CALCUL

1

Exemples d’usage

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Notion de limite

Une première activité !

$2+2=4$

Sur la **demi-droite graduée** ci-dessous, quel est le nombre associé au point B ? Qu'est-ce qui te permet de l'affirmer ?

Ce nombre est associé à un événement historique important. Lequel ? Décalque cette demi-droite et place le point N associé au nombre qui correspond à l'année de la chute du mur de Berlin. Le nombre associé à un point sur une demi-droite graduée est l'**abscisse** de ce point.

Partie A : une partie de l'activité...

1) Calculer $f(x)$ pour $x = 10\,;100\,;1\,000\,;10^4\,;10^5$; etc.
2) Que peut-on conjecturer quant à $f(x)$ lorsque $x \to +\infty$?

Partie B : ... et une autre partie

On vient de remarquer la propriété suivante, que l'on va par la suite chercher à démontrer (ah bon).

ACTIVITÉ 2 Une autre activité

Partie A : partie 1

Aux XVII^{e} et XVIII^{e} siècles, la notion de fonction.

Partie B : Partie 2

Au début du XIX^{e} siècle, Bolzano et Cauchy.

ACTIVITÉ 3 Encore une activité (avec saut de page)

Partie A : Première partie

On considère les deux fonctions u et v suivantes

Partie B : ...Seconde partie

Si u et v sont deux fonctions.
On donne les fonctions de référence a, b, c et d définies par :

Partie C : Partie 3

Rien dans cette partie :)

DÉBAT 4

Et là on peut mettre un petit débat.

Cours - Méthodes

1. Nombres entiers et décimaux

Dans toute cette partie, $\mathscr{C}_f$ désigne la courbe représentative de la fonction f dans un repère quelconque du plan.

A. Limite finie en l'infini

DÉFINITION

Soit f une fonction définie au moins sur un intervalle de $\mathbb{R}$ du type $]a\,;\,+\infty[$.
La fonction f a pour limite ℓ en $+\infty$ si tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs de $f(x)$ pour x assez grand. On note alors : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \ell$.

Exemple Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x} + 1$. On a $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{x}+1\right) = 1$.
En effet, l'inverse de x se rapproche de 0 à mesure que x augmente.
Soit un intervalle ouvert I tel que $1 \in I$. Alors, $f(x)$ sera toujours dans I pour x assez grand.
Graphiquement, aussi étroite que soit une bande parallèle à la droite d'équation $y = 1$ et qui la contient, il existe toujours une valeur de x au delà de laquelle $\mathscr{C}_f$ ne sort plus de cette bande.

DÉFINITION : Asymptote horizontale

La droite d'équation $y = \ell$ est **asymptote horizontale** à $\mathscr{C}_f$ **en** $+\infty$ si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \ell$.

REMARQUE : On définit de façon analogue $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \ell$ qui caractérise une asymptote horizontale à $\mathscr{C}_f$ en $-\infty$ d'équation $y = \ell$.

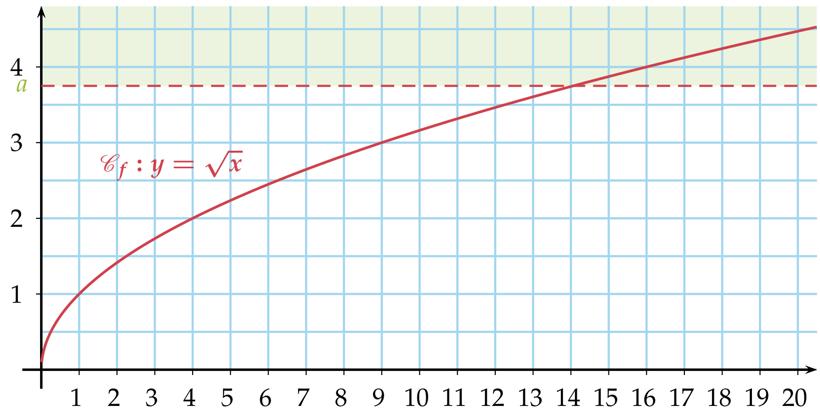
Exemple On a vu précédemment que $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{x}+1\right) = 1$. On a aussi $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{1}{x}+1\right) = 1$.
Donc, la droite d'équation $y = 1$ est asymptote horizontale à la courbe $\mathscr{C}_f$ en $+\infty$ et en $-\infty$.

B. Limite infinie en l'infini

DÉFINITION

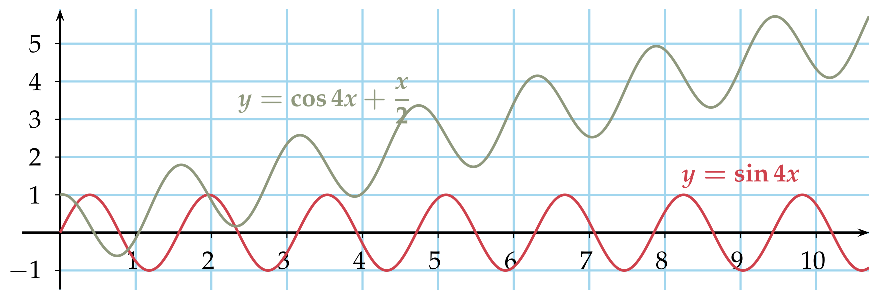
La fonction f a pour limite $+\infty$ en $+\infty$ si tout intervalle de $\mathbb{R}$ du type $]a\,;\,+\infty[$ contient toutes les valeurs de $f(x)$ pour x assez grand. On note alors : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

Exemple Soit f la fonction racine carrée. On a $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$.
En effet, $\sqrt{x}$ devient aussi grand que l'on veut à mesure que x augmente.
Soit un intervalle ouvert $I =]a\ ;\ +\infty[$. Alors, $f(x)$ sera toujours dans I pour x assez grand.
Graphiquement, si on considère le demi-plan supérieur de frontière une droite d'équation $y = a$, il existe toujours une valeur de a au delà de laquelle $\mathscr{C}_f$ ne sort plus de ce demi-plan.



REMARQUE :

- On définit de façon analogue : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.
- Il existe des fonctions qui n'admettent pas de limite en l'infini. Par exemple, les fonctions sinus et cosinus n'admettent de limite ni en $+\infty$, ni en $-\infty$.
- Une fonction qui tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$ n'est pas forcément croissante.



Cours - Méthodes

MÉTHODE 1 Interpréter graphiquement les limites d'une fonction

► Ex. 1 p. 13

L'aperçu de la courbe représentative d'une fonction avec une calculatrice ou un logiciel peut aider à conjecturer une limite (et donc éventuellement une asymptote à la courbe) mais il faut paramétrer correctement la fenêtre d'affichage pour limiter les erreurs de jugement.

Exercice d'application Soit f une fonction dont on a un aperçu du graphe $\mathscr{C}$. Déterminer son ensemble de définition $\mathcal{D}$, puis conjecturer les limites aux bornes de $\mathcal{D}$ et les asymptotes à $\mathscr{C}$.

1) $f : x \mapsto \dfrac{x^3-1}{x^3+1}$

2) $f : x \mapsto 2x - \sqrt{4x^2-1}$

Correction

1) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. A priori, on aurait : $\lim\limits_{x \to \pm+\infty} f(x) = 1$; $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x < -1}} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} f(x) = -\infty$.

$\mathscr{C}$ aurait alors une asymptote horizontale d'équation $y = 1$ en $\pm\infty$ et une asymptote verticale d'équation $x = -1$.

2) $\mathcal{D} =]-\infty\,;\,-\frac{1}{2}[\cup]\frac{1}{2}\,;\,+\infty[$. On a : $\lim\limits_{x \to -1/2} f(x) = -1$ et $\lim\limits_{x \to 1/2} f(x) = 1$ et, il semblerait que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$.

$\mathscr{C}$ aurait alors une asymptote horizontale d'équation $y = 0$ (l'axe des abscisses) en $+\infty$.

La vérification des conjectures est l'objet de l'exercice ?? page **??**.

S'entraîner

Limites : interprétation graphique

1 ► MÉTHODE 1 p. 12

Exercice avec renvoi à une fiche méthode et corrigé. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2\left(1 - \frac{x^2}{9}\right).$$

1) Conjecturer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$ à partir de la représentation graphique ci-dessous obtenue à l'aide d'un logiciel.
2) Étudier les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
3) Expliquer pourquoi la conjecture était erronée.

2 INFO

Soit g la fonction définie par :

$$g(x) = \frac{x}{\sqrt{3x^2 + x + 7}}$$

représentée par $\mathscr{C}$ dans un repère.

1) Donner l'ensemble de définition de la fonction g.
2) À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :
   a) Tracer la courbe $\mathscr{C}$.
   b) Conjecturer une valeur approchée de la limite en $+\infty$ de la fonction g.
3) Déterminer par calcul la valeur exacte de la limite de g en $+\infty$.

3 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\,;\,3\}$ par :

$$f(x) = \frac{1 - 3x}{x^2 - 9}.$$

1) Déterminer la limite de f en $-\infty$ et $+\infty$.
   a) Sur une calculatrice, on a tracé le graphe de f ce qui a donné l'écran suivant :
   b) Expliquer pourquoi il semble apparaître une contradiction.

Limites : opérations

4 **En -2, c'est rationnel !**

Étudier la limite de la fonction f en -2.

1) $f(x) = \dfrac{x - 4}{x^2 + 3x + 2}$
2) $f(x) = \dfrac{-x^2 + x + 6}{2x^2 + 5x + 2}$
3) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{(x + 2)^2}$
4) $f(x) = \dfrac{x^3 + 8}{x^2 - x - 6}$

5 **En 0, c'est radical !**

Étudier la limite de la fonction f en 0.

1) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x + 1}}{x}$
2) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x + 1} - 1}{x}$
3) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x + 4} - 2}{x}$
4) $f(x) = \dfrac{\sqrt{1 - x} - 1}{x^2 - 2x}$

6 Déterminer les limites suivantes.

1) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{2x + 3}{3x - 2}$
2) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} \frac{x - 1}{x^2 + x - 2}$
3) $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} \sqrt{\frac{2x - 1}{x - 2}}$
4) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 1 \\ x > 1}} \frac{x - 1}{x^2 + x - 2}$

7 Déterminer les limites suivantes.

1) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \sqrt{5 - \frac{4}{x^2}}$
2) $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} \left(2 - \frac{1}{x}\right)^3$
3) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} (x - \sqrt{x})$
4) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \sqrt{\frac{2 - x}{x}}$

Limites : comparaison/encadrement

8 Soit une fonction f telle que $f(x)$ vérifie une inégalité ou un encadrement sur un ensemble donné. Indiquer les limites qu'on peut en déduire parmi les deux proposées.

1) Pour tout réel $x \neq 0$, on a $\dfrac{1}{x} \leqslant f(x)$.
   a) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 0 \\ x < 0}} f(x)$ b) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x)$
2) Pour tout réel $x \neq 0$, on a $f(x) \leqslant \dfrac{1}{x}$.
   a) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 0 \\ x < 0}} f(x)$ b) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x)$
3) Pour tout réel $x > 1$, on a $x + \dfrac{1}{x} \leqslant f(x) \leqslant x + 1$.
   a) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 1 \\ x > 1}} f(x)$ b) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$
4) Pour tout réel $x > 0$, on a $-\dfrac{1}{x} \leqslant f(x) \leqslant \dfrac{1}{x}$.
   a) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x)$ b) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$
5) Pour tout réel $x \in]0\,;\,1[$, on a $|f(x) - 1| \leqslant x$.
   a) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x)$ b) $\displaystyle\lim_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} f(x)$

Approfondir

Pour les exercices **9** à **12**, on donne ci-dessous la définition de continuité en un réel.

> Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et $x_0 \in I$. f est **continue en x_0** si $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$.

9 La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2-\sqrt{x+3}}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ -\dfrac{1}{4} & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

est-elle continue en 1 ?

10 La fonction f définie sur $[-1\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+1}{\sqrt{x+1}} & \text{si } x > -1 \\ 1 & \text{si } x = -1. \end{cases}$$

est-elle continue en -1 ?

11 Soit k un entier et f une fonction définie sur $\mathbb{R}$. Déterminer k pour que f soit continue sur $\mathbb{R}$.

1) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5 & \text{si } x < 1 \\ k & \text{si } x \geqslant 1 \end{cases}$.

2) $f(x) = \begin{cases} k & \text{si } x = -1 \\ \dfrac{2x+\sqrt{x+5}}{x+1} & \text{si } x > -1 \end{cases}$.

12 Soit a un réel et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x \leqslant 1 \\ x^2+ax+a & \text{si } x > 1 \end{cases}.$$

Peut-on déterminer a pour que g soit continue sur $\mathbb{R}$?

13 **« La science est l'asymptote de la vérité »** [1]

Rudy a remarqué qu'« *une asymptote, c'est comme une tangente à l'infini* ». Son professeur digresse alors.

1) Soit f la fonction homographique propre :

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

définie sur $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$ avec $c \neq 0$ et $ad - bc \neq 0$.

« *Monsieur, pourquoi "homographique **propre**" ?* ».

De quel type serait la fonction f :

- pour $c = 0$?
- pour $ad - bc = 0$?

2) Montrez que :

a) $f(x) = \dfrac{a}{c} - \dfrac{ad-bc}{c(cx+d)}$ pour $x \in \mathcal{D}$.

b) $f(x) = \left(\dfrac{a+bx^{-1}}{c+dx^{-1}}\right)$ pour $x \in \mathcal{D}^*$.

c) $f'(x) = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ pour $x \in \mathcal{D}$.

3) Déduisez de **2a** et **2b** les équations des asymptotes à la courbe représentative de f aux bornes de $\mathcal{D}$.

4) Calculez les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f'(x)$ **b)** $\lim\limits_{x \to -d/c} f'(x)$

« *Plus ou moins l'infini, vous n'en êtes pas sûr ?* ».

Le professeur précise qu'il veut les limites de $f'(x)$ en $+\infty$ et $-\infty$.

5) Rapprochez les résultats du **4** de celui du **3**.

Concluez à propos de la remarque de Rudy.

1. « La science est l'asymptote de la vérité. Elle approche sans cesse et ne touche jamais. » d'après Hugo, Victor, *William Shakspeare*.

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- Déterminer la limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient ou d'une composée de deux fonctions
- Déterminer des limites par comparaison et encadrement
- Faire le lien entre limites et comportement asymptotique
- Appréhender la notion de continuité d'une fonction
- Exploiter le théorème des valeurs intermédiaires (cas d'une fonction strictement monotone) pour résoudre un problème
- Approcher une solution d'équation par l'algorithmique

QCM d'auto-évaluation

Des ressources numériques pour préparer le chapitre sur manuel.sesamath.net

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

14 La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur $]-\infty\,;\,-1[$ par $f(x) = \dfrac{1+x^2+x^3}{x\,(1-x^2)}$ est :

(a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) $-\infty$

15 La limite à gauche en 0 de la fonction f définie sur $[-1\,;\,0[$ par $f(x) = \sqrt{-\dfrac{x+1}{x}}$ est :

(a) 0 (b) 1 (c) $-\infty$ (d) $+\infty$

16 La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\,;\,1\}$ par $f(x) = \dfrac{(2x-3)(x^2+1)}{(1-x^2)^2}$ est :

(a) -2 (b) 0 (c) $+\infty$ (d) $-\infty$

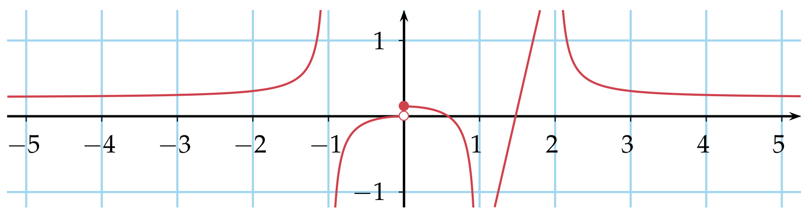
17 Soit f une fonction définie sur $[2\,;\,+\infty[$. Si pour tout $x \geqslant 2$, on a $x^2 \leqslant f(x)$ alors :

(a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ (b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ (c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$ (d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x^2} = 1$

18 La courbe représentative de la fonction $h : x \mapsto \dfrac{(2x-1)^2}{2(4-x^2)}$ admet une asymptote d'équation :

(a) $x=-2$ (b) $y=-2$ (c) $x=2$ (d) $y=2$

19 Soit ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f.



Il est certain que la fonction f n'est pas continue :

(a) en -1 (b) en 0 (c) en 2 (d) en 6

Travaux pratiques

TP 1 Un premier TP avec un logo à droite

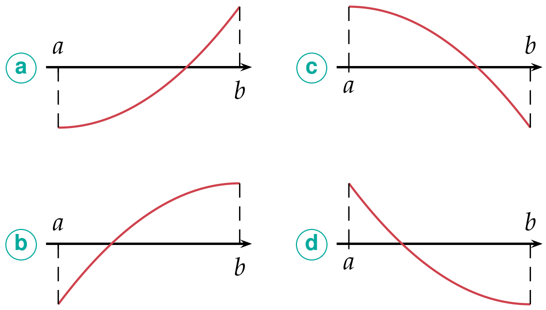
ALGO

A Le principe et l'algorithme

La **méthode de dichotomie** ou **méthode de la bissection** est un algorithme (voir ci-dessous) de recherche d'un zéro d'une fonction qui consiste à réitérer des partages d'un intervalle en deux moitiés puis à sélectionner celui dans lequel se trouve le zéro de la fonction.
Si cela est possible, on dégrossit le plus souvent la recherche en se plaçant initialement sur un intervalle $[a\,;\,b]$ où la fonction est continue, strictement monotone et telle que $f(a)f(b) < 0$ afin d'appliquer le théorème des valeurs intermédiaires et assurer ainsi l'unicité de la solution.

1) Que représente la variable ε ?

2) Expliquer le premier pas de l'algorithme dans les quatre cas de figures suivants :




```
Lire a, b, ε
Tant que (b-a)>ε
  c prend la valeur (a+b)/2
  Si f(a)*f(c)>0 alors
    a prend la valeur c
  Sinon
    b prend la valeur c
  Fin Si
Fin Tant Que
Afficher c
```

B Application : approcher le nombre d'or

Intéressons-nous au nombre d'or, solution positive de l'équation :

$$\text{(E)} \quad x^2 - x - 1 = 0$$

1) Soit la fonction $f : x \mapsto x^2 - x - 1$ qu'on étudie sur $[1\,;\,2]$.

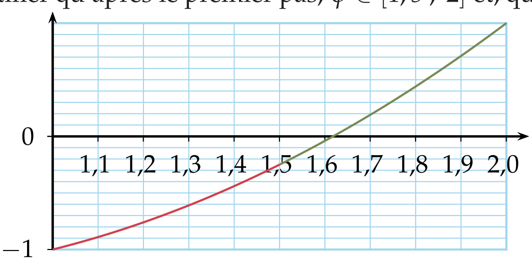
a) Justifier que la fonction f est continue sur $[1\,;\,2]$.

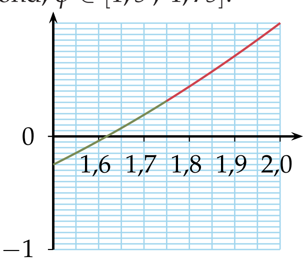
b) Dresser le tableau de variation complet de f sur $[1\,;\,2]$.

c) Montrer qu'il existe une solution unique φ à l'équation $f(x) = 0$.

2) On applique l'algorithme de dichotomie à f avec $a = 1$, $b = 2$ et $\varepsilon = 10^{-5}$.

a) Justifier qu'après le premier pas, $\varphi \in [1{,}5\,;\,2]$ et, qu'après le second, $\varphi \in [1{,}5\,;\,1{,}75]$.





b) À l'aide d'AlgoBox ou d'un autre logiciel, programmer l'algorithme de dichotomie pour qu'il affiche les encadrements successifs de φ et leurs précisions.

$1{,}5 < \varphi < 2$	0,5
$1{,}5 < \varphi < 1{,}75$	0,25
$\vdots$	$\vdots$

3) On définit la suite $(p_n)_{n\geqslant 0}$ par $p_0 = 1$ et $p_{n+1} = \dfrac{p_n}{2}$.

a) Que représente (p_n) ? Justifier qu'elle est décroissante et exprimer p_n en fonction de n.

b) Écrire puis programmer un algorithme qui prend en entrée ε et qui retourne le plus petit entier n tel que $p_n < \varepsilon$?

c) À l'aide du programme, déterminer le plus petit entier n tel que p_n soit inférieur à :

- $0,1$
- $0,01$
- $0,001$
- $0,000\,1$
- $0,000\,01$

Commenter l'efficacité de l'algorithme de dichotomie à partir des résultats obtenus.

TP 2 Et un autre TP avec deux logos à droite

INFO ALGO

La **méthode de Newton** est une autre méthode destinée à déterminer une valeur approchée du zéro d'une fonction, sous condition de sa dérivabilité sur un intervalle réel.
Partant d'un réel x_0 de préférence proche du zéro à trouver, on approche la fonction f au premier ordre en la considérant à peu près égale à la fonction affine donnée par l'équation de la tangente à sa courbe représentative au point d'abscisse x_0 :

$$f(x) \simeq f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0).$$

On résout alors l'équation $f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) = 0$ pour obtenir x_1 qui, en général, est plus proche du zéro de f que x_0. On réitère ensuite le processus.

Le but de ce TP est de déterminer une valeur approchée du nombre d'or φ comme dans le TP précédent et de comparer l'efficacité de la méthode de Newton à celle de dichotomie.

A Approche graphique

1) Avec un logiciel de géométrie dynamique, tracer le graphe $\mathscr{C}$ de $f : x \mapsto x^2 - x - 1$.

2) Tracer la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $x_0 = 1$. Elle coupe l'axe des abscisses en $A_1(x_1\,;\,0)$.

3) Réitérer le processus pour obtenir x_1 puis x_2. Est-on proche de φ ?

B Avec l'algorithmique

La construction devient vite compliquée avec l'agglomérat des tangentes successives.
On souhaite ainsi s'orienter vers l'élaboration et la programmation d'un algorithme.

1) Justifier qu'on peut définir la suite (x_n) telle que $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}$.

2) Écrire et programmer l'algorithme en considérant la condition d'arrêt $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon$.

3) Faire tourner l'algorithme pour ε égal à $10^{-1}, 10^{-2}, \ldots, 10^{-5}$.

4) Rajouter un compteur d'itérations pour estimer l'efficacité de la méthode. Conclure.

Travaux pratiques

Récréation, énigmes

Des discontinuités... en continu !

Soit x et y deux réels tels que $x < y$.

Définissons la suite $(d_n)_{n \geqslant 0}$ telle que $d_n = \dfrac{\lfloor 10^n y \rfloor}{10^n}$ où $\lfloor a \rfloor$ désigne la partie entière de a.

1) À quel ensemble les nombres d_n appartiennent-ils ? • $\mathbb{N}$? • $\mathbb{Z}$? • $\mathbb{D}$? • $\mathbb{Q}$? • $\mathbb{R}$?

2) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a l'encadrement $\dfrac{10^n y - 1}{10^n} < d_n \leqslant y$.

b) En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} d_n$.

3) a) Montrer que, quel que soit $\varepsilon > 0$, il existe un entier naturel N tel que pour tout $n \geqslant N$, $|d_n - y| < \varepsilon$.

b) En posant $\varepsilon = y - x$, en déduire que $x \leqslant d_N \leqslant y$.

> On vient de montrer qu'entre deux réels, il existe toujours un décimal et donc toujours un rationnel.
> On dit que l'ensemble des rationnels $\mathbb{Q}$ est **dense** dans l'ensemble des réels $\mathbb{R}$.

La **fonction de Dirichlet** D et la **fonction de Thomae** T sont deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$\mathrm{D}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{si } x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad \text{et} \quad \mathrm{T}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \notin \mathbb{Q} \\ 1 & \text{si } x = 0 \\ \dfrac{1}{q} & \text{si } x = \dfrac{p}{q} \text{ est une fraction irréductible} \end{cases}$$

Introduite par Dirichlet[2] en 1829, la fonction D est discontinue partout ce que le résultat établi précédemment montre. Cette fonction est appelée aussi **fonction indicatrice des rationnels**.
Introduite par Thomae[3] en 1875, la fonction T est continue en tout nombre irrationnel mais discontinue en tout nombre rationnel. Cette fonction est appelée aussi la **fonction popcorn** (voir sa représentation ci-dessous !).

2. Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805–1859), mathématicien allemand
3. Carl Johannes Thomae (1840–1921), mathématicien allemand

CALCUL

2

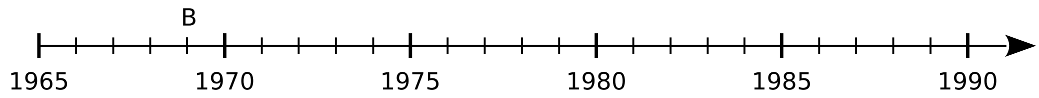
Nombres entiers et décimaux

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Repérage sur une demi-droite graduée

Partie A : Dates historiques

Sur la **demi-droite graduée** ci-dessous, quel est le nombre associé au point B ? Qu'est-ce qui te permet de l'affirmer ?

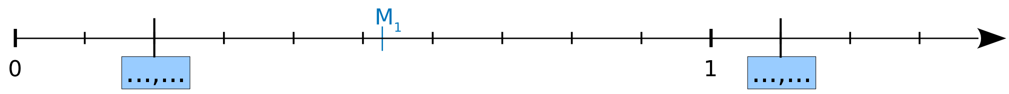


Ce nombre est associé à un événement historique important. Lequel ? Décalque cette demi-droite et place le point N associé au nombre qui correspond à l'année de la chute du mur de Berlin.

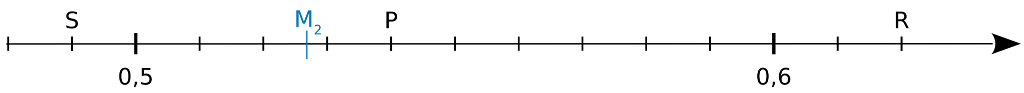
Le nombre associé à un point sur une demi-droite graduée est l'**abscisse** de ce point.

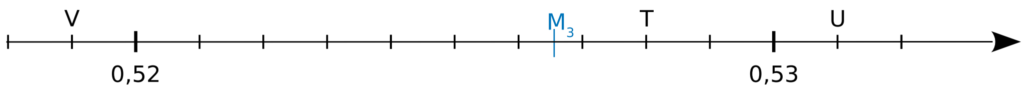
Partie B : Des partages de plus en plus petits

1) Reproduis et complète la demi-droite graduée ci-dessous.



2) Détermine les abscisses des points S, P, R, V, T et U repérés en noir sur les demi-droites graduées ci-dessous.





3) Sur une demi-droite, graduée judicieusement, place précisément les points X et Y d'abscisses respectives $0,526\,5$ et $0,527\,1$.

4) Donne un **encadrement**, le plus précis possible, de l'abscisse des points M_1, M_2 et M_3 repérés en bleu sur les demi-droites graduées des questions 1 et 2.

ACTIVITÉ 2 L'écriture décimale

1) 349,785 est un nombre noté en écriture décimale. Dans ce nombre, quel est le chiffre représentant les unités ? Que désigne le chiffre 7 ? Et le chiffre 8 ?

2) Le nombre 123,409 peut se lire « 123 virgule 409 ». Donne une autre lecture possible en utilisant les mots unités, dixièmes, centièmes et millièmes. Que représente chacun des chiffres de ce nombre ? 4 est-il le chiffre des centaines ?

3) Combien de centièmes y a-t-il dans un dixième ? Dans une unité ? Combien de millièmes y a-t-il dans un centième ? Dans un dixième ? Dans une unité ?

4) Combien de centièmes y a-t-il dans 7 unités 4 dixièmes ? Et dans 25 unités 8 dixièmes et 7 centièmes ?

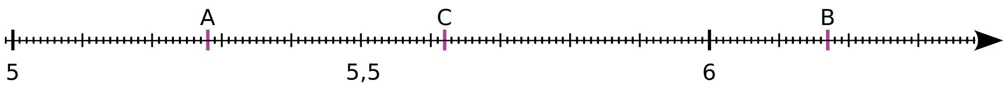
ACTIVITÉ 3 Comparer, ranger et intercaler

Partie A : Comparer et ranger

1) Lequel des deux nombres 0,85 et 1,2 est le plus proche de 1 ? Quel est le nombre le plus proche de 12 : 11,9 ou 12,08 ? Justifie avec soin tes réponses.

2) Range les nombres de chaque liste dans l’ordre **croissant** (c’est-à-dire du plus petit au plus grand).
- 1 250 ; 1 025 ; 125 ; 15 200 ; 1 520 ; 5 120 ; 12 500 ; 10 520
- $10 + 0,5 + 0,06$; $7 + 0,5$; $10 + 0,06$; $7 + 0,05$; $10 + 0,6$ et $7 + 0,04 + 0,006$

3) On a représenté ci-dessous une partie d’une demi-droite graduée.



Quelles sont les abscisses des points *A*, *B* et *C* ?

Reproduis sur du papier millimétré cette portion de demi-droite et place les points *D*, *E*, *F* et *G* d’abscisses respectives 5,4 ; 6,22 ; 5,9 et 5,49. Range alors les abscisses des points *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* et *G* dans l’ordre **décroissant**.

4) À l’aide des questions précédentes et de tes connaissances, explique pourquoi les raisonnements d’élèves suivants ne sont pas justes et donne les raisons qui ont pu motiver leurs erreurs.
- « *24,5 < 6,08 car 245 < 608.* »
- « *19,85 < 12,96 car 0,85 < 0,96.* »
- « *6,012 > 6,35 car, à **partie entière** égale, le plus grand nombre est celui qui a le plus de chiffres après la virgule.* »
- « *5,24 > 5,8 car les parties entières sont égales et 24 > 8.* »
- « *14,3 < 14,30 car les parties entières sont égales et 3 < 30.* »
- « *103,6020 = 13,62 car les zéros ne servent à rien.* »
- « *16,295 < 16,38 car les parties entières sont égales et 16,295 a plus de chiffres après la virgule que 16,38.* »

Partie B : Intercaler

1) Quel est le nombre entier qui suit 128 ? Est-il possible de répondre à cette question si l’on remplace entier par décimal ? Mêmes questions si on remplace 128 par 5,4.

2) Est-il possible de trouver un nombre entier compris entre 1 025 et 1 026 ? Si oui, donne un exemple. Même question en remplaçant « nombre entier » par « nombre décimal ».

3) Est-il possible de trouver un nombre décimal compris entre 12,88 et 12,89 ? Et entre 8,975 et 8,976 ?

4) À ton avis, est-il toujours possible de trouver plusieurs nombres décimaux compris entre deux nombres décimaux ?

Activités d'approche

ACTIVITÉ 4 Multiplication et division par 10 ; 100 ; 1000 ...

Partie A : Multiplication par 10 ; 100 ; 1000 ...

Le nombre 924,65 est égal à 9 centaines plus 2 dizaines plus 4 unités plus 6 dixièmes plus 5 centièmes.

1) On veut multiplier par 10 le nombre suivant : 7 centaines plus 8 dizaines plus 3 unités plus 5 dixièmes plus 4 centièmes. Écris le résultat sous la même forme puis déduis-en une égalité en écriture décimale.

2) Écris le nombre 15,034 comme dans la question 1. Multiplie-le par 1 000 en t'inspirant de la question précédente.

3) Donne une règle permettant de multiplier un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000. Que devient cette règle dans le cas d'un nombre entier ?

Partie B : Division par 10 ; 100 ; 1000 ...

1) En t'inspirant de la méthode précédente, divise par 10 le nombre 3 milliers plus 4 dizaines plus 6 unités plus 3 dixièmes plus 5 centièmes. Écris l'égalité en écriture décimale.

2) Écris le nombre 73,305 comme dans la question 1 puis divise-le par 1 000.

3) Donne une règle permettant de diviser un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000.

ACTIVITÉ 5 Techniques opératoires

Partie A : Addition et soustraction de nombres décimaux

1) Pose et effectue l'opération $123,67 + 2,655$. Explique la méthode.

2) Domitille et Virgile ont effectué cette opération et voilà ce qu'ils ont trouvé :

123,67+2,655 = 125,722

Réponse de Domitille

123,67+2,655=150,22

Réponse de Virgile

Que penses-tu de leurs résultats ? Explique leurs éventuelles erreurs.

3) Ambre était absente le jour où la maîtresse a expliqué comment on soustrait des nombres décimaux. Écris un texte le lui expliquant, donne un exemple.

Partie B : Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier

1) Pose et effectue l'opération $123,7 + 123,7 + 123,7 + 123,7$.

2) Pose et effectue l'opération $123,7 \cdot 4$. Compare les deux opérations.

3) Pose et effectue l’opération $52,8 \cdot 6$.

4) Lucas a noté une série d’opérations pour calculer $52,8 \cdot 6$.

$0,8 \cdot 6 = 4,8$ $\quad$ $2 \cdot 6 = 12$ $\quad$ $50 \cdot 6 = 300$ $\quad$ $300 + 12 + 4,8 = 316,8$

Que penses-tu de cette méthode ?

5) Effectue l’opération $763,6 \cdot 3$ en utilisant la méthode de Lucas puis pose-la pour vérifier ton résultat.

6) Adapte cette méthode pour effectuer l’opération $1,34 \cdot 18$. Pose ensuite l’opération pour vérifier ton résultat.

ACTIVITÉ 6 Vérifier un résultat

1) Sans poser aucune opération et sans utiliser de calculatrice, associe chaque calcul de gauche à un résultat de droite.

2) Explique le plus précisément possible la manière dont tu as trouvé les résultats.

3) Maverick a effectué des calculs ci-dessous. Détermine quels résultats sont forcément faux en utilisant les méthodes décrites à la question 2.

a. 34,46 · 12,7 = 4 376,42 $\quad$ c. 3,25 · 4,4 = 14,3

b. 15 · 63 = 645 $\quad$ d. 6,6 : 12 = 5,5

Cours - Méthodes

1. Écriture et lecture des nombres en base 10

Les règles et conventions qui permettent d'écrire et de lire les nombres forment ce qu'on appelle un **système de numération**. Nous utilisons le système décimal, de base dix.

À CONNAÎTRE

Pour écrire les chiffres dans le système décimal, il nous faut dix symboles, appelés des *chiffres*. Ces chiffres sont :

$$0\,;1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;6\,;7\,;8\,;9$$

Il arrive parfois qu'on confonde **chiffre** et **nombre**. On peut faire l'analogie avec l'écriture d'une langue en affirmant que les **chiffres** sont des **lettres** et que les **nombres** sont des **mots**. Ainsi, 13 est un nombre qui s'écrit avec les chiffres 1 et 3.

L'**écriture décimale** d'un nombre comporte deux parties, séparées par une virgule :

- la partie entière, à gauche de la virgule ;
- la partie décimale, à droite de la virgule.

Un nombre entier est caractérisé par le fait qu'il n'a pas de parti décimale (on omet alors la virgule).

Exemple

- Le premier nombre figurant dans le tableau s'écrit 3 027 462.
  Il se lit "trois millions vingt-sept mille quatre cent soixante-deux".
  C'est un nombre entier.

- Le deuxième nombre figurant dans le tableau s'écrit 10,01.
  Il se lit "dix virgule zéro un".
  Ce n'est pas un nombre entier.

- Le troisième nombre figurant dans le tableau s'écrit 0,037.
  Il se lit "zéro virgule zéro trente-sept" ou "trente-sept millièmes".
  Ce n'est pas un nombre entier.

- Le quatrième nombre figurant dans le tableau s'écrit 20 000 042 000.
  Il se lit "vingt milliards quarante-deux mille".
  C'est un nombre entier.

Exercice « À toi de jouer »

Donne une écriture décimale du nombre cinquante-trois millions quatre cent vingt-sept mille huit cent dix-neuf virgule zéro zéro cinq cent soixante-et-un.

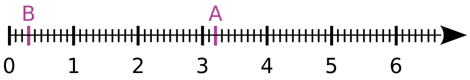
2. Repérer sur une demi-droite graduée

À CONNAÎTRE

Sur une demi-droite graduée, un point est repéré par un nombre appelé son **abscisse**.

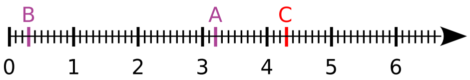
Exemple

Donne l'abscisse des points A et B puis place le point C d'abscisse 4,3.



Une unité est divisée en dix parts égales, ce qui signifie qu'elle est partagée en dix dixièmes. Le point A se trouve 2 dixièmes à la droite du 3, donc son abscisse est $3 + 0,2 = 3,2$. De la même façon, B a pour abscisse $0 + 0,3 = 0,3$.

On note $A(3,2)$ et $B(0,3)$.
$C(4,3)$: $4,3 = 4 + 0,3$
C se place 3 dixièmes à la droite du 4.



Exercice « À toi de jouer »

Sur une demi-droite graduée, place les points M d'abscisse 2,7 et N d'abscisse 5,2.

3. Encadrer

À CONNAÎTRE

Encadrer un nombre, c'est trouver un nombre qui est plus petit que lui et un nombre qui est plus grand que lui. On écrit un encadrement avec les symboles $<$; $\leqslant$; $>$ et $\geqslant$.

Exemple Encadrer 13,345 à l'unité puis au centième.

Pour encadrer à l'unité, on « coupe » le nombre 13,345 à l'unité et on obtient 13 qui est plus petit que 13,345. Puis on ajoute **une unité**. On obtient 14 qui est plus grand que 13,345. On écrit alors : $13 < 13,345 < 14$.
Pour encadrer au centième, on « coupe » le nombre 13,345 au centième et on obtient 13,34 qui est plus petit que 13,345. Puis on ajoute **un centième**. On obtient 13,35 qui est plus grand que 13,345. On écrit alors : $13,34 < 13,345 < 13,35$.

Exercice « À toi de jouer »

Encadrer les nombres 237,48 et 43,9235 à la dizaine puis au centième.

4. Arrondir

À CONNAÎTRE

Arrondir un nombre, c'est le remplacer par le nombre le plus proche à la précision désirée.
Pour cela, on choisit le dernier chiffre à conserver puis :

- on conserve ce chiffre si le suivant est 0, 1, 2, 3 ou 4 ;
- on augmente de 1 ce chiffre si le suivant est 5, 6, 7, 8, ou 9.

5. Multiplier ou diviser un nombre décimal par 10 ; 100 ; 1 000 . . .

À CONNAÎTRE

Multiplier un nombre décimal par **10**, **100** ou **1 000** revient à déplacer chacun de ses chiffres vers **la gauche** de **1**, **2** ou **3** rangs pour lui donner une valeur **10**, **100** ou **1 000** fois plus grande.
Diviser un nombre décimal par **10**, **100** ou **1 000** revient à déplacer chacun de ses chiffres vers **la droite** de **1**, **2** ou **3** rangs pour lui donner une valeur **10**, **100** ou **1 000** fois plus petite.

REMARQUE : On devra parfois ajouter des zéros dans l'écriture.

Exemple Effectue les calculs 6,5100 et $0,47 \cdot 1\,000$.

Pour diviser 6,5 par **100**, on déplace chacun de ses chiffres vers la droite de **2** rangs et on ajoute les zéros nécessaires.
On obtient $6,5100 = 0,065$.
Pour multiplier 0,47 par **1 000**, on déplace chacun de ses chiffres vers la gauche de **3** rangs et on ajoute les zéros nécessaires.
On obtient $0,47 \cdot 1\,000 = 470$.

Exercice « À toi de jouer »

Effectue : a) $3,6 \cdot 100$ b) $870 \cdot 1\,000$ c) 63 : 10 d) 87 654 : 100

Convertis en cm : a) 4 dm b) 8,1 dam c) 3,5 mm d) 0,035 m

6. Multiplier ou diviser un nombre décimal par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 . . .

À CONNAÎTRE

Multiplier un nombre décimal par **0,1**, **0,01** ou **0,001** revient à déplacer chacun de ses chiffres vers **la droite** de 1, 2 ou **3** rangs pour lui donner une valeur 10, 100 ou **1 000** fois plus petite.
Diviser un nombre décimal par **0,1**, **0,01** ou **0,001** revient à déplacer chacun de ses chiffres vers **la gauche** de **1**, **2** ou **3** rangs pour lui donner une valeur **10**, **100** ou **1 000** fois plus grande.

REMARQUE : On devra parfois ajouter des zéros dans l'écriture.

Exemple Effectue les calculs $2,5 \times 0,01$ et $0,65 \div 0,001$.

Pour multiplier 2,5 par **0,01**, on déplace chacun de ses chiffres vers la droite de **2** rangs et on ajoute les zéros nécessaires.
On obtient $2,5 \times 0,01 = 0,025$.
Pour diviser 0,65 par **0,001**, on déplace chacun de ses chiffres vers la gauche de **3** rangs et on ajoute les zéros nécessaires.
On obtient $0,65 \div 0,001 = 650$.

Exercice « À toi de jouer »

Effectuer : a) $5,45 \cdot 0,1$ b) $854 \cdot 0,001$ c) $63 \div 0,1$ d) $87,54 \div 0,01$

7. Multiplier deux nombres décimaux

Exemple Effectue la multiplication de 2,34 par 1,2.

On pose l'opération comme s'il s'agissait de nombres entiers.
On effectue la multiplication de 234 par 12 sans tenir compte des virgules.

234 est **100** fois plus grand que 2,34 et 12 est 10 fois plus grand que 1,2. Le produit $2,34 \cdot 1,2$ est donc **1 000** fois plus petit que 2 808. Pour obtenir le résultat, on effectue donc 2 808 : 1 000.

Finalement $2,34 \cdot 1,2 = 2,808$.

Exercice « À toi de jouer »

Sachant que $168 \cdot 32 = 5\,376$, détermine les produits (sans aucun calcul) :

a) $168 \cdot 3,2$ b) $16,8 \cdot 0,32$ c) $1\,680 \cdot 3,2$ d) $1,68 \cdot 32$

Pose et effectue les opérations :

a) $68,7 \cdot 39$ b) $123 \cdot 6,3$ c) $1,3 \cdot 0,7$ d) $54,6 \cdot 8,25$

8. Diviser un nombre décimal par un nombre entier

Exemple Effectue la division de 75,8 par 4.

$$\begin{array}{r|l} 75{,}8 & 4 \\ \hline 35 & 18{,}95 \\ 3\ 8 & \\ 2\ 0 & \\ 0 & \end{array}$$

On commence par diviser la partie entière. On partage 7 dizaines en 4 ; le quotient comportera 1 dizaine.

Il reste 3 dizaines. Avec les 5 unités en plus, cela fait 35 unités à partager en 4 ; le quotient comportera 8 unités.

Il reste 3 unités soit 30 dixièmes. Avec les 8 dixièmes en plus, cela fait 38 dixièmes à partager en 4 ; le quotient comportera 9 dixièmes. On doit donc écrire la virgule dans le quotient.

Il reste 2 dixièmes soit 20 centièmes (on a ajouté un zéro) à partager en 4 ; le quotient comportera donc 5 centièmes.

Ainsi $75,8 : 4 = 18,95$.

Exercice « À toi de jouer »

Calcule la valeur exacte ou une valeur arrondie au centième des quotients :

a) $10 : 7$ b) $24,96 : 8$ c) $5,2 : 6$ d) $145,2 : 3$

9. Diviser un nombre décimal par un nombre décimal

À CONNAÎTRE

Le quotient de deux nombres **ne change pas** si on les multiplie (le dividende et le diviseur) par un même nombre non nul.

Exemple Effectue la division de 32,4 par 2,25.

On commence par rendre entier le diviseur en le multipliant par 100 : $2,25 \cdot 100 = 225$. On multiplie le dividende par le même nombre : $32,4 \cdot 100 = 3\,240$. On effectue la division de 3 240 par 226, soit $3\,240 : 225 = 14,4$. On obtient ainsi le résultat de la division :
$32,4 : 2,25 = 14,4$.

Exercice « À toi de jouer »

Calcule la valeur exacte ou une valeur arrondie au centième des quotients :

a) $4 : 6,37$ b) $13,4 : 2,45$ c) $5,87 : 2,3$ d) $0,84 : 0,12$

10. Opérations sur les durées

A. Conversion en minutes ou en secondes

Exemple

1) Combien y a-t-il de minutes dans 5 h 27 min ?
2) Combien y a-t-il de secondes dans 2 h 47 min 53 s ?

1) *Correction*

5 h = **5** × 60 min = **300 min** ⟶ On convertit les heures en minutes.

5 h 27 min = **300 min** + 27 min = 327 min ⟶ On termine le calcul.

2) *Correction*

2 h = **2** × 3 600 s = **7 200 s** ⟶ On convertit les heures en secondes.

47 min = 47 × 60 s = 2 820 s ⟶ On convertit les minutes en secondes.

2 h 47 min 53 s = **7 200 s** + 2 820 s + 53 s = 10 073 s ⟶ On termine le calcul.

B. Conversion en heures, minutes et secondes

Exemple Combien y a-t-il d'heures, minutes et secondes dans 41 000 s ?

On convertit les secondes en minutes et secondes en posant la division de 41 000 par 60.

4	1	0	0	0	6	0	
	5	0	0		6	8	3
		2	0	0			
			2	0			

On a donc 41 000 s = 683 min 20 s.

On convertit alors les minutes en heures et minutes en effectuant la division euclidienne de 683 par 60.

6	8	3	6	0
	8	3	1	1
	2	3		

On a donc 41 000 s = **11 h** 23 min 20 s.

Cours - Méthodes

C. Addition de durées

Exemple Un match dure 3 h 38 min et le suivant dure 2 h 49 min. Quelle est la durée totale de ces deux matchs ?

On pose l'addition suivante.

			1		
	3	h	3	8	min
+	2	h	4	9	min
=	5	h	8	7	min
=	6	h	2	7	min

On effectue deux additions indépendantes : **les minutes entre elles** et **les heures entre elles**.

Mais le nombre de minutes obtenu est supérieur à 59. On va donc le convertir en heures et minutes sachant que 60 min = 1 h.

La durée totale de ces deux matchs est donc de **6 h 27 min**.

D. Soustraction de durées

Exemple Un film débute à 15 h 27 et finit à 18 h 14. Quelle est la durée de ce film ?

On pose la soustraction suivante.

	1	7	h	7	$_1$4	min
	1	8	h	1	4	min
–	1	5	h	$_1$2	7	min
=	0	2	h	4	7	min

On effectue deux soustractions indépendantes : **les minutes entre elles** et **les heures entre elles**.

Mais on ne peut pas enlever 27 à 14. On va donc convertir 1 des 18 heures en 60 min.

Ce film dure donc **2 h 47 min**.

Exercice « À toi de jouer »

Calcule : 3 h 05 min 13 s + 56 min 48 s puis 1 h 35 min 29 s − 46 min 37 s.
Calcule : 1 h 46 min + 2 h 37 min et 9 min 16 s − 7 min 55 s.

Les nombres entiers

1 Un peu de vocabulaire

Recopie et complète les phrases suivantes afin de les rendre exactes.

1) Un . . . . . . est composé de chiffres.
2) 9 est un . . . . . . composé d’un seul . . . .
3) Le chiffre des centaines du nombre 2 568 est . . . .
4) 3 est le chiffre des . . . . . . du nombre 783.
5) . . . . . . est le chiffre des milliers du nombre 120 452.
6) Le chiffre des . . . . . . du nombre 43 est 4.

2 « Chiffre des » ou « nombre de »

1) Recopie et complète les phrases suivantes afin de les rendre exactes.
   - $127 = 12 \cdot \ldots + 7$.
     127 possède donc ... dizaines.
   - $841\,123 = 841 \cdot \ldots + \ldots.$
     841 123 possède donc 841 . . . .
   - $3\,816 = \ldots \cdot 100 + \ldots.$
     . . . possède donc . . . .
2) Dans le nombre entier 15, quel est le nombre d’unités ? Le chiffre des unités ?
3) Combien y a-t-il de centaines dans 4 125 ?
4) Quel est le chiffre des dizaines dans le nombre entier 498 ? Et le nombre de dizaines ?
5) Dans 25 dizaines, quel est le nombre d’unités ?

3 Donne l’écriture en chiffres des nombres entiers suivants.

1) $(9 \cdot 10) + 5$
2) $(7 \cdot 1\,000) + (5 \cdot 100) + (2 \cdot 10) + 8$
3) $(1 \cdot 10\,000) + (1 \cdot 100) + 1$
4) $(3 \cdot 100\,000) + (7 \cdot 10\,000) + (4 \cdot 10) + 9$
5) $(3 \cdot 100\,000) + (4 \cdot 100) + (7 \cdot 1\,000) + 9$

4 Écris en chiffres les nombres suivants.

1) Sept mille huit cent douze.
2) Soixante-trois mille neuf cent cinquante.
3) Huit millions trois.
4) Septante-quatre milliards cent quatre.
5) Cent trente-six millions huit cent nonante-trois mille sept cent cinq.

5 Classe les nombres suivants dans l’ordre décroissant (du plus grand au plus petit).

- 23 100
- Cent vingt-trois mille
- 1 320
- Mille cent vingt-trois

Les nombres décimaux

6 Combien de . . . dans . . . ?

1) Combien de millièmes y a-t-il dans une unité ? Traduis cela par une égalité mathématique.
2) Combien de centièmes y a-t-il dans une unité ? Traduis cela par une égalité mathématique.
3) Combien de centièmes y a-t-il dans un dixième d’unité ? Traduis cela par une égalité mathématique.

7 Complète les égalités.

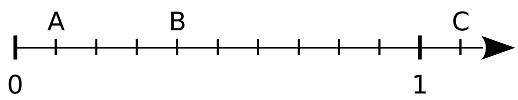
1) 4 unités 6 dixièmes = ... dixièmes.
2) . . . . . . unité . . . . . . centièmes = 123 centièmes.
3) 12 unités 37 millièmes = ... millièmes.

8 Donne une écriture décimale des nombres suivants.

1) Sept unités et huit dixièmes . . . .
2) Cent unités, huit dixièmes et un centième. . . . .
3) Deux unités et trois centièmes
   . . . .
4) Treize centaines . . . .
5) Trente-six milliers et huit millièmes.
   . . . .
6) Cinq unités et quinze millièmes . . . .

9 Sur une demi-droite graduée

Donne les abscisses des points A, B et C, sous la forme d’un nombre décimal.



10 Dans un sens

Donne l’écriture décimale.

1) 75 milliers . . . .
2) 5 centièmes . . . .
3) 13 dizaines . . . .
4) 9 dixièmes . . . .

S'entraîner

5) 35 centaines ....
6) 956 millièmes ....

11 **Vocabulaire des nombres décimaux**

1) Quel est le chiffre des millièmes de 24,738 ? ....
2) Quel est le nombre de millièmes de 24,738 ? ....
3) Que représente le chiffre 3 dans 7 859,342 ? ....
4) Quel est le nombre de centièmes de 17,78 ? ....
5) Quel est le chiffre des centièmes de 71,865 ? ....
6) Donne la partie entière du nombre 83,712 ....
7) Donne la partie décimale du nombre 54,91 ....

12 Trouve un nombre à cinq chiffres ayant 7 pour chiffre des dizaines, 9 pour chiffre des centièmes, 0 pour chiffre des unités, 3 pour chiffre des millièmes et comme autre chiffre 1.

13 **Devinette**

Trouve le nombre ayant les caractéristiques suivantes :

- il n'a que deux chiffres après la virgule ;
- il a la même partie entière que 1 890,893 ;
- son chiffre des centièmes est le même que celui de 320,815 ;
- son chiffre des dixièmes est égal à la moitié de celui de 798,635.

14 **Zéros inutiles**

Écris, lorsque cela est possible, les nombres suivants avec moins de chiffres.

1) 17,200 ....
2) 123,201 ....
3) 36,700 10 ....
4) 0 021,125 ....
5) 0,123 0 ....
6) 023,201 20 ....
7) 30,000 ....
8) 0 050,12 ....
9) 1 205 500,0 ....

15 **Décomposition**

Donne une écriture décimale qui correspond à chacune des décompositions suivantes.

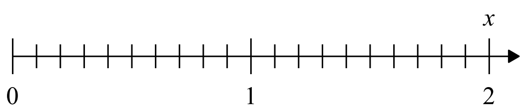
1) $(3 \cdot 10) + (4 \cdot 1) + (4 \cdot 0,1) + (7 \cdot 0,01)$
2) $(8 \cdot 100) + (5 \cdot 1) + (9 \cdot 0,1) + (6 \cdot 0,01)$
3) $(5 \cdot 1) + (4 \cdot 0,01) + (3 \cdot 0,001)$
4) $(7 \cdot 100) + (9 \cdot 1) + (8 \cdot 0,1) + (6 \cdot 0,001)$

16 **Décomposition** (*bis*)

Décompose chacun de ces nombres de la même façon qu'à l'exercice précédent.

1) 9,6 ....
2) 84,258 ....
3) 7,102 ....
4) 123,015 ....
5) 0,008 3 ....
6) 1 002,200 4 ....

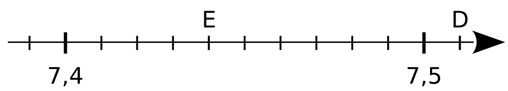
17 Sur la demi-droite graduée ci-dessous, place les points $O(0)$, $A(1)$, $B(2)$, $C(0,5)$, $D(1,6)$, $E(0,1+0,05)$, $F(0,2)$, $G(1+0,05)$ et $H(1,45)$:



Comparaison

18 **Demi-droite graduée et comparaison**

1) Reproduis la demi-droite graduée suivante et place les points $A(7,39)$; $B(7,46)$ et $C(7,425)$.



2) Range dans l'ordre décroissant les abscisses de tous les points qui sont nommés.

19 **Rangement**

Range les nombres suivants dans l'ordre croissant.
5 ; 4,99 ; 4,9 ; 4,88 ; 5,000 1 ; 4,909 ; 4,879.

....
....

20 **Rangement** (*bis*)

Range les nombres suivants dans l'ordre décroissant.

120 ; 119,999 ; 120,000 1 ; 120,101 ; 119,9 ; 119 ; 119,990 9 ; 120,100 1 ; 102,01 ; 120,1.

....

....

Arrondir

21 Arrondir à l'unité

Arrondis à l'unité les nombres suivants.

1) 46,8 ....
2) 109,75 ....
3) 1,3 ....
4) 0,09 ....
5) 234,08 ....
6) 4 087,63 ....

Encadrer

22 Encadrer à la dizaine

235,5 ; 45 ; 1270 ; 574,23 ; 10 095

23 Encadrer au dixième

76,123 ; 461,99 ; 1 254,01 ; 3,93 ; 9,99

24 Arrondir à la dizaine

Arrondis à la dizaine les nombres suivants.

1) 234,2 ....
2) 3,14 ....
3) 17,62 ....
4) 889,3 ....
5) 6 289,3 ....
6) 23,005 ....

25 Arrondir au dixième

Arrondis au dixième les nombres suivants.

1) 8,372 ....
2) 50,64 ....
3) 30,18 ....
4) 43,725 ....
5) 0,02 ....
6) 78,66 ....

26 Dans chaque cas, propose, si cela est possible, un nombre entier que l'on peut intercaler entre les deux nombres donnés. Y a-t-il plusieurs solutions ? Si oui, cite-les.

1) $5 < \ldots\ldots < 6$
2) $6,4 < \ldots\ldots < 6,8$
3) $3,8 < \ldots\ldots < 5,3$
4) $6,5 < \ldots\ldots < 7,21$

27 Dans chaque cas, donne trois exemples différents de nombres décimaux que l'on peut intercaler entre les deux nombres donnés.

1) $6 < \ldots\ldots < 7$
2) $4,5 < \ldots\ldots < 4,9$
3) $3,45 < \ldots\ldots < 3,48$
4) $6,8 < \ldots\ldots < 6,9$
5) $15,13 < \ldots\ldots < 15,14$
6) $3,238 < \ldots\ldots < 3,24$

28 Chiffres masqués

Certains chiffres sont masqués par #. Lorsque cela est possible, recopie et complète les pointillés avec $<$,$>$ ou $=$.

1) 6,51 ...... 6,7#
2) 5,42 ...... 5,0#
3) #,23 4,16
4) 6,04 ...... 6,1#
5) 3,#35 3,01
6) 43,#96 ...... 43,0#

29 Nombres à trouver

Dans chaque cas, recopie et complète les pointillés par un nombre décimal.

1) $24,5 < \ldots\ldots < 24,6$
2) $12,99 < \ldots\ldots < 13$
3) $32,53 < \ldots\ldots < 32,54$
4) $58 < \ldots\ldots < 58,01$
5) $5,879 < \ldots\ldots < \ldots\ldots < \ldots\ldots < 5,88$

Techniques opératoires

30 Calcule mentalement les additions.

1) $4,6 + 5,2$ ....
2) $6,2 + 3,4$ ....
3) $4,5 + 6,1$ ....
4) $8,3 + 9,6$ ....
5) $8 + 1,5$ ....
6) $8,6 + 8,9$ ....
7) $3,9 + 5,4$ ....
8) $6,5 + 8,7$ ....
9) $6,8 + 9,4$ ....
10) $12,9 + 15,8$ ....

S'entraîner

31 Calcule mentalement les soustractions.

1) $6,5 - 4,3$ ....
2) $7,6 - 0,4$ ....
3) $4,9 - 4,3$ ....
4) $5,7 - 0,4$ ....
5) $4,7 - 4,3$ ....
6) $6,2 - 4,6$ ....
7) $9 - 8,7$ ....
8) $3,1 - 1,8$ ....
9) $7,8 - 6,9$ ....
10) $17,4 - 8,7$ ....

32 Calcule les sommes en effectuant des regroupements astucieux.

1) $6,5 + 12,6 + 1,5$
2) $36,99 + 45,74 + 2,01 + 13,26$
3) $9,25 + 8,7 + 5,3 + 16,75$
4) $34,645 + 34,75 + 2,25 + 4,355$
5) $7,42 + 4,2 + 7,8 + 25,58$
6) $3,01 + 2,9 + 6,1 + 7,99 + 2,001$

33 Pose et effectue.

1) $853,26 + 4\,038,3$
2) $52 + 8,63 + 142,8$
3) $49,3 + 7,432 + 12,7$
4) $948,25 - 73,2$
5) $9,8 - 0,073$
6) $83 - 43,51$

34 Convertis en heures et minutes :
78 min ; 134 min ; 375 min ; 35 min ; 3 840 s.

35 Effectue les calculs.

1) 3 h 25 min + 5 h 33 min
2) 12 h 28 min − 9 h 17 min
3) 6 h 38 min + 19 h 53 min
4) 21 h 15 min − 9 h 29 min
5) 5 h 13 min 33 s + 9 h 45 min 47 s
6) 9 h 6 min 15 s − 8 h 39 min 36 s

36 Calcule mentalement.

1) $4,357 \cdot 100$ ....
2) $89,7 \cdot 1\,000$ ....
3) $0,043 \cdot 10$ ....
4) $0,28 \cdot 1\,000$ ....
5) $39 \cdot 100$ ....
6) $0,48 \cdot 10$ ....
7) $354 \cdot 10$ ....
8) $0,03 \cdot 10\,000$ ....

37 Calcule mentalement.

1) $4\,338 : 10$ ....
2) $1\,297 : 1\,000$ ....
3) $12,3 : 10$ ....
4) $0,87 : 100$ ....
5) $3,8 : 1\,000$ ....
6) $0,04 : 100$ ....
7) $354 : 10$ ....
8) $12,5 : 100$ ....

38 Calcule mentalement.

1) $435,7 \cdot 0,1$ ....
2) $18,73 \cdot 0,01$ ....
3) $439,345 \cdot 0,001$ ....
4) $0,28 \cdot 0,1$ ....
5) $39 \cdot 0,001$ ....
6) $0,8 \cdot 0,01$ ....
7) $354 \cdot 0,001$ ....
8) $0,03 \cdot 0,001$ ....

39 Calcule mentalement.

1) $48 \div 0,1$ ....
2) $12,97 \div 0,01$ ....
3) $12,3 \div 0,001$ ....
4) $0,45 \div 0,1$ ....
5) $5,61 \div 0,0001$ ....
6) $0,056 \div 0,1$ ....
7) $354 \div 0,001$ ....
8) $0,5 \div 0,001$ ....

40 Complète par 10 ; 100 ; 1 000 ; 10 000 ... .

1) $8,79 \cdot$ .... $= 87,9$
2) $4,35 \cdot$ .... $= 43\,500$
3) $0,837 \cdot$ .... $= 8,37$
4) $0,367 \cdot$ .... $= 3,67$
5) $0,028 \cdot$ .... $= 0,28$
6) $0,17 \div$ .... $= 0,017$
7) $23 \div$ .... $= 0,23$
8) $480 \div$ .... $= 4,8$
9) $900 \div$ .... $= 0,09$
10) $18\,000 \div$ .... $= 18$

41 Complète par le signe opératoire qui convient.

1) $0,8$ ... $100 = 80$
2) $0,38$ ... $10 = 0,038$
3) 47 ... $100 = 0,47$

4) $380 \ldots 10 = 38$
5) $5 \ldots 0,1 = 0,5$
6) $60\,000 \ldots 10 = 6\,000$
7) $4\,100 \ldots 100 = 4\,000$
8) $5\,600 \ldots 100 = 56$
9) $8 \ldots 0,01 = 0,08$
10) $100 \ldots 1,2 = 120$

42 Calcule mentalement en détaillant ta démarche.

1) $0,1 \cdot 14 \cdot 1\,000$ ....
2) $2,18 \cdot 0,001 \cdot 100$ ....
3) $1,8 \cdot 0,01 \cdot 10$ ....
4) $4 \cdot 0,01 \cdot 100$ ....

43 Sachant que $48 \cdot 152 = 7\,296$, détermine les résultats des calculs.

1) $48 \cdot 1,52$ ....
2) $4,8 \cdot 15,2$ ....
3) $0,48 \cdot 0,152$ ....
4) $0,048 \cdot 1\,520$ ....

44 Calcule en regroupant astucieusement.

1) $0,8 \cdot 2 \cdot 0,6 \cdot 50$ ....
2) $0,25 \cdot 12,38 \cdot 4$ ....
3) $8 \cdot 49 \cdot 1,25$ ....
4) $2,5 \cdot 12,9 \cdot 0,04$ ....
5) $0,15 \cdot 70 \cdot 0,02$ ....
6) $75 \cdot 0,06 \cdot 0,4$ ....

45 Place correctement la virgule dans le résultat de la multiplication (en ajoutant éventuellement un ou des zéros).

1) $12,8 \cdot 5,3 = 6784$
2) $28,7 \cdot 1,04 = 29\,848$
3) $0,15 \cdot 6,3 = 945$
4) $0,008 \cdot 543,9 = 43\,512$
5) $0,235 \cdot 0,132 = 3\,102$

46 Place la virgule dans le nombre écrit en bleu pour que l'égalité soit vraie.

1) $3,42 \cdot 271 = 9,268\,2$
2) $432 \cdot 0,614 = 26,524\,8$
3) $0,48 \cdot 62 = 29,76$
4) $2,6 \cdot 485 = 126,1$
5) $45 \cdot 29,232 = 131,544$

47 Pose et effectue les produits.

1) $2,08 \cdot 4,23$ ....
2) $4,38 \cdot 5,7$ ....
3) $6,93 \cdot 15,8$ ....
4) $8,35 \cdot 0,18$................

48 Calcule mentalement.

1) $8,6 \div 2$ ....
2) $24,8 \div 4$..................
3) $8,8 \div 8$...................
4) $7,7 \div 11$..................
5) $15,6 \div 3$ ....
6) $63,6 \div 6$ ....

49 Pose et effectue les divisions suivantes pour en trouver le quotient décimal exact.

1) $12,6 \div 6$ ....
2) $28,48 \div 4$ ....
3) $169,2 \div 3$ ....
4) $0,162 \div 9$ ....
5) $67,5 \div 4$ ....
6) $9,765 \div 15$ ....

50 **Valeurs approchées**

1) Pose et effectue les divisions suivantes jusqu'au millième :
   - $12 \div 7$ ....
   - $148,9 \div 12$ ....
   - $13,53 \div 3$ ....
2) Pose et effectue les divisions suivantes jusqu'au centième :
   - $123,8 \div 7$ ....
   - $235,19 \div 11$ ....
   - $0,14 \div 3$ ....

51 Calcule la valeur exacte ou une valeur arrondie au centième des divisions suivantes.

1) $1 \div 2,74$ ....
2) $5,87 \div 2,3$ ....
3) $3,24 \div 1,7$ ....
4) $45,6 \div 0,24$ ....
5) $20,35 \div 8,5$ ....
6) $0,53 \div 0,17$ ....

52 Calcule la valeur exacte ou une valeur arrondie au centième des divisions suivantes.

1) $3,35 \div 0,42$ ....
2) $41,5 \div 3,14$ ....

S'entraîner

3) $0,03 \div 2,1$ ....
4) $0,35 \div 0,25$ ....
5) $0,53 \div 0,8$ ....
6) $21,7 \div 0,14$ ....

Heures, minutes, secondes

53 Pose et effectue les opérations suivantes :

1) 18 h 15 min 22 s + 9 h 37 min 43 s
2) 12 h 26 min 52 s − 7 h 39 min 57 s
3) 9 h 38 min 22 s + 4 h 59 min 34 s
4) 12 h 40 min 21 s − 6 h 35 s

54 Pose et effectue les opérations suivantes :

1) 13 h 25 min 42 s + 12 h 35 min 52 s
2) 15 h 43 min 08 s − 6 h 51 min 34 s
3) 10 h 41 s + 9 h 57 min 49 s
4) 21 h − 17 h 31 min 32 s

55 Un randonneur part en promenade à 9 h 30. Il rentre à 12 h 05, ne s'étant arrêté pour se reposer que lors de trois pauses de 5 min chacune. Pendant combien de temps ce randonneur a-t-il marché ?

56 Pierre part de chez lui à 9 h 55 pour aller faire des courses. Il met 12 min pour se rendre au supermarché et il y reste pendant 1 h 35 min.

1) À quelle heure repart-il du supermarché ?
2) Il rentre ensuite chez lui et y arrive à 12 h 01. Combien de temps son trajet de retour a-t-il duré ?

57 Sarah a noté les heures de lever et de coucher du Soleil en septembre 2008. Le 1er septembre, le Soleil s'est levé à 7 h 09 et il s'est couché à 20 h 31. Le 30 septembre, le Soleil s'est levé à 7 h 50 et il s'est couché à 19 h 30. De quelle durée les jours ont-ils diminué au mois de septembre 2008 ?

58 Antoine possédait 832,25 CHF sur son livret d'épargne. Pour son anniversaire, ses parents y ont déposé 75 CHF. Combien a-t-il maintenant sur son livret ?

59 Un panier plein de fruits pèse 1,836 kg. Vide, il pesait 0,425 kg. Quelle est la masse des fruits contenus dans ce panier ?

60 Pierre a relevé le compteur de sa voiture au départ et au retour de vacances. Au départ, le compteur indiquait 58 257,6 km. Au retour, il indiquait 59 329,1 km. Quelle distance a-t-il parcourue pendant ses vacances ?

61 Simon veut acheter un livre. Il a 25,35 CHF dans son porte-monnaie et il lui manque 5,25 CHF pour acheter ce livre. Quel est le prix du livre ?

62 Une voiture consomme 8,5 l d'essence pour faire 100 km. Combien d'essence consomme-t-elle pour faire 500 km ?

63 Un employé gagne 17,25 CHF de l'heure. Il travaille 35 heures par semaine. Combien gagne-t-il chaque semaine ?

64 Au marché, Anne a déposé dans son panier 1,2 kg de carottes, 600 g de raisin et 1,3 kg de pommes. Combien pèse le contenu de son panier ?

65 Pour aller au collège, Caroline fait 1,4 km avec son vélo qu'elle laisse chez sa grand-mère. Puis elle parcourt 150 m à pied jusqu'au collège. Quelle distance totale parcourt-elle pour se rendre au collège ?

66 Djamel a acheté 1,6 kg de poires à 2,30 CHF le kg. Combien a-t-il payé ?

67 Gérard a payé 41,40 CHF pour 12 pieds de tomate. Quel est le prix d'un pied de tomate ?

68 Un lot de six stylos identiques coûte 8,10 CHF. Quel est le prix d'un stylo ?

69 Mercredi après-midi, Anh Hao a fait cinq tours d'un circuit de VTT. Il a parcouru en tout 23,5 km. Quelle est la longueur de ce circuit ?

70 Mme Betty possède 6,6 litres de jus de pomme. Combien de bouteilles de 0,7 litres pourra-t-elle remplir ?

71 Agan possède 37,40 CHF en pièces de 20 centimes. Combien de pièces de 20 centimes possède t'il ?

72 **Énigme**

Trouve le nombre décimal à six chiffres tel que :

- son chiffre des unités est 2 ;
- l'un de ses chiffres est 6 et sa valeur dans l'écriture décimale est cent fois plus petite que celle du chiffre 2 ;
- son chiffre des dizaines est le double de celui des unités et son chiffre des dixièmes est le quart de celui des dizaines ;
- ce nombre est compris entre 8 975,06 et 9 824,95 ;
- la somme de tous ses chiffres est égale à 27.

73 **Nombres croisés**

Recopie et complète la grille à l'aide des nombres que tu trouveras grâce aux définitions.

Horizontalement

I : La partie entière de 328,54. Le chiffre des centièmes de 634,152.

II : Son chiffre des dizaines est le triple de celui des unités.

III : Le chiffre des dixièmes de 34. Arrondi à l'unité de 178,356.

IV : Entier compris entre 8 000 et 9 000.

V : Quarante-deux centaines.

Verticalement

A : $(3 \cdot 1\,000) + (5 \cdot 100) + (8 \cdot 1)$.

B : Le nombre de dixièmes dans 2,6. La partie entière de 2 498 centièmes.

C : Quatre-vingt-six milliers et cent deux unités.

D : En additionnant tous les chiffres de ce nombre, on trouve 20.

E : Arrondi à l'unité près de 536,57. Entier qui précède 1.

74 Voici les résultats (en secondes), pour les hommes, du 100 m aux JO de Pékin en 2008.

Martina : 9,93 ; Frater : 9,97 ; Burns : 10,01 ; Patton : 10,03 ; Bolt : 9,69 ; Powell : 9,95 ; Thompson : 9,89 ; Dix : 9,91.

Classe les coureurs dans l'ordre décroissant de leur résultat.

75 **À ordonner**

Range les nombres suivants dans l'ordre croissant :

25 unités et deux dixièmes ; 2 504 centièmes ;

Approfondir

25 + 2 centièmes; deux mille cinquante-deux centièmes; 20,54; 254 dixièmes.

76 À placer

En choisissant judicieusement la longueur d'une graduation, place précisément sur une demi-droite graduée les points A, B, C, D et E d'abscisses respectives :

12,02; mille deux cent treize centièmes; 12 + 7 centièmes; 1 198 centièmes; cent vingt-et-un dixièmes.

77 Comparaison

1) Quel est le plus grand nombre décimal ayant un chiffre après la virgule et inférieur à 83 ?
2) Quel est le plus petit nombre décimal avec trois chiffres après la virgule et supérieur à 214,3 ?
3) Quel est le plus grand nombre décimal avec deux chiffres après la virgule, ayant tous ses chiffres différents et qui est inférieur à 97,8 ?
4) Quel est le plus petit nombre décimal avec trois chiffres après la virgule, ayant tous ses chiffres différents et qui est supérieur à 2 341 ?

78

Voici les masses de lipides et glucides (en g) contenues dans 50 g de différents biscuits.

1) Classe ces biscuits selon l'ordre croissant de leur quantité de lipides.
2) Classe ces biscuits selon l'ordre décroissant de leur quantité de glucides.

79 Calculer sans poser

1) Calcule mentalement les produits suivants sachant que $6,5 \cdot 3,7 = 24,05$.
   - $6,5 \cdot 37$ ....
   - $65 \cdot 37$ ....
   - $6,5 \cdot 0,37$ ....
   - $0,65 \cdot 3,7$ ....
   - $6\,500 \cdot 0,0037$ ....
   - $65 \cdot 0,37$ ....
2) Sachant que $935 : 17 = 55$, que dire des quotients suivants ? Justifie.
   - $9\,350 : 170$ ....
   - $93,5 : 1,7$ ....
   - $93\,500 : 1\,700$ ....
   - $9,35 : 0,17$ ....

80 Calculer sans poser (bis)

1) Calcule $96,5 + 83,7$ et $96,5 - 83,7$.
2) Déduis-en les sommes et les différences suivantes sans poser les opérations.
   - $965 + 837$ ....
   - $0,965 + 0,837$ ....
   - $9,65 - 8,37$ ....
   - $96\,500 - 83\,700$ ....
3) Peut-on trouver par ce moyen les résultats des opérations $96\,500 + 8\,370$ et $9\,650 - 837$? Pourquoi ?

81 Que de restes !

1) Dans une planche de 478,8 cm de long, on veut découper des étagères de 9 cm de long.
   Combien d'étagères peut-on découper ?
   Quelle est la longueur du morceau restant ?

   Complète alors l'égalité $478,8 = 9 \cdot \ldots + \ldots$.
2) En utilisant la division écrite au 1, recopie et complète les égalités suivantes.
   - $47,88 = 9 \cdot 5,3 + \ldots$
   - $4\,788 = 9 \cdot 532 + \ldots$
   - $4\,788 = 90 \cdot 53 + \ldots$
   - $4,788 = 9 \cdot \ldots + 0,018$

82 Paquets empilés

On a reçu au collège 7 rames de 500 feuilles pour la photocopieuse et 3 paquets de 24 pièces de « carton plume ».

1) L'épaisseur d'une feuille de papier pour photocopieuse est de 0,11 mm et celle d'une pièce de « carton plume » est de 5 mm. Calcule un ordre de grandeur de la hauteur totale de tous ces paquets empilés.
2) Écris la hauteur totale des paquets en une seule expression puis calcule-la.

83 **Densité de population**

On considère le tableau suivant.

1) Quel est le continent qui a le plus grand nombre d'habitants ? Et le plus petit nombre ?
2) Quel est le continent qui a la plus grande superficie ? Et la plus petite ?
3) Pour chaque continent, calcule la densité de population exprimée en habitants par km². Tu donneras une valeur approchée à l'unité.
4) Ces résultats sont-ils surprenants ? Explique.
5) Calcule le nombre moyen d'habitants au km² dans le monde. Indique les continents qui sont en dessous de cette moyenne et ceux qui sont au dessus.

84 **Football**

Le match de football entre le FC Barcelone et le Milan AC a eu lieu mardi soir 1^{er} novembre à Barcelone.

1) Sachant qu'un match de football se joue en 2 mi-temps de 45 minutes séparées par une pause de 15 minutes, qu'il y a eu en tout 4 minutes d'arrêt de jeu en première mi-temps et 3 minutes en seconde mi-temps et que la rencontre a débuté à 20h45, trouver l'heure à laquelle le match s'est terminé.
2) Yvan, joueur de FC Barcelone est sorti du terrain au bout de 22 minutes de jeu en deuxième mi-temps, calculer l'heure à laquelle ce changement a eu lieu.
3) Les supporters du Milan AC, qui avaient effectué le déplacement en autocar ont quitté le stade à 23h15 min. Sachant que leur voyage de retour a duré 16h40, calculer l'heure exacte et la date précise à laquelle ils sont arrivés à Milan.

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- BlaBla1
- BlaBla2
- BlaBla3
- BlaBla4
- BlaBla5
- BlaBla6

QCM d'auto-évaluation

Des ressources numériques pour préparer le chapitre sur manuel.sesamath.net

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

85 Dix-huit millions huit cents s'écrit :

ⓐ 18 800 000 ⓑ 18 000 800 ⓒ 18 800 ⓓ 18 008 100

86 45 centaines est égal à :

ⓐ 5 unités ⓑ 450 dizaines ⓒ 4 dizaines ⓓ 45 100

87 Un centième est :

ⓐ plus grand qu'un dixième ⓑ égal à dix millièmes ⓒ plus petit qu'un millième ⓓ égal à dix dixièmes

88 Une écriture décimale de 456 centièmes est :

ⓐ 456,100 ⓑ 456 100 ⓒ 4,56 ⓓ 4 560 millièmes

89 Le nombre $5 + 0,4 + 0,007$ peut aussi s'écrire :

ⓐ 547 millièmes ⓑ 5,47 ⓒ 5,407 ⓓ 5 047 millièmes

90 7 unités, 8 centièmes et 5 millièmes s'écrit :

ⓐ 7,85 ⓑ 7,085 ⓒ 7,800 500 0 ⓓ 7,085 0

91 Dans l'écriture décimale du nombre 45,631...

ⓐ la valeur du chiffre 3 est dix fois moins grande que celle du chiffre 6 ⓑ 6 est le chiffre des centaines ⓒ la valeur du chiffre 4 est deux fois plus grande que celle du chiffre 6 ⓓ 0,631 est la partie décimale

92 Un nombre compris entre 24,56 et 24,57 est par exemple...

ⓐ 24 568 millièmes ⓑ 24,560 7 ⓒ impossible, il n'y a pas de nombre compris entre 24,56 et 24,57 ⓓ $42 + 0,562$

93 L'arrondi de 123,254 au dixième est...

ⓐ 120 ⓑ 123,2 ⓒ 123,26 ⓓ 123,3

94 873,023 est ...

ⓐ 1 000 fois plus grand que 873 230 ⓑ 100 fois plus petit que 87 302,3 ⓒ 10 000 fois plus grand que 0,087 302 3 ⓓ 10 fois plus petit que 87,302 3

95 $57,41 - 27,83 = ...$

ⓐ 30.42 ⓑ 30.58 ⓒ 29.58 ⓓ 19.58

96 $872,967 = \ldots$

ⓐ $87\,296,7 \div 100$ ⓑ $862,967 \cdot 10$ ⓒ $87,2967 \cdot 10$ ⓓ $8,72967 \cdot 100$

97 $78,23 \cdot 21,796 = \ldots$

ⓐ 170 510,108 ⓑ 3 705,101 08 ⓒ 1 705,101 08 ⓓ 1 800

98 $34,1 + 123,79$ se pose ...

ⓐ ... ⓑ ... ⓒ ... ⓓ ...

99 Une ficelle mesure 7,2 m. On la partage en 16.

ⓐ Chaque bout mesure 1,152 m ⓑ C'est impossible, $16 > 7,2$ ⓒ Chaque bout mesure environ 2,2 m ⓓ Chaque bout mesure 45 cm

100 0,75 peut être la réponse du (ou des) problème(s) suivant(s) :

ⓐ Avec 126 litres d'eau, on a rempli 168 bouteilles. Quelle est la contenance d'une bouteille ?

ⓑ Une baignoire peut contenir 223,24 L. On la remplit avec 222,49 L d'eau. Combien d'eau peut-on encore verser ?

ⓒ Ahmed achète un bonbon à 0,27 CHF et un chewing-gum à 0,58 CHF. Combien paye-t-il ?

ⓓ 125 CD de 6 mm d'épaisseur sont empilés. Quelle est la hauteur en mètre de la pile ?

101 Henri court pendant 1 h 52 min. Il s'arrête à 10 h 07. Il est parti à...

ⓐ 8 h 55 ⓑ 11 h 59 ⓒ 8 h 15 ⓓ 9 h 45

Travaux pratiques

TP 1

Voici un extrait de « La Disme », écrit par Simon Stevin en 1585 :

« Les 27 (0) 8 (1) 4 (2) 7 (3) donnés, font ensemble 27 $\frac{8}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{7}{1\,000}$, ensemble 27 $\frac{847}{1\,000}$, et par même raison les 37 (0) 6 (1) 7 (2) 5 (3) valent 37 $\frac{675}{1\,000}$. Le nombre de multitude des signes, excepté (0), n'excède jamais le 9. Par exemple nous n'écrivons pas 7 (1) 12 (2), mais en leur lieu 8 (1) 2 (2). »

A Simon Stevin

Par groupe, en vous documentant, répondez aux questions suivantes.

1) Où Simon Stevin a-t-il vécu ?

2) Quels sont les domaines dans lesquels Simon Stevin a travaillé ? Faites la synthèse des réponses de chaque groupe.

B La Disme

3) Cherchez comment on écrit de nos jours le nombre 38 (0) 6 (1) 5 (2) 7 (3).
Comparez avec les réponses des autres groupes.

4) Écrivez, à la manière décrite par Simon Stevin, les nombres $124 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100}$ et 34,802.
Comparez avec les réponses des autres groupes.

5) Choisissez trois nombres décimaux différents et écrivez-les à la manière décrite par Simon Stevin.

6) échangez ensuite avec un autre groupe ces nombres écrits à la manière de Simon Stevin. Cherchez alors comment on écrit de nos jours les nombres que vous avez reçus.

7) Faites une recherche pour trouver les différentes notations utilisées depuis 1585 pour l'écriture des nombres décimaux.

TP 2 Compétitions dans la classe

Préparatifs : fabriquez une étiquette de carton pour chaque élève de la classe, comportant son nom et son prénom. Mélangez ces étiquettes.

Voici un exemple de liste de calculs à effectuer :

1) $853,12 + 19,7$

2) $538,21 - 42,16$

3) $65,24 \cdot 7,38$

4) $68,37 : 3$

A Entraînement en individuel (appelé 1 contre 10)

Pour chaque manche, un élève A est tiré au sort à l'aide des étiquettes et passe au tableau où un seul calcul écrit est à effectuer.

L'élève A l'effectue en public pendant que tous les autres cherchent chacun sur une feuille.

Dès qu'un élève a trouvé la réponse et a écrit le calcul, il lève la main. Le professeur surveille le tableau et circule dans la classe pour vérifier le travail de chaque élève.

Travaux pratiques

Il compte à haute voix de 1 à 10 en ajoutant 1 chaque fois qu'un travail est considéré comme correct.

Arrivé à 10, si l'élève A n'a pas trouvé, la classe a gagné la manche. Par contre, si l'élève A trouve avant la fin du décompte à 10, c'est lui qui a gagné.

B Par équipes (appelé 2 contre 5)

On constitue des binômes équilibrés d'élèves.

Lors du tirage au sort, l'élève A désigné passe au tableau accompagné de son coéquipier mais seul l'élève A peut écrire.

On démarre la compétition comme dans le « 1 contre 10 » mais le professeur ne compte que jusqu'à 5.

La constante de Champernowne

Soit x et y deux réels tels que $x < y$.

Définissons la suite $(d_n)_{n\geqslant 0}$ telle que $d_n = \dfrac{\lfloor 10^n y\rfloor}{10^n}$ où $\lfloor a\rfloor$ désigne la partie entière de a.

1) À quel ensemble les nombres d_n appartiennent-ils ? • $\mathbb{N}$? • $\mathbb{Z}$? • $\mathbb{D}$? • $\mathbb{Q}$? • $\mathbb{R}$?

2) **a)** Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a l'encadrement $\dfrac{10^n y - 1}{10^n} < d_n \leqslant y$.

b) En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} d_n$.

3) **a)** Montrer que, quel que soit $\varepsilon > 0$, il existe un entier naturel N tel que pour tout $n \geqslant N$, $|d_n - y| < \varepsilon$.

b) En posant $\varepsilon = y - x$, en déduire que $x \leqslant d_N \leqslant y$.

> On vient de montrer qu'entre deux réels, il existe toujours un décimal et donc toujours un rationnel.
> On dit que l'ensemble des rationnels $\mathbb{Q}$ est **dense** dans l'ensemble des réels $\mathbb{R}$.

La **fonction de Dirichlet** D et la **fonction de Thomae** T sont deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$\mathrm{D}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{si } x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad \text{et} \quad \mathrm{T}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \notin \mathbb{Q} \\ 1 & \text{si } x = 0 \\ \dfrac{1}{q} & \text{si } x = \dfrac{p}{q} \text{ est une fraction irréductible} \end{cases}$$

Introduite par Dirichlet[1] en 1829, la fonction D est discontinue partout ce que le résultat établi précédemment montre. Cette fonction est appelée aussi **fonction indicatrice des rationnels**.

Introduite par Thomae[2] en 1875, la fonction T est continue en tout nombre irrationnel mais discontinue en tout nombre rationnel. Cette fonction est appelée aussi la **fonction popcorn** (voir sa représentation ci-dessous !).

1. Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805–1859), mathématicien allemand
2. Carl Johannes Thomae (1840–1921), mathématicien allemand

GÉOMÉTRIE

3

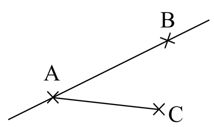
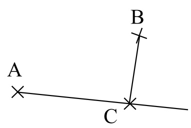
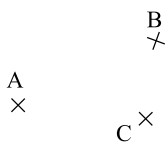
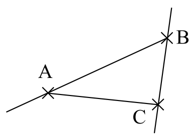
Points, segments, droites, cercles et angles

Activités d'approche

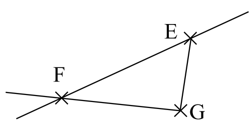
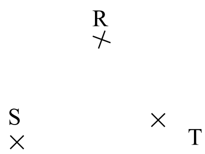
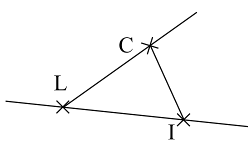
ACTIVITÉ 1 Segments, droites et demi-droites

Partie A : À la découverte d'un nouveau code

1) Lire la consigne de la case (1) et observer la figure correspondant à cette consigne. Faire de même pour la case (2) .
Quand le code est compris, tracer la figure de la case (3) et écrire la consigne de la case (4).

1	2	3	4
Tracer (AB) Tracer $[AC]$	Tracer $[AC)$ Tracer $[BC]$	Tracer (AB) Tracer$[BC]$ Tracer$[AC)$	
			

2) Lire la consigne de la case (5) et observer la figure correspondant à cette consigne. tracer ensuite la figure de la case (6) et écrire la consigne de la case (7).

5	6	7
- Tracer la droite passant par E et F ; - Tracer le segment d'extrémités E et G ; - Tracer la demi-droite d'origine G et passant par F.	- Tracer le segment d'extrémités R et S ; - Tracer la droite passant par R et T ; - Tracer la demi-droite d'origine S et passant par T.	
		

3) Compléter le tableau suivant.

Phrase	Phrase codée	Dessin
	Tracer $[UV]$	U V
		A M
Tracer la droite passant par S et T		S T
		A M
Tracer le segment d’extrémités M et N		M N
	Tracer $[KJ)$	K J
		A M
Tracer la demi-droite d’origine O et passant par U		O U
	Tracer (BC)	B C

ACTIVITÉ 2 Repérer des droites perpendiculaires

Activités d'approche

Partie A : Éric a oublié son équerre !

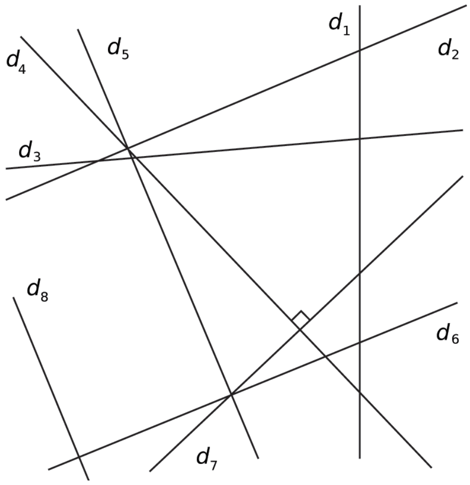
« Pas de souci, lui dit son professeur, prends une feuille blanche non quadrillée. Tu devrais pouvoir obtenir un angle droit en pliant deux fois cette feuille. »
Réalise une telle équerre.
Qu'obtiens-tu si tu déplies ta feuille ?

Partie B : Éric utilise sa nouvelle équerre . . .

Éric doit replacer l'équerre dans la position qui a permis de construire les droites d_4 et d_7.

Place l'équerre dans cette position.

Trouve alors un autre couple de droites **perpendiculaires** sur cette figure en t'aidant de ton équerre.



Partie C : Utilisation de l'équerre d'Éric

Trace deux droites sécantes d et d'. À l'aide de l'équerre que tu as fabriquée, construis une droite perpendiculaire à d et une autre perpendiculaire à d'. Tu n'oublieras pas d'ajouter les codages nécessaires.

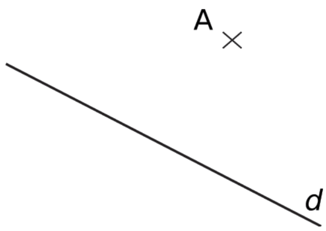
ACTIVITÉ 3 Droites parallèles

Partie A : Deux droites perpendiculaires

1) Place deux points A et B.
2) Trace une droite d ne passant ni par A, ni par B et qui coupe (AB).
3) Trace d_1 la perpendiculaire à d passant par A, puis la droite d_2 perpendiculaire à d_1 passant par B. Que remarques-tu ?
4) Trace d_3 la perpendiculaire à d passant par B et d_4 la perpendiculaire à d_3 passant par A. Que peux-tu dire de d_2 et d_4 ? Quelles autres remarques du même type peux-tu faire ?

Partie B : Construction à la règle et à l'équerre

La première vignette d'une bande dessinée est représentée ci-contre. On y a placé une droite d et un point A n'appartenant pas à d. Complète cette bande dessinée pour expliquer comment, à l'aide de la règle et de l'équerre, tu traces la parallèle à d passant par A.



Activités d'approche

ACTIVITÉ 4 Tout savoir sur la médiatrice !

Partie A : Axes de symétrie d'un segment

1) Sur une feuille blanche, trace un segment $[AB]$.

2) Plie cette feuille de manière à ce que le point A touche le point B, cela fait apparaître un axe de symétrie de ce segment. Le symétrique de A par rapport à cet axe est B. Comment s'appelle cet axe ? Repasse-le en couleur.

3) Quelles sont ses caractéristiques ?

Partie B : Propriété d'un point appartenant à la médiatrice d'un segment

1) Place un point M sur cette médiatrice. Que dire des longueurs AM et BM ?

2) Que dire alors d'un point qui appartient à la médiatrice d'un segment ?

Partie C : Ensemble de points

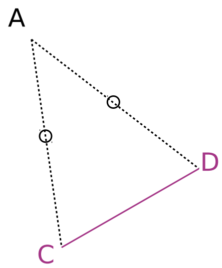
1) Construis un segment $[CD]$ de longueur 5 cm.

2) Place A, équidistant de C et de D. Place trois autres points équidistants de C et de D.

3) Où semblent se trouver tous les points équidistants de C et D ?

4) Que dire d'un point équidistant des extrémités d'un segment ?

5) Déduis-en une façon de construire la médiatrice d'un segment sans l'équerre.



ACTIVITÉ 5 Bissectrice, qui es-tu ?

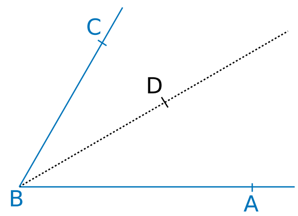
Partie A : Définition

1) Sur une feuille blanche, trace un angle $\widehat{ABC}$.

2) Plie cette feuille de façon à faire apparaître l'axe de symétrie de l'angle. Repasse-le en couleur. Place un point D sur cet axe (comme sur le croquis ci contre).

3) Cet axe fait apparaître deux nouveaux angles. Nomme-les.

4) Que peut-on dire de la mesure de ces deux angles ? Justifie. Comment nomme-t-on cette droite ?



Partie B : Construction au compas

1) Construis le point A' symétrique du point A par rapport à la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ Tu obtiens ce point en reportant le point A sur la droite $[BC)$ en pliant la feuille comme au point 2 de la partie A. Que dire des longueurs BA et BA' ?

2) Que représente la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ pour le segment $[AA']$?

3) Déduis-en une façon de construire la bissectrice d'un angle sans rapporteur.

Activités d'approche

ACTIVITÉ 6 De qui est-ce la trace ?

Partie A

Sur ton cahier, place un point O. Recherche tous les points situés à 3 cm du point O.

Partie B

Un système d'arrosage automatique est formé d'un jet qui arrose dans toutes les directions jusqu'à 4 m.

1) Représente sur ton cahier la zone arrosée par le jet en appelant J l'emplacement du jet. (1 cm représentera 1 m.)

2) Comment peux-tu définir les points de la zone arrosée ?

ACTIVITÉ 7 Des constructions

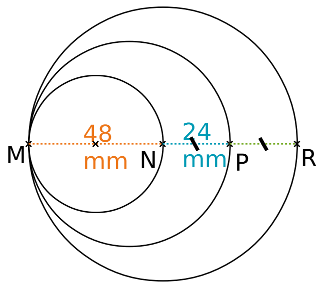
Partie A : Du programme à la figure

Réalise la suite d'instructions suivantes :

- Trace un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon 5 cm.
- Place, sur le cercle, deux points A et B **diamétralement opposés**.
- Construis le cercle $(\mathcal{C}_1)$ de diamètre $[OA]$ et le cercle $(\mathcal{C}_2)$ de diamètre $[OB]$.
- Trace le cercle $(\mathcal{C}_3)$ de centre A passant par O.
- Nomme E et F les **points d'intersection** des cercles $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}_3)$.
- Trace le cercle $(\mathcal{C}_4)$ de centre B et de rayon OB.
- Les cercles $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}_4)$ se coupent en G et H.

Partie B : De la figure au programme

Construis la figure ci-dessous donnée par son croquis.
Écris le programme de construction.



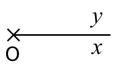
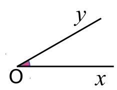
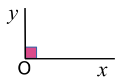
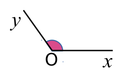
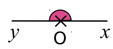
1. Les angles

■ DÉFINITION

Un **angle** est une portion de plan délimitée par deux demi-droites ayant la même origine.

A. Reconnaître les différents types d’angles

On classe les angles par catégories selon leur mesure.

Angle	Nul	Aigu	Droit	Obtus	Plat
Figure					
Mesure	$0°$	entre $0°$ et $90°$	$90°$	entre $90°$ et $180°$	$180°$
Position des côtés	confondus		perpendiculaires		dans le prolongement l’un de l’autre

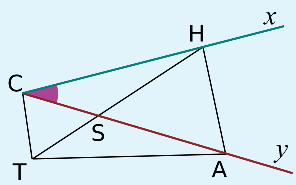
MÉTHODE 1 Nommer un angle

Exemple Nomme l’angle marqué en violet sur la figure ci-dessous.

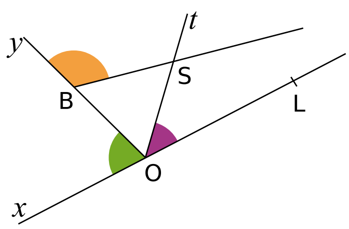
Le sommet de l’angle est le point C : c’est la lettre centrale.

Les côtés de l’angle sont les demi-droites $[CH)$ (ou $[Cx)$) et $[CS)$ (ou $[CA)$) (ou $[Cy)$).

Cet angle peut se nommer : $\widehat{HCS}$; $\widehat{SCH}$; $\widehat{HCA}$; $\widehat{ACH}$; $\widehat{yCx}$.



Exercice d’application Nomme les angles marqués sur la figure ci-dessous.

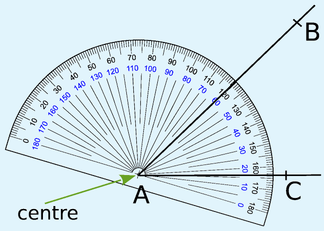


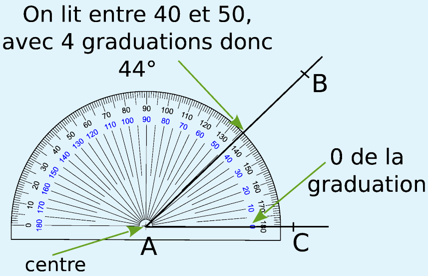
Cours - Méthodes

MÉTHODE 2 Utiliser le rapporteur

Exemple

Mesure l'angle $\widehat{CAB}$.



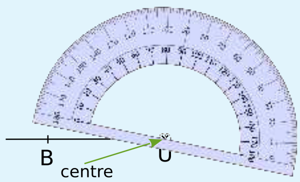


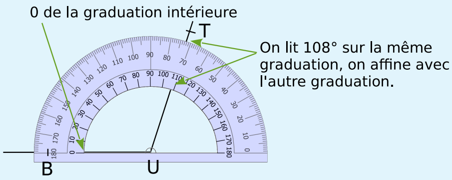
On place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle.

On place un zéro du rapporteur sur le côté $[AC)$. Si besoin, on prolonge la demi-droite $[AC)$. La mesure de l'angle est donnée par l'autre côté de l'angle sur la même échelle de graduation.

Exemple

Construis un angle $\widehat{BUT}$ de 108°.



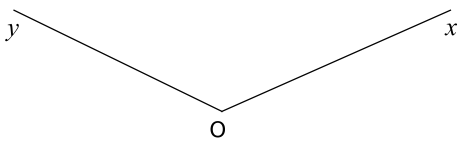


On trace $[UB)$, premier côté de l'angle. On place le centre du rapporteur sur le point U.

On place un zéro du rapporteur sur le côté $[UB)$. On marque, d'un petit trait-repère, 108° avec la bonne graduation. On trace la demi-droite d'origine U passant par le repère. On place un point T sur cette demi-droite.

Exercice d'application

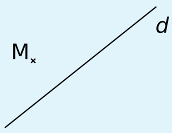
1) Mesure l'angle $\widehat{xOy}$ ci-contre.
2) Construis un angle $\widehat{SAT}$ de 85°.



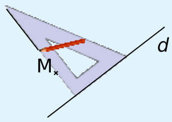
MÉTHODE 3 Construire la perpendiculaire à une droite passant par un point

Exemple

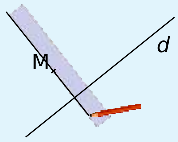
Trace une droite d et place un point M n'appartenant pas à la droite d.
Trace la droite d' perpendiculaire à la droite d passant par le point M.



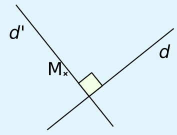
On trace une droite d et on place un point M.



On place l'un des côtés de l'angle droit de l'équerre sur la droite d et l'autre côté sur M.



On prolonge la droite à la règle.



On nomme la droite d' et on code l'angle droit par un carré.

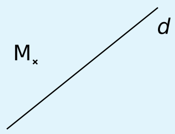
Exercice d'application

Cours - Méthodes

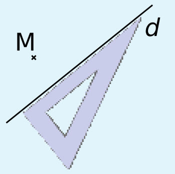
MÉTHODE 4 Construire la parallèle à une droite passant par un point

Exemple

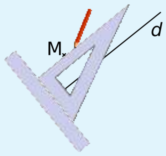
Trace une droite d et place un point M n'appartenant pas à la droite d.
Trace la droite d' parallèle à la droite d passant par le point M.



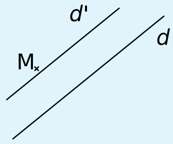
On trace une droite d et on place un point M.



On place l'un des côtés de l'angle droit de l'équerre sur la droite d.



On fait coulisser l'équerre le long de la règle, jusqu'au point M, sans bouger la règle.



On trace ainsi la droite d'.

Exercice d'application Trace dans ton cahier un segment $[AB]$ d'une longueur de 5 cm et place un point C au-dessus du segment $[AB]$ (C n'est pas sur le segment). Construis, en rouge, la perpendiculaire à $[AB]$ passant par C. Construis, en vert, la parallèle à $[AB]$ passant par C.

2. La médiatrice

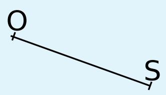
MÉTHODE 5 Construire une médiatrice

■ À CONNAÎTRE

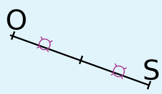
La **médiatrice** d’un segment est la droite qui coupe ce segment perpendiculairement en son milieu.

Exemple

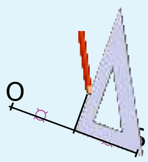
Trace un segment $[OS]$ de longueur 5 cm puis sa médiatrice.



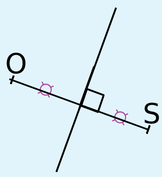
On trace un segment $[OS]$.



On trace le milieu du segment.



On trace la droite perpendiculaire au segment qui passe par ce milieu.

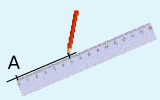


On code l’angle droit par un carré.

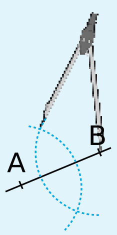
Exemple

Trace un segment $[AB]$ de longueur 6 cm. Construis sa médiatrice au compas.

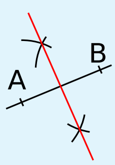
①



②



③



① On trace le segment $[AB]$.
② On trace deux arcs de cercle de centres A et B, de même rayon en choisissant un rayon suffisamment grand pour que ces arcs se coupent en deux points.
③ La médiatrice de [AB] est la droite qui passe par ces deux points.

Exercice d’application Trace un segment $[AB]$ de 7 cm. Trace la médiatrice du segment $[AB]$ par la méthode de ton choix.

Cours - Méthodes

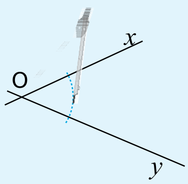
MÉTHODE 6 Construire une bissectrice

À CONNAÎTRE

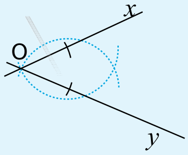
La **bissectrice** d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle.

Exemple

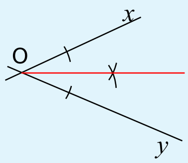
Trace un angle $\widehat{xOy}$. Construis sa bissectrice au compas.



Au compas, on trace un arc de cercle de centre O qui coupe chaque côté de l'angle en un point.



On trace deux arcs de cercle de même rayon ayant ces deux points pour centres. Ces arcs se coupent en un point.



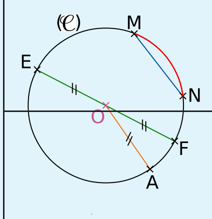
La bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$ est la demi-droite d'origine O passant par ce point.

Exercice d'application

MÉTHODE 7 Vocabulaire du cercle

DÉFINITION

Un **cercle** de centre O est l'ensemble des points situés à la même distance du point O. Cette distance est le **rayon** du cercle.

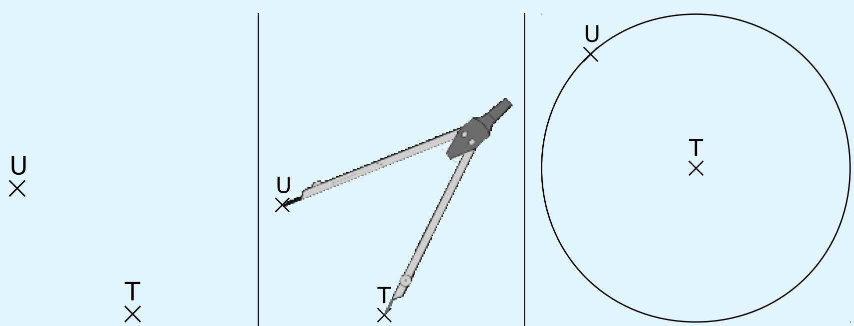
	Le **centre** d'un cercle est le point équidistant de tous les points qui constituent ce cercle.	Le point O est le **centre** du cercle $\mathcal{C}$.
	Un **rayon** d'un cercle est un segment ayant pour extrémités le centre et un point de ce cercle.	Le segment $[OA]$ est un **rayon** du cercle $\mathcal{C}$.
	Un **diamètre** d'un cercle est un segment ayant pour extrémités deux points de ce cercle et contenant son centre.	Le segment $[EF]$ est un **diamètre** du cercle $\mathcal{C}$.
	Une **corde** d'un cercle est un segment ayant pour extrémités deux points de ce cercle.	Le segment $[MN]$ est une **corde** du cercle $\mathcal{C}$.
	Un **arc de cercle** est une portion de cercle comprise entre deux points de ce cercle.	La portion de cercle $\overset{\frown}{MN}$ comprise entre M et N est un **arc du cercle** $\mathcal{C}$.

REMARQUE : Par commodité de langage, on appelle « rayon » la longueur du rayon d'un cercle, et on appelle « diamètre » la longueur de son diamètre.

REMARQUE : Le diamètre d'un cercle est égal au double de son rayon.

Exemple

Trace le cercle de centre T passant par le point U.



On pointe le compas sur le point T et on écarte le compas jusqu'à ce que la mine soit sur le point U.

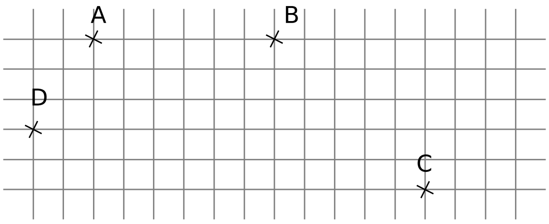
On trace le cercle.

Exercice d'application

S'entraîner

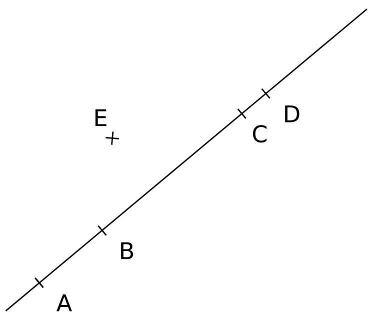
Points, segments et droites

1 Avec un quadrillage



1) En utilisant le quadrillage de ton cahier, place les points A, B, C et D comme sur la figure ci-dessus :
2) Trace en bleu le segment $[AB]$;
3) Trace en vert le segment d'extrémités D et C ;
4) Trace en rouge la droite passant par A et C ;
5) Trace en noir la demi-droite d'origine D passant par B.

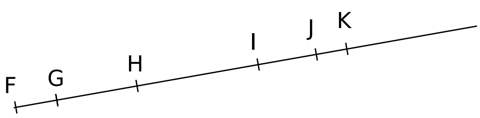
2 Appartient ou pas ?



Après avoir observé la figure, recopie et complète les pointillés avec $\in$ ou $\notin$:

1) $B \ldots [AC]$	3) $E \ldots [AD]$	5) $D \ldots [CA)$
2) $D \ldots [AB]$	4) $B \ldots [CA)$	6) $E \ldots [CE]$

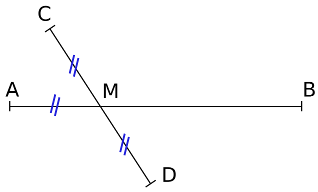
3 À trouver



Parmi les points nommés sur la figure, indique ceux qui appartiennent à :

1) $[FK]$;
2) $[IG)$;
3) $[FJ]$ et à $[GK]$;
4) $[GJ)$ mais pas à $[HJ]$;
5) $[FG]$ ou à $[IJ)$;
6) $[FH]$ et à $[JK]$.

4 Vrai ou faux ?



Observe cette figure composée de deux segments $[AB]$ et $[CD]$ sécants et indique pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse :

1) Les points C, D et M sont alignés ;
2) M est le point d'intersection des segments $[AB]$ et $[CD]$;
3) M est le milieu du segment $[AC]$;
4) M est un point du segment $[CD]$;
5) A appartient au segment $[MB]$;
6) M est le milieu du segment $[CD]$.

5 Milieux

1) Trace un segment $[RS]$ de longueur 4,8 cm et place son milieu T ;
2) Place un point U qui ne soit pas aligné avec R et S ;
3) Place le point V tel que T soit le milieu du segment $[UV]$.

6 À construire

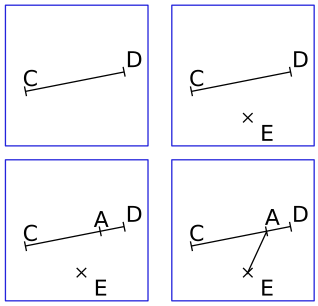
1) Place trois points A, B et C non alignés ;
2) Trace les segments $[BC]$ et $[AC]$;
3) Marque le milieu I du segment $[BC]$ et le milieu J du segment $[AC]$;
4) Trace le segment d'extrémités B et J ;
5) Note K le point d'intersection des segments $[AI]$ et $[BJ]$;
6) Trace le segment $[AB]$ et place son milieu L. Trace enfin le segment $[CL]$. Que remarques-tu ?

7 À construire (bis)

1) Place trois points L, M et N non alignés ;
2) Place un point A appartenant au segment $[LN]$;
3) Place un point B appartenant à la demi-droite $[MN)$ mais n'appartenant pas au segment $[MN]$;

4) Place le point C aligné d'une part avec A et B, et d'autre part avec L et M.

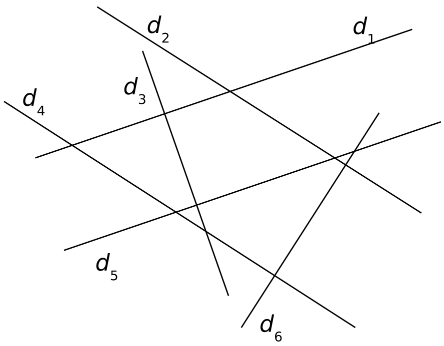
8 Bande dessinée



Pour chaque étape de la bande dessinée, écris la consigne qui a été donnée, sans tenir compte des mesures.

Droites parallèles et perpendiculaires

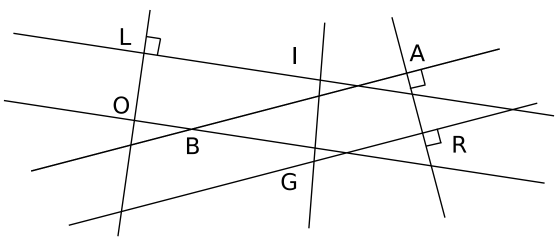
9 Position de droites



Observe la figure ci-dessus et note sur ton cahier :

- Le nom des droites qui **te semblent** perpendiculaires ;
- Le nom des droites qui sont sécantes mais non perpendiculaires ;
- Le nom des droites qui **te semblent** parallèles.

10 Position de droites (*bis*)

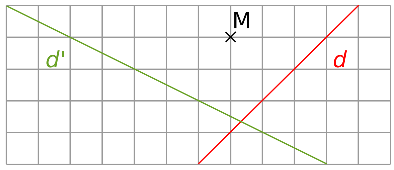


1) Quelles sont les droites qui sont à coup sûr perpendiculaires ?

2) Quelle semble être la position relative des droites (BA) et (GR) ?

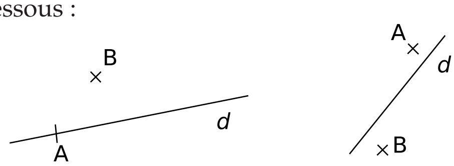
11 Quadrillage

Reproduis une figure similaire à celle ci-dessous. Trace, à la règle, la droite d_1 perpendiculaire à la droite d passant par le point M et la droite d_2 parallèle à la droite d' passant par M.



12 Constructions

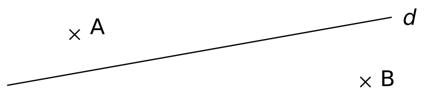
1) Reproduis sur une feuille blanche les deux figures ci-dessous :



2) Pour chacune des figures, trace :
   - La droite d' perpendiculaire à d et passant par B ;
   - La droite d'' perpendiculaire à d et passant par A.

3) Que peux-tu dire des droites d' et d'' ?

13 Constructions (*bis*)



1) Reproduis la figure ci-dessus ;

2) Trace d', la parallèle à d passant par A ;

3) Trace d'', la parallèle à d passant par B ;

4) Que peux-tu dire des droites d' et d'' ?

14 Programme de construction

1) Place deux points A et B tels que $AB = 8$ cm ;

2) Place un point L sur $[AB]$ tel que $AL = 3$ cm ;

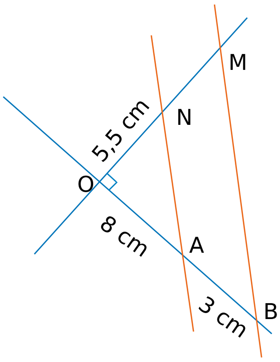
3) Trace la droite d telle que $L \in d$ et $(AB) \perp d$;

4) Place un point C tel que $C \in d$ et $LC = 2$ cm ;

S'entraîner

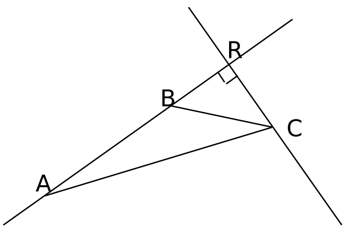
5) Trace la droite d' telle que $d' \parallel (AB)$ et $C \in d'$;
6) Sur la demi-droite $[BC)$, place le point I tel que $BI = 7$ cm ;
7) Trace la droite d'' telle que $I \in d''$ et $d'' \parallel (AC)$.

15 Construis la figure suivante :



$(BM) \parallel (AN)$

16 Reproduis la figure ci-dessous en vraie grandeur :



$AB = 5{,}3$ cm ;
$BC = 3$ cm ;
$AC = 7{,}7$ cm.

Médiatrice d'un segment

17 **Médiatrices**

Dans chaque cas, trace le segment de longueur donnée puis sa médiatrice :

1) $AB = 2$ cm 2) $DE = 7{,}8$ cm 3) $FG = 76$ mm

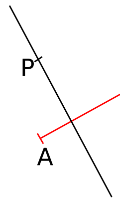
18 **Points alignés**

1) Trace un segment $[AB]$ de longueur 7 cm ;
2) Place le point C de la demi-droite $[BA)$ tel que $BC = 12$ cm ;
3) Construis la médiatrice m_1 du segment $[AC]$;
4) Construis la médiatrice m_2 du segment $[AB]$;
5) Que remarques-tu ?

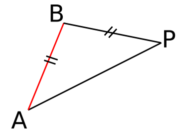
19 **Reconnaître**

Sur chacune des figures ci-dessous, indique si P est sur la médiatrice de $[AB]$:

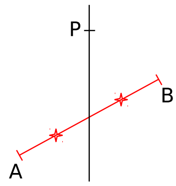
1)



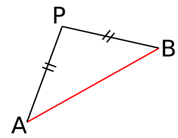
3)



2)



4)



20 **Construction**

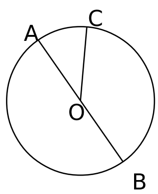
1) Trace un segment $[AB]$ de longueur 6 cm ;
2) Construis la médiatrice d du segment $[AB]$ au compas ;
3) Place un point M sur d à 7 cm de A ;
4) Quelle est la longueur de $[BM]$?
Tu la justifieras en utilisant une propriété.

21 **Concours de médiatrices**

1) Place trois points A, B et C non alignés.
2) Trace sans équerre les médiatrices des segments $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.
Que constates-tu ?

Cercle

22 **Vocabulaire**



Sur la figure ci-dessus :
A, B et C sont sur le cercle de centre O ;
A, O et B sont alignés.

1) Écris deux phrases décrivant la figure, en utilisant les mots « rayon » et « diamètre » ;

2) Recopie et complète les phrases suivantes :
- Le point O est le milieu du . . . . ;
- Le point O est une extrémité du . . . . ;
- A et B sont les . . . . du . . . . $[AB]$;
- La portion de cercle comprise entre les points A et C est l’. . . . .

23 Avec le rayon

Trace un cercle de centre O et de rayon 4 cm puis un cercle de rayon 4 cm et passant par O.

24 Avec le diamètre

1) Trace un segment $[AB]$ de longueur 5 cm ;
2) Trace le cercle de diamètre $[AB]$;
3) Quelle est la mesure du rayon de ce cercle ?

25 Construction

1) Trace un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon 4,5 cm ;
2) Place un point A sur le cercle $(\mathcal{C})$ et place le point B diamétralement opposé au point A.
3) Marque un point D à l’extérieur du cercle $(\mathcal{C})$ et trace le cercle de diamètre $[BD]$.

26 Calculs

1) Trace un segment $[AB]$ de longueur 6 cm. Trace le cercle de centre A et de rayon 2 cm. Ce cercle coupe la droite (AB) en deux points M et N. On appelle M celui qui appartient au segment $[AB]$;
2) Calcule les longueurs BM et BN.

27 Concentriques

Deux cercles concentriques (c’est-à-dire de même centre) (C) et (C') ont pour centre O et pour rayons respectifs 3 cm et 5 cm. $[GH]$ est un diamètre du cercle (C). La droite passant par G et par H coupe le cercle (C') en deux points I et J ; on appelle I celui qui est le plus près de G.

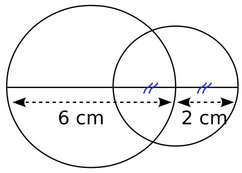
1) Fais une figure ;
2) Calcule les longueurs GI et JG.

28 Calculs

1) Trace un segment $[ST]$ de longueur 6 cm. Sur ce segment, marque le point U tel que $SU = 3,2$ cm. Trace le cercle (C) de centre T et qui passe par U ;
2) Calcule le diamètre du cercle (C) ;
3) Sur le segment $[UT]$, place le point V tel que $UV = 1,2$ cm. Quel est le rayon du cercle de diamètre $[SV]$?

29

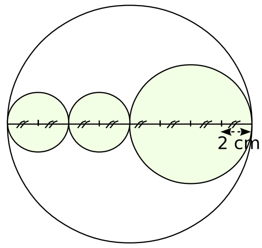
Construis la figure ci-dessous donnée par son croquis.



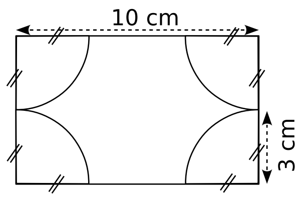
30

Construis chaque figure ci-dessous donnée par son croquis.

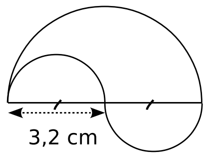
1)



3)



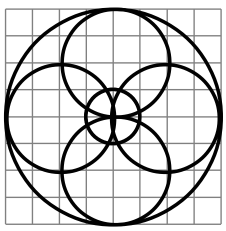
2)



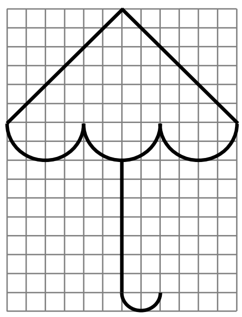
31

En utilisant le quadrillage de ton cahier, reproduis les figures suivantes.

1)

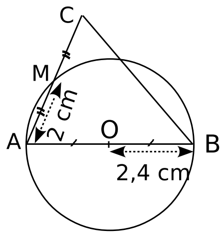


2)



S'entraîner

32 Recopie et complète le programme de construction de la figure ci-dessous :



- Trace un cercle de ...... O et de ...... 2,4 cm ;
- Trace un ...... $[AB]$ de ce cercle ;
- Trace une ...... $[AM]$ telle que AM = ... ;
- Place le point C tel que M soit le ...... de $[AC]$;
- Trace le ...... $[CB]$.

33 **À construire**

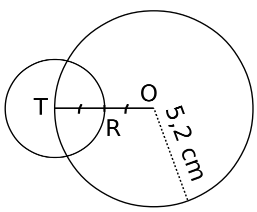
1) Trace un segment $[AB]$ de longueur 6 cm ;
2) Marque le point O, milieu du segment $[AB]$;
3) Trace le cercle de centre O et de rayon 3 cm ;
4) Trace les cercles de diamètres $[AO]$ et $[OB]$.

34 **À construire** (*bis*)

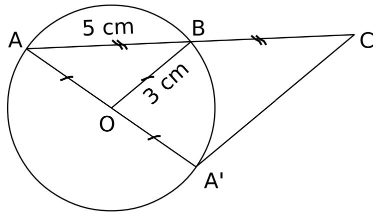
1) Trace un segment $[AB]$ de longueur 9 cm ;
2) Trace le cercle de centre A et de rayon 3 cm. On appelle C le point d'intersection de ce cercle et du segment $[AB]$;
3) Trace le cercle de centre B et de rayon 3 cm. Il coupe le segment $[AB]$ en D ;
4) Trace un demi-cercle de diamètre $[CD]$.

35 Écris un programme de construction pour chacune des figures suivantes.

1)



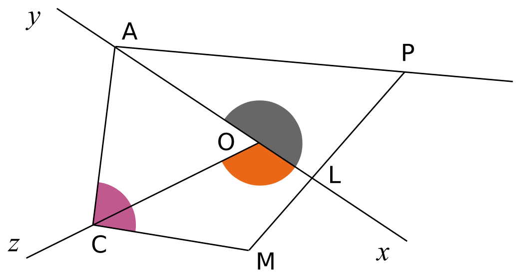
2)



Nommer un angle

36 **De toutes les couleurs**

Les points A, O et L sont alignés.



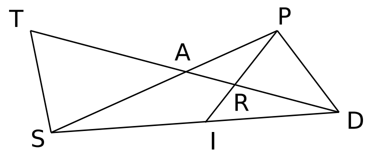
1) Nomme les angles marqués en couleur dans la figure de toutes les façons possibles ;
2) Reproduis la figure puis marque en bleu l'angle $\widehat{yOz}$ en rouge l'angle $\widehat{PMC}$ et en vert l'angle $\widehat{PAL}$.

37 **Plusieurs noms**

Les segments $[TD]$ et $[PS]$ sont sécants en A et les segments $[PI]$ et $[TD]$ se coupent en R.

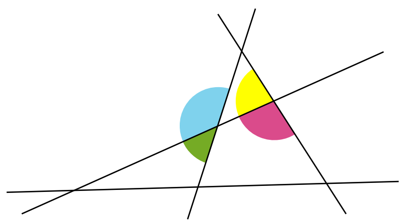
Trouve toutes les autres façons de nommer :

- l'angle $\widehat{APR}$;
- l'angle $\widehat{RDI}$;
- l'angle $\widehat{PDA}$.



38 **Quelle étourdie !**

Louise a recopié la figure ci-dessous qui était au tableau mais elle a oublié de noter les noms des points d'intersection des droites.

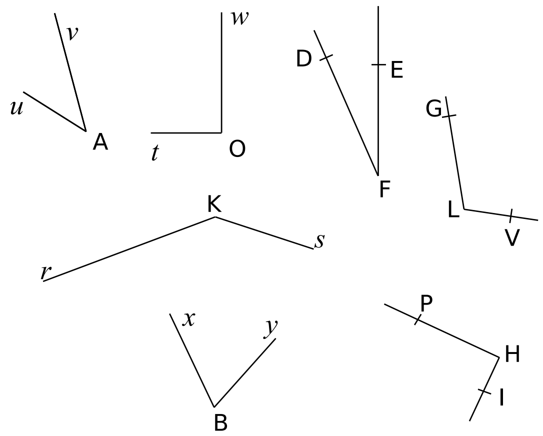


Elle appelle son camarade Ahmed qui lui dit que les angles en couleur se nomment $\widehat{ABC}$, $\widehat{DBA}$, $\widehat{FAC}$ et $\widehat{FAE}$. Reproduis la figure et nomme les points grâce à ces indications.

Mesure d’un angle

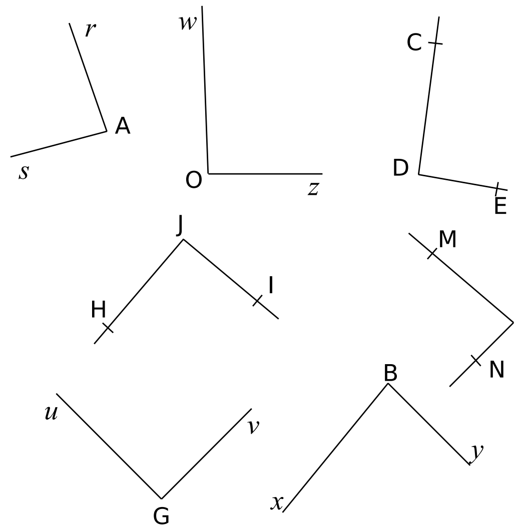
39 **À vue d’œil**

Indique les angles qui te paraissent obtus, aigus ou droits.



40 **Avec l’équerre**

En utilisant ton équerre, détermine quels sont les angles aigus, obtus ou droits dans chacun des cas ci-dessous.

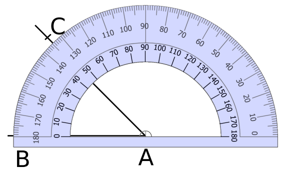


41 **Bien placé ?**

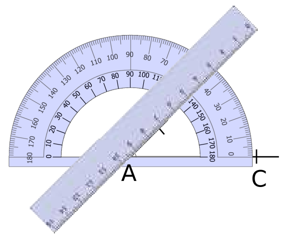
Dans chacun des cas suivants, José souhaite mesurer l’angle $\widehat{BAC}$.

Peut-il effectuer une mesure correcte ? Si oui, indique la mesure de l’angle et si non, explique pourquoi.

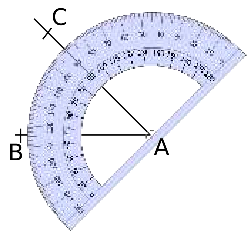
1)



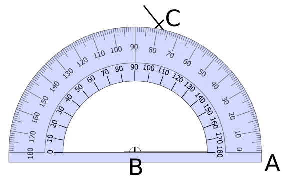
4)



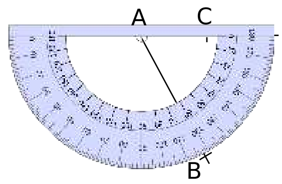
2)



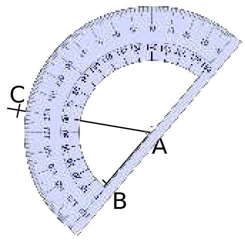
5)



3)



6)



Approfondir

42 Un exercice

43 Et un autre

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- Ceci est un test pour GitHub
- BlaBla2
- BlaBla3
- BlaBla4
- BlaBla5
- BlaBla6

QCM d'auto-évaluation

Des ressources numériques pour préparer le chapitre sur manuel.sesamath.net @

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

44 Quelle est la bonne réponse ?

a un
b deux
c trois

Travaux pratiques

TP 1

Mon super TP

CALCUL

4

Priorités des opéra-tions

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Une activité

Partie A : Une partie

Blabla

Partie B : Une partie

Bla bla

1. Une section

Bla bla

À CONNAÎTRE

Bla bla

S’entraîner

Une série

1 Un peu de vocabulaire

Un exo

2 Un autre exo

Bla bla

Approfondir

3 Un exercice

4 Et un autre

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- BlaBla1
- BlaBla2
- BlaBla3
- BlaBla4
- BlaBla5
- BlaBla6

QCM d'auto-évaluation

Des ressources numériques pour préparer le chapitre sur manuel.sesamath.net

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

5 Quelle est la bonne réponse ?

ⓐ un ⓑ deux ⓒ trois

Travaux pratiques

TP 1

Mon super TP

MÉTHODES DU LIVRET 1

Calcul

Géométrie

SOLUTIONS

Chapitre C1
Exemples d'usage

S'entraîner

1 Ici on range le corrigé de l'exercice
Test sur le corrigé

3 Et hop, encore un autre corrigé !

Approfondir

12 Corrigé d'un exercice de la partie approfondissement.

13 Corrigé d'un autre exercice de la partie approfondissement !!

Auto-évaluation QCM

14 c   **15** d   **16** b
17 a c   **18** a b c   **19** a b

Chapitre C2
Nombres entiers et décimaux

Auto-évaluation QCM

85 a   **86** a   **87** a
88 a   **89** a   **90** a
91 a   **92** a   **93** a
94 a   **95** a   **96** a
97 a   **98** a   **99** a
100 a   **101** a

Chapitre G3
Points, segments, droites, cercles et angles

Auto-évaluation QCM

44 a b

Chapitre C4
Priorités des opérations

Auto-évaluation QCM

5 a b

LEXIQUE