visible. On complète de façon à en avoir 10 en tout sur la table.

Le joueur dont c'est le tour pioche une carte « produit » et la pose sur la table avec les autres.

Si, avec deux de ses cartes facteurs, il peut obtenir un des produits visibles, il écarte les trois cartes (les deux cartes « facteur » et la carte « produit »).

S'il ne peut pas, il pioche deux cartes « facteur » et regarde à nouveau s'il peut obtenir un produit.

S'il propose une combinaison et qu'il a fait une erreur de calcul, il pioche également deux cartes « facteur ».

C'est alors au tour du joueur suivant.

Lorsqu'un joueur a écarté toutes ses cartes « facteur », il a gagné.

Récréation, énigmes

Le compte est bon

Avec les nombres proposés, retrouve les résultats annoncés !

Tu ne peux utiliser chaque nombre qu'une seule fois. Toutes les opérations sont autorisées.

Avec -3 ; -5 ; 25 ; -100 et 7, trouve -650.

Avec -7 ; -25 ; 10 ; -8 et -75, trouve 730.

GÉOMÉTRIE

6

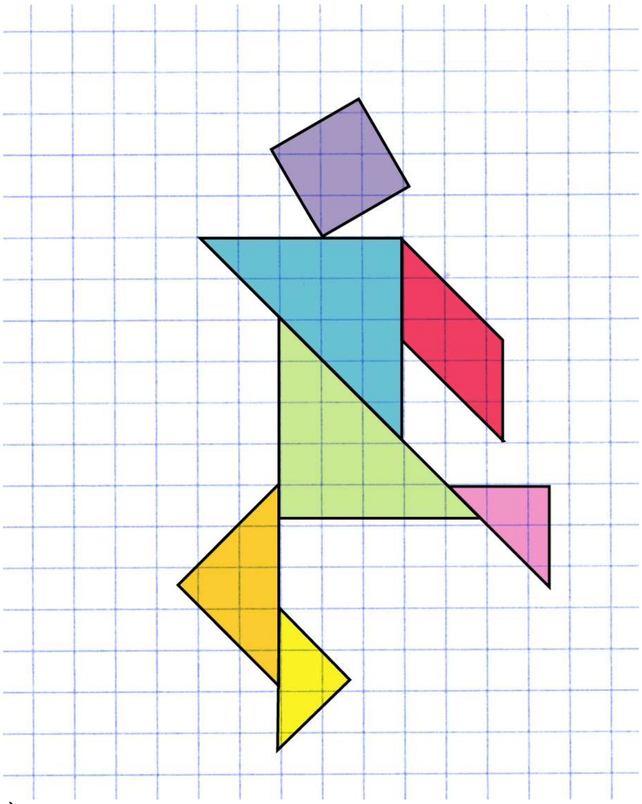
Translations et Rotations

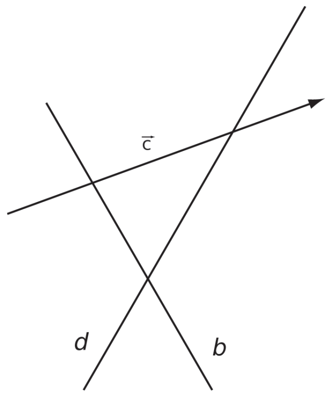
Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Un pas de côté

Cinq élèves ont construit une image du danseur, en effectuant chacun une translation différente :

1) Sarah, de 5 cm dans la direction de d ;
2) Vincent, horizontalement, vers la droite ;
3) Mélanie, selon le vecteur $\vec{c}$;
4) Juan, en la glissant de 3 cm ;
5) Madina, en la déplaçant de 4 cm, vers la gauche et dans la direction de b.

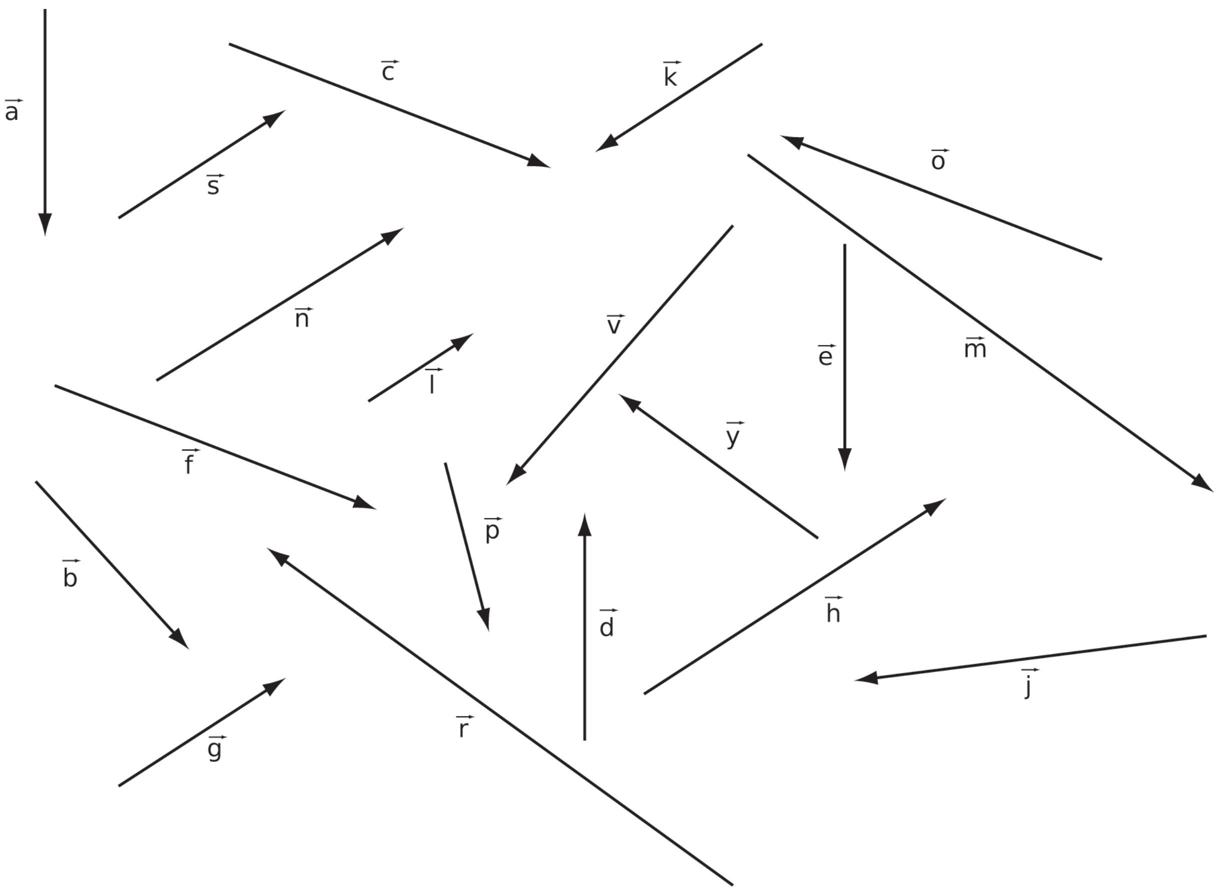




À l'aide des carreaux, construis ces cinq figures et compare tes résultats avec ceux de tes camarades.

ACTIVITÉ 2 Avoir du bons sens

Voici une vingtaine de flèches représentant des vecteurs :



Partie A : Classification

Recopie puis complète le tableau en donnant tous les vecteurs possibles pour chaque question. Arrondis au dixième le plus proche tes mesures.

Vecteur	Même longueur que le vecteur	Même direction que le vecteur	Égal au vecteur
$\vec{a}$			
$\vec{c}$			
$\vec{q}$			
$\vec{r}$			

Partie B : Qu'en penses-tu ?

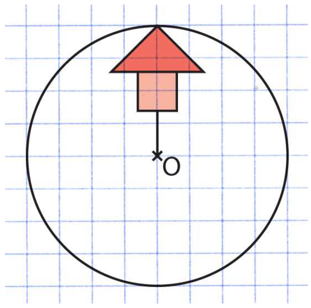
Détermine si les affirmations des élèves sont correctes ou non :

1) Aline dit que le vecteur $\vec{c}$ est égal à deux fois le vecteur $\vec{a}$;
2) Simon dit que le vecteur $\vec{d}$ est l'opposé du vecteur $\vec{e}$;
3) Justine prétend que le vecteur $\vec{b}$ et $\vec{f}$ ont la même direction ;
4) Mohamed dit que les vecteurs $\vec{c}$ et $\vec{j}$ ont la même intensité.

ACTIVITÉ 3 Tourner dans tous les sens

Activités d'approche

Partie A : Dans quel sens



La figure ci-contre illustre une montre possédant qu'une seule aiguille.

1) Reproduis le dessin puis dessine l'aiguille quand elle aura tourné de 90° par rapport au centre O ;

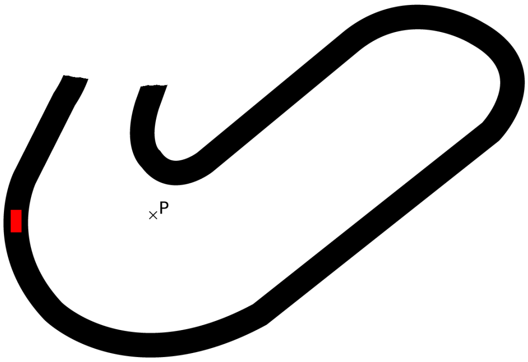
2) Dessine l'aiguille quand elle aura tourné de $-120°$ par rapport au centre O.

Partie B : Le virage

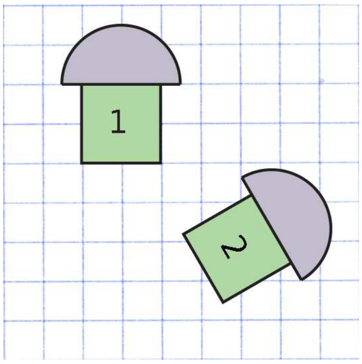
Ci-contre une partie du circuit de Catalogne où la formule 1 vient d'entamer son virage.

1) À l'aide d'un papier calque reproduit cette figure et dessine la voiture après qu'elle ait effectué une rotation de 80° par rapport au centre P.

2) Peut-on effectuer tout le virage en gardant le même rayon de rotation ?



Partie C : Trouver le centre



Alice sait que la figure 2 a été obtenue après une rotation de la figure 1.

Pascal aimerait savoir où se trouve le centre de la rotation ainsi que l'angle de rotation.

Aline propose de tracer les médiatrices des segments reliant les sommets de la figure 1 aux sommets correspondants de la figure 2.

1) Recopie la figure puis effectue ce qu'Aline propose.

2) Que remarques-tu ?

3) Détermine où se trouve le centre ainsi que l'angle de la rotation qui permet de passer de la figure 1 à la figure 2.

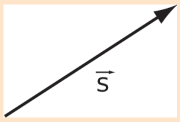
Cours - Méthodes

À CONNAÎTRE

Une **translation** consiste à faire glisser une figure selon un **vecteur** donné.

Un **vecteur** est donné par :

- une direction (c'est la direction de la droite)
- un sens (c'est le sens de la flèche)
- une longueur (c'est la longueur du segment)

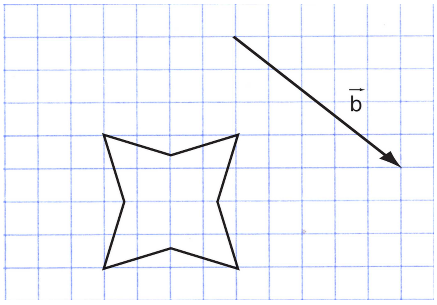


MÉTHODE 1 La translation

Exemple Construis l'image du triangle ABC par la translation de vecteur $\vec{a}$:

Exemple A' est l'image de A par une translation. Construis l'image B' de B par cette translation :

Exercice d'application En t'aidant du quadrillage de ton cahier, reproduis puis construis l'image de la figure par la translation de vecteur $\vec{b}$:



À CONNAÎTRE

Une **rotation** est définie par son **centre** et son **angle**.
L'angle de rotation est **positif** si la rotation s'effectue dans le sens contraire des aiguilles d'une montre et **négatif** sinon.

REMARQUE : La rotation de centre O et d'angle α est notée : $R(O\,;\,\alpha)$.

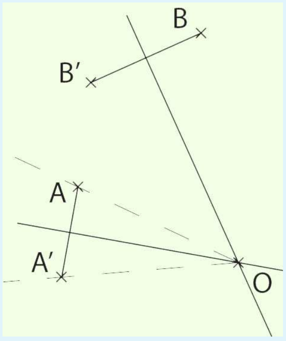
Cours - Méthodes

MÉTHODE 2 La rotation

Exemple Construis l'image du triangle ABC par la rotation $R(O\,;\,-45°)$:

① La rotation s'effectue dans le sens des aiguilles d'une montre. On trace des arcs de cercles de centre O passant par les sommets A, B et C ; ② On reporte l'angle de rotation sur tous les arcs de cercles ($\widehat{AOA'} = 45°$) et on relie les sommets entre eux.

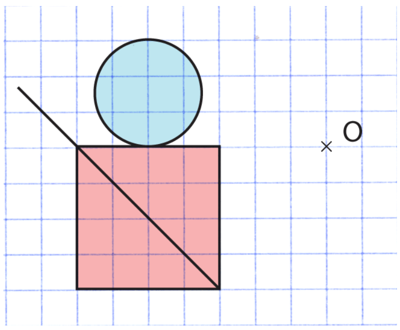
Exemple A' et B' sont l'image de A et B par une rotation. Détermine le centre de la rotation ainsi que l'angle de rotation :



On trace les médiatrices de $[AA']$ et $[BB']$. L'intersection des médiatrices donne le centre de la rotation O.

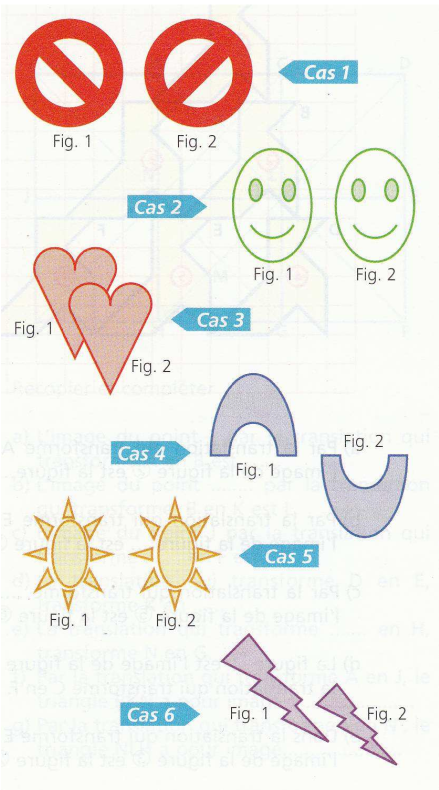
La rotation s'effectue dans le sens inverse des aiguilles d'une montre alors l'angle est positif. L'angle $\widehat{AOA'} = 30°$ donc l'angle de rotation est $+30°$

Exercice d'application En t'aidant du quadrillage de ton cahier, reproduis puis construis l'image de la figure par la rotation $R(O\,;\,60°)$:

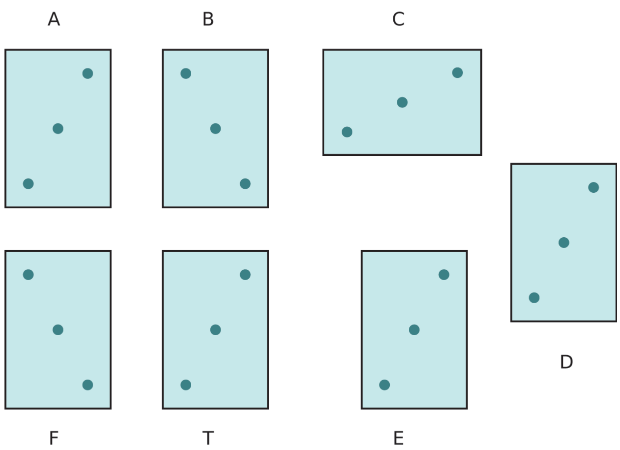


Translation

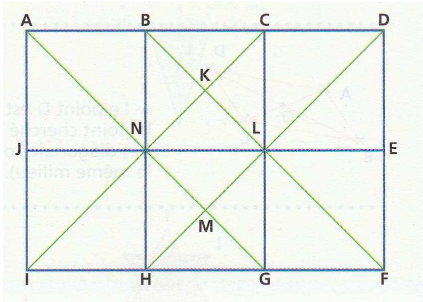
1 Donne les cas où la transformation qui permet de passer de la figure 1 à la figure 2 est une translation :



2 Quelles sont les cartes images de la carte T par une translation ?



3 Recopie et complète :

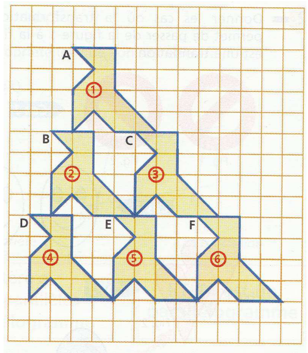


1) L'image du point L par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est ...... ;
2) L'image du point ...... par la translation de vecteur $\overrightarrow{BK}$ est L ;
3) L'image du point J par la translation de vecteur ...... est L ;
4) La translation de vecteur $\overrightarrow{DE}$, transforme K en ...... ;
5) La translation qui transforme ...... en H, transforme N en G ;
6) Par la translation de vecteur $\overrightarrow{AJ}$, le triangle BKN a pour image ...... ;
7) Par la translation de vecteur $\overrightarrow{JN}$, le triangle NLH a pour image ....

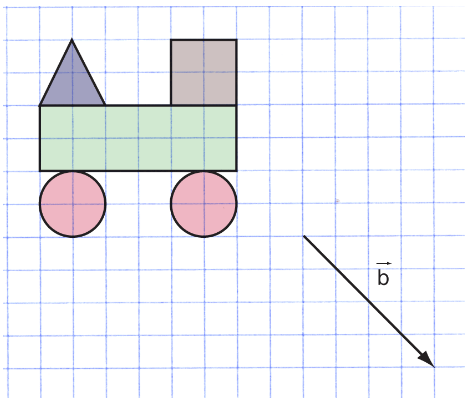
4 Observe la figure ci-après puis recopie et complète dans ton cahier :

1) Par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$, l'image de la figure (2) est la figure ... ;
2) Par la translation de vecteur $\overrightarrow{EC}$, l'image de la figure ... est la figure (2) ;
3) Par la translation qui transforme ... en C, l'image de la figure (5) est la figure (6) ;
4) La figure (3) est l'image de la figure ... par la translation de vecteur $\overrightarrow{CF}$;
5) Dans la translation qui transforme E en ..., l'image de la figure (3) est la figure (2).

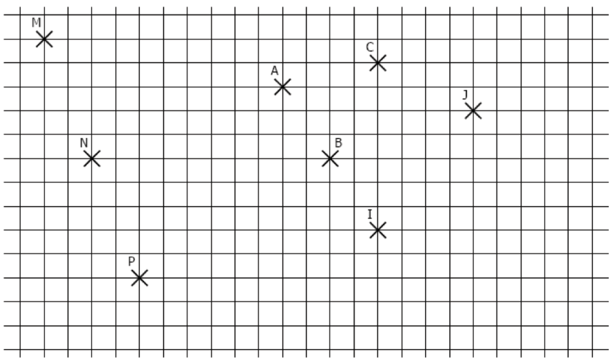
S'entraîner



5 En t'aidant du quadrillage de ton cahier, recopie puis effectue la translation de vecteur $\vec{b}$:

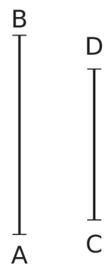


6 En t'aidant du quadrillage de ton cahier, recopie puis effectue les translations :



1) Construis le point M_1, image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$;
2) Construis le point N_1, image de N par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$;
3) Construis le point P_1, image de P par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$;
4) Construis le point M_2, image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$;
5) Construis le point N_2, image de N par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$;
6) Construis le point P_2, image de P par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$;
7) Construis le point I_3, image de I par la translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$;
8) Construis le point J_3, image de J par la translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$;
9) Construis le point A_4, image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$;
10) Construis le point B_4, image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.

7 $[CD]$ est-il l'image de $[AB]$ par une translation ? Justifie ta réponse.



8 **Dans un repère**

Dans ton cahier trace un repère d'unité 1 cm pour chaque axe, puis place les points suivants :

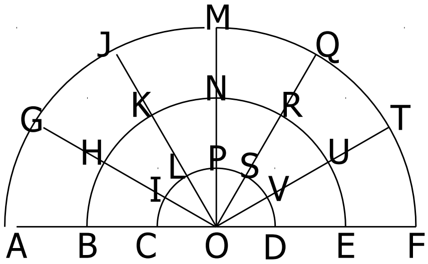
$A(+3\,;\,+2)$	$D(+1\,;\,-3)$
$B(-4\,;\,+3)$	$O(0\,;\,0)$
$C(-2\,;\,-1)$	$T(+2\,;\,-3)$

On considère la translation de vecteur $\overrightarrow{OT}$. Quelles sont les coordonnées des points A', B', C', D', images des points A, B, C, D par cette translation.

Rotation

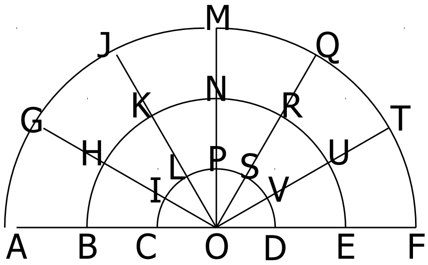
9 Détermine sur la figure ci-dessous quelles sont les images des points donnés par la rotation indiquée :

1) G par $R(O\,;\,+30°)$;
2) T par $R(O\,;\,+60°)$;
3) M par $R(O\,;\,-30°)$;
4) I par $R(O\,;\,-60°)$;
5) F par $R(O\,;\,+90°)$;
6) G par $R(O\,;\,-120°)$;
7) E par $R(O;\,+120°)$;
8) O par $R(O\,;\,+60°)$;
9) E par $R(O\,;\,+180°)$.

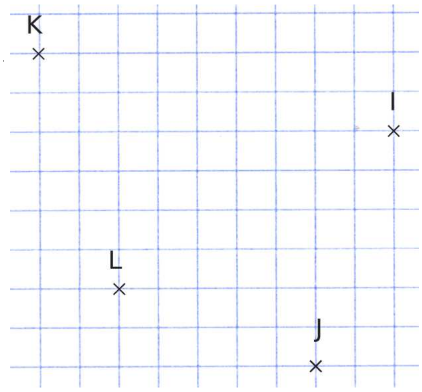


10 Détermine sur la figure ci-dessous, l'angle de la rotation de centre O telle que l'image de …

1) M donne J ;	**4)** P donne V ;	**7)** B donne U ;
2) U donne N ;	**5)** D donne I ;	**8)** F donne A ;
3) K donne N ;	**6)** H donne U ;	**9)** I donne S.



11 En t'aidant du quadrillage de ton cahier reporte ces points :



Dans chaque cas construis le point :

1) J_1 image de J par la rotation de centre I et d'angle $+90°$;

2) K_1 image de K par la rotation de centre I et d'angle $-90°$;

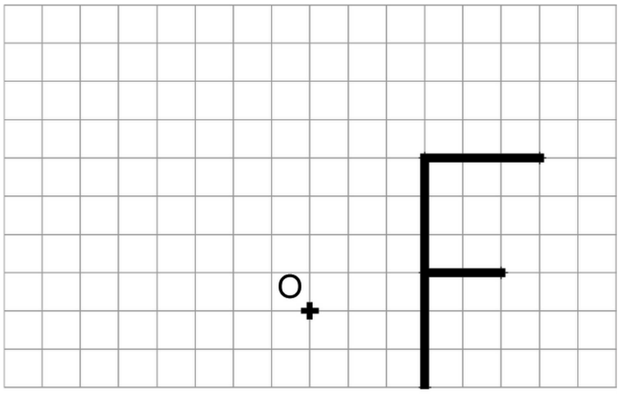
3) L_1 image de L par la rotation de centre I et d'angle $+90°$;

4) I_2 image de I par la rotation de centre K et d'angle $-45°$;

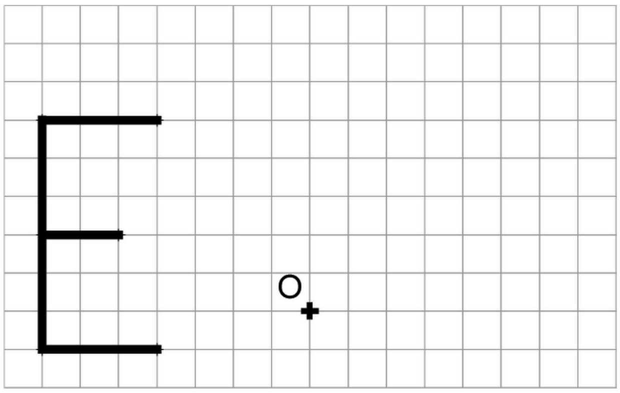
5) J_2 image de J par la rotation de centre K et d'angle $+45°$;

6) L_2 image de L par la rotation de centre K et d'angle $-45°$.

12 Reproduis la lettre F dans ton cahier. Construis l'image la lettre F par la rotation de centre O, d'angle $+90°$.



13 Reproduis la lettre E dans ton cahier. Construis l'image de lettre E par la rotation de centre O, d'angle $-45°$.



14 Soit ABC un triangle tel que $\widehat{BAC}$ mesure $60°$; $[AB]$ mesure 4cm et $[AC]$ mesure 3cm. Soit O un point extérieur au triangle ABC.

1) Faire une figure sur une feuille blanche ;

2) Construire le triangle $A'B'C'$ image du triangle ABC par la rotation de centre O, d'angle $+40°$.

15 Soit A et B deux point distincts. Soit E l'image de B par la rotation de centre A, d'angle $+30°$. Soit F l'image de B par la rotation de centre A, d'angle $-60°$.

1) Trace la figure.

2) Quelle est la nature du triangle AEF ?

Approfondir

16 Tangram

Le Tangram est découpé dans un carré. Il est formé de 5 triangles rectangles isocèles, les pièces ①, ②, ③, ④, ⑤, d'un parallélogramme ⑥ et d'un carré ⑦ :

En observant le dessin de ce puzzle, réponds aux questions suivantes :

1) Quelle est l'image de H par la translation $\overrightarrow{FB}$?
2) Quelle est l'image de I par la rotation de centre J, d'angle 90° ?
3) Quelle est l'image de H par la translation $\overrightarrow{GF}$ suivie de la translation $\overrightarrow{BF}$?
4) Quelle est l'image de B par la symétrie de centre F ?
5) Quelle est l'image de A par la symétrie d'axe (BD) ?
6) Quelle est l'image de J par la symétrie de centre G suivie de la symétrie de centre H ?

17 En repérage

Dans un repère d'unité 1 cm pour chaque axe, on effectue une translation donnée par le point $A(2\,;\,5)$ et son image $A'(5\,;\,8)$.

1) Quelles sont les coordonnées des images des points $B(5\,;\,-1)$, $C(-4\,;\,-2)$ et $D(-4\,;\,2)$?
2) Quelles sont les coordonnées des points dont les images sont $E'(-2\,;\,-3)$, $F'(3\,;\,5)$ et $G'(0\,;\,0)$?

18 Doublé gagnant

Dans un repère d'unité 1 cm pour chaque axe, l'image du triangle ABC par la translation $\vec{T_1}$ est le triangle $A'B'C'$. L'image du triangle $A'B'C'$ par la translation $\vec{T_2}$ est le triangle $A''B''C''$.

Construis les trois triangles ABC, $A'B'C'$ et $A''B''C''$ connaissant les points $A(6\,;\,4)$, $C(16\,;\,2)$, $B'(-8\,;\,-3)$, $C'(-8\,;\,-6)$,et $B''(6\,;\,-8)$.

19 À condition

1) Soit $[AB]$ et $[A'B']$ deux segments isométriques. À quelle(s) condition(s) existe-t-il une translation qui associe $[AB]$ à $[A'B']$?
2) À quelle(s) condition(s) deux cercles C et C' sont-ils images l'un de l'autre par une translation ?

“m

Je teste mes connaissances

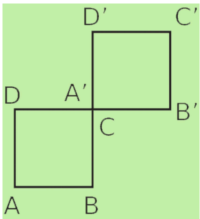
À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- BlaBla1
- BlaBla2
- BlaBla3
- BlaBla4
- BlaBla5
- BlaBla6

QCM d’auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

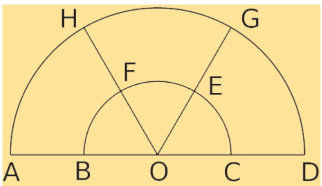
20



Le carré $A'B'C'D'$ est l’image du carré $ABCD$ par la translation de vecteur . . .

(a) $\overrightarrow{AB}$ (b) $\overrightarrow{AC}$ (c) $\overrightarrow{AD}$ (d) $\overrightarrow{BD}$

21



E est l’image de F par la rotation de centre O et d’angle . . .

(a) $+30°$ (b) $-30°$ (c) $+60°$ (d) $-60°$

22 Sur l’image ci-dessus, l’image de D par une rotation de centre O et d’angle 120° est . . .

(a) A (b) H (c) G (d) O

Travaux pratiques

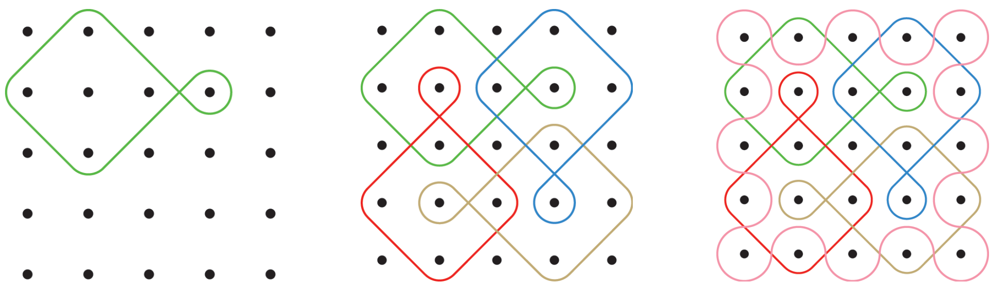
TP 1 Figure de Kolam

Dans l'État du Tamil Nadu, dans le sud-est de l'Inde, les mères enseignent à leurs filles l'art de dessiner avec de la poudre de riz des figures de Kolam qui décorent le seuil des habitations.

1) Sur une feuille blanche, reproduisez la figure A ;

2) Complétez la figure A afin d'obtenir la figure B en effectuant des rotations. Trouvez le centre des rotations ;

3) Complétez la figure pour obtenir la figure C.

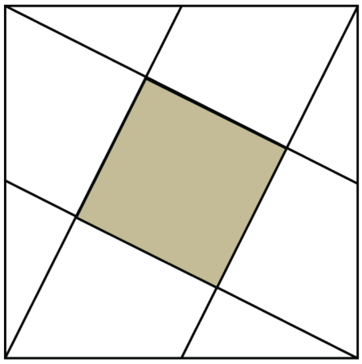


Récréation, énigmes

La dalle (d'après le GVJM)

Dans un jardin carré de 10 m de côté, Maurice tend une corde entre chaque coin et le milieu du côté opposé, comme indiqué sur la figure. Les quatre cordes ainsi tendues délimitent une surface à l'intérieur de laquelle des ouvriers coulent une dalle en ciment (partie ombrée). Quelle est l'aire de cette dalle ?

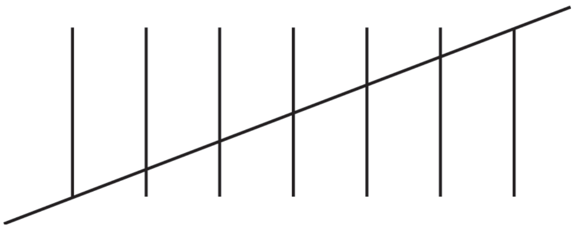
Indice : fais pivoter certains triangles.



La disparition (d'après le GVJM)

Construis 7 bâtonnets de 2 cm de hauteur et distants chacun de 1 cm, selon le croquis ci-dessous. Trace une ligne comme indiqué, du bas du premier bâtonnet au haut du dernier. Coupe ta figure en deux, le long de la ligne tracée. En translatant la partie du haut contre la partie du bas le long de la ligne de coupe, tu peux faire disparaître un bâtonnet.

Comment expliques-tu ce tour de magie ?



CALCUL

7

Nombres rationnels

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Différentes représentations des fractions

Partie A : Premiers partages entre amis

1) Neuf barres de céréales sont à partager équitablement entre quatre enfants. Écris la part de chaque enfant sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction.

2) Douze gaufres au chocolat sont à partager entre dix enfants. Schématise de deux façons différentes ce partage. Écris la part de chaque enfant sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction.

Partie B : Des partages de pizzas !

Quatre amis (Adeline, Bertrand, Chloé et Daniel) ont commandé au total trois pizzas. La part de chacun sera identique.

1) Dessine sur ton cahier ces trois pizzas et représente la part de chacun en supposant qu'ils mangent les pizzas les unes après les autres.

2) On suppose maintenant que Bertrand doit manger en premier et ne réchauffer qu'une seule pizza. Dessine cette pizza et représente sa part.

3) À l'aide des questions précédentes, trouve deux écritures différentes de la part de chacun et déduis-en une égalité.

Partie C : Des tartes aux pommes et des baguettes !

1) Sami a invité neuf de ses amis pour son anniversaire. Il estime que lui et chacun d'entre eux mangeront un quart de tarte aux pommes. Combien de tartes aux pommes doit-il commander ? Et s'il en invite finalement 11 ?

2) Pour un pique-nique organisé par le collège pour les classes de 6e, on estime que chacun des 155 élèves mangera un tiers de baguette. Combien de baguettes faut-il alors prévoir pour ces élèves ?

ACTIVITÉ 2 Partages et comparaisons

Partie A

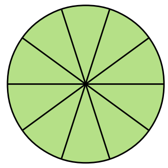
Axel vient de manger 4 carrés de chocolat sur une plaque qui en possède 24. Éloise vient d'en manger 3 sur une plaque de 18 carrés. La plaque de chocolat d'Éloise est identique à celle d'Axel.

1) Représente sur la plaque de chocolat d'Axel, divisée en 24 carrés identiques ce qu'il a mangé ;

2) Effectue le même travail pour représenter ce qu'Éloise a mangé ;

3) En t'aidant des points 1 et 2, détermine qui de Alex ou Éloise a mangé le plus de chocolat.

Partie B



Utilise le disque ci-contre partagé en dix parts égales pour donner une fraction égale à $\frac{1}{2}$ Compare $\frac{1}{2}$ et $\frac{4}{10}$.

Partie C

En utilisant maintenant un disque partagé en cent parts égales, compare $\frac{7}{10}$ et $\frac{3}{4}$.

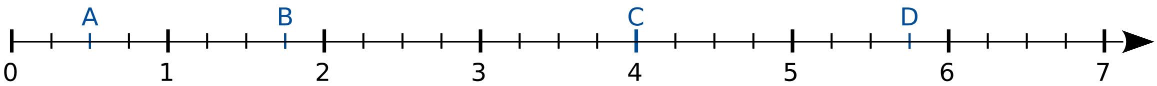
Partie D

Donne une écriture décimale de chacune des fractions des questions précédentes.

ACTIVITÉ 3 Quotients et demi-droite graduée

Partie A

On a tracé ci-dessous une demi-droite graduée :



1) Donne de deux façons différentes les abscisses des points A, B, C et D ;

2) Donne de deux façons différentes l'abscisse du point situé exactement au milieu des points A et B puis celui du point situé exactement au milieu de C et D.

Partie B

Dessine une demi-droite graduée et partage l'unité en 12 parts égales :

1) Combien de ces parts faut-il prendre pour avoir $\frac{1}{6}$ de l'unité ? Même question pour $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ puis $\frac{1}{2}$;

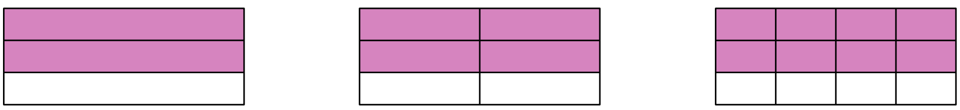
2) Place sur cette demi-droite les points E, F, G et H d'abscisses respectives $\frac{13}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{4}$;

3) Donne de deux façons différentes l'abscisse du point K situé exactement au milieu de G et H.

ACTIVITÉ 4 Égalités de fractions

Partie A : De l'observation et de l'imagination …

On a représenté ci-dessous trois fois le même rectangle avec la même surface coloriée. Chacun d'entre eux a été partagé en parts égales de différentes façons :



Activités d'approche

1) Pour chacun d'entre eux, quelle fraction du rectangle est coloriée en rose ?

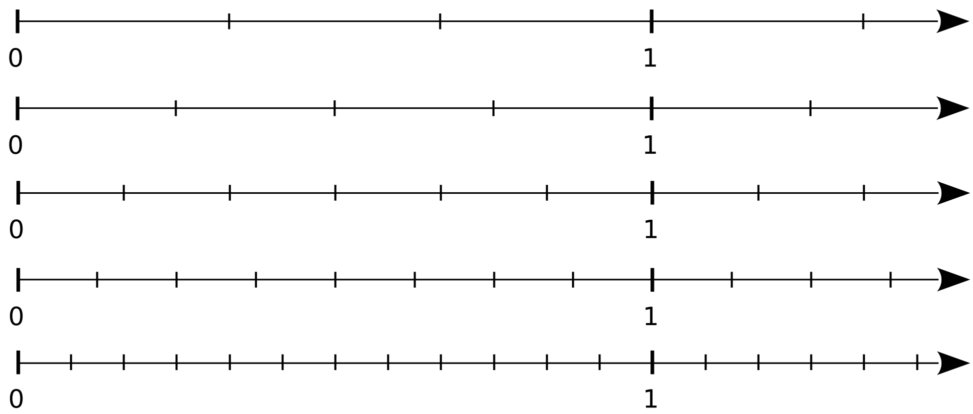
2) À l'aide de la question 1, complète l'égalité suivante : $\frac{2}{3} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$.

3) En utilisant une méthode similaire, écris trois fractions égales à $\frac{10}{12}$.

4) Est-il possible de trouver une fraction égale à $\frac{7}{9}$ ayant pour dénominateur 81 ? Ayant pour dénominateur 11 ?

Partie B : Avec des demi-droites graduées (d'après IREM de Bordeaux)

Décalque l'ensemble des demi-droites graduées ci-dessous :



1) Choisis la demi-droite graduée qui convient le mieux pour placer chacun des nombres suivants : $\frac{4}{3}$; $\frac{8}{6}$ et $\frac{16}{12}$. Que remarques-tu ?

2) Place $\frac{3}{4}$ sur la demi-droite graduée appropriée et déduis-en des fractions égales à $\frac{3}{4}$.

3) En t'inspirant de ce qui précède, propose des fractions égales à 2 puis à 5.

Partie C : Avec la définition du quotient

1) Calcule les produits suivants :

- $2 \cdot 1,5$;
- $6 \cdot 1,5$;
- $8 \cdot 1,5$;
- $10 \cdot 1,5$;
- $12 \cdot 1,5$;
- $22 \cdot 1,5$.

2) À l'aide de la définition du quotient, déduis-en des fractions égales à 1,5.

Partie D : Synthèse

À l'aide de ce qui précède, détermine la condition pour que deux fractions soient égales.

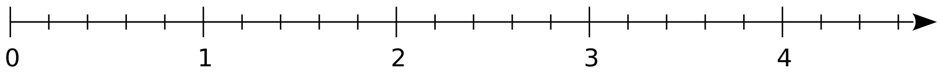
Partie E : Des applications

1) Trouve une fraction « plus simple » (c'est-à-dire avec un **numérateur** et un **dénominateur** plus petits) égale à $\frac{35}{14}$;

2) En détaillant ta démarche, détermine une fraction égale à $\frac{5,1}{0,75}$.
Simplifie, si possible, cette fraction.

Activités d'approche

ACTIVITÉ 5 Comparaisons dans les cas simples



Lola la tortue et Jeannot le lapin décident de faire une course sur la demi-droite graduée ci-dessus. Le point de départ est l'origine de la demi-droite. Lola parcourt $\frac{7}{5}$ d'unité et Jeannot parcourt $\frac{12}{5}$ d'unité.

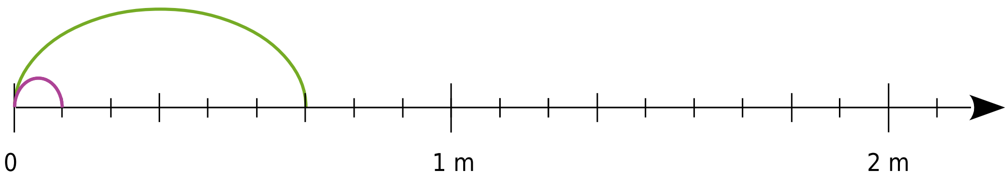
1) Reproduis la demi-droite graduée ci-dessus puis places-y les points L et J pour indiquer les positions de Lola et de Jeannot.

2) Lequel des deux a parcouru le plus grand trajet ? Parmi les fractions $\frac{7}{5}$ et $\frac{12}{5}$, quelle est la plus grande ?

3) En t'aidant de la question 2, énonce une règle qui permet de comparer des fractions de même dénominateur.

4) Applique la règle que tu as trouvée pour comparer $\frac{25}{109}$ et $\frac{38}{109}$ puis $\frac{7,9}{23}$ et $\frac{7,09}{23}$.

ACTIVITÉ 6 Comparaisons dans les cas complexes



Zouzou le kangourou et Charlotte la puce décident de faire une course sur la demi-droite graduée ci-dessus. Le point de départ est l'origine de la demi-droite. Zouzou fait des bonds de $\frac{2}{3}$ de mètre (en vert) tandis que Charlotte fait des bonds de $\frac{1}{9}$ de mètre (en rose).

1) Charlotte a fait 11 bonds tandis que Zouzou n'en a fait que 2. Reproduis la demi-droite graduée ci-dessus puis places-y les points C et Z pour indiquer les positions de Charlotte et de Zouzou.

2) Complète les phrases suivantes :
- « Charlotte a parcouru $\frac{\cdots\cdots}{9}$ de mètre. »
- « Zouzou a parcouru $\frac{\cdots\cdots}{3}$ de mètre, ce qui équivaut à $\frac{\cdots\cdots}{9}$ de mètre. »

3) En t'aidant de la question 2, indique lequel des deux a parcouru le plus grand trajet. Parmi les fractions $\frac{11}{9}$ et $\frac{4}{3}$, quelle est la plus grande ?

4) Énonce une règle qui permet de comparer des fractions de dénominateurs différents.

5) Applique la règle que tu as trouvée pour comparer $\frac{8}{3}$ et $\frac{39}{15}$ puis $\frac{2,1}{12}$ et $\frac{6,03}{36}$.

Activités d'approche

ACTIVITÉ 7 Prendre une fraction d'une quantité

Partie A : C'est pas de la tarte !

1) Florence a acheté une tarte de 400 g qu'elle a partagée en huit parts égales. Très gourmande, elle en a mangé les trois huitièmes. Calcule la masse d'une part de tarte et déduis-en la quantité, en grammes, mangée par Florence.

2) Pour fêter son anniversaire, Patrice a acheté trois tartes identiques à celle de Florence.
À la fin de la fête, il annonce fièrement : « J'ai mangé le huitième des tartes ! ». Quelle quantité de tarte, en grammes, a-t-il mangée ?

3) Quelle autre opération permet de retrouver les réponses précédentes ?
Complète alors : « Prendre les $\frac{3}{8}$ de 400 revient à .... ».

Copyleft Manuel Flury
Wikimedia commons
Licence GNU-FDL 1.2

Partie B : Histoire de sous ...

Mario devait 5 sésames (monnaie utilisée en Sésamathie, pays des sésamatheux) à Bastien. Comme il ne les a pas rendus en temps et en heure, Bastien lui réclame des intérêts en lui demandant maintenant de lui donner les sept tiers de cette somme.

1) Mario se dit que « prendre 7 tiers de 5, c'est prendre 7 fois le tiers de 5. Or le tiers de 5, c'est le quotient de 5 par 3, soit exactement ... ».

Poursuis son raisonnement pour déterminer la somme exacte à rembourser.

2) Complète : « Prendre les $\frac{7}{3}$ de 5 revient à .... ».

ACTIVITÉ 8 Quelques applications

Partie A : Question de méthode !

1) Calcule chacun des produits suivants de trois façons différentes :

- $8 \cdot \frac{7}{4}$;
- $2{,}5 \cdot \frac{2}{5}$;
- $\frac{12}{6} \cdot 9$.

Dans chaque cas, y a-t-il une méthode plus simple que les autres ? Explique.

2) Pour trouver une écriture décimale exacte de $21 \cdot \frac{3}{7}$, Chloé affirme qu'on ne peut pas utiliser l'une des méthodes. A-t-elle raison ? Explique.

3) Choisis la méthode qui te semble la plus astucieuse pour calculer les produits suivants :

- $1{,}89 \cdot \frac{100}{9}$;
- $15 \cdot \frac{2}{3}$;
- $45 \cdot \frac{8}{4}$.

4) On voudrait trouver la valeur exacte de $5 \cdot \frac{7}{3}$. Calcule ce produit en utilisant les trois méthodes. Quelle réponse donnerais-tu à la question posée ?

Partie B : Multiplier par 0,1 ; par 0,01 ; ...

1) En remplaçant 0,1 par une fraction décimale, calcule $5,4 \cdot 0,1$.
De la même façon, calcule $0,791 \cdot 0,001$ puis $2\,009 \cdot 0,01$.

2) Quelle autre opération peut-on effectuer à la place d'une multiplication par 0,1 ? Par 0,01 ? Et par 0,001 ?

Partie C : Des conversions

1) Complète : $56,5 \text{ cm} = 56,5 \cdot \ldots \text{ cm} = 56,5 \cdot \dfrac{1}{\ldots}\text{m} = \left(56,5 \cdot \dfrac{1}{\ldots}\right)\text{m} = \dfrac{\ldots}{\ldots}\text{m} = \ldots \text{ m}.$

2) En reproduisant un raisonnement du même type, convertis 87,2 mm en m.

ACTIVITÉ 9 Appliquer un taux de pourcentage

Partie A

Un commerçant consent une remise de 18 % sur tous ses articles :

1) Combien représente cette remise sur un article valant 100 CHF au départ ?
Même question pour un article valant 1 CHF, puis pour un article valant 135 CHF au départ.

2) Par quel nombre faut-il multiplier le prix de départ d'un article (en CHF) pour connaître le montant de la remise (en CHF) ? (Tu donneras ce nombre sous la forme d'une fraction décimale).

3) Complète : « Prendre 18 % d'un nombre revient à . . . . ».

Partie B

Dans un magasin, un article coûte 240 CHF. Calcule le montant de la remise lorsque celle-ci est de 50 %. Que remarques-tu ? À quelle fraction du prix de cet article correspond cette remise ? Mêmes questions pour une remise de 25 % puis de 75 %.

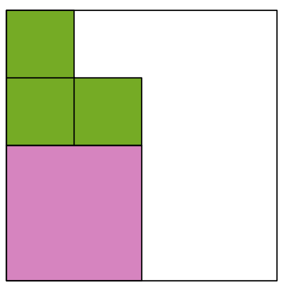
Partie C

Dans un autre magasin, on accorde 16 % de remise sur un article coûtant 300 CHF.
Détermine astucieusement le montant de cette remise.

ACTIVITÉ 10 Additions et soustractions

1) Complète par des fractions les phrases suivantes :

- L'aire de la région verte représente $\dfrac{3}{\ldots}$ de l'aire totale ;
- L'aire de la région rose représente $\dfrac{1}{\ldots}$ de l'aire totale.



Activités d'approche

2) Écris le calcul à effectuer pour obtenir l'aire que représente la région coloriée par rapport à l'aire totale.

3) Reproduis le carré ci-contre puis effectue des tracés judicieux pour obtenir ce que représente l'aire des deux régions verte et rose par rapport à l'aire totale.

4) Complète l'égalité suivante : $\dfrac{3}{16} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$.

5) Que faudrait-il faire pour retrouver ce résultat par le calcul ?

6) Énonce une règle qui permet d'additionner ou de soustraire des fractions de dénominateurs différents.

7) Applique la règle que tu as trouvée pour effectuer le calcul suivant : $\dfrac{2}{5} + \dfrac{1}{30}$.

À CONNAÎTRE

La **fraction** $\frac{a}{b}$ est le quotient de l'entier relatif a par l'entier relatif b (avec $b \neq 0$), ainsi : $\frac{a}{b} = a : b$. Le nombre a s'appelle le **numérateur**, b est le **dénominateur** et le trait horizontal est la **barre de fraction**. Un nombre **rationnel** est un nombre qui peut s'écrire comme une fraction.

MÉTHODE 1 Utiliser la définition du quotient

Exemple Parmi les nombres suivants : $\frac{3}{4}, \frac{23}{2,3}, \frac{13}{15}, \frac{0}{10}, \frac{1,2}{5}$, détermine ceux qui ne sont pas une fraction.

Une fraction possède un numérateur **et** un dénominateur entier. Donc $\frac{23}{2,3}$ et $\frac{1,2}{5}$ ne sont pas des fractions.

Remarque : Les quotients $\frac{23}{2,3}, \frac{1,2}{5}$ utilisent l'écriture fractionnaire mais ne sont pas des fractions. Par contre ce sont des nombres rationnels car $\frac{23}{2,3} = 10$ et $\frac{1,2}{5} = 0,24$.

Exercice d'application

À CONNAÎTRE

Une **fraction décimale** est une fraction dont le dénominateur est 1, 10, 100, 1 000 ...Un nombre pouvant s'écrire sous la forme d'une fraction décimale est un **nombre décimal**. Il peut aussi se noter en utilisant une virgule ; c'est son **écriture décimale**.

MÉTHODE 2

Exemple Donne l'écriture décimale du nombre $\frac{567}{10}$:

L'écriture décimale est obtenue en calculant la division $567 : 10 = 56,7$.

Exemple Écris 0,25 sous la forme d'une fraction décimale.

Une fraction décimale a pour dénominateur 1, 10, 100, 1 000, ...
Le chiffre 5 occupe la position des centièmes.
On obtient la fraction décimale $0,25 = \frac{25}{100}$.

Exercice d'application Donne l'écriture décimale des nombres :

1) $\frac{12}{5}$; 2) $\frac{2,5}{2}$; 3) $\frac{4}{2,5}$.

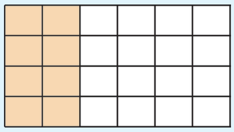
Exercice d'application Écris les nombres suivants sous la forme d'une fraction décimale :

1) $0,8$; 2) $0,12$; 3) $1,541$.

Cours - Méthodes

MÉTHODE 3 Fraction d'un tout

Exemple Détermine quelle fraction de la figure est colorée.

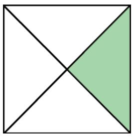


La figure est divisée en 24 parties identiques et 8 sont colorées. On a coloré les $\frac{8}{24}$ de la figure.

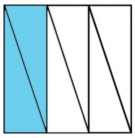
Remarque : La division de la figure aurait pu être en 12 parties identiques dont 4 sont colorées, c'est-à-dire, $\frac{4}{12}$ de la figure ou les $\frac{2}{6}$ de la figure ou les $\frac{1}{3}$ de la figure. Mais toutes ces fractions sont égales.

Exercice d'application Pour chaque figure donne la fraction de la partie colorée :

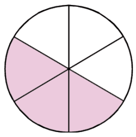
1)



2)



3)

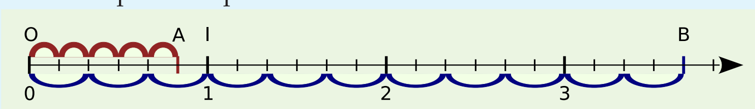


MÉTHODE 4 Placer le quotient de deux entiers sur une demi-droite graduée

Exemple Place sur une même demi-droite graduée les points A et B d'abscisses respectives $\frac{5}{6}$ et $\frac{11}{3}$.

On choisit une longueur unité OI que l'on partage en six parts égales. Chacune de ces parts correspond donc à $\frac{1}{6}$ de l'unité.

- Pour placer le point A, on utilise $\frac{5}{6} = 5 \cdot \frac{1}{6}$ et on reporte donc cinq sixièmes à partir du point O.



- Pour placer le point B, on remarque que deux parts correspondent à $\frac{1}{3}$ de l'unité et on utilise $\frac{11}{3} = 11 \cdot \frac{1}{3}$. On reporte donc 11 tiers à partir du point O.

Exercice d'application Sur une même demi-droite graduée, place les points $E\left(\frac{3}{4}\right)$; $F\left(2 - \frac{1}{4}\right)$ et $G\left(\frac{5}{2}\right)$.

À CONNAÎTRE

Un quotient ne change pas quand on **multiplie** ou qu'on **divise** son numérateur et son dénominateur par un **même nombre** non nul :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k} \text{ ou } \frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$$ où a, b et k sont des nombres, avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$.

MÉTHODE 5 Reconnaître des écritures fractionnaires égales

Exemple Montre que $\frac{5}{7}$ et $\frac{40}{56}$ représentent un même nombre.

On sait que $5 \cdot 8 = 40$ et que $7 \cdot 8 = 56$. En multipliant le numérateur et le dénominateur par le même nombre, on obtient $\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 8}{7 \cdot 8} = \frac{40}{56}$, ce qui signifie que $\frac{5}{7}$ et $\frac{40}{56}$ représentent le même nombre.

Exemple Parmi $\frac{21}{27}$; $\frac{56}{81}$; $\frac{0,7}{0,9}$; $\frac{48}{63}$ et $\frac{23,1}{29,7}$ relève les nombres égaux à $\frac{7}{9}$.

- $\frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 3}{9 \cdot 3} = \frac{21}{27}$ donc $\frac{7}{9} = \frac{21}{27}$;
- $\frac{0,7}{0,9} = \frac{0,7 \cdot 10}{0,9 \cdot 10} = \frac{7}{9}$ donc $\frac{7}{9} = \frac{0,7}{0,9}$;
- On remarque que $7 \cdot 8 = 56$ et que $9 \cdot 8 = 72$ donc $\frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 8}{9 \cdot 8} = \frac{56}{72}$ et $\frac{7}{9} \neq \frac{56}{81}$;
- On remarque que $9 \cdot 7 = 63$ et que $7 \cdot 7 = 49$ donc $\frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 7}{9 \cdot 7} = \frac{49}{63}$ et $\frac{7}{9} \neq \frac{48}{63}$;
- On détermine le nombre qui multiplié par 7 donne 23,1. Ce nombre est $\frac{23,1}{7}$. En effectuant la division, on trouve $23,1 : 7 = 3,3$.
  Or $9 \cdot 3,3 = 29,7$ donc $\frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 3,3}{9 \cdot 3,3} = \frac{23,1}{29,7}$.

Les écritures fractionnaires de la liste égales à $\frac{7}{9}$ sont donc $\frac{21}{27}$; $\frac{0,7}{0,9}$; $\frac{23,1}{29,7}$.

Exercice d'application Parmi les nombres $\frac{45}{27}$; $\frac{0,05}{0,03}$; $\frac{54}{33}$; $\frac{90}{54}$ et $\frac{40}{25}$ relève ceux qui sont égaux à $\frac{5}{3}$.

Exercice d'application Trouve une fraction égale à chaque fraction de la liste $\frac{40}{90}$; $\frac{18}{72}$; $\frac{16}{24}$ et $\frac{125}{75}$.

Cours - Méthodes

À CONNAÎTRE

Amplifier une fraction consiste à obtenir une fraction égale en multipliant le numérateur et le dénominateur par le même nombre entier non nul.

Simplifier ou réduire une fraction consiste à obtenir une fraction égale en divisant le numérateur et le dénominateur par le même nombre entier non nul.

Une **fraction irréductible** est une fraction qu'on ne peut plus simplifier.

MÉTHODE 6 Simplifier une fraction

Exemple Rends la fraction $\dfrac{48}{60}$ irréductible.

On utilise les critères de divisibilité connus et les tables de multiplication :

- Le chiffre des unités de 48 est 8 et celui de 60 est 0 donc 48 et 60 sont divisibles par 2. Ainsi $\dfrac{48}{60} = \dfrac{2 \cdot 24}{2 \cdot 30} = \dfrac{24}{30}$ On dit qu'on a **simplifié** la fraction $\dfrac{48}{60}$ par 2.
- On remarque que 24 et 30 sont des multiples de 6. On peut donc encore simplifier la fraction par 6. Ainsi $\dfrac{24}{30} = \dfrac{6 \cdot 4}{6 \cdot 5} = \dfrac{4}{5}$.

Une fraction plus simple égale à $\dfrac{48}{60}$ est donc par exemple $\dfrac{24}{30}$ ou encore $\dfrac{4}{5}$. $\dfrac{4}{5}$ n'est plus simplifiable. C'est la fraction irréductible égale à $\dfrac{48}{60}$.

Exemple Écris 2,5 sous la forme d'une fraction irréductible :

$2,5 = \dfrac{25}{10} = \dfrac{5 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \dfrac{5}{2}$.

Exercice d'application Rends irréductible les fractions : $\dfrac{27}{36}$, $\dfrac{75}{30}$, $\dfrac{45}{39}$.

Exercice d'application Simplifie $\dfrac{20}{12}$ puis trouve un autre quotient égal dont le dénominateur est 21.

Exercice d'application Écris les nombres suivants sous la forme d'une fraction irréductible :

1) 0,5 ; 2) 1,5 ; 3) 0,8.

À CONNAÎTRE

Pour **comparer des nombres en écriture fractionnaire**, on les écrit avec le même dénominateur, puis on les range dans le même ordre que leurs numérateurs.

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est supérieur à son dénominateur, alors il est supérieur à 1. Si son numérateur est inférieur à son dénominateur alors il est inférieur à 1.

MÉTHODE 7 Comparer

Exemple Compare les fractions $\frac{12}{4}$ et $\frac{57}{20}$:

$\frac{12}{4} = \frac{12 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{60}{20}$ → On écrit la fraction $\frac{12}{4}$ avec le dénominateur 20 ;

$60 > 57$ → On compare les numérateurs ;

d'où $\frac{60}{20} > \frac{57}{20}$ → On range les expressions fractionnaires dans le même ordre que leurs numérateurs ;

$\frac{12}{4} > \frac{57}{20}$ → On conclut.

Exercice d'application Range dans l'ordre croissant les nombres : $\frac{21}{18}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{10}{9}$.

Exercice d'application Range dans l'ordre décroissant les nombres : $\frac{6}{13}$; $\frac{9}{7}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{11}{13}$; $\frac{17}{7}$.

À CONNAÎTRE

Pour multiplier un nombre décimal a par une fraction $\frac{b}{c}$ (avec $c \neq 0$),

- on calcule le quotient $b : c$ puis on multiplie le résultat par a ;
- ou on calcule le produit $a \cdot b$ puis on divise le résultat par c ;
- ou on calcule le quotient $a : c$ puis on multiplie le résultat par b.

À CONNAÎTRE

Prendre une fraction d'une quantité, c'est multiplier la fraction par la quantité.

Cours - Méthodes

MÉTHODE 8 Prendre une fraction d'une quantité

REMARQUE : Peu importe la méthode, on divise toujours par le dénominateur de la fraction.

Exemple Calcule $45 \cdot \frac{4}{5}$:

- $45 \cdot \frac{4}{5} = 45 \cdot (4 : 5) = 45 \cdot 0,8 = 36$;
- ou $45 \cdot \frac{4}{5} = \frac{45 \cdot 4}{5} = \frac{180}{5} = 36$;
- ou $45 \cdot \frac{4}{5} = \frac{45}{5} \cdot 4 = 9 \cdot 4 = 36$.

REMARQUE : La dernière méthode semble ici plus rapide car les calculs peuvent se faire aisément de tête.

Exemple Amélie a dépensé les cinq septièmes de ses économies qui s'élevaient à 14,70 CHF. Calcule le montant de sa dépense.

Calculer les cinq septièmes de 14,7, c'est multiplier $\frac{5}{7}$ par 14,7.

$\frac{5}{7} \cdot 14,7 = \frac{14,7}{7} \cdot 5 = 2,1 \cdot 5 = 10,5$. (C'est ici la méthode la plus simple).

Amélie a donc dépensé 10,50 CHF.

Exemple 36 % des 425 élèves d'un collège sont externes. Combien d'élèves de ce collège sont externes ?

Prendre 36 % de 425, c'est multiplier $\frac{36}{100}$ par 425.

$\frac{36}{100} \cdot 425 = \frac{36 \cdot 425}{100} = \frac{15\,300}{100} = 153$

Il y a donc 153 élèves externes dans ce collège.

Exercice d'application Calcule :

1) $5,6 \cdot \frac{10}{7}$; 2) $45 \cdot \frac{9}{5}$; 3) $4,6 \cdot \frac{18}{9}$;

Exercice d'application Les deux tiers des 60 salariés d'une entreprise sont des ouvriers, un quart sont des techniciens et les autres sont des cadres. Détermine le nombre de salariés dans chacune des catégories.

Exercice d'application Lundi, sur 23 kg de raisin récoltés, le vigneron a dû en jeter 12 %. Quelle masse de raisin a-t-il jetée lundi ?

Cours - Méthodes

À CONNAÎTRE

Pour **additionner ou soustraire des fractions** :

- on met les fractions au même dénominateur, en amplifiant ou en simplifiant ;
- on additionne ou on soustrait les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Cours - Méthodes

MÉTHODE 9 Additionner ou soustraire des fractions

Exemple Calcule l'expression $A = \dfrac{7}{3} + \dfrac{5}{4}$:

Multiples de 3 : $3\,;6\,;9\,;\boxed{12}\,;15\,;\ldots$

Multiples de 4 : $4\,;8\,;\boxed{12}\,;16\,;\ldots$ → On cherche le plus petit multiple commun non nul à 3 et 4 ;

$A = \dfrac{7 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \dfrac{5 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \dfrac{28}{12} + \dfrac{15}{12}$ → On écrit les fractions avec le même dénominateur 12 ;

$A = \dfrac{43}{12}$ → On additionne les numérateurs et on garde le dénominateur ;

$A = \dfrac{43}{12}$ → On simplifie la fraction lorsque c'est possible.

Exemple Calcule l'expression $B = 6 - \dfrac{3}{4}$:

$B = \dfrac{6}{1} - \dfrac{3}{4}$ → On transforme le nombre 6 en une fraction en ajoutant une division par 1 ;

$B = \dfrac{6 \cdot 4}{1 \cdot 4} - \dfrac{3}{4} = \dfrac{24}{4} - \dfrac{3}{4}$ → Le ppmc de 1 et 4 est 4. On écrit les fractions avec le même dénominateur 4 ;

$B = \dfrac{21}{4}$ → On soustrait les numérateurs et on garde le dénominateur ;

$B = \dfrac{21}{4}$ → On simplifie la fraction lorsque c'est possible.

Exercice d'application Calcule les expressions suivantes :

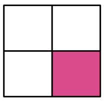
1) $\dfrac{7}{3} + \dfrac{6}{12}$; 2) $\dfrac{3}{5} + \dfrac{7}{20}$; 3) $\dfrac{3}{5} - \dfrac{1}{4}$; 4) $\dfrac{67}{11} - 5$.

Fractions et partage

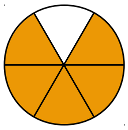
1 **Un peu de vocabulaire**

Pour chaque figure, indique la fraction de la surface totale qui est colorée :

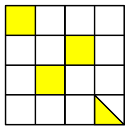
1)



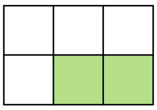
3)



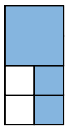
5)



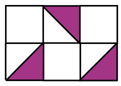
2)



4)

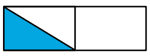


6)

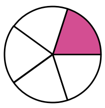


2 Dans quelle(s) figure(s) la surface colorée est-elle égale au quart de la surface totale ?

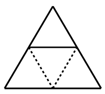
1)



2)



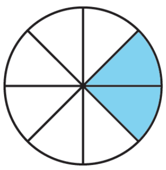
3)



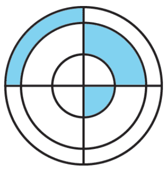
3 **Drôles de partages**

Dans quelle(s) figure(s) la surface colorée est-elle égale au quart de la surface totale ?

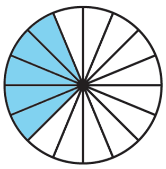
1)



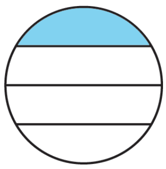
3)



2)



4)

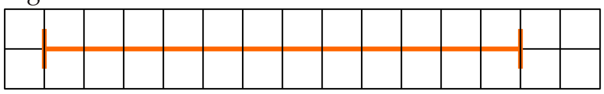


4 **Avec des quadrilatères**

1) Trace un carré de côté 5 cm et colorie trois quarts de sa surface.
2) Trace un rectangle de largeur 3 cm et de longueur 7 cm. Colorie $\frac{7}{21}$ de sa surface.
3) Trace un carré de côté 3 cm et colorie un sixième de sa surface.

5 **Avec un segment**

1) En utilisant le quadrillage de ton cahier, reproduis le segment suivant :



2) Construis un segment dont la longueur par rapport à celle du segment de la question 1 est :
   - $\frac{1}{4}$;
   - $\frac{1}{6}$;
   - $\frac{5}{4}$.

Différentes écritures

6 Donne une écriture fractionnaire des nombres suivants :

1) une demie ;
2) cinq douzièmes ;
3) deux tiers ;
4) sept demis ;
5) trois quarts ;
6) cent dix-neuvièmes ;
7) moins un quart ;
8) moins trois septièmes.

7 Donne une écriture décimale des nombres :

1) deux centièmes ;
2) quarante dixièmes ;
3) trois dixièmes ;
4) cinq-cent millièmes ;
5) cinq cent-millièmes ;
6) neuf tiers ;
7) moins vingt-deux dixièmes ;
8) moins cent vingt-trois millièmes.

8 Détermine la fraction dont le dénominateur est le numérateur de $\frac{41}{17}$ et dont le numérateur est le triple du dénominateur de $\frac{53}{9}$.

9 Recopie et complète par deux entiers consécutifs les encadrements suivants :

1) $\ldots < \frac{36}{10} < \ldots$;
2) $\ldots < \frac{2}{7} < \ldots$;
3) $\ldots < \frac{11}{3} < \ldots$;
4) $\ldots < \frac{49}{8} < \ldots$;

10 Recopie et complète par deux entiers consécutifs les encadrements suivants :

1) $\ldots < \frac{-12}{10} < \ldots$;
2) $\ldots < \frac{-18}{7} < \ldots$;
3) $\ldots < \frac{-44}{3} < \ldots$;
4) $\ldots < \frac{-35}{8} < \ldots$;

11 Parmi les fractions suivantes, indique celles qui sont égales à des nombres entiers, puis celles qui sont inférieures à 1 :

S'entraîner

$\dfrac{42}{10}$; $\dfrac{8}{2}$; $\dfrac{36}{5}$; $\dfrac{1}{6}$; $\dfrac{27}{3}$; $\dfrac{126}{9}$; $\dfrac{87}{2}$; $\dfrac{132}{4}$; $\dfrac{4}{3}$; $\dfrac{33}{42}$.

12 Recopie et complète :

1) $\dfrac{\ldots\ldots}{9} = 1$; **3)** $0 = \dfrac{\ldots\ldots}{6}$; **5)** $\dfrac{1}{\ldots\ldots} = 0{,}001$;

2) $5 = \dfrac{\ldots\ldots}{8}$; **4)** $\dfrac{\ldots\ldots}{2} = 4{,}5$; **6)** $2{,}5 = \dfrac{\ldots\ldots}{4}$.

13 On considère le quotient 12 : 5 :

1) Donne une écriture fractionnaire de ce quotient. Quel est le numérateur ? Le dénominateur ?

2) Donne une écriture décimale de ce quotient.

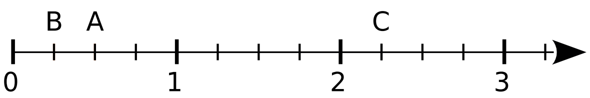
3) Reprends les questions 1 et 2 en considérant maintenant le quotient 7 : 8.

14 Donne l'écriture décimale de chaque nombre :

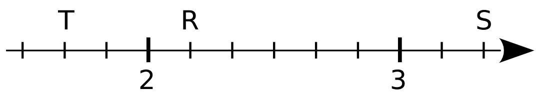
1) $\dfrac{1}{8}$; **2)** $\dfrac{46}{5}$; **3)** $\dfrac{56}{70}$; **4)** $\dfrac{11}{16}$; **5)** $\dfrac{153}{12}$.

Demi-droite graduée

15 Donne, sous forme d'une fraction, l'abscisse de chacun des points A, B et C placés sur la demi-droite graduée ci-dessous :



Donne, sous forme d'une fraction, l'abscisse de chacun des points R, S et T placés sur la demi-droite graduée ci-dessous :



16 Trace une demi-droite graduée en prenant 10 cm pour une unité et place les points M, N, P et Q d'abscisses respectives $\dfrac{3}{10}$; 0,7 ; $\dfrac{12}{10}$ et $\dfrac{2}{5}$.

17 Trace une demi-droite graduée en prenant 10 cm pour une unité et place les points M, N, P et Q d'abscisses respectives $-\dfrac{7}{10}$; $-0{,}3$; $-\dfrac{2}{10}$ et $-\dfrac{8}{5}$.

18 Trace une demi-droite graduée en prenant une unité de 3 cm. Place les nombres $\dfrac{5}{3}$; $\dfrac{7}{3}$; 0,2 ; $\dfrac{4}{5}$; $\dfrac{17}{5}$ et 1,5.

19 En choisissant judicieusement la longueur d'une graduation, place précisément sur une demi-droite graduée les points A, B, C, D et E d'abscisses respectives $\dfrac{5}{12}$, $\dfrac{7}{6}$, $\dfrac{2}{3}$, $\dfrac{3}{2}$ et $\dfrac{5}{4}$.

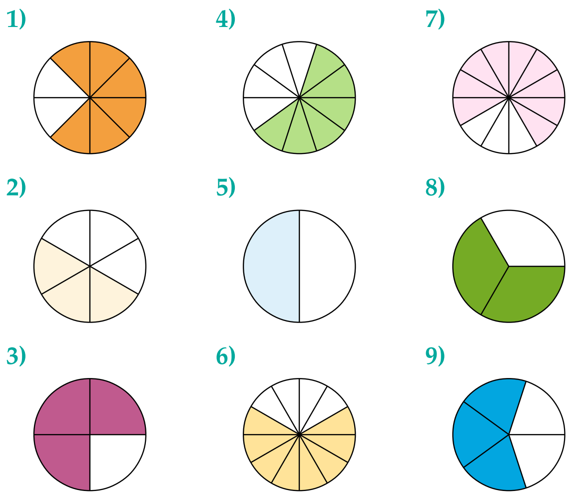
20 Trace une demi-droite graduée en prenant 7 cm pour une unité et place les points E, F et G d'abscisses respectives $\dfrac{2}{7}$, $1 + \dfrac{3}{7}$ et $1 - \dfrac{4}{7}$.

21 Place précisément sur une demi-droite graduée les points U, V et W d'abscisses respectives $2 + \dfrac{1}{3}$, $6 - \dfrac{2}{3}$ et $3 + \dfrac{4}{3}$.

Amplifier, simplifier, égalités

22 **Partage de disques**

En t'inspirant des schémas ci-dessous, écris des égalités de fractions :



23 **Numérateur ou dénominateur fixé**

Recopie et complète :

1) $\dfrac{4}{5} = \dfrac{4\cdot\ldots}{5\cdot\ldots} = \dfrac{\ldots}{15}$; **4)** $\dfrac{15}{18} = \dfrac{\ldots\cdot\ldots}{6\cdot\ldots} = \dfrac{\ldots}{6}$;

2) $\dfrac{2}{7} = \dfrac{2\cdot\ldots}{7\cdot\ldots} = \dfrac{\ldots}{56}$; **5)** $\dfrac{7}{14} = \dfrac{1\cdot\ldots}{\ldots\cdot\ldots} = \dfrac{1}{\ldots}$;

3) $\dfrac{4}{3} = \dfrac{4\cdot\ldots}{3\cdot\ldots} = \dfrac{\ldots}{9}$; **6)** $\dfrac{12}{20} = \dfrac{\ldots\cdot\ldots}{2\cdot\ldots} = \dfrac{\ldots}{\ldots}$.

24 **Numérateur ou dénominateur fixé (bis)**

Recopie et complète :

1) $\dfrac{7}{3} = \dfrac{\ldots}{6}$; **3)** $\dfrac{7}{5} = \dfrac{21}{\ldots}$; **5)** $\dfrac{12}{8} = \dfrac{\ldots}{4}$;

2) $\dfrac{1}{4} = \dfrac{2}{\ldots}$; **4)** $\dfrac{3}{4} = \dfrac{\ldots}{100}$; **6)** $\dfrac{100}{80} = \dfrac{25}{\ldots}$.

S'entraîner

25 Avec une étape

Recopie et complète :

1) $\frac{10}{6} = \frac{\dots}{3} = \frac{25}{\dots}$;

2) $\frac{12}{15} = \frac{\dots}{5} = \frac{8}{\dots}$;

3) $\frac{27}{18} = \frac{\dots}{2} = \frac{15}{\dots}$;

4) $\frac{45}{60} = \frac{3}{\dots} = \frac{\dots}{28}$;

5) $\frac{26}{65} = \frac{\dots}{5} = \frac{\dots}{10}$;

6) $\frac{49}{42} = \frac{7}{\dots} = \frac{\dots}{72}$.

26 Égalités de fractions

Dans chaque cas, indique, en justifiant, si les fractions données sont égales :

1) $\frac{2}{3}$ et $\frac{10}{15}$;

2) $\frac{12}{8}$ et $\frac{36}{16}$;

3) $\frac{12}{15}$ et $\frac{4}{5}$;

4) $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{9}$.

27 À la recherche des nombres égaux

Trouve, parmi les nombres suivants, ceux qui sont égaux :

- $A = \frac{7}{4}$;
- $B = \frac{3}{7}$;
- $C = \frac{12}{5}$;
- $D = \frac{9}{49}$;
- $E = \frac{3}{2}$;
- $F = \frac{33}{100}$;
- $G = \frac{28}{16}$;
- $H = \frac{1}{3}$;
- $I = \frac{21}{49}$;
- $J = \frac{14}{8}$;
- $K = 1{,}5$;
- $L = \frac{18}{12}$;
- $M = \frac{1{,}2}{0{,}5}$;
- $N = \frac{15}{10}$;
- $P = 0{,}33$;
- $Q = \frac{45}{105}$.

28 Intrus

Dans chacune des listes de fractions suivantes se cache un intrus. Trouve-le en justifiant.

1) $\frac{80}{100}$; $\frac{16}{20}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{34}{40}$; $\frac{8}{10}$;

2) $\frac{12}{16}$; $\frac{15}{25}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{75}{100}$; $\frac{21}{28}$;

3) $\frac{91}{115}$; $\frac{65}{75}$; $\frac{130}{150}$; $\frac{13}{15}$; $\frac{26}{30}$.

29 À toi de jouer

1) Trouve quatre fractions égales à $\frac{12}{15}$;

2) Trouve cinq fractions égales à $\frac{51}{34}$.

30 Fractions égales

1) Recopie la liste de fractions ci-dessous en regroupant celles qui sont égales :

$\frac{7}{8}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{8}{6}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{21}{24}$; $\frac{30}{12}$; $\frac{12}{9}$; $\frac{25}{10}$.

2) Écris cinq fractions égales à $\frac{7}{4}$.

31 Par quoi simplifier ?

Pour chacune des fractions suivantes, détermine un nombre entier (différent de 1) qui divise à la fois le numérateur et le dénominateur :

1) $\frac{18}{16}$;

2) $\frac{5}{10}$;

3) $\frac{12}{22}$;

4) $\frac{27}{9}$;

5) $\frac{60}{36}$;

6) $\frac{84}{35}$.

32 Simplification de fractions

Rends les fractions suivantes irréductibles :

1) $\frac{6}{4}$;

2) $\frac{8}{10}$;

3) $\frac{12}{16}$;

4) $\frac{18}{27}$;

5) $\frac{1}{2}$;

6) $\frac{45}{35}$.

33 Simplification de fractions (bis)

Rends les fractions suivantes irréductibles :

1) $\frac{13}{7}$;

2) $\frac{22}{77}$;

3) $\frac{48}{36}$;

4) $\frac{60}{15}$;

5) $\frac{13}{26}$;

6) $\frac{256}{384}$.

34 Écriture fractionnaire d'un nombre décimal

Écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une fraction décimale, puis rends irréductible cette fraction :

1) 1,2 ;

2) 0,6 ;

3) 2,25 ;

4) 0,02 ;

5) 1,125 ;

6) 1,24.

35 D'écriture fractionnaire à fraction

Transforme chacune des écritures fractionnaires suivantes en une fraction, puis rends irréductible cette fraction :

1) $\frac{1{,}2}{2}$;

2) $\frac{7{,}3}{1{,}5}$;

3) $\frac{1{,}5}{30}$;

4) $\frac{9{,}125}{2{,}5}$;

5) $\frac{7{,}68}{1{,}4}$;

6) $\frac{1{,}3}{7}$.

36 De dénominateur 100

Écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une écriture fractionnaire de dénominateur 100 :

S'entraîner

1) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{1}{10}$; 5) $\frac{18}{5}$;

2) $\frac{3}{4}$; 4) $\frac{9}{20}$; 6) 3.

37 **De fraction à écriture décimale**

Détermine, sans poser de calcul, l'écriture décimale des nombres suivants :

1) $\frac{16}{25}$; 2) $\frac{7}{20}$; 3) $\frac{9}{50}$; 4) $\frac{71}{4}$

Comparer, ordonner

38 **Comparer des fractions à des entiers**

1) Recopie les fractions suivantes puis entoure en vert celles qui sont inférieures à 1 et en rouge celles qui sont supérieures à 1 :
$\frac{7}{8}$; $\frac{9}{4}$; $\frac{12}{5}$; $\frac{634}{628}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{18}{8}$; $\frac{182}{196}$; $\frac{4}{23}$.
2) Recopie puis entoure les fractions inférieures à 2 en expliquant ta démarche :
$\frac{64}{21}$; $\frac{35}{18}$; $\frac{41}{18}$; $\frac{12}{25}$; $\frac{14}{30}$; $\frac{169}{83}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{12}{25}$.

39 Recopie en remplaçant les points de suspension par les symboles $<$ ou $>$:

1) $\frac{4}{5} \dots \frac{7}{5}$; 3) $\frac{19}{23} \dots \frac{31}{23}$; 5) $\frac{21}{9} \dots \frac{31}{9}$;

2) $\frac{2}{13} \dots \frac{1}{13}$; 4) $\frac{7}{6} \dots \frac{3}{6}$; 6) $\frac{15}{3} \dots \frac{12}{3}$.

40 Recopie en remplaçant les points de suspension par les symboles $<$ ou $>$:

1) $\frac{1}{2} \dots \frac{1}{4}$; 3) $\frac{41}{51} \dots \frac{41}{49}$; 5) $\frac{12}{6} \dots \frac{12}{18}$;

2) $\frac{7}{5} \dots \frac{7}{6}$; 4) $\frac{62}{41} \dots \frac{62}{35}$; 6) $5 \dots \frac{5}{2}$.

41 Recopie en remplaçant les points de suspension par les symboles $<$ ou $>$. Justifie tes réponses :

1) $\frac{2}{3} \dots \frac{1}{9}$; 3) $\frac{3}{4} \dots \frac{7}{8}$; 5) $\frac{7}{18} \dots \frac{3}{9}$;

2) $\frac{1}{2} \dots \frac{1}{4}$; 4) $\frac{12}{15} \dots \frac{4}{3}$; 6) $\frac{19}{10} \dots \frac{10}{5}$.

42 Comparer puis vérifier :

1) Compare $\frac{7}{5}$ et $\frac{22}{15}$;
2) Compare $\frac{13}{9}$ et $\frac{4}{3}$;
3) Avec une calculatrice, donne une valeur approchée de chacune des fractions et vérifie tes réponses.

43 Recopie en remplaçant les points de suspension par les symboles $<$, $>$ ou $=$. Justifie tes réponses :

1) $\frac{4}{7} \dots \frac{7}{14}$; 4) $\frac{12}{15} \dots \frac{12}{14}$; 7) $\frac{7}{84} \dots \frac{1}{12}$;

2) $\frac{7}{8} \dots \frac{16}{15}$; 5) $\frac{9}{18} \dots \frac{3}{6}$; 8) $\frac{6}{5} \dots \frac{6}{4}$;

3) $\frac{13}{4} \dots \frac{27}{8}$; 6) $\frac{24}{10} \dots \frac{10}{5}$; 9) $\frac{7}{4} \dots 2$.

44 **De l'ordre !**

1) Trouve une méthode permettant de ranger ces fractions dans l'ordre croissant :

$$\frac{3}{16} ; \frac{1}{4} ; \frac{7}{8} ; \frac{3}{2} ; \frac{9}{16} ; \frac{8}{4} ; \frac{1}{2}.$$

2) Trouve une méthode permettant de ranger ces fractions dans l'ordre croissant :

$$\frac{16}{3} ; \frac{4}{1} ; \frac{8}{7} ; \frac{2}{3} ; \frac{16}{9} ; \frac{4}{8} ; \frac{2}{1}.$$

45 **Avec un axe**

1) Range ces fractions dans l'ordre décroissant :

$$\frac{2}{3} ; \frac{5}{6} ; \frac{1}{6} ; \frac{7}{12} ; \frac{4}{3} ; \frac{13}{6} ; \frac{5}{3}.$$

2) Trace un axe gradué d'unité douze carreaux. Place les fractions précédentes.
3) Vérifie que ton classement de la question 1 est correct.

46 **Un autre exo**

Dans chaque cas, réponds à la question en comparant deux fractions :

1) Le cirque Pandor possède douze animaux dont cinq des fauves. Le cirque Zopoutou possède vingt-quatre animaux dont onze fauves. Quel cirque a la plus grande proportion de fauves ?
2) Dans les parkings, la loi exige que sur 50 places, au moins une soit réservée aux personnes handicapées. Un parking de 600 places met à disposition 10 places pour handicapés. Ce parking respecte-t-il la loi ?
3) Mon frère a déjà fait 60 parties sur le jeu "Robostrike". Il a gagné 33 fois. Pour ma part, je joue depuis plus longtemps. J'ai déjà 300 parties à mon actif dont 153 victoires. Est-ce qu'on peut dire que je gagne plus

souvent que mon frère ?

4) J'ai eu deux notes en maths : trois points sur cinq et onze points sur vingt. Quelle est le meilleur de ces deux tests ?

47 **Intercaler**

Dans chaque cas, trouve deux fractions comprises entre :

1) $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{3}$; 3) $\frac{4}{7}$ et $\frac{5}{7}$; 5) 12 et $\frac{61}{5}$;

2) $\frac{12}{30}$ et $\frac{20}{30}$; 4) 3 et 3,1 ; 6) $-\frac{32}{5}$ et $-\frac{13}{2}$.

Prendre une fraction d'un nombre

48 **Astucieusement**

1) Quelle méthode est la plus astucieuse pour effectuer le calcul $\frac{3}{4} \cdot 16$? Justifie ta réponse.

2) Effectue les calculs suivants sans calculatrice le plus astucieusement possible :
   - $\frac{21}{3} \cdot 5$;
   - $\frac{18}{7} \cdot 14$;
   - $\frac{8}{16} \cdot 4,28$;
   - $\frac{35}{4} \cdot 12$;
   - $3,4 \cdot \frac{5}{17}$;
   - $\frac{7}{3} \cdot 36,9$;

49 Traduis chaque énoncé par un calcul que tu effectueras :

1) Le quart de cent ;
2) Les trois quarts de soixante ;
3) Les cinq tiers de trois cent soixante ;
4) Quatre-vingts centièmes de trente.

50 Recopie et complète :

1) $\ldots \cdot \frac{8}{7} = \frac{56}{7}$; 4) $\ldots \cdot \frac{8}{7} = 16$;

2) $\frac{7}{5} \cdot \ldots = \frac{42}{5}$; 5) $\frac{9}{14} \cdot \ldots = \frac{27}{7}$;

3) $\frac{9 \cdot \ldots}{11} = \frac{72}{11}$; 6) $\frac{\ldots \cdot 5}{20} = \frac{3}{4}$.

51 Pour chaque question, dis si les nombres donnés sont égaux :

1) Trois quarts de seize et $6 \cdot \frac{48}{24}$;
2) Deux cinquièmes de vingt et $\frac{2}{3} \cdot 12$;
3) Cinq douzièmes de trente-deux et $4,2 \cdot \frac{33}{11}$.

52 **Multiplication par 0,1 ; 0,01 ; 0,001**

1) Recopie et complète :

$$578,4 \cdot 0,01 = 578,4 \cdot \frac{1}{\ldots} = \frac{578,4 \cdot \ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots} = \ldots;$$

2) Sur le même modèle, effectue les calculs :
   - $89,3 \cdot 0,1$;
   - $0,12 \cdot 0,001$;
   - $890\,001 \cdot 0,01$.

53 **Avec la calculatrice**

À l'aide de la calculatrice, trouve le résultat des calculs suivants (précise si le résultat est exact ou approché) :

1) $25\,361 \cdot \frac{84}{521}$;

2) $17\,232 \cdot \frac{591}{48}$.

54 **Pourcentages de base**

Calcule :

1) 25 % de 100 g ; 3) 70 % de 15 CHF ;

2) 30 % de 200 m ; 4) 150 % de 15 kg.

55 **Combien de minutes ?**

1) Exprime en minutes, en justifiant, chacune des durées suivantes :
   - une demi-heure ;
   - deux tiers d'une heure ;
   - trois quarts d'heure ;
   - une heure et quart.

2) Transforme les durées suivantes en heures et minutes :
   - sept quarts d'heure ;
   - neuf demi-heures ;
   - un vingtième d'heure ;
   - six dixièmes d'heure.

56 **Partage d'un segment**

Trace un segment $[AB]$ de 63 mm.

Place un point C appartenant à $[AB]$ tel que $[AC]$ mesure les $\frac{5}{7}$ de $[AB]$.

57 **Le partage**

Hugo a 43,20 CHF dans sa tirelire. Il décide d'en donner les $\frac{4}{9}$ à son petit frère Lukas. Combien Lukas va-t-il recevoir ?

58 **Le cycliste**

Un cycliste fait un trajet de 45 km dont les deux tiers sont en montée. Quelle est la longueur de la montée ?

S'entraîner

59 **Le réservoir**

Le réservoir de ma voiture a une capacité de 56 litres. Il est rempli aux $\frac{3}{14}$ d'essence. Combien reste-t-il de litres d'essence dans ce réservoir ?

60 **Les élèves de sixième**

252 élèves de sixième ont été interrogés sur la fréquence hebdomadaire de leur pratique du sport en dehors de l'école.

- $\frac{1}{6}$ des élèves ne pratique aucun sport ;
- $\frac{3}{7}$ des élèves en font une fois ;
- $\frac{3}{14}$ des élèves en font deux fois ;
- Le reste des élèves en fait plus de deux fois par semaine. Calcule le nombre d'élèves pour chaque catégorie.

61 **Au cinéma**

Dans la grande salle de 175 places d'un cinéma de quartier, est projeté un film qui a permis de remplir la salle à 76 %. Combien y a-t-il eu de spectateurs à cette séance ?

62 **Composition d'un aliment**

Un plat préparé de 254 g contient 27 % de lipides, 55 % de protides et 16 % de glucides. Détermine la masse de ces trois substances dans ce plat.

63 **L'air**

L'air est constitué principalement d'azote et d'oxygène. Dans un volume d'air donné, le volume d'azote correspond à 78,6 % du volume total et celui d'oxygène à 20,9 %. Sachant qu'une salle de classe a un volume de 125 m^3, calcule le volume, en m^3, de chacun de ces gaz présents dans cette salle.

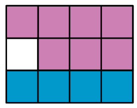
64 **Du chocolat blanc**

Le chocolat blanc contient 20 % de beurre de cacao, 14 % de matière sèche d'origine lactique et 55 % de sucre.

Calcule la masse de chacun de ces ingrédients dans une tablette de chocolat blanc de 150 g.

Additionner, soustraire

65 L'égalité $\frac{1}{3} + \frac{7}{12} = \frac{11}{12}$ est illustrée par la figure ci-dessous :



1) Explique pourquoi.
2) En t'inspirant de la question 1, écris une égalité illustrant chacune des figures suivantes :

Figure 1

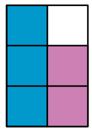


Figure 2

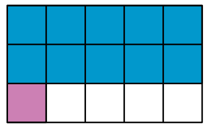
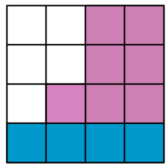


Figure 3



66 Effectue les opérations suivantes et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1) $\frac{7}{9} + \frac{5}{9}$; 3) $\frac{5}{12} + \frac{13}{12}$; 5) $\frac{7}{18} + \frac{11}{18}$;
2) $\frac{19}{8} - \frac{15}{8}$; 4) $\frac{9}{11} + \frac{7}{11}$; 6) $\frac{27}{13} - \frac{1}{13}$.

67 Effectue les opérations suivantes :

1) $\frac{2}{13} + \frac{7}{13}$; 4) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; 7) $\frac{2}{3} - \frac{1}{18}$;
2) $\frac{8}{7} - \frac{6}{7}$; 5) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$; 8) $\frac{8}{5} - \frac{16}{10}$;
3) $\frac{9}{4} - \frac{5}{12}$; 6) $\frac{13}{14} + \frac{5}{7}$; 9) $\frac{5}{6} + \frac{5}{12}$.

68 Effectue les opérations suivantes :

1) $4 - \frac{3}{2}$; 4) $7 + \frac{1}{4}$; 7) $6 - \frac{5}{3} - \frac{5}{6}$;
2) $2 + \frac{1}{3}$; 5) $\frac{16}{3} - 3$; 8) $2 + \frac{3}{4} + \frac{7}{2}$;
3) $\frac{9}{4} - 1$; 6) $4 + \frac{5}{7}$; 9) $7 - \frac{9}{5} - \frac{13}{25}$.

69 Effectue les opérations suivantes :

1) $\frac{4}{21} + \frac{1}{3}$; 4) $\frac{1}{8} + \frac{5}{56}$; 7) $\frac{1}{5} - \frac{1}{4}$;
2) $\frac{2}{7} - \frac{6}{35}$; 5) $\frac{3}{2} + \frac{1}{5}$; 8) $\frac{4}{15} - \frac{3}{2}$;
3) $\frac{9}{80} - \frac{1}{10}$; 6) $\frac{4}{3} + \frac{5}{7}$; 9) $\frac{1}{6} + 1$.

70 Dans chacun des cas suivants, calcule la valeur de $a + b - c$:

1) $a = \frac{1}{2}$; $b = \frac{3}{4}$; $c = \frac{1}{4}$;

2) $a = \frac{7}{6}$; $b = \frac{10}{3}$; $c = \frac{5}{6}$;

3) $a = \frac{1}{3}$; $b = \frac{1}{9}$; $c = \frac{1}{27}$;

4) $a = \frac{2}{5}$; $b = \frac{13}{15}$; $c = \frac{2}{5}$.

71 Étonnant !

1) Calcule : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$;

2) Calcule : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$;

3) Calcule : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$;

4) Sans calculer, essaie de deviner la valeur de $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ puis vérifie.

72 Jimmy a mangé $\frac{1}{4}$ d’un gâteau. Élise a mangé $\frac{3}{8}$ du même gâteau.

1) Quelle part du gâteau ont-ils mangée à eux deux ?

2) Quelle part du gâteau reste-t-il ?

73 Jeu vidéo

Trois frères veulent acheter ensemble un jeu vidéo. Le premier ne possède que les $\frac{3}{5}$ du prix de ce jeu vidéo, le deuxième n’en possède que les $\frac{4}{15}$ et le troisième seulement $\frac{1}{3}$.

1) Ont-ils assez d’argent pour acheter ce jeu vidéo ?

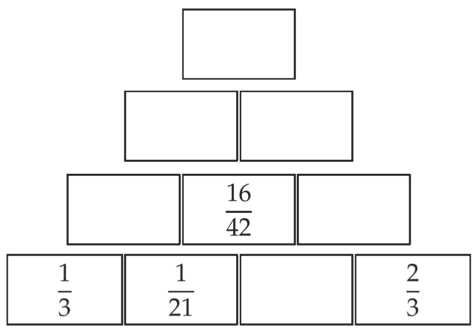
2) Peuvent-ils acheter un second jeu vidéo de même prix ?

74 Triangle

ABC est un triangle isocèle en A tel que $AB = \frac{5}{7}BC$.
Quelle fraction de BC représente son périmètre ?

75 Pyramide

Recopie puis complète la pyramide suivante sachant que le nombre contenu dans une case est la somme des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :

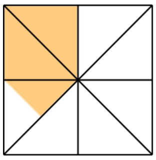


Approfondir

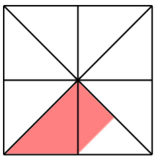
76 Quelques partages

Pour chaque figure, indique la fraction de la surface totale qui est colorée :

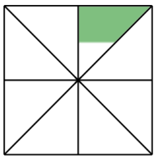
1)



2)



3)



77 Coloriage

Trace trois rectangles de 9 cm sur 4 cm.

1) Partage le premier pour colorier les cinq sixièmes de sa surface ;
2) Partage le second pour colorier les sept douzièmes de sa surface ;
3) Partage le troisième pour colorier les trois huitièmes de sa surface.

78 Transforme les nombres suivants en écriture décimale puis entoure d'une même couleur ceux qui sont égaux :

$7+\frac{1}{4}$	2	$\frac{29}{4}$	$\frac{156}{78}$	$\frac{84}{10}$	$29{,}4$
$8-\frac{3}{4}$	$8{,}4$	$\frac{8}{4}$	$8+\frac{4}{10}$	$\frac{147}{5}$	$7{,}25$

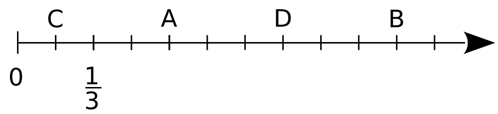
79 À la chasse aux décimaux

1) Parmi les fractions suivantes, lesquelles sont des nombres décimaux ?
   - $A=\frac{1}{2}$; • $D=\frac{1}{10}$; • $G=\frac{1}{16}$; • $J=\frac{1}{15}$.
   - $B=\frac{1}{3}$; • $E=\frac{1}{13}$; • $H=\frac{1}{12}$;
   - $C=\frac{1}{7}$; • $F=\frac{1}{25}$; • $I=\frac{1}{4}$;

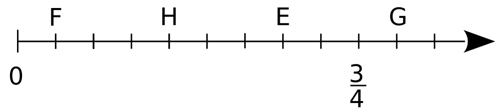
   Tu pourras utiliser un tableau pour présenter tes résultats.
2) Donne deux fractions de numérateur 1 (différentes des fractions ci-dessus) : une décimale et une non décimale.
3) Quelles remarques peux-tu faire concernant les fractions décimales ?
4) Sans calculer les quotients, indique si les fractions suivantes sont décimales ou non, en justifiant ta réponse : $\frac{1}{125}$; $\frac{1}{40}$; $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{35}$.
5) Soulimane affirme que toute fraction décimale peut s'écrire avec un dénominateur égal à 10, 100, 1 000 ... Est-ce vrai ?

80 Demi-droites graduées

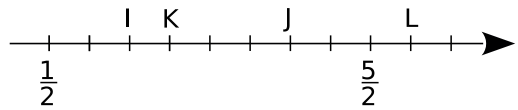
1) Quelles sont les abscisses respectives des points A, B, C et D ?



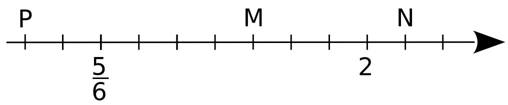
2) Même question pour les points E, F, G et H.



3) Même question pour les points I, J, K et L.



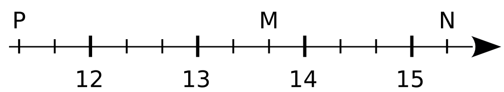
4) Même question pour les points P, M et N.



81 En choisissant judicieusement une unité de longueur, place précisément sur une demi-droite graduée les points A d'abscisse $\frac{5}{6}$, B d'abscisse $\frac{1}{2}$, C d'abscisse $\frac{11}{6}$, D d'abscisse $\frac{3}{4}$ et E d'abscisse $1+\frac{1}{3}$.

82 Encore une demi-droite graduée

1) Reproduis la demi-droite graduée ci-dessous en prenant trois centimètres pour unité :



2) Donne deux écritures de chacune des abscisses des points M, N et P.
3) Sur la demi-droite graduée, place le point Q d'abscisse $14+\frac{1}{3}$, le point R d'abscisse $13-\frac{1}{6}$ et le point S d'abscisse $\frac{71}{6}$.

83 **Le Scrabble®**

Le tableau suivant donne le nombre de jetons correspondant à chaque lettre de l'alphabet :

Lettre	E	A	I	NO RS TU	L	D M	BCFG HPV Blanc	JKQW XYZ
Nombre	15	9	8	6	5	3	2	1

1) Quel est le nombre total de jetons dans le jeu ?

2) Quelle fraction des jetons est marquée de la lettre P ? Simplifie, si possible, cette fraction.

Même question pour les lettres D, E puis A.

3) Quelle fraction des jetons est marquée d'une consonne ? Simplifie, si possible, cette fraction.

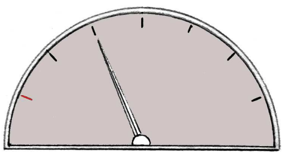
4) Y a-t-il plus ou moins de la moitié des lettres ayant un nombre d'exemplaires inférieur ou égal à 5 ? Quelle fraction exactement ?

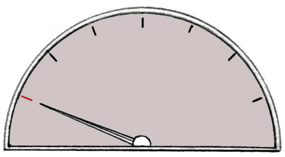
84 **L'enquête**

Un employé utilise le véhicule de sa société pour aller faire des livraisons.

La capacité du réservoir du véhicule est de 40 l pour une consommation inférieure à 10 l pour 100 km.

Son employeur soupçonne une utilisation supplémentaire non autorisée et a donc photographié la jauge à essence du véhicule en début et en fin de journée pour vérifier.


le matin


le soir

Sachant que le circuit journalier de l'employé fait 40 km, détermine si les soupçons de l'employeur sont justifiés.

85 **Farandole de fractions**

1) On considère les fractions suivantes :

$$\frac{1}{2};\frac{2}{3};\frac{3}{4};\frac{4}{5};\ldots$$

- Complète cette suite logique avec trois autres fractions.
- Ces fractions sont-elles plus petites ou plus grandes que 1 ? Justifie.
- À l'aide de ta calculatrice, indique si ces fractions sont rangées dans l'ordre croissant ou décroissant.

2) On considère les fractions suivantes :

$$\frac{3}{2};\frac{4}{3};\frac{5}{4};\frac{6}{5};\ldots$$

- Complète cette suite logique avec trois autres fractions.
- Ces fractions sont-elles plus petites ou plus grandes que 1 ? Justifie.
- À l'aide de ta calculatrice, indique si ces fractions sont rangées dans l'ordre croissant ou décroissant.

3) En écrivant les fractions sous forme décimale (on arrondira au centième près quand c'est nécessaire), que remarques-tu pour les deux suites données en 1 et 2 ?

86 Dans le but de faire du béton, Antoine a préparé (avant d'incorporer l'eau) un mélange de 100 kg composé de 30 % de graviers, de trois huitièmes de sable et le reste de ciment.

Calcule la masse de chaque composant de ce mélange.

87 **La course**

Une course de 4 500 m est organisée autour du collège. Durant cette course :

- Ahmed doit stopper après avoir parcouru un dixième du trajet ;
- Bernard s'essouffle au bout des cinq sixièmes de la course ;
- Carolina, elle, n'atteint que le un quart de la longueur du parcours ;
- Dieter se blesse alors qu'il ne lui restait plus qu'un quinzième de la course à effectuer.

Calcule la distance parcourue par chacun.

88 **Le club Ludimaths**

Un collège comporte 840 élèves dont les huit dixièmes sont demi-pensionnaires.

Les sept douzièmes d'entre eux mangent au premier service, les autres au second service. Le club de jeux mathématiques a lieu durant le premier service et accueille un septième des élèves disponibles à ce moment-là.

Approfondir

1) Combien d'élèves participent à ce club ?
2) Quelle fraction du nombre total d'élèves représentent-ils ? Simplifie-la, si possible.

89 Les soldes

1) Un article coûtant 30 CHF subit une première réduction de 50 %. Calcule son nouveau prix.
2) Lors d'une seconde démarque, le même article subit une nouvelle réduction de 50 %.
   Calcule son nouveau prix.
3) Le prix de cet article a-t-il diminué de 100 % après ces deux démarques ? Justifie.

90 Le concours

Un concours se déroule en deux étapes :

- tous les candidats passent les épreuves d'admissibilité à l'écrit ;
- seuls ceux qui sont déclarés "admissibles" passent les épreuves d'admission à l'oral. Ces derniers sont alors déclarés "admis" ou pas.

1 200 candidats se sont présentés à ce concours. Après l'écrit, un tiers d'entre eux a été recalé. Le reste a passé l'oral où les trois quarts n'ont finalement pas été admis.

Combien de candidats ont été admis à ce concours ?

91 La marée

Il est midi à Dunkerque et la marée est basse. La « règle des douzièmes » nous dit que la mer va monter de $\frac{1}{12}$ de l'amplitude totale pendant la première heure, de $\frac{2}{12}$ durant la 2e heure, de $\frac{3}{12}$ la 3e heure, encore $\frac{3}{12}$ la 4e heure, $\frac{2}{12}$ la 5e heure pour finir avec le dernier douzième la 6e heure et arriver enfin à marée haute.

La mer redescend ensuite de la même manière suivant un cycle d'environ six heures.

Reproduis et complète le tableau suivant en sachant que l'amplitude totale est de 3,60 m.

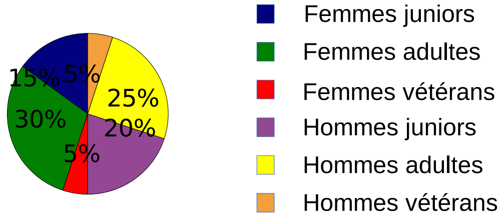
Heure	12 h	13 h	...	23 h	24 h
Hauteur d'eau (m)	0				

92 Le jardin

Dans un terrain de 3,5 ha, les $\frac{4}{5}$ de la surface sont occupés par des arbres fruitiers. Les pommiers occupent les $\frac{2}{7}$ de la surface occupée par les arbres fruitiers.
Calcule, en m^2, la surface occupée par les pommiers. (1 ha = 1 hm^2)

93 Club sportif

Le diagramme suivant donne la répartition des adhérents d'un club sportif selon leur sexe et selon leur tranche d'âge.

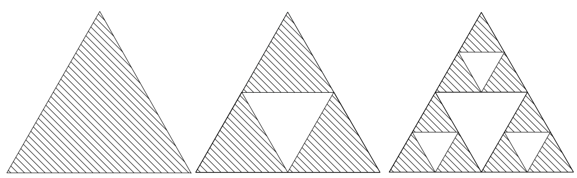


1) Reporte ces indications dans un tableau en remplaçant les pourcentages par des fractions simplifiées.
2) Le club comporte 360 adhérents. Calcule le nombre d'adhérents de chaque catégorie.

94 Triangle de Sierpinski

Étapes de construction :

- Étape 1 : On construit un triangle équilatéral qu'on prend pour unité d'aire.
- Étape 2 : On trace les trois segments joignant les milieux des côtés du triangle et on enlève le petit triangle central. Il reste trois petits triangles qui se touchent par leurs sommets et dont les longueurs des côtés sont la moitié de celles du triangle de départ.
- Étape 3 : On répète la deuxième étape avec chacun des petits triangles obtenus.
- Étapes suivantes : On répète le processus.



1) Construis sur ton cahier les triangles obtenus aux étapes 3 et 4 (on prendra 8 cm de côté pour le triangle équilatéral de départ).
2) Quelle fraction d'aire représente la partie hachurée, obtenue aux étapes 1, 2 et 3 ?
3) Même question pour l'étape 4, de deux façons dif-

férentes : en regardant le schéma puis en faisant un calcul.

4) Sans construire le triangle, indique quelle fraction d'aire la partie hachurée représente à l'étape 5.

5) Et pour l'étape 8 ?

Je teste mes connaissances

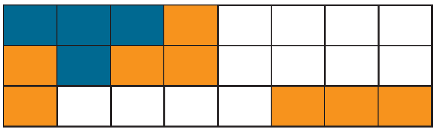
À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- BlaBla1
- BlaBla2
- BlaBla3
- BlaBla4
- BlaBla5
- BlaBla6

QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

95



ⓐ Un tiers du rectangle est en orange ⓑ $\frac{4}{20}$ du rectangle sont en bleu ⓒ $\frac{8}{16}$ du rectangle sont en orange ⓓ La moitié du rectangle est coloriée

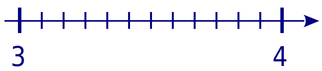
96 L'écriture décimale du quotient de 25 par 4 est ...

ⓐ $\frac{25}{4}$ ⓑ $\frac{4}{25}$ ⓒ 6,25 ⓓ 0,16

97 $\frac{29}{7}$ est ...

ⓐ égal à $4 + \frac{1}{7}$ ⓑ le nombre qui multiplié par 7 donne 29 ⓒ compris entre 4,1 et 4,2 ⓓ un nombre décimal

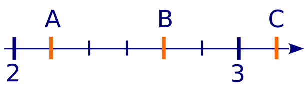
98



Sur cette partie de demi-droite graduée, on peut placer précisément ...

ⓐ $3 + \frac{1}{11}$ ⓑ $2 + \frac{13}{12}$ ⓒ $\frac{11}{3}$ ⓓ $\frac{43}{12}$

99 Sur la demi-droite graduée ci-dessous ...



ⓐ B a pour abscisse $\frac{4}{6}$ ⓑ C a pour abscisse 4 ⓒ A a pour abscisse $2 + \frac{1}{6}$ ⓓ le point d'abscisse $\frac{5}{2}$ est entre A et B

100 $\frac{75}{20}$ est simplifiable par ...

ⓐ 2 ⓑ 3 ⓒ 5 ⓓ 7

101 $\frac{12}{14}$ est égal à ...

ⓐ $\frac{24}{48}$ ⓑ $\frac{112}{114}$ ⓒ $\frac{18}{21}$ ⓓ $\frac{6}{7}$

102 Les fractions que l'on peut encore simplifier sont ...

ⓐ $\frac{1}{3}$ ⓑ $\frac{1\,765\,448}{267\,460}$ ⓒ $\frac{13}{26}$ ⓓ $\frac{987\,465}{34\,542\,290}$

103 $\frac{5}{8} = 0,625$ donc ...

ⓐ $\frac{50}{80} = 0,625$ ⓑ $\frac{15}{18} = 0,625$ ⓒ $\frac{50}{8} = 6,25$ ⓓ $\frac{8}{5} = 0,625$

104 $\frac{4}{3}$ est …

(a) < 1 (b) > 1 (c) $< \frac{2}{3}$ (d) $> \frac{3}{4}$

105 $\frac{8}{15} \cdot 5 = \ldots$

(a) 2,6 (b) $\frac{40}{15}$ (c) $\frac{8}{3}$ (d) $\frac{8}{75}$

106 Prendre 25 % d'un nombre, c'est …

(a) prendre le quart de ce nombre.
(b) multiplier ce nombre par $\frac{25}{100}$.
(c) diviser ce nombre par 4.
(d) ajouter 25 à ce nombre.

107 Pour calculer 37 % de 600, on peut effectuer …

(a) $600 \div 37$ (b) $0,37 \cdot 600$ (c) $37 \cdot 6$ (d) $(600 \cdot 37) \div 100$

108 $\frac{2}{3} + \frac{2}{4} = \ldots$

(a) $\frac{2}{7}$ (b) $\frac{4}{7}$ (c) $\frac{2}{3} + 2$ (d) $\frac{7}{6}$

TP 1 Écriture décimale illimitée périodique

A Écriture décimale illimitée

1) En vous partageant le travail, posez et effectuez les divisions de 5 par 7 et de 8 par 13. Pour chaque quotient, recherchez les dix premières décimales.

2) On dit que ces écritures sont périodiques. Comment expliquez-vous cette appellation ?

3) Déterminez la période de chacun de ces quotients.

4) Pour chaque quotient, trouvez le vingtième chiffre de la partie décimale. Trouvez le centième ainsi que le millième.

B Le premier défi

Inventez un quotient dont l'écriture décimale est illimitée et périodique. Transmettez-le à un autre groupe et demandez-leur de trouver l'un des chiffres de la partie décimale dont vous aurez donné le rang. (Par exemple trouvez le 587e chiffre)

C À la recherche du quotient

1) Un quotient a pour écriture décimale illimitée et périodique $0,\overline{12}$. La longueur de la période est 2. Vérifiez que $\dfrac{12}{99}$ vaut 0,12.

2) Donnez l'écriture décimale illimitée périodique de $\dfrac{781}{999}$ avec la notation vue à la question 1.

3) Quelle fraction a pour écriture décimale illimitée périodique $0,\overline{3654}$?

D Le second défi

Choisissez trois écritures décimales illimitées périodiques dont la période n'excédera pas quatre chiffres et devra commencer tout de suite après la virgule.

Échangez-les avec un autre groupe et retrouvez les écritures fractionnaires qui correspondent aux nombres que vous avez reçus.

TP 2 Dans l'Ancienne Égypte (***)

Dans l'Ancienne Égypte, l'œil du pharaon était utilisé pour signifier « 1 sur ».

$\dfrac{2}{3}$, $\dfrac{3}{4}$ et $\dfrac{1}{2}$ avaient leur propre signe :

1) Recopiez puis complétez le tableau suivant :

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{15}$

2) Calculez les sommes suivantes puis donnez leur écriture égyptienne :

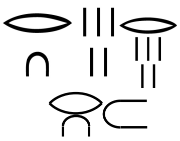
$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3};\ \frac{1}{6}+\frac{1}{6};\ \frac{1}{3}+\frac{1}{6};\ \frac{1}{6}+\frac{1}{12}.$$

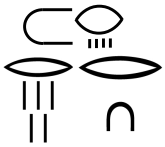
Travaux pratiques

3) Pour écrire une fraction, les Égyptiens la décomposaient en une somme de fractions de numérateur 1. Par exemple : $\frac{3}{8}$ s'écrivait comme la somme de $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{8}$:  et 

Vérifiez en faisant le calcul.

À quelles fractions correspondent les écritures suivantes ?





4) Inversement, pouvez-vous proposer une écriture égyptienne pour les fractions suivantes ?

$\frac{5}{12}$; $\frac{3}{14}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{3}{5}$.

La décomposition est-elle toujours unique ?

5) Plus difficile !

Pour effectuer le calcul $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$, le scribe transformait successivement cette somme en $\frac{2}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ puis en $1+\frac{1}{6}$, ce qu'il pouvait alors écrire : 

6) Faites comme lui pour les sommes :

$$\frac{2}{3}+\frac{2}{3} ; \frac{1}{2}+\frac{3}{5} ; \frac{3}{4}+\frac{7}{12}.$$

CALCUL

8

Proportionnalité

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Proportionnalité ou pas ?

Taille et poids d'un enfant entre 0 et 2 ans

Taille en m	0,49	0,67	0,72	0,8	0,98
Poids en kg	3,27	7,5	11	12,5	14,35

Prix des pommes

Masse en kg	2,5	4	5	6,4	7,5
Prix en CHF	5,5	8,8	11	14,08	16,5

Câble électrique

Longueur en m	7,8	12	15	24	45
Prix en CHF	12,87	19,8	24,75	39,6	74,25

Des âges

Âge de Julie	4	6,5	9	10,5	13
Âge de sa maman	26	28,5	31	32,5	35

1) Considère séparément chacun des tableaux. Les grandeurs comparées sont-elles **proportionnelles** ?

2) Note dans ton cahier le résultat de $B3 \div B2$ (tu peux utiliser ta calculatrice), puis le résultat de $C3 \div C2$, puis celui de $D3 \div D2$. Que peux-tu en conclure ?

3) Fais les mêmes calculs pour les autres situations afin de vérifier tes réponses à la question 1.

4) Réponds si possible aux questions suivantes.
- Quel sera le poids de l'enfant lorsqu'il mesurera 1 m ?
- Quel est le prix de 8 kg de pommes ?
- Quel est le prix de 35 m de câble électrique ?
- Quel sera l'âge de la maman lorsque Julie aura 17 ans ?

ACTIVITÉ 2 Et pour un ?

Pour composer un lunch, un traiteur propose des toasts et du punch. Il prépare :
- six toasts par personne ;
- des saladiers de punch de 5 l qui permettent de servir 40 verres chacun.

1) Combien de toasts devra-t-il préparer pour une réception de 30 personnes ? De 45 personnes ? De 60 personnes ? De 75 personnes ?

2) Un client lui dit : « 5 l pour 40 verres ? N'est-ce pas de trop petites rations ? » Comment faire pour le rassurer ?

3) Chaque personne ne se servant qu'une fois, quelle quantité de punch le traiteur devra-t-il préparer pour une réception de 30 personnes ? De 45 personnes ? De 60 personnes ? De 75 personnes ?

4) À la fin d'une réception, il reste 2 l de punch dans un saladier. Combien de verres le traiteur n'a-t-il pas servis ?

5) Aide-le à réaliser un tableau avec lequel il pourra calculer le volume de punch à préparer pour un nombre de convives précis.

ACTIVITÉ 3 Cœfficient de proportionnalité

Partie A : À la boulangerie

La boulangère veut préparer une feuille de calcul pour lui permettre de déterminer plus rapidement le prix lors de la vente des croissants.

	A	B
1	Nombre de croissants	Prix à payer en francs
2	1	0,95
3	2	
4	3	

Fais un tableau contenant tous les prix de 2 à 10 croissants.

Partie B : Comparaison de prix

1) À la station Seso, Rachid a acheté 43 l d'essence et a payé 41,71 CHF. Reproduis le tableau et détermine le prix que paiera Julia qui a mis 37 l d'essence dans son réservoir, sachant que le prix à payer est proportionnel au nombre de litres d'essence.

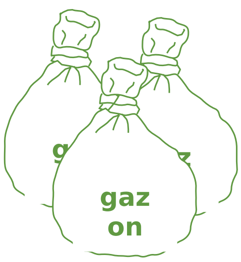
	A	B
1	Station Seso	
2	Nombre de litres d'essences	Prix à payer en francs
3	43	41,71
4	1	

2) Bruno, lui, a fait le plein de 48 l d'essence à la station Motal et a payé 44,64 CHF. À l'aide d'un tableau, réponds à la question suivante : Bruno aurait-il dû aller à la même station que Rachid ?

ACTIVITÉ 4 Premiers calculs

Dans une jardinerie, la pancarte ci-dessous indique le nombre de sacs de graines à utiliser en fonction de la surface du terrain à ensemencer.

Terrain de 375 m²



Terrain de 500 m²

1) À l'aide de cette illustration, réponds aux questions suivantes :
- Quelle surface pourra ensemencer Jean-Paul avec 7 sacs ?
- Quelle surface pourra ensemencer Emmanuel avec 6 sacs ?
- De combien de sacs aura besoin Rachid pour réaliser une pelouse de 1 500 m² ?
- Quelle surface pourra ensemencer Léonard avec 19 sacs ?
- Quelle surface pourra ensemencer Fatima avec 28 sacs ?
- De combien de sacs aura besoin Steeve pour réaliser une pelouse de 3 875 m² ?
- Quelle surface pourra ensemencer Sonda avec 21 sacs ?

Activités d'approche

2) Trouve un moyen simple de présentation pour synthétiser ces questions et ces réponses.
3) Propose plusieurs méthodes pour déterminer quelle surface de gazon on peut recouvrir avec un seul sac.

ACTIVITÉ 5 Recette de cuisine

Partie A

Pour faire un gâteau pour six personnes, il faut 150 g de sucre :

1) Manon souhaite faire un gâteau deux fois moins gros. Quelle quantité de sucre doit-elle utiliser ?
2) Marine doit faire ce gâteau pour 9 personnes. Propose plusieurs façons de trouver la masse de sucre qu'elle doit utiliser.
3) Sabrina dispose de 200 g de sucre. Détermine de plusieurs façons pour combien de personnes sera le gâteau.

Partie B

Les masses de farine et de sucre sont proportionnelles. Reproduis le tableau de proportionnalité et complète-le le plus astucieusement possible :

Masse de sucre en g	50	130	100	180	230	115
Masse de farine en g	65	169				

Cours - Méthodes

À CONNAÎTRE

Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque l’une s’obtient en multipliant (ou en divisant) l’autre par un même nombre non nul.
Ce coefficient multiplicateur est un **coefficient de proportionnalité**.

MÉTHODE 1 Trouver le coefficient de proportionnalité

Exemple Le carburant pour un motoculteur est un mélange de super et d’huile où les doses d’huile et d’essence sont proportionnelles : il faut 2 doses d’huile pour 3 doses de super. Détermine le coefficient de proportionnalité qui permet d’obtenir la dose de super en fonction de la dose d’huile.

Données
du problème

Doses d’huile	2	...
Doses de super	3	...

$\bullet k$

Le nombre k vérifie : $2 \bullet k = 3$

Donc : $k = \dfrac{3}{2}$

k est le quotient de 3 par 2

Ainsi : $k = 1{,}5$

Le coefficient de proportionnalité qui permet d’obtenir la dose de super en fonction de la dose d’huile est 1,5.

Remarque : Soit h le coefficient de proportionnalité qui permet d’obtenir la dose d’huile en fonction de la dose de super :

Données
du problème

Doses d’huile	2	...
Doses de super	3	...

$\times h$

Le nombre h vérifie : $3 \times h = 2$

Donc : $h = \dfrac{2}{3}$

h est le quotient de 2 par 3

Donc Dose d’huile =

$= \dfrac{2}{3} \times$ Dose de super

Exercice d’application Un magasin vend 2 kg de pommes pour 5 CHF. Par quel nombre faut-il multiplier le nombre de kg de pommes pour obtenir celui du prix ?

Cours - Méthodes

À CONNAÎTRE

Pour vérifier si deux grandeurs sont **proportionnelles**, on doit s'assurer qu'elles évoluent toutes les deux dans les mêmes proportions.

MÉTHODE 2 Identifier une situation de proportionnalité

Exemple Les tarifs des remontées mécaniques d'une station de ski sont les suivants : 50 CHF la journée, 90 CHF les deux jours et 240 CHF les 6 jours. Le prix à payer est-il proportionnel à la durée ?

Si le prix à payer était proportionnel à la durée, en payant 50 CHF la journée, on devrait payer le double pour deux jours, soit 100 CHF et 6 fois plus pour six jours, soit 300 CHF.

Comme ce n'est pas le cas, le prix à payer n'est pas proportionnel à la durée.

Exercice d'application Un commerçant vend ses croissants à 0,65 CHF l'unité ou à 5,00 CHF le paquet de 10. Cette situation ne relève pas d'une situation de proportionnalité. Explique pourquoi.

MÉTHODE 3 Utiliser les propriétés de la proportionnalité

Exemple Complète le tableau de proportionnalité suivant :

Masse de pommes (en kg)	16	8	2		24
Prix (en CHF)		7.8		78	

La masse est doublée...

La masse est divisée par 4...

... donc la masse est multipliée par 10.

Les masses s'ajoutent...

Masse des pommes (en kg)	16	+ 8	2	**80**	= 24
Prix (en CHF)	**15,60**	+ 7,80	**1,95**	78	= **23,40**

... donc le prix est doublé.

... donc le prix est divisé par 4.

Le prix est multiplié par 10...

... donc les prix s'ajoutent.

Exercice d'application La voiture de Marie consomme 4,5 l d'essence sur 100 km :

1) Quelle sera sa consommation si elle parcourt 150 km ? 250 km ? 1 250 km ?
2) La voiture de Marie a consommé 13,5 l d'essence. Quelle distance a-t-elle parcourue ? Quelle distance peut-elle parcourir avec 135 l d'essence ?

MÉTHODE 4 Calculer avec un cœfficient de proportionnalité

Exemple Lucie paye 100 CHF pour acheter 20 clés. Quelle est le nombre de clés qu'elle peut acheter pour 55 CHF ? Et pour 30 CHF ? Si elle désire acheter 126 clés, Combien devra-t-elle payer ?

Le nombre de clés est proportionnel au prix.

× 0,2

Coût (en CHF)	100	55	30	630
Nombre de clés	20	11	6	126

: 0,2

- On calcule le coefficient **de proportionnalité** : 20 : 100 = 0,2.
- Pour trouver les nombres de la 2e ligne du tableau, on multiplie les nombres de la 1re ligne par le coefficient de proportionnalité. Pour trouver les nombres de la 1re ligne du tableau, on divise les nombres de la 2e ligne par le coefficient de proportionnalité.

Exercice d'application Complète le tableau de proportionnalité suivant :

Nombre de personnes	7	13	5		
Prix payé pour entrer au cinéma (en CHF)	45,50			65	71,50

Exercice d'application Un skipper doit acheter plusieurs bouts de cordage. Il choisit un cordage à 17,50 CHF les cinq mètres. Combien coûte un bout de 15 m ? De 3,5 m ? De 23 m ? Quelle longueur obtient-il avec 87,50 CHF ?

À CONNAÎTRE

Un tableau de nombres relève d'une situation de proportionnalité si un même coefficient (non nul) multiplicateur s'applique dans **tout** le tableau. On parle alors de **coefficient de proportionnalité**.

Cours - Méthodes

MÉTHODE 5 Reconnaître un tableau de proportionnalité

Exemple Ces tableaux de nombre sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

1)

5	8	14	19	24
12	19,2	33,6	45,6	57,6

2)

12	18	32	27	54
8	12	20	18	36

1) $\frac{12}{5} = \mathbf{2{,}4}$ donc 2,4 est un coefficient de proportionnalité potentiel et on vérifie qu'il convient pour les autres valeurs :

$$8 \cdot \mathbf{2{,}4} = 19,2 \quad 14 \cdot \mathbf{2{,}4} = 33,6$$
$$19 \cdot \mathbf{2{,}4} = 45,6 \quad 24 \cdot \mathbf{2{,}4} = 57,6$$

On obtient bien les valeurs du tableau, c'est un tableau de proportionnalité.

2) On calcule les quotients :

$$\frac{12}{8} = 1,5 \qquad \frac{18}{12} = 1,5 \qquad \frac{\mathbf{32}}{\mathbf{20}} = 1,6$$

On a trouvé un quotient différent des deux précédents, il est inutile de calculer les suivants. Ce n'est donc pas un tableau de proportionnalité.

Exercice d'application Ces tableaux sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

1)

3,4	7,5	9	11,6
6,8	15	18,9	23,2

2)

7	11	18	24
9,1	12,1	19,8	26,4

Proportionnalité ou pas ?

1 Chez le primeur

1) Pour les pommes, il est affiché « 2,85 CHF le kg ». Le prix des pommes est-il proportionnel à la quantité achetée ? Justifie.

2) Pour les pamplemousses, il est affiché « 1,20 CHF l'unité, 2 CHF les deux ». Le prix des pamplemousses est-il proportionnel à la quantité achetée ? Pourquoi ?

2 Pour chaque tableau, indique si les deux grandeurs considérées sont proportionnelles ou non. Justifie tes réponses.

1) *Prix des stylos* :

Nombre de stylos	3	5	7
Prix payé (en CHF)	12	20	28

2) *Prix des photos de classe* :

Nombre de photos	2	5	10
Prix payé (en CHF)	16	40	60

3) *Quantité de béton nécessaire à la fabrication de ciment* :

Quantité de béton (en m^3)	1	4	6
Quantité de ciment (en kg)	350	1 400	2 100

4) *Distance parcourue en fonction de la durée du parcours* :

Durée (en min)	7	6	4
Distance (en km)	12,25	10,5	7

3 Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Justifie.

1)

2	3	7
8	12	28

2)

2	3	4
15	21	28

3)

2	4	5
7	14	17,5

4)

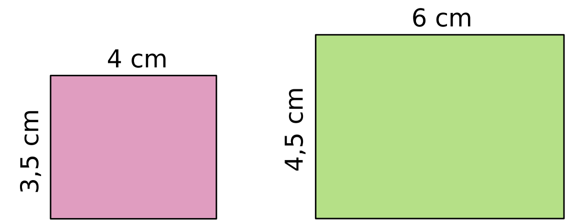
2	5	9
3,2	8	15

4 Sur une attraction d'une fête foraine, on peut lire : « 4 tickets pour 10 CHF, 10 tickets pour 18 CHF ». Les prix sont-ils proportionnels au nombre de tickets achetés ? Justifie ta réponse.

5 La taille d'un enfant

À 2 ans, un enfant mesurait 88 cm. à 3 ans, il mesurait 102 cm. La taille de cet enfant est-elle proportionnelle à son âge ? Justifie ta réponse.

6 Des rectangles



Les dimensions du premier rectangle sont-elles proportionnelles aux dimensions du second rectangle ? Justifie ta réponse.

7 Carré

1) Calcule le périmètre d'un carré de côté 3 cm.

2) Le périmètre d'un carré est-il proportionnel à la longueur du côté de ce carré ? Explique.

8 Un cinéma propose les tarifs suivants :

Nombre de séances	1	4	12
Prix à payer (en CHF)	12	48	135

Le prix est-il proportionnel au nombre de séances ?

Compléter un tableau de proportionnalité

9 Recopie et complète les tableaux de proportionnalité :

1) • 6

3	4	7,5	
			54

2) • 1,2

4	5,6		15
		12	

10 Recopie et complète les tableaux de proportionnalité :

1) • ....

	6	7	12,5
45		35	

2) • ....

6	5		8,5
1,8		1,2	

S'entraîner

11 Recopie et complète les tableaux de proportionnalité suivants :

1)

0,2	0,4	0,6	0,8	6	14
6,5		19,5			

2)

4	2	1,8	5,8	0,4	6,2
9		4,05			

3)

3	6	1,5	4,5	18	22,5
4					

4)

0,4	4	0,2	4,2	1,2	14
17					

12 **Jus de pomme**

Pour fabriquer 6 l de jus de pomme, on utilise 10 kg de pommes. Recopie et complète le tableau :

Quantité de pommes (en kg)	10	7	
Quantité de jus de pomme (en l)			1

13 **Vitesse**

Un automobiliste, roulant à vitesse constante, parcourt 85 km en 1 h. Recopie et complète le tableau :

Distance parcourue (en km)		255	
Durée (en h)	1		2,5

14 **À la cantine**

Dans une cantine scolaire, la masse de viande utilisée chaque jour est proportionnelle au nombre de repas préparés. Pour la préparation de 20 repas, 4 kg de viande sont utilisés.

Recopie et complète le tableau :

Nombre de repas	20	150	
Quantité de viande (en kg)			10

15 Les tableaux suivants sont des tableaux de proportionnalité. Recopie puis complète-les par la méthode de ton choix :

1)

2	5		20	
5		15		60

2)

4	6			48
3		12	36	

16 Un carton de 6 bouteilles de vin coûte 16,20 CHF. Recopie puis complète le tableau de proportionnalité suivant :

Nombre de bouteilles	6	4	
Prix (en CHF)	16,2		24,3

17 Sur l'étiquette d'une bouteille d'un litre de jus de fruits, on lit :

Valeurs nutritionnelles moyennes
Protéines 0,4 g / 100 ml
Glucides 11,8 g / 100 ml
Lipides 0,1 g / 100 ml
Valeur énergétique moyenne : 50 Kcal

Recopie puis complète le tableau suivant :

Volume de jus d'orange	1 l	0,25 l	1,5 l	2 l
Protéines				
Glucides				
Lipides				
Valeur énergétique				

18 Pour préparer du foie gras, on doit préalablement saupoudrer le foie frais d'un mélange de sel et de poivre. Ce mélange doit être élaboré selon les proportions suivantes : une dose de poivre pour trois doses de sel.

Recopie puis complète le tableau suivant :

Poivre (en g)	10			35		
Sel (en g)		60	36		90	75

Problèmes

19 **À la braderie**

Lors d'une braderie, un disquaire vend tous les CDs au même prix. Pour deux CDs, Nicolas a payé 13,50 CHF.

Trace un tableau de proportionnalité et réponds :

1) Quel prix Caroline va-t-elle payer si elle achète quatre CDs ?
2) Quel prix Patrick va-t-il payer s'il achète trois CDs ?
3) Anne a payé 47,25 CHF. Combien de CDs a-t-elle achetés ?

20 **À la laiterie**

Dans une laiterie, on utilise 19,6 l de lait pour fabriquer 3,5 kg de fromage.

Trace un tableau de proportionnalité et réponds :

1) Quelle est la quantité de lait nécessaire à la fabrication de 5 kg de fromage ?
2) Quelle quantité de fromage peut-on fabriquer avec 70 l de lait ?

21 Une moto consomme 4 l de carburant pour faire 100 km.

1) Quelle est la consommation de cette moto pour faire 350 km ?
2) Avec 9 l de carburant, quelle distance peut-elle parcourir ?

22 Recette

Pour faire un gâteau pour six personnes, il faut 240 g de farine et 3 œufs. Quelle quantité de farine et combien d'œufs faut-il pour faire ce gâteau pour quatre personnes ?

23 Un robinet permet de remplir huit seaux de dix litres en trois minutes.

1) Quel est le temps nécessaire pour remplir un réservoir de 480 l ?
2) Quelle est la quantité d'eau écoulée en 15 min ?
3) Si on laisse, par mégarde, ce robinet ouvert pendant deux heures, quelle sera la quantité d'eau écoulée ?

24 Cuisson

Un livre de cuisine indique que, pour faire cuire le rôti, il faut compter « 15 min à four chaud pour 500 g de viande ».

1) Calcule le temps nécessaire à la cuisson d'un rôti pesant 750 g ;
2) Même question avec un rôti pesant 600 g.

25 Des baguettes

Pour 4,25 CHF, j'ai acheté cinq baguettes de pain. Pour 5,95 CHF, j'aurais eu sept baguettes. Le prix payé est proportionnel au nombre de baguettes.

Sans calculer le prix d'une baguette, calcule :

1) Le prix de douze baguettes ;
2) Le prix de deux baguettes ;
3) Le prix de trois baguettes ;
4) Le prix de quinze baguettes.

26 Pour obtenir un verre de sirop, on a versé 8 cl de grenadine dans 30 cl d'eau.

Quelle quantité de grenadine faut-il mettre dans 45 cl d'eau pour obtenir exactement le même goût ?

27 Une chaîne d'embouteillage produit 1 200 bouteilles en 3 heures.

1) Combien de bouteilles produit-elle en une heure ? En deux heures ?
2) Combien de temps faut-il pour produire 6 000 bouteilles ?

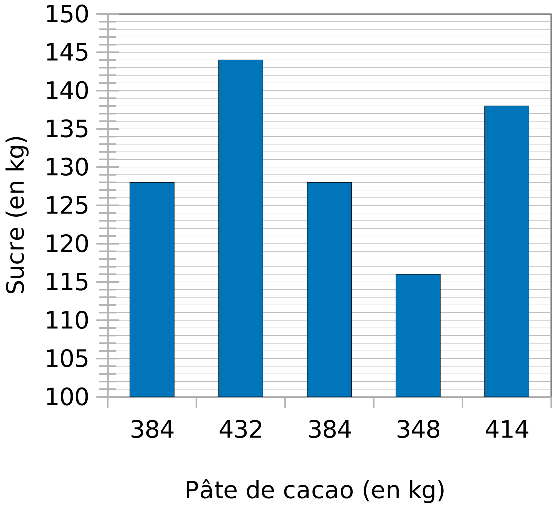
28 Pour remonter l'ancre de son voilier, un marin a mis 3 minutes pour enrouler 21 m de chaîne. Lors d'une autre escale, il a mis 4 min 30 s pour 31,50 m.

1) En supposant qu'il le fasse à vitesse constante, combien de temps mettra-t-il pour remonter une ancre jetée à 10,50 m de fond ?
2) Quelle longueur de chaîne enroulera-t-il en 13 min 30 s ?

Approfondir

29 Diagramme en bâtons

Pour fabriquer du chocolat noir, il faut mélanger de la pâte de cacao et du sucre. Dans une pâtisserie, on a relevé les quantités de pâte de cacao et de sucre utilisées les cinq derniers mois dans le graphique ci-dessous :



1) Recopie et complète à l'aide des données du graphique, un tableau comme celui proposé ci-dessous :

Masse de sucre (en kg)				…
Masse de pâte de cacao (en kg)				…

2) D'après ce tableau, peut-on dire que la masse de sucre est proportionnelle à celle de la pâte de cacao ? Justifie ta réponse.

30 Des mélanges

Une entreprise propose plusieurs types de béton selon la quantité de gravier, de sable et de ciment qu'il comporte.

	Gravier	Sable	Ciment
Béton A	21 kg	10 kg	9 kg
Béton B	9 kg	3,5 kg	3 kg
Béton C	11 kg	8,5 kg	9,5 kg

Parmi ces mélanges, quel est celui qui comporte :

1) La plus grande proportion de gravier ?

2) La plus grande proportion de sable ?

3) La plus grande proportion de ciment ?

Tu justifieras chacune de tes réponses.

31 Diagramme circulaire

Dans le collège Sésacol, la répartition des élèves en fonction du niveau est la suivante :

Niveau	$5^{ème}$	$6^{ème}$	$7^{ème}$	$8^{ème}$
Nombre d'élèves	126	112	120	122

On souhaite représenter ces données à l'aide d'un diagramme circulaire.

1) Combien y a-t-il d'élèves dans ce collège ? Quelle est la mesure de l'angle au centre d'un secteur angulaire qui représenterait l'ensemble des élèves de ce collège dans un diagramme circulaire ?

2) Recopie et complète le tableau de proportionnalité suivant :

Niveau	$6^{ème}$	$5^{ème}$	$4^{ème}$	$3^{ème}$	Total
Nombre d'élèves	126	112	120	122	
Angle au centre					360°

3) Trace un cercle de rayon 5 cm et représente la répartition des élèves sous forme de diagramme circulaire.

"ma

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- BlaBla1
- BlaBla2
- BlaBla3
- BlaBla4
- BlaBla5
- BlaBla6

QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

32 1 CD coûte 6,50 CHF. Combien coûtent 11 CD ?

(a) 65 CHF (b) 71,5 CHF (c) 715 CHF (d) 11 CHF

33 1 kg de pommes coûte 1,60 CHF. Rémi paye 1,20 CHF. Il a donc acheté . . .

(a) 750 g de pommes (b) 0,40 kg de pommes (c) 1,333 kg de pommes (d) 0,75 kg de pommes

34 Quelle(s) est (sont) la (les) situation(s) de proportionnalité ?

(a) Les dimensions d'une maquette par rapport aux dimensions de l'objet réel.
(b) La taille d'un être humain avec son âge.
(c) La quantité de peinture en fonction de la surface à peindre.
(d) Le prix à payer en fonction du nombre d'articles achetés.

35 Quel(s) est (sont) le (les) tableau(x) de proportionnalité ?

(a)

1	2	3
4,5	9	13,5

(b)

1	2	6
7	14	41

(c)

3	6	9
7,5	15	21,5

(d)

5	10	20
9	14	24

36 Si trois baguettes coûtent 2,40 CHF, alors . . .

(a) Cinq baguettes coûtent 4,40 CHF
(b) Dix baguettes coûtent 8 CHF
(c) Six baguettes coûtent 8,20 CHF
(d) Deux baguettes coûtent 1,60 CHF

37 8 fourmis de même taille, en file indienne, mesurent au total 7,2 cm, donc . . .

(a) 7 fourmis mesurent au total 6,3 cm
(b) 12 fourmis mesurent au total 10,2 cm
(c) 16 fourmis mesurent au total 144 mm
(d) 2 fourmis mesurent au total 1,6 cm

38 Un nénuphar double de surface tous les jours. En quarante jours, il recouvre un lac.

(a) Le lac était recouvert à moitié le vingtième jour
(b) Le quatre-vingtième jour le nénuphar couvrira deux lacs de même surface
(c) Un quart du lac était recouvert le trente-huitième jour
(d) La situation présentée est proportionnelle

39 Une voiture de course fait un tour de circuit de 14 km en 4 minutes à vitesse constante. Alors . . .

(a) En une heure, elle parcourt 280 km
(b) Elle a parcouru 3,5 km par minute
(c) Elle parcourt en 12 minutes trois fois plus de distance
(d) Elle roule en moyenne à 210 km/h

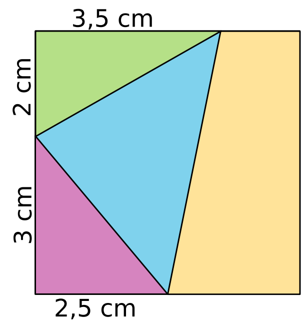
Travaux pratiques

TP 1 Le puzzle qui s'agrandit

A Création d'un modèle

1) Tracez un carré de 5 cm de côté pour le groupe. Partagez-le en autant de pièces (triangles rectangles, carrés, rectangles, trapèzes . . .) que de membres du groupe. Vous obtenez un puzzle du carré.

2) Déterminez ensemble les dimensions de chaque pièce.



B Agrandissement

On souhaite agrandir le puzzle.

Chaque élève du groupe choisit une pièce et la reproduit avec de nouvelles dimensions de façon à ce que le puzzle reconstitué soit un carré de 12 cm de côté.

C Vérification

Vérifiez en essayant de reconstituer le puzzle.

Récréation, énigmes

Les œufs (d'après le GVJM)

Deux œufs d'autruche permettent de faire une omelette qu'on pourrait faire avec 45 œufs de poule. Avec 9 œufs de poule, on fait une omelette pour 5 personnes.

Combien faudrait-il d'œufs d'autruche pour faire une omelette pour 100 personnes ?

Des billes (source : www.educalire.net)

Paul a 20 ans ; il décide de donner ses 738 billes à ses 3 frères, âgés de 11, 14 et 16 ans. Il veut les partager proportionnellement à l'âge de chacun.

Combien chaque frère recevra-t-il de billes ?

Les pommes (d'après le GVJM)

Deux paniers, A et B, contiennent des pommes. Il y a 2 fois plus de pommes dans le panier A que dans le panier B. Un voleur prend 18 pommes et pourtant il reste encore 2 fois plus de pommes dans le panier A que dans le panier B.

Combien de pommes ont été volées dans le panier A ?

Les bougies (d'après le GVJM)

Fonfon Labricole s'est aperçu que les bougies ne se consument jamais complètement. Avec 7 restes de bougies, il fabrique une grande bougie.

Quel est le maximum de grandes bougies qu'il peut allumer avec 49 restes de bougies et un briquet ?

GÉOMÉTRIE

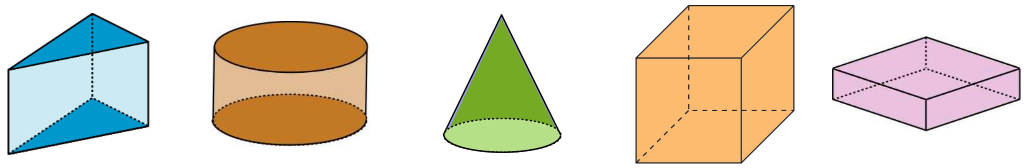
9

Solides et Volumes

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Un p'tit tour dans l'Espace !

Partie A : Quelques représentations

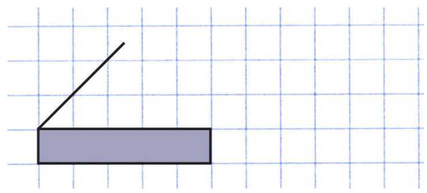


objet 1 | objet 2 | objet 3 | objet 4 | objet 5

1) À quels objets de la vie courante te font penser les objets ci-dessus ?
2) Pourquoi y a-t-il des traits en pointillés ?
3) Pour les *objets 1*, *4* et *5*, indique le nombre de **faces**, d'**arêtes** et de **sommets**.
4) Pour chaque objet, dessine à main levée une représentation possible de la vue de dessus.
5) Dans la réalité, les faces de l'*objet 5* sont des rectangles. Qu'en est-il dans sa représentation ci-dessus ?

Partie B : Perspective cavalière

1) Plusieurs perspectives existent. Celle de l'objet 5 est appelée perspective dimétrique. On veut le représenter en **perspective cavalière** dont une particularité est d'avoir une face en vraie grandeur. On a commencé son tracé. Reproduis-le et complète-le en utilisant le quadrillage.



2) Représente maintenant un cube en perspective cavalière en prenant cinq carreaux pour côté du carré en vraie grandeur.

ACTIVITÉ 2 De l'enveloppe au cube

Partie A : Préparation de l'enveloppe

1) Achète une enveloppe standard de format 11 cm × 22 cm et plie-la en deux de façon à obtenir un carré (figure 1).
2) Repère le centre d'un carré au crayon (figure 2).
3) Ramène les sommets du carré vers le centre en marquant bien les plis des deux côtés (figures 3 et 4). Déplie, tu dois obtenir la figure 5.

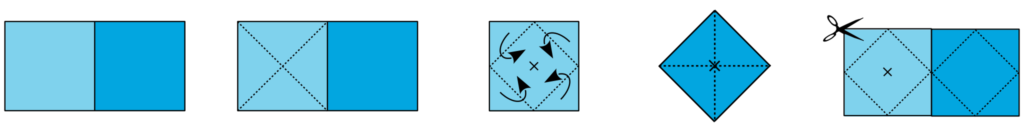


figure 1 | figure 2 | figure 3 | figure 4 | figure 5

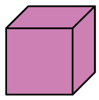
Partie B : Abracadabra !

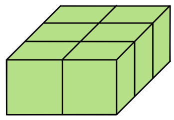
Découpe le haut de l'enveloppe pour l'ouvrir (figure 5). En ouvrant l'enveloppe, tu dois voir apparaître un cube !

Colle cette enveloppe dans une double page de ton cahier de façon à ce que le cube se reforme quand tu ouvres ton cahier au niveau de cette double page.

ACTIVITÉ 3 La chasse aux cubes

Partie A : Pour commencer . . .

Julien dispose d'un jeu de cubes tels que celui-ci : 

En assemblant six de ces cubes, il obtient un nouveau solide : 

1) Comment s'appelle ce solide ?
2) Combien a-t-il de faces ? Donne la nature de chaque face. Combien y en a-t-il de différentes tailles ? Dessine chacune d'elles en vraie grandeur sachant que l'arête du petit cube est 1 cm.
3) Dessine ce solide en perspective cavalière et colorie deux de ses faces parallèles. Au total, combien y a-t-il de paires de faces parallèles ?

Partie B : Un peu plus dur . . .

1) Avec huit cubes, combien peut-on construire de **pavés droits** différents ?
2) Dessine en perspective cavalière et à main levée tous les solides obtenus. (Tu pourras t'aider de papier pointé.) Est-ce que certains sont « plus particuliers » que d'autres ?
3) Quel(s) est (sont) celui (ceux) qui a (ont) la plus grande arête ? La plus petite arête ?
4) Quel(s) est (sont) celui (ceux) qui a (ont) la plus grande face ? La plus petite face ?
5) Ont-ils tous le même nombre de sommets ?

ACTIVITÉ 4 Patron du pavé droit

Partie A : Dimensions de la boîte

Gilles a sous les yeux une boîte qu'il voudrait reconstruire à l'identique, en papier. Cette boîte a la forme d'un pavé droit.

1) Il mesure les côtés d'une face et trouve 2,5 cm et 3,5 cm. Reproduis cette face en grandeur réelle sur ton cahier.
2) Il mesure une autre face et constate qu'elle a la même largeur que la première et qu'elle est deux fois plus longue. Reproduis cette seconde face.
3) Malheureusement, il n'a pas le temps de prendre d'autres mesures et doit rentrer chez lui. Avec ce qu'il a pu mesurer, a-t-il toutes les informations pour reconstruire la boîte ? Si oui,

donne les dimensions de la troisième face et reproduis-la.

Partie B : Vers le patron

1) Construis un **patron** possible de ce pavé droit. Y a-t-il plusieurs possibilités ?
2) Découpe et assemble le patron.

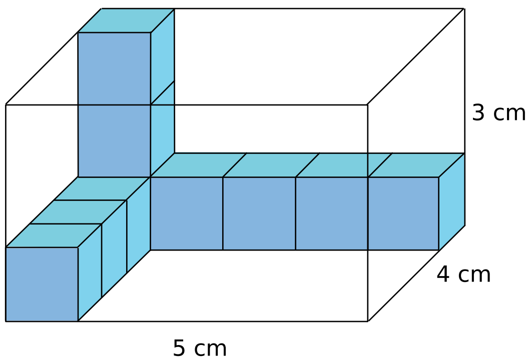
Partie C : Emballer c'est peser

1) On utilise du ruban pour ficeler cette boîte. Sachant qu'il en faut 9 cm pour le nœud, quelle est la longueur de ruban nécessaire ?
2) Il y a deux autres façons de la ficeler. Pour chacune, fais un schéma et calcule la longueur de ruban nécessaire.
3) Quelle est la méthode qui nécessite le moins de ruban ?

ACTIVITÉ 5 Volume d'un parallélépipède rectangle

Partie A

On souhaite remplir la boîte ci-dessous en forme de **parallélépipède rectangle** avec des cubes d'un centimètre d'arête. On rappelle qu'un cube de 1 cm d'arête a un **volume** de 1 cm^3.



1) Combien de cubes faut-il pour remplir le fond de la boîte ?
2) En comptant les cubes déjà dans la boîte, combien de couches faut-il pour remplir toute la boîte ?
3) En comptant les cubes déjà dans la boîte, combien de cubes faut-il au total pour remplir toute la boîte ?
4) Déduis-en le volume de cette boîte.

Partie B

Reprends les questions précédentes avec une boîte de dimensions 9 cm, 10 cm, 12 cm.

Partie C

Quelles dimensions doit-on connaître pour calculer le volume d'un parallélépipède rectangle ?

Déduis-en une formule permettant de le calculer.

ACTIVITÉ 6 Conversions

Partie A

Un parallélépipède rectangle a pour dimensions 4 cm, 6 cm et 8 cm.

1) Quel est son volume en cm^3 ?

2) Combien faut-il de cubes de 1 mm d'arête pour le remplir ?

3) Quel est son volume en mm^3 ?

4) Quelle opération doit-on effectuer pour passer du volume d'un solide en cm^3 à son volume en mm^3 ?

Partie B : Une petite expérience

1) Trouve un récipient de forme parallélépipédique. Mesure ses dimensions et calcule son volume en dm^3.

2) Quelle est la **capacité** de ce récipient en litres ? (Si elle n'est pas indiquée sur le récipient, tu pourras le remplir d'eau puis mesurer sa capacité à l'aide d'une éprouvette graduée.)

3) Déduis-en alors la correspondance entre un volume en dm^3 et une capacité en litres.

Cours - Méthodes

À CONNAÎTRE

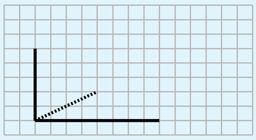
Lorsqu'on représente un solide en **perspective cavalière** :

- La face avant est représentée en vraie grandeur ;
- Les arêtes parallèles sont représentées par des segments parallèles ;
- Les arêtes cachées sont dessinées en pointillés.

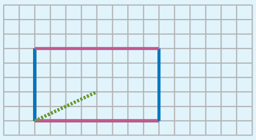
MÉTHODE 1 Représenter en perspective cavalière

Exemple

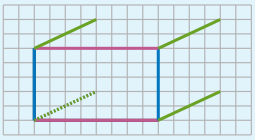
Complète la représentation en perspective cavalière du pavé droit ci-contre.



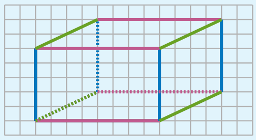
On commence par la face avant, en vraie grandeur.



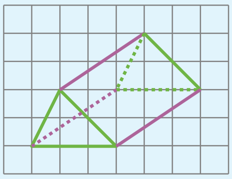
On trace les arêtes transversales, parallèles et de même longueur, mais pas en vraie grandeur.



On finit par la face arrière, en vraie grandeur.



Exemple Trace un prisme droit à base triangulaire en perspective cavalière.



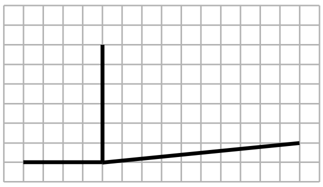
Les **bases** de ce prisme droit sont des triangles parallèles et superposables. On les représente en vraie grandeur.

Les **arêtes latérales** de ce prisme sont parallèles et de même longueur. On les représente par des segments parallèles de même longueur.

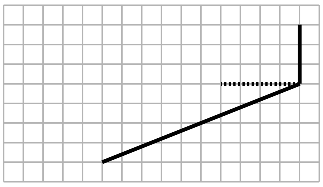
On trace en pointillés les arêtes cachées.

Exercice d'application Complète les représentations en perspective cavalière des deux pavés ci-dessous :

1)

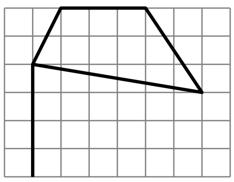


2)



Exercice d'application

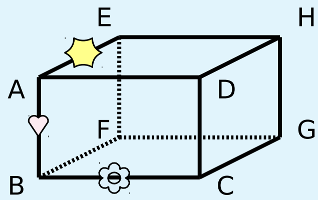
Reproduis puis complète le tracé en perspective cavalière du prisme droit ci-contre :

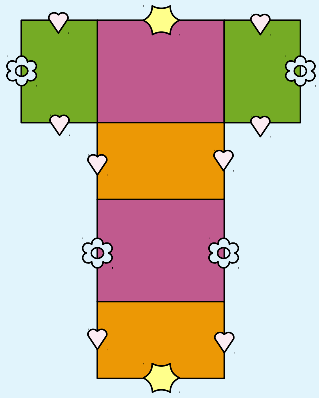


Cours - Méthodes

MÉTHODE 2 Construire un patron

Exemple Construis un patron d'un pavé droit $ABCDEFGH$ tel que $AB = 3$ cm, $AD = 4$ cm et $AE = 5$ cm.



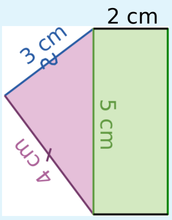


Un pavé droit comprend trois paires de faces rectangulaires parallèles et de mêmes dimensions.

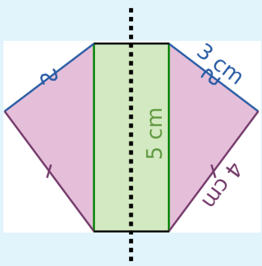
- Les faces $ABCD$ et $EFGH$ mesurent 3 cm par 4 cm ;
- Les faces $AEHD$ et $BFGC$ mesurent 4 cm par 5 cm ;
- Les faces $ABFE$ et $DCGH$ mesurent 3 cm par 5 cm.

Pour obtenir le patron, on peut les disposer « en T ».

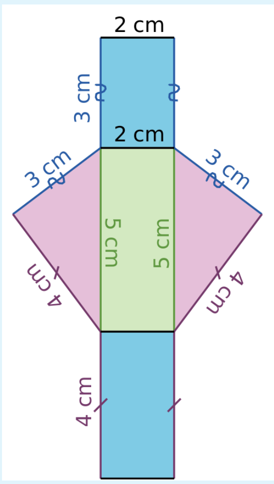
Exemple Dessine le patron d'un prisme droit dont la base est un triangle de côtés 5 cm, 4 cm et 3 cm, et dont la hauteur est 2 cm.



On construit une des bases, qui est un triangle, puis on trace une face latérale qui est un rectangle dont les côtés sont un côté de la base et la hauteur du prisme droit.



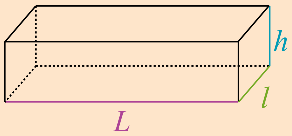
On trace la seconde base, qui est un triangle symétrique au premier par rapport à l'un des axes de symétrie du rectangle.



On complète le patron en traçant les deux dernières faces latérales du prisme droit, qui sont des rectangles.

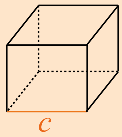
Exercice d'application Construis un patron d'un pavé droit de dimensions 4,5 cm ; 6,2 cm et 3 cm.

À CONNAÎTRE



Volume du parallélépipède rectangle

$$V = L \cdot l \cdot h$$



Volume du cube

$$V = c \cdot c \cdot c$$

Les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

MÉTHODE 3 Calculer le volume d'un cube et d'un parallélépipède rectangle

REMARQUE : Un parallélépipède rectangle peut également s'appeler un **pavé droit**.

Exemple Calcule le volume d'un pavé droit de 32 mm de longueur, 2,5 cm de largeur et 0,4 dm de hauteur.

$V = L \cdot l \cdot h$ ⟶ On écrit la formule.

$V = 3{,}2\,\text{cm} \cdot 2{,}5\,\text{cm} \cdot 4\,\text{cm}\,;$ ⟶ On remplace par les données numériques exprimées dans la même unité :

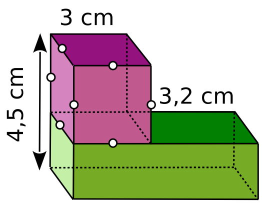
$V = 32\,\text{cm}^3$

$32\,\text{mm} = 3{,}2\,\text{cm}$ et $0{,}4\,\text{dm} = 4\,\text{cm}$.

Le volume du pavé droit est de 32 cm^3.

Exercice d'application Calcule le volume d'un cube de 6,1 dm de côté.

Exercice d'application Calcule le volume du solide ci-contre :

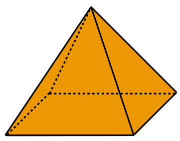


S'entraîner

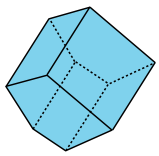
Perspective cavalière

1 Solides en vrac

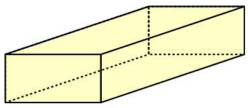
1)



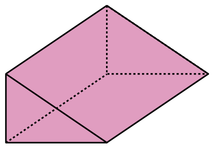
3)



2)



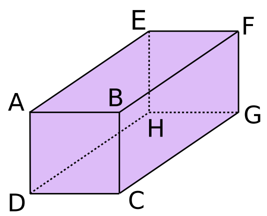
4)



Pour chacun des solides, donne le nombre de sommets, d'arêtes et de faces.

2 Parallélépipède rectangle

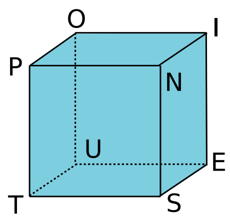
Voici la représentation en perspective cavalière d'un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$:



1) Donne deux autres noms possibles pour ce pavé droit.
2) Combien a-t-il de sommets ? Nomme-les.
3) Donne le nombre de faces puis nomme-les.
4) Combien d'arêtes a-t-il ? Nomme-les.
5) Nomme les arêtes qui ne sont pas visibles.

3 Avec un cube

Soit le cube $POINTUES$ représenté ci-dessous :



1) Donne le nombre de sommets, le nombre d'arêtes et le nombre de faces de ce cube.
2) Quelle est la nature de la face $PNST$?
3) Quelle est la nature de la face $POIN$?
4) Quelles sont les faces cachées du cube ?

4 Avec un cube (bis)

La représentation en perspective cavalière du cube $POINTUES$ est à l'exercice 3.

1) Nomme la (ou les) face(s) parallèle(s) à la face $POIN$;
2) Nomme la (ou les) face(s) perpendiculaire(s) à la face $PNST$;
3) Cite toutes les arêtes de même longueur que l'arête $[PO]$;
4) Combien d'arêtes ne sont pas visibles ? Nomme-les ;
5) Si on pose ce cube sur la face $NIES$, les faces $POIN$ et $OUEI$ étant visibles, quelles sont alors les faces cachées de ce cube ?

5 Longueurs

Soit le pavé droit $ABRICOTS$ tel que $AB = 3$ cm, $BR = 4$ cm et $AC = 6$ cm :

1) Fais, à main levée, une représentation en perspective cavalière de ce pavé droit. Code les arêtes de même longueur sur ton dessin.
2) Recopie et complète le tableau :

Arêtes	$[IR]$	$[BO]$	$[CS]$	$[RT]$	$[CO]$	$[OT]$
Longueur (en cm)						

3) Trace en vraie grandeur les faces $ABRI$ et $ABOC$.
4) En utilisant la figure précédente, donne une valeur approchée de la longueur BC.

6 Vrai / Faux

On considère le pavé droit de l'exercice 2. Pour chaque affirmation, indique si elle est vraie ou fausse :

1) Les faces $ABCD$ et $EFGH$ sont parallèles ;
2) La face $ABCD$ est un carré ;
3) L'angle $\widehat{GHD}$ mesure 120° environ ;
4) ABC est un triangle rectangle et isocèle en B ;
5) L'angle $\widehat{BEF}$ mesure moins de 90° ;
6) L'angle $\widehat{ABF}$ est un angle droit ;
7) Les arêtes $[AB]$ et $[BF]$ sont parallèles ;
8) Les arêtes $[EH]$ et $[BF]$ sont sécantes ;
9) Les arêtes $[CG]$ et $[FG]$ ne sont pas perpendiculaires ;

10) La face $ADHE$ est un rectangle.

7 Perspective et pavé droit

Un parallélépipède rectangle a pour dimensions 2 cm ; 4,5 cm et 5,5 cm :

1) Réalise à main levée une représentation possible de ce pavé droit en perspective cavalière puis code ton dessin ;

2) Construis, à l'aide des instruments de géométrie, une représentation en perspective cavalière de ce pavé droit.

8 Perspective et cube

Un cube a une arête de 5 cm :

1) À main levée, dessine ce cube en perspective cavalière puis code ton dessin ;

2) Construis, sur papier quadrillé, une représentation en perspective cavalière de ce cube.

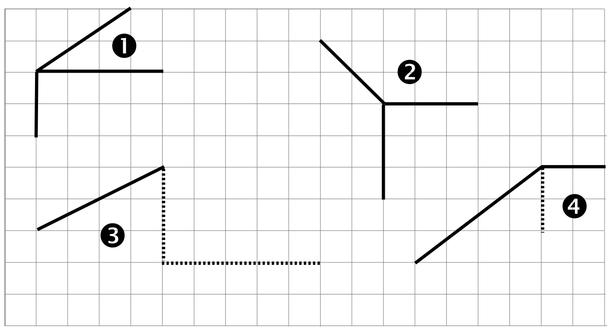
9 On empile deux cubes identiques d'arête 2 cm l'un sur l'autre :

1) Décris le solide obtenu et donne ses dimensions ;

2) Représente ce solide en perspective cavalière sur papier quadrillé.

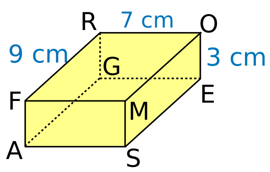
10 Perspective sur quadrillage

Reproduis puis complète les dessins suivants pour obtenir des représentations en perspective cavalière d'un pavé droit :



11 Araignée

Une araignée part du sommet F pour aller au sommet E. Elle ne marche que sur les arêtes de ce pavé droit :

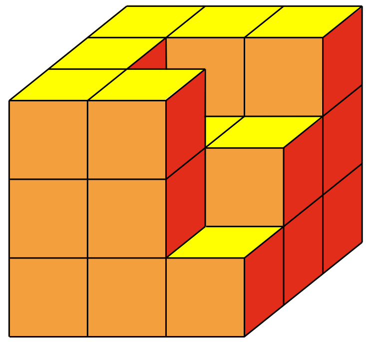


1) Quel est le chemin le plus court ? Y a-t-il plusieurs possibilités ? Si oui, donne-les toutes.

2) Calcule la longueur de ce chemin.

12 Empilements

Le solide ci-dessous est composé de cubes ayant pour arête 3 cm. La face du bas, la face arrière et la face de gauche sont des carrés :



1) Combien de cubes faudrait-il ajouter pour obtenir un cube d'arête 9 cm ?

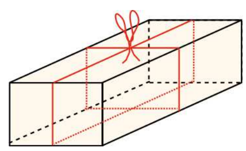
2) Combien de cubes contient ce solide ?

3) Dessine en vraie grandeur la face de dessus et la face de droite.

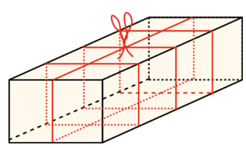
13 Paquets

Mandy veut ficeler des paquets de dimensions 20 cm, 15 cm et 50 cm. Elle a besoin de 25 cm par paquet pour faire le nœud. Mandy possède deux pelotes de ficelle de 95 m chacune.

1)



2)



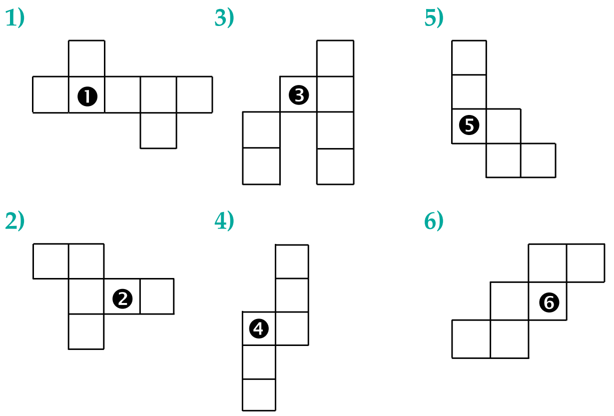
- Pour chaque paquet, donne la longueur en mètres de ficelle utilisée par Mandy.
- Combien de paquets 13 pourra-t-elle ficeler avec une pelote ?
- Combien de paquets 13 pourra-t-elle ficeler avec deux pelotes ?

Patrons

14 Patrons d'un cube ?

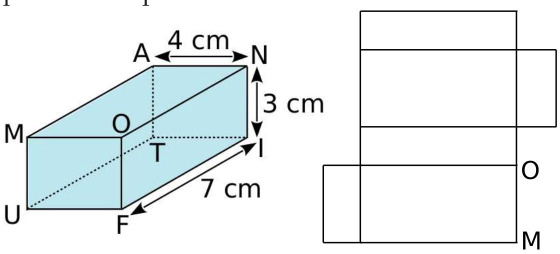
Quels dessins représentent un patron de cube ?

S'entraîner



15 Patron et pavé

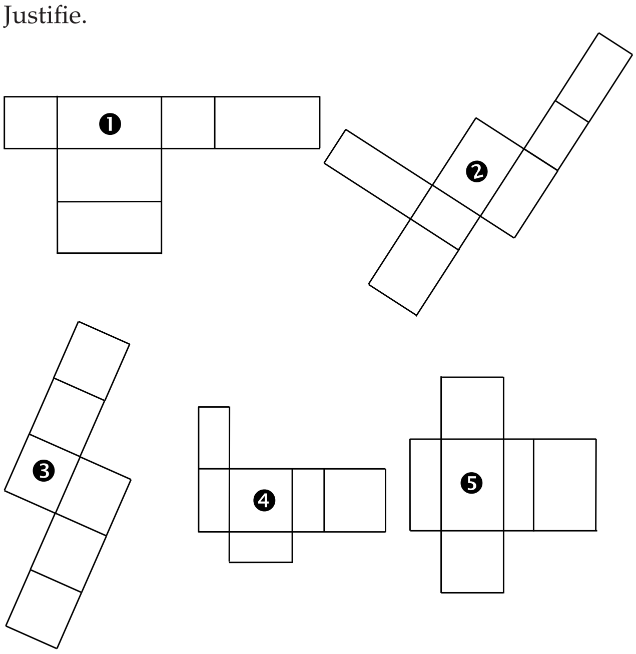
Soit une représentation en perspective cavalière et un patron d'un pavé droit :



1) Reproduis, à main levée, le patron du pavé droit ; complète le nom des sommets et code les égalités de longueurs.
2) Trace ce patron en vraie grandeur.

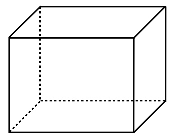
16 Patrons d'un pavé ?

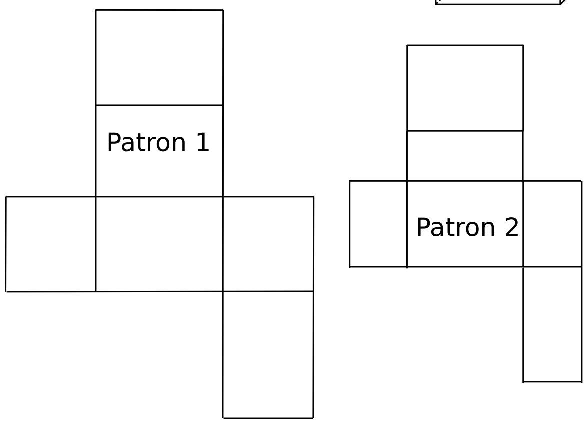
Quels dessins représentent un patron de pavé droit ? Justifie.



17 Au choix

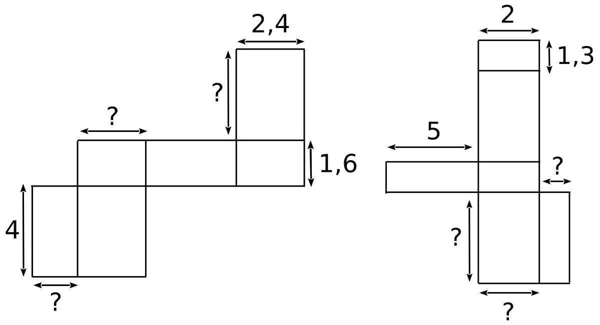
Associe ce pavé droit à son patron. Justifie.





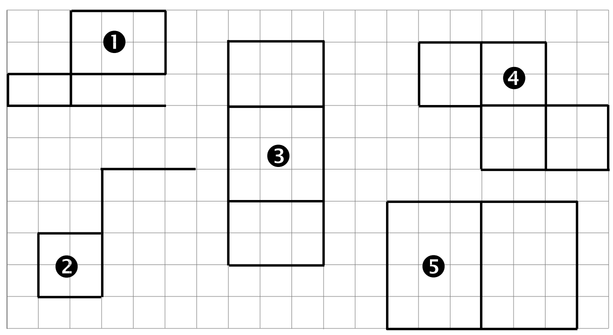
18

Reproduis, à main levée, chaque patron de pavé droit en complétant les longueurs manquantes :



19 Patrons en vrac

Recopie puis complète chaque patron de pavé droit :



20

Trace un patron des solides dont les dimensions sont dans les tableaux ci-dessous :

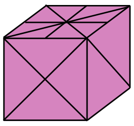
1)

Pavé droit	Longueur	Largeur	Hauteur
①	4,5 cm	2 cm	6 cm
②	27 mm	1,5 cm	42 mm
③	5,3 cm	25 mm	74 mm

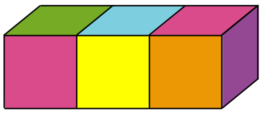
2)

Cube	Longueur de l’arête
④	4,5 cm
⑤	56 mm

21 Réalise un patron de ce cube d’arête 3,6 cm sachant que les motifs sur deux faces opposées sont identiques.

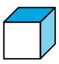


22 Réalise un patron de ce pavé droit composé de trois cubes identiques d’arête 2 cm, en respectant les couleurs.



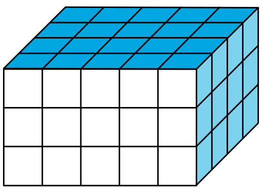
Calculer des volumes

23 **Volume par comptage**

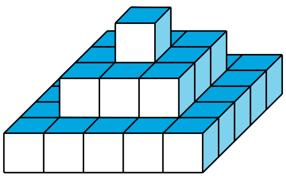
 est 1 unité de volume.

Donne le volume de chaque solide en unités de volume. Les volumes sont supposés pleins.

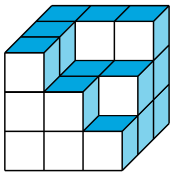
1)



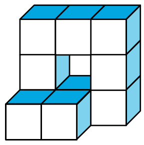
4)



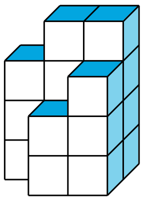
2)



5)



3)



24 **Volume de pavés**

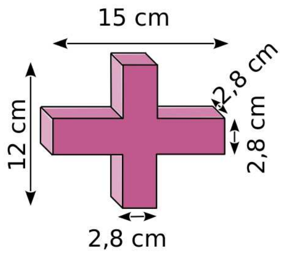
Recopie le tableau et calcule les valeurs de a, b, c, d, e et f :

	Longueur	Largeur	Hauteur	Volume
P_1	3 cm	1 cm	2 cm	a
P_2	3,5 mm	2 mm	1 mm	b
P_3	2,2 dm	8 cm	3 dm	c
P_4	6 dm	5 dm	d	120 dm^3
P_5	e	4 m	3,2 m	74,24 m^3
P_6	2,5 hm	2,7 dam	f	81 dam^3

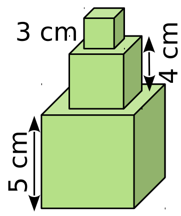
25 **Des solides**

Calcule le volume de chaque solide constitués de parallélépipèdes rectangles :

1)

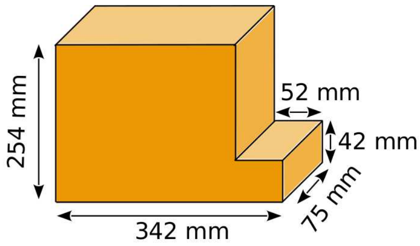


3)



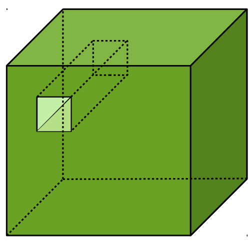
S'entraîner

2)

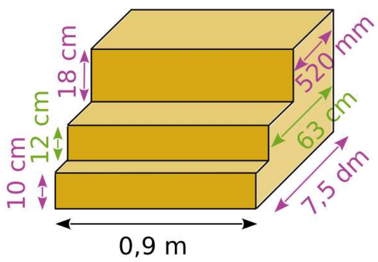


26 Attention aux unités

1) Un cube de côté 1,2 m est percé de part en part par un trou fait à partir d'un carré de côté 12 cm. Calcule le volume du solide obtenu :

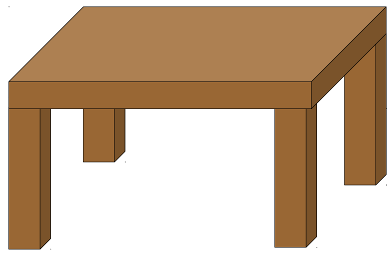


2) Calcule en cm^3 le volume de ce solide :



27 Des tables

Une table est composée d'un plateau rectangulaire de 3 cm d'épaisseur qui mesure 1,3 m de long et 0,8 m de large. Les pieds ont une base carrée de 9 cm de côté et une hauteur de 72 cm.



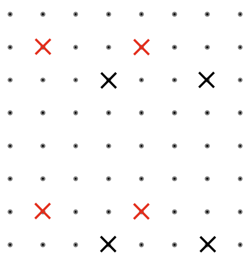
1) Calcule le volume de bois nécessaire pour fabriquer cette table.

2) Le chêne qui constitue cette table a une densité d'environ 0,7, ce qui signifie qu'un mètre cube de chêne pèse 700 kg. Combien pèse cette table si on la construit en chêne ?

3) Une autre table construite en ébène (densité = 1,10) a une masse de 60,5 kg. Quel est le volume de cette table ?

28 **Visible ou caché ?**

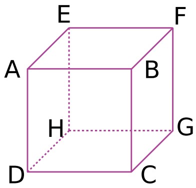
La figure ci-contre représente les huit sommets d'un pavé droit. Reproduis deux figures similaires puis complète-les de façon à ce que les quatre points marqués en rouge forment :



1) La face de devant sur la première figure ;
2) La face de derrière sur la deuxième figure.

29 **Triangles particuliers**

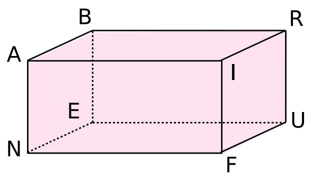
On a représenté ci-contre un cube d'arête 4,5 cm.



1) Quelle est dans la réalité la nature du triangle BFG ? Justifie.
2) Quelle est dans la réalité la nature du triangle GBD ? Justifie.
3) Construis ces deux triangles en vraie grandeur.

30 **Triangles particuliers (bis)**

$ABRINEUF$ est un pavé droit représenté ci-après en perspective cavalière. On donne $BR = 7$ cm et $AN = AB = 4$ cm.



1) Quelle est dans la réalité la nature :
   - du triangle ABI ?
   - du triangle BIN ?

   Justifie tes réponses.
2) Construis ces deux triangles en vraie grandeur.

31 **Se méfier des apparences**

On considère le parallélépipède rectangle de l'exercice 30.

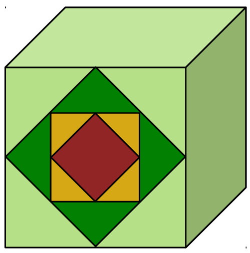
1) Nomme deux arêtes qui sont perpendiculaires dans la réalité, mais pas sur le dessin.
2) Peux-tu répondre à la même question en remplaçant le mot « perpendiculaires » par « parallèles » ?

32 **Vrai ou faux ?**

On considère le parallélépipède rectangle de l'exercice 30.

1) Que peux-tu dire :
   - des droites (AN) et (AI) ?
   - des droites (AB) et (AI) ?
2) Que penses-tu alors de l'affirmation : « Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles. » ?

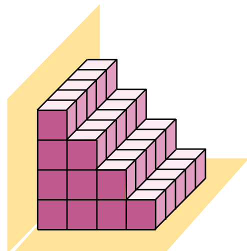
33 **Belle perspective**



1) Reproduis le cube ci-contre en perspective cavalière sur papier quadrillé.
2) Reproduis sur chaque face visible le motif figurant sur la face de devant.

34 **La bonne marche à suivre**

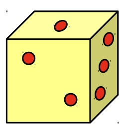
En collant des blocs cubiques identiques de 40 cm d'arête, on a construit un escalier comprenant quatre marches. Cet escalier doit ensuite être verni.



1) Combien de cubes constituent l'escalier ?
2) Combien de faces carrées vont être vernies, sachant qu'on ne vernit pas la partie en contact avec le sol ou avec le mur ?
3) Un pot de 1 L de vernis couvre 15 m². Combien faudra-t-il de pots pour passer deux couches sur l'escalier ?
4) Calcule le nombre de cubes nécessaires à la fabrication d'un escalier semblable mais comprenant 100 marches.

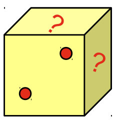
35 **Des dés**

Sur un dé à jouer, la somme des nombres de points inscrits sur deux faces opposées est égale à 7.



Approfondir

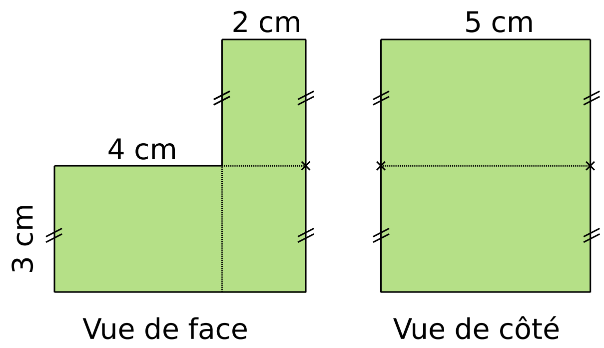
1) Construis un patron du dé ci-dessus puis marque les points sur chaque face.
2) Sachant que le dé est à présent posé sur la face à trois points, combien de points comporte la face du dessus ? Et la face de droite ?



36 Patron

On donne ci-dessous la vue de face et la vue de côté d'un solide composé de deux parallélépipèdes rectangles accolés :

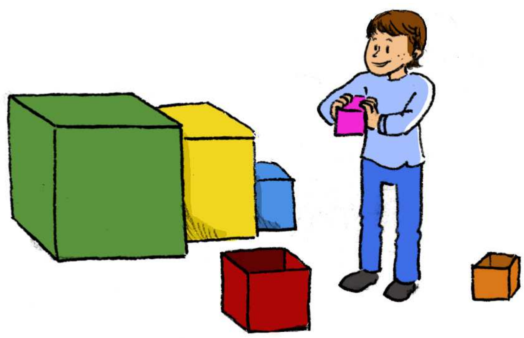
1) Donne les dimensions de chaque parallélépipède rectangle.
2) Fais un patron de chacun d'entre eux.



37 Un solide peut en cacher un autre

On considère un cube de 5 cm d'arête :

1) Sur papier quadrillé, trace une représentation en perspective cavalière de ce cube puis marque les milieux des arêtes de la face de « dessus » et de la face de « dessous ».
2) Décris le solide obtenu en reliant les huit points que tu as marqués. Fais-en un patron.
3) Que se passe-t-il si on recommence le processus ?

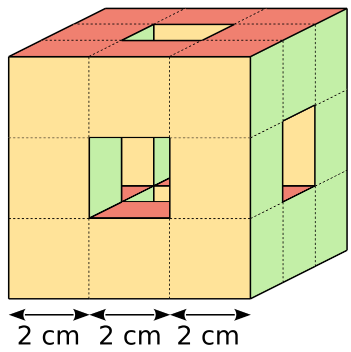


38 Chasse d'eau

Un réservoir de chasse d'eau a la forme d'un pavé droit de 30 cm de longueur, 24 cm de largeur et 18 cm de hauteur. Il est rempli aux trois quarts de sa hauteur. Combien de litres d'eau sont utilisés lorsqu'on tire cette chasse d'eau ?

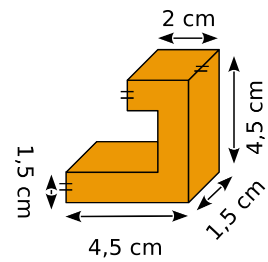
39 Cube percé

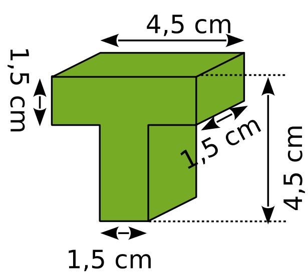
Calcule le volume de ce solide qui est un cube percé de part en part au centre de chaque face :



40 Des pièces

Les figures ci-dessous représentent deux pièces d'un jeu. Compare leurs volumes respectifs :





"ma

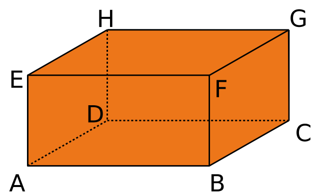
Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- BlaBla1
- BlaBla2
- BlaBla3
- BlaBla4
- BlaBla5
- BlaBla6

QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.



$ABCDEFGH$ est un pavé droit.

41

a) $[HD]$ est une arête
b) $[EF]$ est une arête
c) $[BG]$ est une arête
d) $[AG]$ est une arête

42

a) La longueur EA sur la figure est en vraie grandeur
b) La longueur FG sur la figure est en vraie grandeur
c) La longueur FC sur la figure est en vraie grandeur
d) La longueur HC sur la figure est en vraie grandeur

43

a) Les faces $ABCD$ et $AEFB$ sont parallèles
b) Les faces $ABCD$ et $EFGH$ sont parallèles
c) Les faces $EADH$ et $FBCG$ sont parallèles
d) Les faces $EADH$ et $EFGH$ sont parallèles

44

a) $AB = EF = HG$
b) $FG = EF$
c) $EH = AD = HG$
d) $HD = EA = FB$

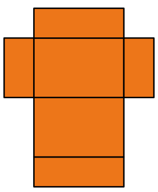
45

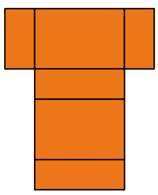
a) (AD) est perpendiculaire à (AB)
b) (AD) et (BC) sont parallèles
c) (AD) et (DC) sont parallèles
d) (AD) est perpendiculaire à (HD)

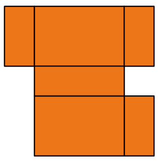
46

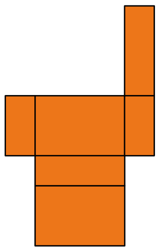
a) FBC est équilatéral
b) FHE est isocèle en F
c) BCD est quelconque
d) FBC est rectangle en B

47 ABCDEFGH a pour patron(s) possible(s) …

a) 

b) 

c) 

d) 

48 Le volume d'un cube de 3 cm d'arête est . . .

- (a) 3 cm^3
- (b) 9 cm^3
- (c) 27 cm^3
- (d) 12 cm^3

49 Quelle phrase est vraie ?

- (a) Si on double la longueur de l'arête d'un cube alors son volume double aussi
- (b) Si on double la longueur de l'arête d'un cube alors son volume est multiplié par 4
- (c) Si on double la longueur de l'arête d'un cube alors son volume est multiplié par 8
- (d) Si on double la longueur de l'arête d'un cube alors son volume est multiplié par 16

50 Mon volume est de 12 cm^3 et la longueur totale de mes arêtes est de 28 cm. Qui puis-je être ?

- (a) Je suis un pavé de dimensions 2 ; 2 et 3 en centimètres
- (b) Je suis un cube d'arête 3 cm
- (c) Je suis un pavé de dimensions 2 ; 7 et 2 en centimètres
- (d) Je suis un pavé de dimensions 6 ; 2 et 1 en centimètres

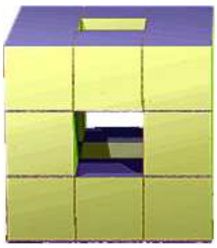
Travaux pratiques

TP 1 Eponge de Menger

A Réalisation

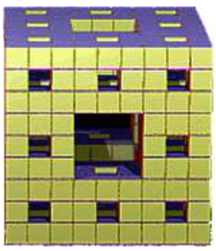
1) Réalisez 20 cubes identiques en papier d'arêtes 4 cm.

2) Placez ces 20 copies de telle façon qu'elles forment un nouveau cube de 12 cm d'arêtes sans les parties centrales. Comme le dessin ci-dessous :



Étape 1

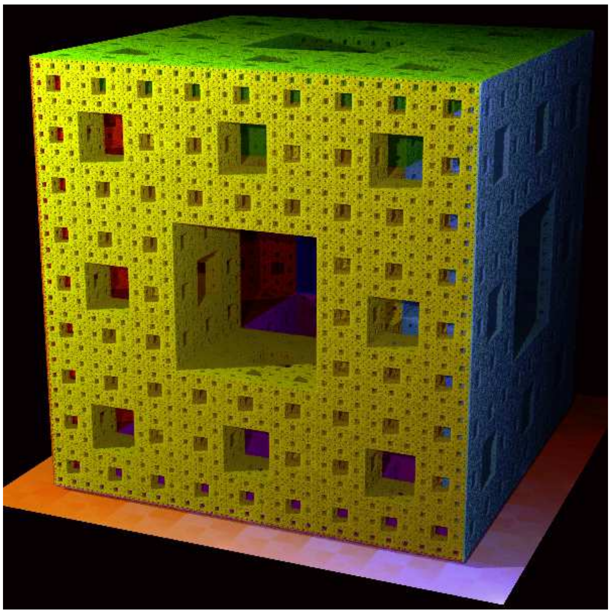
3) Regroupez toutes les copies des cubes réalisées et complétez leurs nombres pour en avoir 400. Placez ces 400 copies de telle façon qu'elles forment un nouveau cube de 36 cm d'arêtes sans les parties centrales. Comme le dessin ci-dessous :



Étape 2

4) Combien de cubes seraient nécessaire pour construire la 3$^{\text{ème}}$ étape ? Quelle hauteur atteindrait l'éponge de Menger ?

Travaux pratiques



(Wikipedia, auteur : Solkoll)

B Volumes

La construction d'une éponge de Menger peut être décrite de la manière suivante :

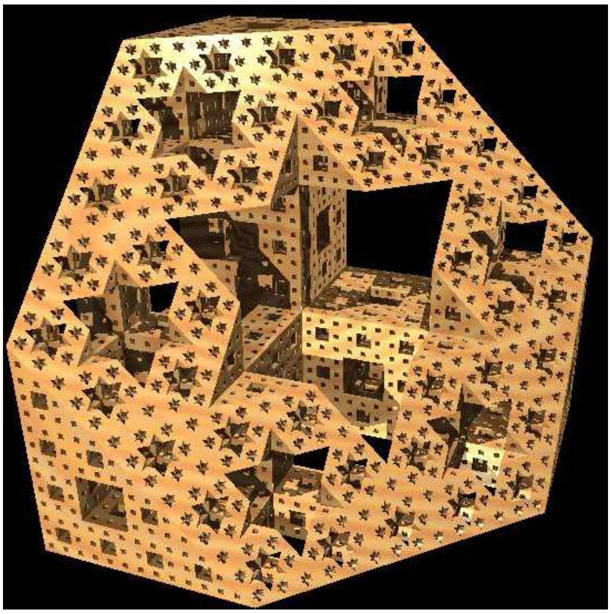
- Débuter par un cube ;
- Réduire le cube au tiers et en faire 20 copies ;
- Placer ces copies de telle façon qu'elles forment un nouveau cube de la même taille que l'original, sans les parties centrales ;
- Répéter le processus à partir de l'étape 2 pour chacun des 20 cubes ainsi créés.

Le solide obtenu à la limite, après un nombre infini d'itérations, est l'éponge de Menger.

1) Que vaut le volume de l'étape 0, si on prend un cube d'arête 9 cm ?
2) Que vaut le volume de l'étape 1 ? l'étape 2 ? et l'étape 3 ?
3) Que dire du volume à l'étape 10 ? et 100 ?
4) Que peut-on conclure ?

Ci-dessous, une éponge de Menger, coupée par un plan transversal passant par les milieux des six côtés du cube.

Travaux pratiques

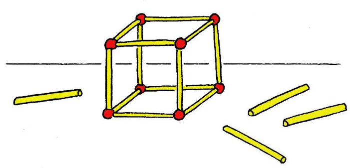


((Wikipedia, auteur : Theon)

Récréation, énigmes

Un petit jeu de construction

Comme cadeau de Noël, Zohra a eu un jeu avec des petites tiges aimantées et des boules métalliques. Au bout de chaque tige, on peut aimanter une autre tige ou une boule.



Elle dispose de 48 tiges et de 8 boules. Elle cherche à construire, en utilisant tout ce matériel, le pavé droit le plus volumineux possible.

1) Quels pavés droits peut-elle construire ?

2) Quel est celui qui a le plus grand volume ? Le plus petit volume ?

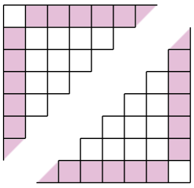
CALCUL

10

Calcul Littéral

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Un carré sans coins



On a représenté ci-contre deux parties d'un carré. Il est constitué de petites cases ayant pour côté un carreau. Celles qui se trouvent sur les bords sont coloriées en rose, sauf les quatre coins.

Partie A

Réalise une figure de 3 carreaux de côté. Indique le nombre de cases roses. Recommence avec un carré de 4 carreaux de côté puis avec un carré de 5 carreaux de côté.

Partie B

Quel est le nombre de cases roses pour un carré de 6 carreaux de côté ? Et pour 12 carreaux ? Et pour 100 ?

Partie C

Le professeur appelle x le nombre de carreaux d'un côté du carré et G le nombre de cases roses. Des élèves ont obtenu les expressions suivantes :

Anis : $G = x \cdot 4 - 2$	Chloé : $G = 4 \cdot (x - 2)$	Enzo : $G = 4 \cdot x - 8$
Basile : $G = x - 2 \cdot 4$	Dalila : $G = (x - 2) \cdot 4$	Florian : $G = 4 \cdot x - 4$

Parmi ces expressions, lesquelles sont fausses ? Pourquoi ? Y a-t-il plusieurs bonnes réponses ? Justifie.

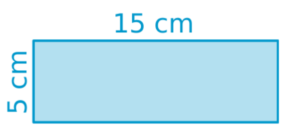
Partie D

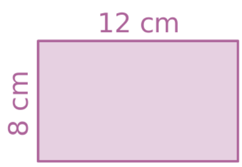
Calcule le nombre de cases roses lorsque $x = 6$ puis $x = 24$ et enfin pour $x = 100$.

ACTIVITÉ 2 Rectangles cousins

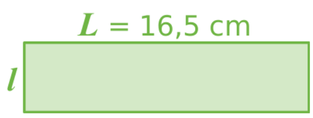
Partie A

Calcule le périmètre et l'aire des deux rectangles suivants. Que remarques-tu ?





Dans cette activité, on s'intéresse uniquement aux rectangles dont le périmètre est 40 cm.



Partie B

Un 3e rectangle a pour longueur $L = 16{,}5$ cm. Calcule sa largeur l puis son aire.

Partie C

Donne les mesures d'un 4e rectangle de même périmètre.