MATHÉMATIQUES

6ÈME

1400	2
700	2
350	2
175	5
35	5
7	7
1	

$$1400 = 2^3 \times 5^2 \times 7$$

1

SÉSAMATH

INSTITUT FLORIMONT

MANUEL

Manuel de 6e
Tome 1

Un manuel de l'association Sésamath

- Ce manuel est adapté en partie du manuel Sésamath de l'association Sésamath :
  `http://manuel.sesamath.net/`
- … Et de l'association Sésamath Suisse romande :
  `http://www.sesamath.ch/`
- L'Institut Florimont a réalisé la transcription dans le langage de description de documents libre et gratuit LaTeX en utilisant la classe `sesamanuel` développée par l'association Sésamath ;
- E. Villié a réalisé la couverture pour l'Institut Florimont ;
- Version juin 2018 — Institut Florimont (Genève).

CALCUL

1

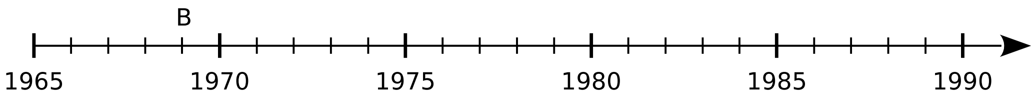
Nombres entiers et décimaux

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Repérage sur une demi-droite graduée

Partie A : Dates historiques

Sur la **demi-droite graduée** ci-dessous, quel est le nombre associé au point B ? Qu'est-ce qui te permet de l'affirmer ?

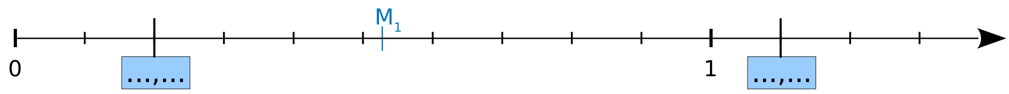


Ce nombre est associé à un événement historique important. Lequel ? Décalque cette demi-droite et place le point N associé au nombre qui correspond à l'année de la chute du mur de Berlin.

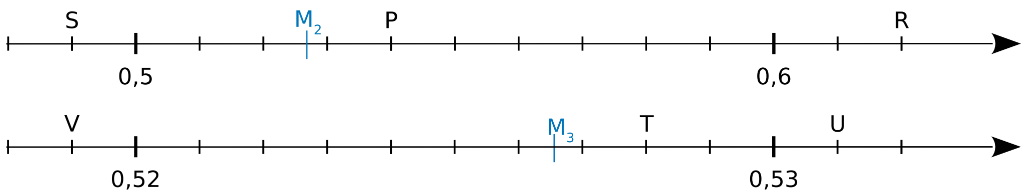
Le nombre associé à un point sur une demi-droite graduée est l'**abscisse** de ce point.

Partie B : Des partages de plus en plus petits

1) Reproduis et complète la demi-droite graduée ci-dessous.



2) Détermine les abscisses des points S, P, R, V, T et U repérés en noir sur les demi-droites graduées ci-dessous.



3) Sur une demi-droite, graduée judicieusement, place précisément les points X et Y d'abscisses respectives $0,526\,5$ et $0,527\,1$.

4) Donne un **encadrement**, le plus précis possible, de l'abscisse des points M_1, M_2 et M_3 repérés en bleu sur les demi-droites graduées des questions 1 et 2.

ACTIVITÉ 2 L'écriture décimale

1) 349,785 est un nombre noté en écriture décimale. Dans ce nombre, quel est le chiffre représentant les unités ? Que désigne le chiffre 7 ? Et le chiffre 8 ?

2) Le nombre 123,409 peut se lire « 123 virgule 409 ». Donne une autre lecture possible en utilisant les mots unités, dixièmes, centièmes et millièmes. Que représente chacun des chiffres de ce nombre ? 4 est-il le chiffre des centaines ?

3) Combien de centièmes y a-t-il dans un dixième ? Dans une unité ? Combien de millièmes y a-t-il dans un centième ? Dans un dixième ? Dans une unité ?

4) Combien de centièmes y a-t-il dans 7 unités 4 dixièmes ? Et dans 25 unités 8 dixièmes et 7 centièmes ?

ACTIVITÉ 3 Comparer, ranger et intercaler

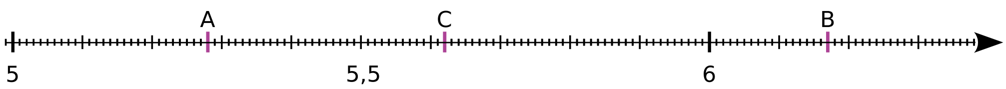
Partie A : Comparer et ranger

1) Lequel des deux nombres 0,85 et 1,2 est le plus proche de 1 ? Quel est le nombre le plus proche de 12 : $11,9$ ou 12,08 ? Justifie avec soin tes réponses.

2) Range les nombres de chaque liste dans l’ordre **croissant** (c’est-à-dire du plus petit au plus grand).

- 1 250 ; 1 025 ; 125 ; 15 200 ; 1 520 ; 5 120 ; 12 500 ; 10 520
- $10 + 0,5 + 0,06$; $7 + 0,5$; $10 + 0,06$; $7 + 0,05$; $10 + 0,6$ et $7 + 0,04 + 0,006$

3) On a représenté ci-dessous une partie d’une demi-droite graduée.



Quelles sont les abscisses des points A, B et C ?

Reproduis sur du papier millimétré cette portion de demi-droite et place les points D, E, F et G d’abscisses respectives 5,4 ; 6,22 ; 5,9 et 5,49. Range alors les abscisses des points A, B, C, D, E, F et G dans l’ordre **décroissant**.

4) À l’aide des questions précédentes et de tes connaissances, explique pourquoi les raisonnements d’élèves suivants ne sont pas justes et donne les raisons qui ont pu motiver leurs erreurs.

- « *24,5 < 6,08 car 245 < 608.* »
- « *19,85 < 12,96 car 0,85 < 0,96.* »
- « *6,012 > 6,35 car, à* ***partie entière*** *égale, le plus grand nombre est celui qui a le plus de chiffres après la virgule.* »
- « *5,24 > 5,8 car les parties entières sont égales et 24 > 8.* »
- « *14,3 < 14,30 car les parties entières sont égales et 3 < 30.* »
- « *103,6020 = 13,62 car les zéros ne servent à rien.* »
- « *16,295 < 16,38 car les parties entières sont égales et 16,295 a plus de chiffres après la virgule que 16,38.* »

Partie B : Intercaler

1) Quel est le nombre entier qui suit 128 ? Est-il possible de répondre à cette question si l’on remplace entier par décimal ? Mêmes questions si on remplace 128 par 5,4.

2) Est-il possible de trouver un nombre entier compris entre 1 025 et 1 026 ? Si oui, donne un exemple. Même question en remplaçant « nombre entier » par « nombre décimal ».

3) Est-il possible de trouver un nombre décimal compris entre 12,88 et 12,89 ? Et entre 8,975 et 8,976 ?

4) À ton avis, est-il toujours possible de trouver plusieurs nombres décimaux compris entre deux nombres décimaux ?

Activités d'approche

ACTIVITÉ 4 Multiplication et division par 10 ; 100 ; 1000 . . .

Partie A : Multiplication par 10 ; 100 ; 1000 . . .

Le nombre 924,65 est égal à 9 centaines plus 2 dizaines plus 4 unités plus 6 dixièmes plus 5 centièmes.

1) On veut multiplier par 10 le nombre suivant : 7 centaines plus 8 dizaines plus 3 unités plus 5 dixièmes plus 4 centièmes. Écris le résultat sous la même forme puis déduis-en une égalité en écriture décimale.

2) Écris le nombre 15,034 comme dans la question 1. Multiplie-le par 1 000 en t'inspirant de la question précédente.

3) Donne une règle permettant de multiplier un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000. Que devient cette règle dans le cas d'un nombre entier ?

Partie B : Division par 10 ; 100 ; 1000 . . .

1) En t'inspirant de la méthode précédente, divise par 10 le nombre 3 milliers plus 4 dizaines plus 6 unités plus 3 dixièmes plus 5 centièmes. Écris l'égalité en écriture décimale.

2) Écris le nombre 73,305 comme dans la question 1 puis divise-le par 1 000.

3) Donne une règle permettant de diviser un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000.

ACTIVITÉ 5 Techniques opératoires

Partie A : Addition et soustraction de nombres décimaux

1) Pose et effectue l'opération $123,67 + 2,655$. Explique la méthode.

2) Domitille et Virgile ont effectué cette opération et voilà ce qu'ils ont trouvé :

123,67+2,655 = 125,722

Réponse de Domitille

123,67+2,655=150,22

Réponse de Virgile

Que penses-tu de leurs résultats ? Explique leurs éventuelles erreurs.

3) Ambre était absente le jour où la maîtresse a expliqué comment on soustrait des nombres décimaux. Écris un texte le lui expliquant, donne un exemple.

Partie B : Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier

1) Pose et effectue l'opération $123,7 + 123,7 + 123,7 + 123,7$.

2) Pose et effectue l'opération $123,7 \cdot 4$. Compare les deux opérations.

3) Pose et effectue l'opération $52,8 \cdot 6$.

4) Lucas a noté une série d'opérations pour calculer $52,8 \cdot 6$:

$0,8 \cdot 6 = 4,8$ $\qquad 2 \cdot 6 = 12$ $\qquad 50 \cdot 6 = 300$ $\qquad 300 + 12 + 4,8 = 316,8$

Que penses-tu de cette méthode ?

5) Effectue l'opération $763,6 \cdot 3$ en utilisant la méthode de Lucas puis pose-la pour vérifier ton résultat.

6) Adapte cette méthode pour effectuer l'opération $1,34 \cdot 18$. Pose ensuite l'opération pour vérifier ton résultat.

ACTIVITÉ 6 Vérifier un résultat

1) Sans poser aucune opération et sans utiliser de calculatrice, associe chaque calcul de gauche à un résultat de droite.

a.	$56 \cdot 123$
b.	$12,35 + 1,68$
c.	$1\,073 : 200$
d.	$0,255 + 0,728$
e.	$0,255 \cdot 0,728$
f.	$13,23 : 5$
g.	$520 \cdot 36$
h.	$428 + 537$
i.	$1,2 \cdot 2,4$
j.	$18 \cdot 29$

5,365
2,88
6 888
0,983
2,646
965
522
14,03
18 720
0,185 64

2) Explique le plus précisément possible la manière dont tu as trouvé les résultats.

3) Maverick a effectué des calculs ci-dessous. Détermine quels résultats sont forcément faux en utilisant les méthodes décrites à la question 2.

a. $34,46 \cdot 12,7 = 4\,376,42$ $\qquad$ c. $3,25 \cdot 4,4 = 14,3$

b. $15 \cdot 63 = 645$ $\qquad$ d. $6,6 : 12 = 5,5$

Cours - Méthodes

1. Le système décimal

Les règles et conventions qui permettent d'écrire et de lire les nombres forment ce qu'on appelle un **système de numération**. Nous utilisons le système décimal, de base dix.

À CONNAÎTRE

Pour écrire les chiffres dans le système décimal, il nous faut dix symboles, appelés des *chiffres*. Ces chiffres sont :

$$0\,;1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;6\,;7\,;8\,;9$$

Il arrive parfois qu'on confonde **chiffre** et **nombre**. On peut faire l'analogie avec l'écriture d'une langue en affirmant que les chiffres sont des lettres et que les nombres sont des mots. Ainsi, 13 est un nombre qui s'écrit avec les chiffres 1 et 3.

L'écriture décimale d'un nombre comporte deux parties, séparées par une virgule :

- la partie entière, à gauche de la virgule ;
- la partie décimale, à droite de la virgule.

Un nombre entier est caractérisé par le fait qu'il n'a pas de partie décimale (on omet alors la virgule).

MÉTHODE 1 Écriture et lecture des nombres en base 10

milliards			millions			mille			unités			dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes	centi-millièmes	millionièmes
centaines de ...	dizaines de ...	unités de ...	centaines de ...	dizaines de ...	unités de ...	centaines de ...	dizaines de ...	unités de ...	centaines de ...	dizaines de ...	unités de ...						
					3	0	2	7	4	6	2	0	0	0	0	0	0
										1	0	0	1				
											0	0	3	7			

Exemple

Le premier nombre figurant dans le tableau s'écrit 3 027 462. Il se lit « trois millions vingt-sept mille quatre cent soixante-deux ». C'est un nombre entier.

Le deuxième nombre figurant dans le tableau s'écrit 10,01. Il se lit « dix virgule zéro un ». Ce n'est pas un nombre entier.

Le troisième nombre figurant dans le tableau s'écrit 0,037. Il se lit « zéro virgule zéro trente-sept » ou « trente-sept millièmes ». Ce n'est pas un nombre entier.

Exercice d'application

Donne une écriture décimale du nombre cinquante-trois millions quatre cent vingt-sept mille huit cent dix-neuf virgule zéro zéro cinq cent soixante-et-un.

2. Repérage

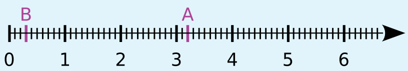
À CONNAÎTRE

Sur une demi-droite graduée, un point est repéré par un nombre appelé son **abscisse**.

MÉTHODE 2 Repérer sur une demi-droite graduée

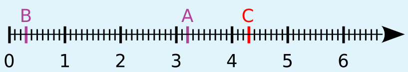
Exemple

Donne l'abscisse des points A et B puis place le point C d'abscisse 4,3.



Une unité est divisée en dix parts égales, ce qui signifie qu'elle est partagée en dix dixièmes. Le point A se trouve 2 dixièmes à la droite du 3, donc son abscisse est $3 + 0,2 = 3,2$. De la même façon, B a pour abscisse $0 + 0,3 = 0,3$.

On note $A(3,2)$ et $B(0,3)$.
$C(4,3)$: $4,3 = 4 + 0,3$
C se place 3 dixièmes à la droite du 4.



Exercice d'application

Sur une demi-droite graduée, place les points M d'abscisse 2,7 et N d'abscisse 5,2.

3. Encadrement et arrondi

À CONNAÎTRE

Encadrer un nombre, c'est trouver un nombre qui est plus petit que lui et un nombre qui est plus grand que lui. On écrit un encadrement avec les symboles $<$; $\leqslant$; $>$ et $\geqslant$.

Cours - Méthodes

MÉTHODE 3 Encadrer

Exemple Encadrer 13,345 à l'unité puis au centième.

Pour encadrer à l'unité, on « coupe » le nombre 13,345 à l'unité et on obtient 13 qui est plus petit que 13,345. Puis on ajoute **une unité**. On obtient 14 qui est plus grand que 13,345. On écrit alors : $13 < 13,345 < 14$.

Pour encadrer au centième, on « coupe » le nombre 13,345 au centième et on obtient 13,34 qui est plus petit que 13,345. Puis on ajoute **un centième**. On obtient 13,35 qui est plus grand que 13,345. On écrit alors : $13,34 < 13,345 < 13,35$.

Exercice d'application

Encadrer les nombres 237,48 et 43,923 5 à la dizaine puis au centième.

À CONNAÎTRE

Arrondir un nombre, c'est le remplacer par le nombre le plus proche à la précision désirée. Pour cela, on choisit le dernier chiffre à conserver puis :

- on conserve ce chiffre si le suivant est 0, 1, 2, 3 ou 4 ;
- on augmente de 1 ce chiffre si le suivant est 5, 6, 7, 8, ou 9.

MÉTHODE 4 Arrondir

Exemple Donner l'arrondi à l'unité de 73,2 et 126,5. Donner l'arrondi au centième de 2,396 et 12,543.

Pour arrondir à l'unité 73,2 on garde le dernier chiffre avant la virgule (le 3) et on le conserve car il est suivi de 2. On obtient 73. Pour arrondir à l'unité 126,5 on garde le dernier chiffre avant la virgule (le 6) et on l'augmente de 1 car il est suivi de 5. On obtient 127.

Pour arrondir au centième 2,396 on garde le deuxième chiffre après la virgule (le 9) et on l'augmente de 1 car il est suivi de 6. On obtient 2,40.

Pour arrondir au centième 12,543 on garde le deuxième chiffre après la virgule (le 4) et on le conserve car il est suivi de 3. On obtient 12,54.

Exercice d'application

Arrondir à l'unité les nombres 1247,20 et 25,385. Arrondir au dixième les nombres 1,99 et 3,14159.

4. Multiplier ou diviser

À CONNAÎTRE

Multiplier un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000 revient à déplacer chacun de ses chiffres vers **la gauche** de 1, 2 ou 3 rangs pour lui donner une valeur 10, 100 ou 1 000 fois plus grande.
Diviser un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000 revient à déplacer chacun de ses chiffres vers **la droite** de 1, 2 ou 3 rangs pour lui donner une valeur 10, 100 ou 1 000 fois plus petite.

MÉTHODE 5 Multiplier ou diviser un nombre décimal par 10 ; 100 ; 1 000 . . .

REMARQUE : On devra parfois ajouter des zéros dans l'écriture.

Exemple Effectue les calculs $6,5 : 100$ et $0,47 \cdot 1\,000$.

unités	dixièmes	centièmes	millièmes
6 ,	5		
0 ,	0	6	5

Pour diviser 6,5 par 100, on déplace chacun de ses chiffres vers la droite de 2 rangs et on ajoute les zéros nécessaires.
On obtient $6,5 : 100 = 0,065$.

centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes
		0 ,	4	7
4	7	0		

Pour multiplier 0,47 par 1 000, on déplace chacun de ses chiffres vers la gauche de 3 rangs et on ajoute les zéros nécessaires.
On obtient $0,47 \cdot 1\,000 = 470$.

Exercice d'application

Effectue :

1) $3,6 \cdot 100$; 2) $870 \cdot 1\,000$; 3) $63 : 10$; 4) $87\,654 : 100$.

Exercice d'application

Convertis en cm :

1) 4 dm ; 2) 8,1 dam ; 3) 3,5 mm ; 4) 0,035 m.

À CONNAÎTRE

Multiplier un nombre décimal par 0,1, 0,01 ou 0,001 revient à déplacer chacun de ses chiffres vers **la droite** de 1, 2 ou 3 rangs pour lui donner une valeur 10, 100 ou 1 000 fois plus petite.
Diviser un nombre décimal par 0,1, 0,01 ou 0,001 revient à déplacer chacun de ses chiffres vers **la gauche** de 1, 2 ou 3 rangs pour lui donner une valeur 10, 100 ou 1 000 fois plus grande.

Cours - Méthodes

MÉTHODE 6 Multiplier ou diviser un nombre décimal par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ...

REMARQUE : On devra parfois ajouter des zéros dans l'écriture.

Exemple Effectue les calculs $2,5 \times 0,01$ et $0,65 \div 0,001$.

unités	dixièmes	centièmes	millièmes
2 ,	**5**		
0 ,	0	**2**	**5**

Pour multiplier 2,5 par **0,01**, on déplace chacun de ses chiffres vers la droite de **2** rangs et on ajoute les zéros nécessaires.
On obtient $2,5 \times 0,01 = 0,025$.

centaines	dixaines	unités	dixièmes	centièmes
		0 ,	**6**	**5**
6	**5**	0		

Pour diviser 0,65 par **0,001**, on déplace chacun de ses chiffres vers la gauche de **3** rangs et on ajoute les zéros nécessaires.
On obtient $0,65 \div 0,001 = 650$.

Exercice d'application

Effectuer :

1) $5,45 \cdot 0,1$; 2) $854 \cdot 0,001$; 3) $63 \div 0,1$; 4) $87,54 \div 0,01$.

MÉTHODE 7 Multiplier deux nombres décimaux

Exemple

Effectue la multiplication de 2,34 par 1,2.

On pose l'opération comme s'il s'agissait de nombres entiers.
On effectue la multiplication de 234 par 12 sans tenir compte des virgules.

$$
\begin{array}{rrrr}
 & 2, & 3 & 4 \\
\cdot & & 1, & 2 \\
\hline
 & & & \\
\hline
2, & 8 & 0 & 8
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\xrightarrow{\times 100} \\
\xrightarrow{\times 10} \\
\\
\\
\xleftarrow{:1\,000}
\end{array}
\quad
\begin{array}{rrrr}
 & 2 & 3 & 4 \\
\cdot & & 1 & 2 \\
\hline
 & 4 & 6 & 8 \\
2 & 3 & 4 & . \\
\hline
2 & 8 & 0 & 8
\end{array}
$$

234 est **100** fois plus grand que 2,34 et 12 est **10** fois plus grand que 1,2. Le produit $2,34 \cdot 1,2$ est donc **1 000** fois plus petit que 2 808. Pour obtenir le résultat, on effectue donc 2 808 : 1 000.

Finalement $2,34 \cdot 1,2 = 2,808$.

Exercice d'application

Sachant que $168 \cdot 32 = 5\,376$, détermine les produits (sans aucun calcul) :

1) $168 \cdot 3,2$; 2) $16,8 \cdot 0,32$; 3) $1\,680 \cdot 3,2$; 4) $1,68 \cdot 32$.

Pose et effectue les opérations :

1) $68,7 \cdot 39$; 2) $123 \cdot 6,3$; 3) $1,3 \cdot 0,7$; 4) $54,6 \cdot 8,25$.

Cours - Méthodes

MÉTHODE 8 Diviser un nombre décimal par un nombre entier

Exemple Effectue la division de 75,8 par 4.

$$\begin{array}{r|l} 75{,}8 & 4 \\ \cline{2-2} 35 & 18{,}95 \\ 38 & \\ 20 & \\ 0 & \end{array}$$

On commence par diviser la partie entière. On partage 7 dizaines en 4 ; le quotient comportera 1 dizaine.

Il reste 3 dizaines. Avec les 5 unités en plus, cela fait 35 unités à partager en 4 ; le quotient comportera 8 unités.

Il reste 3 unités soit 30 dixièmes. Avec les 8 dixièmes en plus, cela fait 38 dixièmes à partager en 4 ; le quotient comportera 9 dixièmes. On doit donc écrire la virgule dans le quotient.

Il reste 2 dixièmes soit 20 centièmes (on a ajouté un zéro) à partager en 4 ; le quotient comportera donc 5 centièmes.

Ainsi $75,8 : 4 = 18,95$.

Exercice d'application

Calcule la valeur exacte ou une valeur arrondie au centième des quotients :

1) $10 : 7$; 2) $24,96 : 8$; 3) $5,2 : 6$; 4) $145,2 : 3$.

À CONNAÎTRE

Le quotient de deux nombres **ne change pas** si on les multiplie (le dividende et le diviseur) par un même nombre non nul.

MÉTHODE 9 Diviser un nombre décimal par un nombre décimal

Exemple Effectue la division de 32,4 par 2,25.

On commence par rendre entier le diviseur en le multipliant par 100 : $2,25 \cdot 100 = 225$. On multiplie le dividende par le même nombre : $32,4 \cdot 100 = 3\,240$. On effectue la division de 3 240 par 226, soit $3\,240 : 225 = 14,4$. On obtient ainsi le résultat de la division :
$32,4 : 2,25 = 14,4$.

Exercice d'application

Calcule la valeur exacte ou une valeur arrondie au centième des quotients :

1) $4 : 6,37$; 2) $13,4 : 2,45$; 3) $5,87 : 2,3$; 4) $0,84 : 0,12$.

5. Opérations sur les durées

MÉTHODE 10 Conversion en minutes ou en secondes

Exemple

1) Combien y a-t-il de minutes dans 5 h 27 min ?

$5\text{ h} = 5 \times 60\text{ min} = 300\text{ min}$ → Convertir les heures en minutes.

$5\text{ h }27\text{ min} = 300\text{ min} + 27\text{ min} = 327\text{ min}$ → Terminer le calcul.

2) Combien y a-t-il de secondes dans 2 h 47 min 53 s ?

$2\text{ h} = 2 \times 3\,600\text{ s} = 7\,200\text{ s}$ → Convertir les heures en secondes.

$47\text{ min} = 47 \times 60\text{ s} = 2\,820\text{ s}$ → Convertir les minutes en secondes.

$2\text{ h }47\text{ min }53\text{ s} = 7\,200\text{ s} + 2\,820\text{ s} + 53\text{ s}$

$= 10\,073\text{ s}$ → Terminer le calcul.

Exercice d'application

Combien y a-t-il de secondes dans 1 h 52 min 27 s ? Combien y a-t-il de minutes dans un jour ? Dans un an ? Combien y a-t-il de secondes dans un jour ? Dans un an ?

MÉTHODE 11 Conversion en heures, minutes et secondes

Exemple Combien y a-t-il d'heures, minutes et secondes dans 41 000 s ?

On convertit les secondes en minutes et secondes en posant la division de 41 000 par 60 :

4	1	0	0	0	6	0	
	5	0	0		6	8	3
		2	0	0			
			2	0			

On a donc 41 000 s = 683 min 20 s.

On convertit alors les minutes en heures et minutes en effectuant la division euclidienne de 683 par 60 :

6	8	3	6	0
	8	3	1	1
	2	3		

On a donc 41 000 s = 11 h 23 min 20 s.

Exercice d'application

Combien y a-t-il d'heures, minutes et secondes dans 1 000 000 s ?

Cours - Méthodes

MÉTHODE 12 Addition de durées

Exemple Un match dure 3 h 38 min et le suivant dure 2 h 49 min. Quelle est la durée totale de ces deux matchs ?

On pose l'addition suivante :

	3	h	①**3**	**8**	min
+	**2**	h	**4**	**9**	min
=	5	h	8	7	min
=	**6**	h	**2**	**7**	min

On effectue deux additions indépendantes : **les minutes entre elles** et **les heures entre elles**.

Mais le nombre de minutes obtenu est supérieur à 59. On va donc le convertir en heures et minutes sachant que 60 min = 1 h.

La durée totale de ces deux matchs est donc de **6 h 27 min**.

Exercice d'application

Calcule : 3 h 05 min 13 s + 56 min 48 s et 1 h 46 min + 2 h 37 min.

MÉTHODE 13 Soustraction de durées

Exemple Un film débute à 15 h 27 et finit à 18 h 14. Quelle est la durée de ce film ?

On pose la soustraction suivante :

	1	**7**	h	**7**	1**4**	min
	1	8	h	1	4	min
−	**1**	**5**	h	1**2**	**7**	min
=	**0**	**2**	h	**4**	**7**	min

On effectue deux soustractions indépendantes : **les minutes entre elles** et **les heures entre elles**.

Mais on ne peut pas enlever 27 à 14. On va donc convertir 1 des 18 heures en 60 min.

Ce film dure donc **2 h 47 min**.

Exercice d'application

Calcule : 1 h 35 min 29 s − 46 min 37 s et 9 min 16 s − 7 min 55 s.

Les nombres entiers

1 Un peu de vocabulaire

Recopie et complète les phrases suivantes afin de les rendre exactes :

1) Un .... est composé de chiffres ;
2) 9 est un ....composé d'un seul .... ;
3) Le chiffre des centaines du nombre 2 568 est ...... ;
4) 3 est le chiffre des .... du nombre 783 ;
5) ...... est le chiffre des milliers du nombre 120 452 ;
6) Le chiffre des .... du nombre 43 est 4.

2 « Chiffre des » ou « nombre de »

1) Recopie et complète les phrases suivantes afin de les rendre exactes :
   - $127 = 12 \cdot \ldots + 7$:
     127 possède donc ...... dizaines ;
   - $841\,123 = 841 \cdot \ldots + \ldots\ldots$:
     841 123 possède donc 841 ...... ;
   - $3\,816 = \ldots \cdot 100 + \ldots\ldots$:
     ...... possède donc ... .
2) Dans le nombre entier 15, quel est le nombre d'unités ? Le chiffre des unités ?
3) Combien y a-t-il de centaines dans 4 125 ?
4) Quel est le chiffre des dizaines dans le nombre entier 498 ? Et le nombre de dizaines ?
5) Dans 25 dizaines, quel est le nombre d'unités ?

3

Donne l'écriture en chiffres des nombres entiers suivants :

1) $(9 \cdot 10) + 5$;
2) $(7 \cdot 1\,000) + (5 \cdot 100) + (2 \cdot 10) + 8$;
3) $(1 \cdot 10\,000) + (1 \cdot 100) + 1$;
4) $(3 \cdot 100\,000) + (7 \cdot 10\,000) + (4 \cdot 10) + 9$;
5) $(3 \cdot 100\,000) + (4 \cdot 100) + (7 \cdot 1\,000) + 9$.

4

Écris en chiffres les nombres suivants :

1) Sept mille huit cent douze ;
2) Soixante-trois mille neuf cent cinquante ;
3) Huit millions trois ;
4) Septante-quatre milliards cent quatre ;
5) Cent trente-six millions huit cent nonante-trois mille sept cent cinq.

5

Classe les nombres suivants dans l'ordre décroissant (du plus grand au plus petit) :

- 23 100 ;
- 1 320 ;
- Cent vingt-trois mille ;
- Mille cent vingt-trois.

Les nombres décimaux

6 Combien de ... dans ... ?

1) Combien de millièmes y a-t-il dans une unité ? Traduis cela par une égalité mathématique.
2) Combien de centièmes y a-t-il dans une unité ? Traduis cela par une égalité mathématique.
3) Combien de centièmes y a-t-il dans un dixième d'unité ? Traduis cela par une égalité mathématique.

7

Complète les égalités :

1) 4 unités 6 dixièmes = ... dixièmes ;
2) ...... unité ...... centièmes = 123 centièmes ;
3) 12 unités 37 millièmes = ... millièmes.

8

Donne une écriture décimale des nombres suivants :

1) Sept unités et huit dixièmes .... ;
2) Cent unités, huit dixièmes et un centième
   .... ;
3) Deux unités et trois centièmes
   .... ;
4) Treize centaines .... ;
5) Trente-six milliers et huit millièmes
   .... ;
6) Cinq unités et quinze millièmes ....

9 Dans un sens

Donne l'écriture décimale :

1) 75 milliers .... ;
2) 5 centièmes .... ;
3) 13 dizaines .... ;
4) 9 dixièmes .... ;
5) 35 centaines .... ;
6) 956 millièmes ....

S’entraîner

10 Vocabulaire des nombres décimaux

1) Quel est le chiffre des millièmes de 24,738 ?

.... ;

2) Quel est le nombre de millièmes de 24,738 ?

.... ;

3) Que représente le chiffre 3 dans 7 859,342 ?

.... ;

4) Quel est le nombre de centièmes de 17,78 ?

.... ;

5) Quel est le chiffre des centièmes de 71,865 ?

.... ;

6) Donne la partie entière du nombre 83,712 :

.... ;

7) Donne la partie décimale du nombre 54,91 :

....

11 Trouve un nombre à cinq chiffres ayant 7 pour chiffre des dizaines, 9 pour chiffre des centièmes, 0 pour chiffre des unités, 3 pour chiffre des millièmes et comme autre chiffre 1.

12 Devinette

Trouve le nombre ayant les caractéristiques suivantes :

- il n’a que deux chiffres après la virgule ;
- il a la même partie entière que 1 890,893 ;
- son chiffre des centièmes est le même que celui de 320,815 ;
- son chiffre des dixièmes est égal à la moitié de celui de 798,635.

13 Zéros inutiles

Écris, lorsque cela est possible, les nombres suivants avec moins de chiffres.

1) 17,200 .... ;
2) 123,201 .... ;
3) 36,700 10 .... ;
4) 0 021,125 .... ;
5) 0,123 0 .... ;
6) 023,201 20 .... ;
7) 30,000 .... ;
8) 0 050,12 .... ;
9) 1 205 500,0 ....

14 Décomposition

Donne une écriture décimale qui correspond à chacune des décompositions suivantes :

1) $(3 \cdot 10) + (4 \cdot 1) + (4 \cdot 0,1) + (7 \cdot 0,01)$
2) $(8 \cdot 100) + (5 \cdot 1) + (9 \cdot 0,1) + (6 \cdot 0,01)$
3) $(5 \cdot 1) + (4 \cdot 0,01) + (3 \cdot 0,001)$
4) $(7 \cdot 100) + (9 \cdot 1) + (8 \cdot 0,1) + (6 \cdot 0,001)$

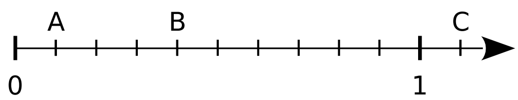
15 Décomposition (bis)

Décompose chacun de ces nombres de la même façon qu’à l’exercice précédent :

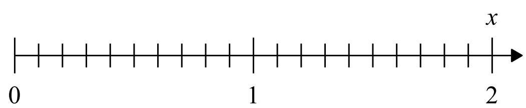
1) 9,6 .... ;
2) 84,258 .... ;
3) 7,102 .... ;
4) 123,015 .... ;
5) 0,008 3 .... ;
6) 1 002,200 4 ....

16 Sur une demi-droite graduée

Donne les abscisses des points A, B et C, sous la forme d’un nombre décimal.



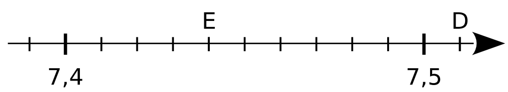
17 Sur la demi-droite graduée ci-dessous, place les points $O(0)$, $A(1)$, $B(2)$, $C(0,5)$, $D(1,6)$, $E(0,1 + 0,05)$, $F(0,2)$, $G(1 + 0,05)$ et $H(1,45)$:



Comparaison

18 Demi-droite graduée et comparaison

1) Reproduis la demi-droite graduée suivante et place les points $A(7,39)$; $B(7,46)$ et $C(7,425)$:



2) Range dans l’ordre décroissant les abscisses de tous les points qui sont nommés.

19 **Rangement**

Range les nombres suivants dans l'ordre croissant :

5 ; 4,99 ; 4,9 ; 4,88 ; 5,000 1 ; 4,909 ; 4,879 :

....

....

20 **Rangement** (*bis*)

Range les nombres suivants dans l'ordre décroissant :

120 ; 119,999 ; 120,000 1 ; 120,101 ; 119,9 ; 119 ; 119,990 9 ; 120,100 1 ; 102,01 ; 120,1 :

....

....

Arrondir

21 **Arrondir à l'unité**

Arrondis à l'unité les nombres suivants :

1) 46,8 .... ;
2) 109,75 .... ;
3) 1,3 .... ;
4) 0,09 .... ;
5) 234,08 .... ;
6) 4 087,63 ....

22 **Arrondir à la dizaine**

Arrondis à la dizaine les nombres suivants :

1) 234,2 .... ;
2) 3,14 .... ;
3) 17,62 .... ;
4) 889,3 .... ;
5) 6 289,3 .... ;
6) 23,005 ....

23 **Arrondir au dixième**

Arrondis au dixième les nombres suivants :

1) 8,372 .... ;
2) 50,64 .... ;
3) 30,18 .... ;
4) 43,725 .... ;
5) 0,02 .... ;
6) 78,66 ....

Encadrer

24 **Encadrer à la dizaine**

235,5 ; 45 ; 1270 ; 574,23 ; 10 095.

25 **Encadrer au dixième**

76,123 ; 461,99 ; 1 254,01 ; 3,93 ; 9,99.

26 Dans chaque cas, propose, si cela est possible, un nombre entier que l'on peut intercaler entre les deux nombres donnés. Y a-t-il plusieurs solutions ? Si oui, cite-les :

1) $5 < \ldots\ldots < 6$;
2) $6,4 < \ldots\ldots < 6,8$;
3) $3,8 < \ldots\ldots < 5,3$;
4) $6,5 < \ldots\ldots < 7,21$.

27 Dans chaque cas, donne trois exemples différents de nombres décimaux que l'on peut intercaler entre les deux nombres donnés :

1) $6 < \ldots\ldots < 7$;
2) $4,5 < \ldots\ldots < 4,9$;
3) $3,45 < \ldots\ldots < 3,48$;
4) $6,8 < \ldots\ldots < 6,9$;
5) $15,13 < \ldots\ldots < 15,14$;
6) $3,238 < \ldots\ldots < 3,24$.

28 **Chiffres masqués**

Certains chiffres sont masqués par #. Lorsque cela est possible, complète les pointillés avec $<$, $>$ ou $=$:

1) 6, 51 ...... 6, 7# ;
2) 5, 42 ...... 5, 0# ;
3) #, 23 ...... 4, 16 ;
4) 6, 04 ...... 6, 1# ;
5) 3, #35 ...... 3, 01 ;
6) 43, #96 ...... 43, 0#.

29 **Nombres à trouver**

Dans chaque cas, complète les pointillés par un nombre décimal :

1) $24,5 < \ldots\ldots < 24,6$;
2) $12,99 < \ldots\ldots < 13$;
3) $32,53 < \ldots\ldots < 32,54$;
4) $58 < \ldots\ldots < 58,01$;
5) $5,879 < \ldots\ldots < \ldots\ldots < \ldots\ldots < 5,88$.

S'entraîner

Techniques opératoires

30 Calcule mentalement les additions :

1) $4{,}6 + 5{,}2$ …… ;
2) $6{,}2 + 3{,}4$ …… ;
3) $4{,}5 + 6{,}1$ …… ;
4) $8{,}3 + 9{,}6$ …… ;
5) $8 + 1{,}5$ …… ;
6) $8{,}6 + 8{,}9$ …… ;
7) $3{,}9 + 5{,}4$ …… ;
8) $6{,}5 + 8{,}7$ …… ;
9) $6{,}8 + 9{,}4$ …… ;
10) $12{,}9 + 15{,}8$ ……

31 Calcule mentalement les soustractions :

1) $6{,}5 - 4{,}3$ …… ;
2) $7{,}6 - 0{,}4$ …… ;
3) $4{,}9 - 4{,}3$ …… ;
4) $5{,}7 - 0{,}4$ …… ;
5) $4{,}7 - 4{,}3$ …… ;
6) $6{,}2 - 4{,}6$ …… ;
7) $9 - 8{,}7$ …… ;
8) $3{,}1 - 1{,}8$ …… ;
9) $7{,}8 - 6{,}9$ …… ;
10) $17{,}4 - 8{,}7$ ……

32 Calcule les sommes en effectuant des regroupements astucieux :

1) $6{,}5 + 12{,}6 + 1{,}5$;
2) $36{,}99 + 45{,}74 + 2{,}01 + 13{,}26$;
3) $9{,}25 + 8{,}7 + 5{,}3 + 16{,}75$;
4) $34{,}645 + 34{,}75 + 2{,}25 + 4{,}355$;
5) $7{,}42 + 4{,}2 + 7{,}8 + 25{,}58$;
6) $3{,}01 + 2{,}9 + 6{,}1 + 7{,}99 + 2{,}001$.

33 Pose et effectue :

1) $853{,}26 + 4\,038{,}3$;
2) $52 + 8{,}63 + 142{,}8$;
3) $49{,}3 + 7{,}432 + 12{,}7$;
4) $948{,}25 - 73{,}2$;
5) $9{,}8 - 0{,}073$;
6) $83 - 43{,}51$.

34 Calcule mentalement :

1) $4{,}357 \cdot 100$ …… ;
2) $89{,}7 \cdot 1\,000$ …… ;
3) $0{,}043 \cdot 10$ …… ;
4) $0{,}28 \cdot 1\,000$ …… ;
5) $39 \cdot 100$ …… ;
6) $0{,}48 \cdot 10$ …… ;
7) $354 \cdot 10$ …… ;
8) $0{,}03 \cdot 10\,000$ …… ;

35 Calcule mentalement :

1) $4\,338 : 10$ …… ;
2) $1\,297 : 1\,000$ …… ;
3) $12{,}3 : 10$ …… ;
4) $0{,}87 : 100$ …… ;
5) $3{,}8 : 1\,000$ …… ;
6) $0{,}04 : 100$ …… ;
7) $354 : 10$ …… ;
8) $12{,}5 : 100$ ……

36 Calcule mentalement :

1) $435{,}7 \cdot 0{,}1$ …… ;
2) $18{,}73 \cdot 0{,}01$ …… ;
3) $439{,}345 \cdot 0{,}001$ …… ;
4) $0{,}28 \cdot 0{,}1$ …… ;
5) $39 \cdot 0{,}001$ …… ;
6) $0{,}8 \cdot 0{,}01$ …… ;
7) $354 \cdot 0{,}001$ …… ;
8) $0{,}03 \cdot 0{,}001$ ……

37 Calcule mentalement :

1) $48 \div 0{,}1$ …… ;
2) $12{,}97 \div 0{,}01$ …… ;
3) $12{,}3 \div 0{,}001$ …… ;
4) $0{,}45 \div 0{,}1$ …… ;
5) $5{,}61 \div 0{,}0001$ …… ;
6) $0{,}056 \div 0{,}1$ …… ;
7) $354 \div 0{,}001$ …… ;
8) $0{,}5 \div 0{,}001$ ……

38 Complète par 10 ; 100 ; 1 000 ; 10 000 … :

1) $8{,}79 \cdot$ …… $= 87{,}9$;
2) $4{,}35 \cdot$ …… $= 43\,500$;
3) $0{,}837 \cdot$ …… $= 8{,}37$;
4) $0{,}367 \cdot$ …… $= 3{,}67$;
5) $0{,}028 \cdot$ …… $= 0{,}28$;
6) $0{,}17 \div$ …… $= 0{,}017$;
7) $23 \div$ …… $= 0{,}23$;
8) $480 \div$ …… $= 4{,}8$;
9) $900 \div$ …… $= 0{,}09$;
10) $18\,000 \div$ …… $= 18$.

39 Complète par le signe opératoire qui convient :

1) $0,8 \ldots 100 = 80$;
2) $0,38 \ldots 10 = 0,038$;
3) $47 \ldots 100 = 0,47$;
4) $380 \ldots 10 = 38$;
5) $5 \ldots 0,1 = 0,5$;
6) $60\,000 \ldots 10 = 6\,000$;
7) $4\,100 \ldots 100 = 4\,000$;
8) $5\,600 \ldots 100 = 56$;
9) $8 \ldots 0,01 = 0,08$;
10) $100 \ldots 1,2 = 120$.

40 Calcule mentalement en détaillant ta démarche :

1) $0,1 \cdot 14 \cdot 1\,000$ .... ;
2) $2,18 \cdot 0,001 \cdot 100$ .... ;
3) $1,8 \cdot 0,01 \cdot 10$ .... ;
4) $4 \cdot 0,01 \cdot 100$ ....

41 Sachant que $48 \cdot 152 = 7\,296$, détermine les résultats des calculs :

1) $48 \cdot 1,52$ .... ;
2) $4,8 \cdot 15,2$ .... ;
3) $0,48 \cdot 0,152$ .... ;
4) $0,048 \cdot 1\,520$ ....

42 Calcule en regroupant astucieusement :

1) $0,8 \cdot 2 \cdot 0,6 \cdot 50$ .... ;
2) $0,25 \cdot 12,38 \cdot 4$ .... ;
3) $8 \cdot 49 \cdot 1,25$ .... ;
4) $2,5 \cdot 12,9 \cdot 0,04$ .... ;
5) $0,15 \cdot 70 \cdot 0,02$ .... ;
6) $75 \cdot 0,06 \cdot 0,4$ ....

43 Place correctement la virgule dans le résultat de la multiplication (en ajoutant éventuellement un ou des zéros) :

1) $12,8 \cdot 5,3 = 6\,784$;
2) $28,7 \cdot 1,04 = 29\,848$;
3) $0,15 \cdot 6,3 = 945$;
4) $0,008 \cdot 543,9 = 43\,512$;
5) $0,235 \cdot 0,132 = 3\,102$.

44 Place la virgule dans le nombre écrit en bleu pour que l'égalité soit vraie :

1) $3,42 \cdot 271 = 9,268\,2$;
2) $432 \cdot 0,614 = 26,524\,8$;
3) $0,48 \cdot 62 = 29,76$;
4) $2,6 \cdot 485 = 126,1$;
5) $45 \cdot 29,232 = 131,544$.

45 Pose et effectue les produits :

1) $2,08 \cdot 4,23$ .... ;
2) $4,38 \cdot 5,7$ .... ;
3) $6,93 \cdot 15,8$ .... ;
4) $8,35 \cdot 0,18$ ....

46 Calcule mentalement :

1) $8,6 \div 2$;
2) $24,8 \div 4$;
3) $8,8 \div 8$;
4) $7,7 \div 11$;
5) $15,6 \div 3$;
6) $63,6 \div 6$.

47 Pose et effectue les divisions suivantes pour en trouver le quotient décimal exact :

1) $12,6 \div 6$ .... ;
2) $28,48 \div 4$ .... ;
3) $169,2 \div 3$ .... ;
4) $0,162 \div 9$ .... ;
5) $67,5 \div 4$ .... ;
6) $9,765 \div 15$ ....

48 **Valeurs approchées**

1) Pose et effectue les divisions suivantes jusqu'au millième :
   - $12 \div 7$ .... ;
   - $148,9 \div 12$ .... ;
   - $13,53 \div 3$ ....
2) Pose et effectue les divisions suivantes jusqu'au centième :
   - $123,8 \div 7$ .... ;
   - $235,19 \div 11$ .... ;
   - $0,14 \div 3$ ....

49 Calcule la valeur exacte ou une valeur arrondie au centième des divisions suivantes :

1) $1 \div 2,74$ .... ;
2) $5,87 \div 2,3$ .... ;
3) $3,24 \div 1,7$ .... ;
4) $45,6 \div 0,24$ .... ;
5) $20,35 \div 8,5$ .... ;
6) $0,53 \div 0,17$ ....

50 Calcule la valeur exacte ou une valeur arrondie au centième des divisions suivantes :

1) $3,35 \div 0,42$ .... ;
2) $41,5 \div 3,14$ .... ;
3) $0,03 \div 2,1$ .... ;
4) $0,35 \div 0,25$ .... ;
5) $0,53 \div 0,8$ .... ;
6) $21,7 \div 0,14$ ....

S'entraîner

Heures, minutes, secondes

51 Convertis en heures et minutes :
78 min ; 134 min ; 375 min ; 35 min ; 3 840 s.

52 Effectue les calculs :
1) 3 h 25 min + 5 h 33 min ;
2) 12 h 28 min − 9 h 17 min ;
3) 6 h 38 min + 19 h 53 min ;
4) 21 h 15 min − 9 h 29 min ;
5) 5 h 13 min 33 s + 9 h 45 min 47 s ;
6) 9 h 6 min 15 s − 8 h 39 min 36 s.

53 Pose et effectue les opérations suivantes :
1) 18 h 15 min 22 s + 9 h 37 min 43 s ;
2) 12 h 26 min 52 s − 7 h 39 min 57 s ;
3) 9 h 38 min 22 s + 4 h 59 min 34 s ;
4) 12 h 40 min 21 s − 6 h 35 s.

54 Pose et effectue les opérations suivantes :
1) 13 h 25 min 42 s + 12 h 35 min 52 s ;
2) 15 h 43 min 08 s − 6 h 51 min 34 s ;
3) 10 h 41 s + 9 h 57 min 49 s ;
4) 21 h − 17 h 31 min 32 s.

55 Un randonneur part en promenade à 9 h 30. Il rentre à 12 h 05, ne s'étant arrêté pour se reposer que lors de trois pauses de 5 min chacune. Pendant combien de temps ce randonneur a-t-il marché ?

56 Pierre part de chez lui à 9 h 55 pour aller faire des courses. Il met 12 min pour se rendre au supermarché et il y reste pendant 1 h 35 min.
1) À quelle heure repart-il du supermarché ?
2) Il rentre ensuite chez lui et y arrive à 12 h 01. Combien de temps son trajet de retour a-t-il duré ?

57 Sarah a noté les heures de lever et de coucher du Soleil en septembre 2008. Le 1er septembre, le Soleil s'est levé à 7 h 09 et il s'est couché à 20 h 31. Le 30 septembre, le Soleil s'est levé à 7 h 50 et il s'est couché à 19 h 30. De quelle durée les jours ont-ils diminué au mois de septembre 2008 ?

58 Antoine possédait 832,25 CHF sur son livret d'épargne. Pour son anniversaire, ses parents y ont déposé 75 CHF. Combien a-t-il maintenant sur son livret ?

59 Un panier plein de fruits pèse 1,836 kg. Vide, il pesait 0,425 kg. Quelle est la masse des fruits contenus dans ce panier ?

60 Pierre a relevé le compteur de sa voiture au départ et au retour de vacances. Au départ, le compteur indiquait 58 257,6 km. Au retour, il indiquait 59 329,1 km. Quelle distance a-t-il parcourue pendant ses vacances ?

61 Simon veut acheter un livre. Il a 25,35 CHF dans son porte-monnaie et il lui manque 5,25 CHF pour acheter ce livre. Quel est le prix du livre ?

62 Une voiture consomme 8,5 l d'essence pour faire 100 km. Combien d'essence consomme-t-elle pour faire 500 km ?

63 Un employé gagne 17,25 CHF de l'heure. Il travaille 35 heures par semaine. Combien gagne-t-il chaque semaine ?

64 Au marché, Anne a déposé dans son panier 1,2 kg de carottes, 600 g de raisin et 1,3 kg de pommes. Combien pèse le contenu de son panier ?

65 Pour aller au collège, Caroline fait 1,4 km avec son vélo qu'elle laisse chez sa grand-mère. Puis elle parcourt 150 m à pied jusqu'au collège. Quelle distance totale parcourt-elle pour se rendre au collège ?

66 Djamel a acheté 1,6 kg de poires à 2,30 CHF le kg. Combien a-t-il payé ?

67 Gérard a payé 41,40 CHF pour 12 pieds de tomate. Quel est le prix d'un pied de tomate ?

68 Un lot de six stylos identiques coûte 8,10 CHF. Quel est le prix d'un stylo ?

69 Mercredi après-midi, Anh Hao a fait cinq tours d'un circuit de VTT. Il a parcouru en tout 23,5 km. Quelle est la longueur de ce circuit ?

70 Mme Betty possède 6,6 litres de jus de pomme. Combien de bouteilles de 0,7 litres pourra-t-elle remplir ?

71 Agan possède 37,40 CHF en pièces de 20 centimes. Combien de pièces de 20 centimes possède t'il ?

72 **Énigme**

Trouve le nombre décimal à six chiffres tel que :

- son chiffre des unités est 2 ;
- l'un de ses chiffres est 6 et sa valeur dans l'écriture décimale est cent fois plus petite que celle du chiffre2̃ ;
- son chiffre des dizaines est le double de celui des unités et son chiffre des dixièmes est le quart de celui des dizaines ;
- ce nombre est compris entre 8 975,06 et 9 824,95 ;
- la somme de tous ses chiffres est égale à 27.

73 **Nombres croisés**

Recopie et complète la grille à l'aide des nombres que tu trouveras grâce aux définitions :

	A	B	C	D	E
I				■	
II					
III		■			
IV					■
V	■				

Horizontalement

I : La partie entière de 328,54. Le chiffre des centièmes de 634,152.

II : Son chiffre des dizaines est le triple de celui des unités.

III : Le chiffre des dixièmes de 34. Arrondi à l'unité de 178,356.

IV : Entier compris entre 8 000 et 9 000.

V : Quarante-deux centaines.

Verticalement

A : $(3 \cdot 1\,000) + (5 \cdot 100) + (8 \cdot 1)$.

B : Le nombre de dixièmes dans 2,6. La partie entière de 2 498 centièmes.

C : Quatre-vingt-six milliers et cent deux unités.

D : En additionnant tous les chiffres de ce nombre, on trouve 20.

E : Arrondi à l'unité de 536,57. Entier qui précède 1.

Approfondir

74 Voici les résultats (en secondes), pour les hommes, du 100 m aux JO de Pékin en 2008 :

Martina : 9,93 ; Frater : 9,97 ; Burns : 10,01 ; Patton : 10,03 ; Bolt : 9,69 ; Powell : 9,95 ; Thompson : 9,89 ; Dix : 9,91.

Classe les coureurs dans l'ordre décroissant de leur résultat.

75 **À ordonner**

Range les nombres suivants dans l'ordre croissant :

25 unités et deux dixièmes ; 2 504 centièmes ; 25 + 2 centièmes ; deux mille cinquante-deux centièmes ; 20,54 ; 254 dixièmes.

76 **À placer**

En choisissant judicieusement la longueur d'une graduation, place précisément sur une demi-droite graduée les points A, B, C, D et E d'abscisses respectives :

12,02 ; mille deux cent treize centièmes ; 12 + 7 centièmes ; 1 198 centièmes ; cent vingt-et-un dixièmes.

77 **Comparaison**

1) Quel est le plus grand nombre décimal ayant un chiffre après la virgule et inférieur à 83 ?
2) Quel est le plus petit nombre décimal avec trois chiffres après la virgule et supérieur à 214,3 ?
3) Quel est le plus grand nombre décimal avec deux chiffres après la virgule, ayant tous ses chiffres différents et qui est inférieur à 97,8 ?
4) Quel est le plus petit nombre décimal avec trois chiffres après la virgule, ayant tous ses chiffres différents et qui est supérieur à 2 341 ?

78 Voici les masses de lipides et glucides (en g) contenues dans 50 g de différents biscuits :

Biscuit	A	B	C	D	E
Lipides	9,527	9,514	9,53	9,521	9,6
Glucides	32,43	33	33,6	33,15	33,50

1) Classe ces biscuits selon l'ordre croissant de leur quantité de lipides ;
2) Classe ces biscuits selon l'ordre décroissant de leur quantité de glucides.

79 **Calculer sans poser**

1) Calcule mentalement les produits suivants sachant que $6,5 \cdot 3,7 = 24,05$:
   - $6,5 \cdot 37$;
   - $6,5 \cdot 0,37$;
   - $6\,500 \cdot 0,0037$;
   - $65 \cdot 37$;
   - $0,65 \cdot 3,7$;
   - $65 \cdot 0,37$.
2) Sachant que $935 : 17 = 55$, que dire des quotients suivants ? Justifie.
   - $9\,350 : 170$;
   - $93\,500 : 1\,700$;
   - $93,5 : 1,7$;
   - $9,35 : 0,17$.

80 **Calculer sans poser (bis)**

1) Calcule $96,5 + 83,7$ et $96,5 - 83,7$;
2) Déduis-en les sommes et les différences suivantes sans poser les opérations :
   - $965 + 837$;
   - $9,65 - 8,37$;
   - $0,965 + 0,837$;
   - $96\,500 - 83\,700$.
3) Peut-on trouver par ce moyen les résultats des opérations $96\,500 + 8\,370$ et $9\,650 - 837$? Pourquoi ?

81 **Que de restes !**

Dans une planche de 478,8 cm de long, on veut découper des étagères de 9 cm de long.

1) Combien d'étagères peut-on découper ? Quelle est la longueur du morceau restant ?

   Complète alors l'égalité $478,8 = 9 \cdot \ldots + \ldots$.
2) En utilisant la division écrite au 1, recopie et complète les égalités suivantes :
   - $47,88 = 9 \cdot 5,3 + \ldots$;
   - $4\,788 = 9 \cdot 532 + \ldots$;
   - $4\,788 = 90 \cdot 53 + \ldots$;
   - $4,788 = 9 \cdot \ldots + 0,018$.

Approfondir

82 Paquets empilés

On a reçu au collège 7 rames de 500 feuilles pour la photocopieuse et 3 paquets de 24 pièces de « carton plume » :

1) L'épaisseur d'une feuille de papier pour photocopieuse est de 0,11 mm et celle d'une pièce de « carton plume » est de 5 mm. Calcule un ordre de grandeur de la hauteur totale de tous ces paquets empilés ;
2) Écris la hauteur totale des paquets en une seule expression puis calcule-la.

83 Densité de population

On considère le tableau suivant :

Continent	Nombre d'habitants	Superficie en km²
Afrique	965 millions	30 206 704
Amérique	911 millions	42 189 120
Asie	4,03 milliards	43 810 582
Europe	731 millions	10 180 000
Océanie	34 millions	9 008 458

1) Quel est le continent qui a le plus grand nombre d'habitants ? Et le plus petit nombre ?
2) Quel est le continent qui a la plus grande superficie ? Et la plus petite ?
3) Pour chaque continent, calcule la densité de population exprimée en habitants par km². Tu donneras une valeur approchée à l'unité.
4) Ces résultats sont-ils surprenants ? Explique.
5) Calcule le nombre moyen d'habitants au km² dans le monde. Indique les continents qui sont en dessous de cette moyenne et ceux qui sont au dessus.

84 Football

Le match de football entre le FC Barcelone et le Milan AC a eu lieu mardi soir 1er novembre à Barcelone.

1) Sachant qu'un match de football se joue en 2 mi-temps de 45 minutes séparées par une pause de 15 minutes, qu'il y a eu en tout 4 minutes d'arrêt de jeu en première mi-temps et 3 minutes en seconde mi-temps et que la rencontre a débuté à 20h45, trouver l'heure à laquelle le match s'est terminé.
2) Yvan, joueur de FC Barcelone est sorti du terrain au bout de 22 minutes de jeu en deuxième mi-temps, calculer l'heure à laquelle ce changement a eu lieu.
3) Les supporters du Milan AC, qui avaient effectué le déplacement en autocar ont quitté le stade à 23h15 min. Sachant que leur voyage de retour a duré 16h40, calculer l'heure exacte et la date précise à laquelle ils sont arrivés à Milan.

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- lire et écrire des nombres décimaux en chiffres ;
- déterminer le chiffre des dizaines, des unités, des dixièmes, des centièmes… d'un nombre décimal ;
- déterminer le nombre de dizaines, d'unités, de dixièmes, de centièmes… d'un nombre décimal ;
- classer des nombres décimaux par ordre croissant et décroissant en utilisant les symboles < ou > ;
- placer des nombres décimaux sur une droite graduée et lire les abscisses de nombres décimaux placés sur une droite graduée ;
- encadrer un nombre décimal à une précision donnée ;
- déterminer l'arrondi d'un nombre décimal à une précision donnée ;
- utiliser le vocabulaire suivant : somme, différence, produit, quotient, terme, facteur, dividende, diviseur et reste ;
- soustraire, additionner et multiplier des nombres décimaux ;
- multiplier et diviser mentalement par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ; 10 ; 100 ; 1 000… des nombres décimaux et compléter les opérations à trous correspondantes ;
- faire une division décimale par un diviseur entier et non entier avec un résultat exact ou un résultat à une précision donnée ou un résultat arrondi ;
- convertir une durée en différentes unités de temps ;
- additionner et soustraire des durées sous la forme heures, minutes et secondes ;
- résoudre des problèmes dont la solution conduit à effectuer 2 ou 3 opérations successives parmi l'addition, la soustraction, la multiplication et la division de décimaux ou de durées ;

QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

85 Dix-huit millions huit cents s'écrit :

a	b	c	d
18 800 000	18 000 800	18 800	18 008 100

86 45 centaines est égal à :

a	b	c	d
5 unités	450 dizaines	4 dizaines	45 100

87 Un centième est :

a	b	c	d
plus grand qu'un dixième	égal à dix millièmes	plus petit qu'un millième	égal à dix dixièmes

88 Une écriture décimale de 456 centièmes est :

a	b	c	d
456,100	456 100	4,56	4 560 millièmes

89 Le nombre $5 + 0,4 + 0,007$ peut aussi s'écrire :

a	b	c	d
547 millièmes	5,47	5,407	5 047 millièmes

90 7 unités, 8 centièmes et 5 millièmes s'écrit :

(a) 7,85 (b) 7,085 (c) 7,800 500 0 (d) 7,0085 0

91 Un nombre compris entre 24,56 et 24,57 est par exemple...

(a) 24 568 millièmes (b) 24,560 7 (c) impossible, il n'y a pas de nombre compris entre 24,56 et 24,57 (d) $24 + 0,562$

92 L'arrondi de 123,254 au dixième est...

(a) 120 (b) 123,2 (c) 123,26 (d) 123,3

93 873,023 est ...

(a) 1 000 fois plus grand que 873 230 (b) 100 fois plus petit que 87 302,3 (c) 10 000 fois plus grand que 0,087 302 3 (d) 10 fois plus petit que 87,302 3

94 $57,41 - 27,83 = ...$

(a) 30.42 (b) 30.58 (c) 29.58 (d) 19.58

95 $872,967 = ...$

(a) $87\,296,7 \div 100$ (b) $862,967 \cdot 10$ (c) $87,2967 \cdot 10$ (d) $8,729\,67 \cdot 100$

96 $78,23 \cdot 21,796 = ...$

(a) 170 510,108 (b) 3 705,101 08 (c) 1 705,101 08 (d) 1 800

97 $34,1 + 123,79$ se pose ...

(a)
$$\begin{array}{r} 34,10 \\ +123,79 \\ \hline \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{l} \;\;34,1 \\ +123,79 \\ \hline \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{r} 34,1\;\; \\ +123,79 \\ \hline \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{l} \;\;\;34,1 \\ +123,79 \\ \hline \end{array}$$

98 Une ficelle mesure 7,2 m. On la partage en 16.

(a) Chaque bout mesure 1,152 m (b) C'est impossible, $16 > 7,2$ (c) Chaque bout mesure environ 2,2 m (d) Chaque bout mesure 45 cm

99 0,75 peut être la réponse du (ou des) problème(s) suivant(s) :

(a) Avec 126 litres d'eau, on a rempli 168 bouteilles. Quelle est la contenance d'une bouteille ?

(b) Une baignoire peut contenir 223,24 L. On la remplit avec 222,49 L d'eau. Combien d'eau peut-on encore verser ?

(c) Ahmed achète un bonbon à 0,27 CHF et un chewing-gum à 0,58 CHF. Combien paye-t-il ?

(d) 125 CD de 6 mm d'épaisseur sont empilés. Quelle est la hauteur en mètre de la pile ?

100 Henri court pendant 1 h 52 min. Il s'arrête à 10 h 07. Il est parti à...

(a) 8 h 55 (b) 11 h 59 (c) 8 h 15 (d) 9 h 45

Travaux pratiques

TP 1

Voici un extrait de « La Disme », écrit par Simon Stevin en 1585 :

« Les 27 (0) 8 (1) 4 (2) 7 (3) donnés, font ensemble 27 $\frac{8}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{7}{1\,000}$, ensemble 27 $\frac{847}{1\,000}$, et par même raison les 37 (0) 6 (1) 7 (2) 5 (3) valent 37 $\frac{675}{1\,000}$. Le nombre de multitude des signes, excepté (0), n'excède jamais le 9. Par exemple nous n'écrivons pas 7 (1) 12 (2), mais en leur lieu 8 (1) 2 (2). »

A Simon Stevin

Par groupe, en vous documentant, répondez aux questions suivantes.

1) Où Simon Stevin a-t-il vécu ?

2) Quels sont les domaines dans lesquels Simon Stevin a travaillé ? Faites la synthèse des réponses de chaque groupe.

B La Disme

1) Cherchez comment on écrit de nos jours le nombre 38 (0) 6 (1) 5 (2) 7 (3).
Comparez avec les réponses des autres groupes.

2) Écrivez, à la manière décrite par Simon Stevin, les nombres $124 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100}$ et 34,802.
Comparez avec les réponses des autres groupes.

3) Choisissez trois nombres décimaux différents et écrivez-les à la manière décrite par Simon Stevin.

4) échangez ensuite avec un autre groupe ces nombres écrits à la manière de Simon Stevin. Cherchez alors comment on écrit de nos jours les nombres que vous avez reçus.

5) Faites une recherche pour trouver les différentes notations utilisées depuis 1585 pour l'écriture des nombres décimaux.

TP 2 Compétitions dans la classe

Préparatifs : fabriquez une étiquette de carton pour chaque élève de la classe, comportant son nom et son prénom. Mélangez ces étiquettes.

Voici un exemple de liste de calculs à effectuer :

1) $853,12 + 19,7$;

2) $538,21 - 42,16$;

3) $65,24 \cdot 7,38$;

4) $68,37 : 3$.

A Entraînement en individuel (appelé 1 contre 10)

Pour chaque manche, un élève *A* est tiré au sort à l'aide des étiquettes et passe au tableau où un seul calcul écrit est à effectuer.

L'élève *A* l'effectue en public pendant que tous les autres cherchent chacun sur une feuille.

Dès qu'un élève a trouvé la réponse et a écrit le calcul, il lève la main. Le professeur surveille le tableau et circule dans la classe pour vérifier le travail de chaque élève.

Il compte à haute voix de 1 à 10 en ajoutant 1 chaque fois qu'un travail est considéré comme correct.

Arrivé à 10, si l'élève A n'a pas trouvé, la classe a gagné la manche. Par contre, si l'élève A trouve avant la fin du décompte à 10, c'est lui qui a gagné.

B Par équipes (appelé 2 contre 5)

On constitue des binômes équilibrés d'élèves.

Lors du tirage au sort, l'élève A désigné passe au tableau accompagné de son coéquipier mais seul l'élève A peut écrire.

On démarre la compétition comme dans le « 1 contre 10 » mais le professeur ne compte que jusqu'à 5.

Récréation, énigmes

La constante de Champernowne

Ce nombre, inventé par le mathématicien anglais David Gawen Champernowne en 1933, commence par 0,12345678910111213141 5 ....

1) Quelle est la particularité de cette constante ? Donne les dix décimales suivantes.
2) Quelle est l'arrondi, au cent-milliardième près, de cette constante ?

Défis

Combien de fois faudrait-il utiliser le chiffre 1 si l'on voulait écrire tous les nombres entiers de 1 à 999 ? Et le chiffre 9 ?

Donne le nombre de mots utilisés pour écrire tous les entiers plus petits que 100.

Calculatrices infernales 1 (d'après Apmep)

Sur la calculatrice d'Aïsha, la touche pour afficher la virgule ne fonctionne plus et la touche « $=$ » ne peut fonctionner qu'une seule fois par ligne de calcul.

Comment peut-elle trouver le résultat de $(17,32 \cdot 45,3) + 15,437$?

Calculatrices infernales 2 (d'après Apmep)

Bruce vient de faire tomber sa calculatrice. Elle ne comporte plus que les chiffres, la virgule et les quatre opérations, mais quand on appuie sur « $+$ » elle ajoute 1, quand on appuie sur « $-$ » elle retranche 1, quand on appuie sur la touche « $\times$ » elle multiplie par 10 et quand on appuie sur la touche « $\div$ » elle divise par 10.

1) Romain emprunte la calculatrice de Bruce. Il tape 27,2 puis appuie ensuite sur les touches « $\times$ », « $\times$ », « $+$ », « $+$ », « $-$ », « $\div$ », « $\div$ », « $\div$ », « $+$ », « $\times$ ». Quel résultat Romain trouve-t-il ?
2) Comment peut-il passer en sept opérations :
   - de 3,14 à 300 ?
   - de 3,14 à 297 ?
   - de 297 à 0,2 ?
3) Tu viens de passer de 3,14 à 0,2 en quatorze opérations. Trouve un chemin qui permette de faire cela avec le minimum d'opérations. Compare avec tes camarades ;

   Trouve un chemin qui permette de passer de 5 à 4,99 en un minimum d'opérations puis compare avec tes camarades.

GÉOMÉTRIE

2

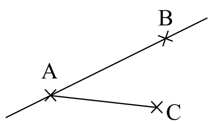
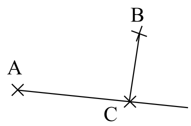
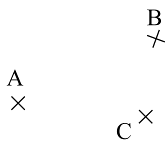
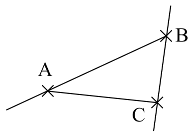
Points, segments, droites, cercles et angles

Activités d'approche

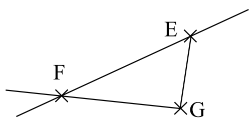
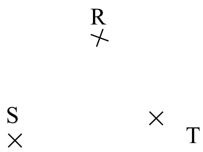
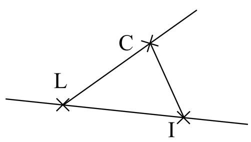
ACTIVITÉ 1 Segments, droites et demi-droites

Partie A : À la découverte d'un nouveau code

1) Lire la consigne de la case ① et observer la figure correspondant à cette consigne. Faire de même pour la case ②.
Quand le code est compris, tracer la figure de la case ③ et écrire la consigne de la case ④.

<table>
<tr><td>①
Tracer (AB)
Tracer $[AC]$</td><td>②
Tracer $[AC)$
Tracer $[BC]$</td><td>③
Tracer (AB)
Tracer$[BC]$
Tracer$[AC)$</td><td>④</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

2) Lire la consigne de la case ⑤ et observer la figure correspondant à cette consigne. Tracer ensuite la figure de la case ⑥ et écrire la consigne de la case ⑦.

<table>
<tr><td>⑤
- Tracer la droite passant par E et F ;
- Tracer le segment d'extrémités E et G ;
- Tracer la demi-droite d'origine G et passant par F.</td><td>⑥
- Tracer le segment d'extrémités R et S ;
- Tracer la droite passant par R et T ;
- Tracer la demi-droite d'origine S et passant par T.</td><td>⑦</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Activités d'approche

3) Compléter le tableau suivant :

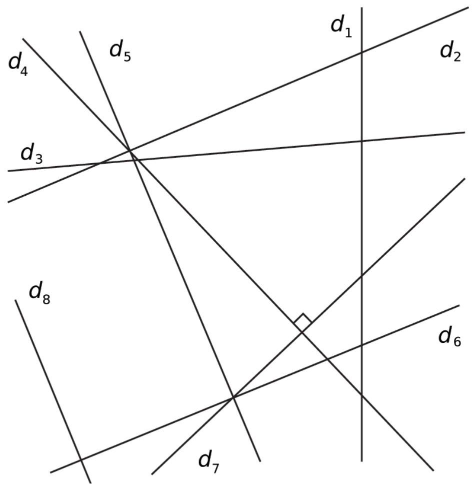
Phrase	**Phrase codée**	**Dessin**
	Tracer $[UV]$	U V
		A M
Tracer la droite passant par S et T		S T
		A M
Tracer le segment d'extrémités M et N		M N
	Tracer $[KJ)$	K J
		A M
Tracer la demi-droite d'origine O et passant par U		O U
	Tracer (BC)	B C

Activités d'approche

ACTIVITÉ 2 Repérer des droites perpendiculaires

Partie A : Éric a oublié son équerre !

« Pas de souci, lui dit son professeur, prends une feuille blanche non quadrillée. Tu devrais pouvoir obtenir un angle droit en pliant deux fois cette feuille. »
Réalise une telle équerre.
Qu'obtiens-tu si tu déplies ta feuille ?



Partie B : Éric utilise sa nouvelle équerre . . .

Éric doit replacer l'équerre dans la position qui a permis de construire les droites d_4 et d_7.

Place l'équerre dans cette position.

Trouve alors un autre couple de droites **perpendiculaires** sur cette figure en t'aidant de ton équerre.

Partie C : Utilisation de l'équerre d'Éric

Trace deux droites sécantes d et d'. À l'aide de l'équerre que tu as fabriquée, construis une droite perpendiculaire à d et une autre perpendiculaire à d'. Tu n'oublieras pas d'ajouter les codages nécessaires.

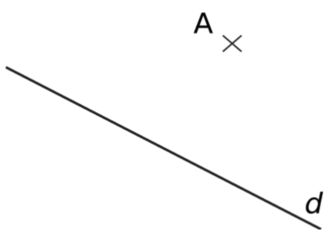
ACTIVITÉ 3 Droites parallèles

Partie A : Deux droites perpendiculaires

1) Place deux points A et B.
2) Trace une droite d ne passant ni par A, ni par B et qui coupe (AB).
3) Trace d_1 la perpendiculaire à d passant par A, puis la droite d_2 perpendiculaire à d_1 passant par B. Que remarques-tu ?
4) Trace d_3 la perpendiculaire à d passant par B et d_4 la perpendiculaire à d_3 passant par A. Que peux-tu dire de d_2 et d_4 ? Quelles autres remarques du même type peux-tu faire ?

Partie B : Construction à la règle et à l'équerre

La première vignette d'une bande dessinée est représentée ci-contre. On y a placé une droite d et un point A n'appartenant pas à d. Complète cette bande dessinée pour expliquer comment, à l'aide de la règle et de l'équerre, tu traces la **parallèle** à d passant par A.



ACTIVITÉ 4 Tout savoir sur la médiatrice !

Partie A : Axes de symétrie d'un segment

1) Sur une feuille blanche, trace un segment $[AB]$.

2) Plie cette feuille de manière à ce que le point A touche le point B, cela fait apparaître un axe de symétrie de ce segment. Le symétrique de A par rapport à cet axe est B. Comment s'appelle cet axe ? Repasse-le en couleur.

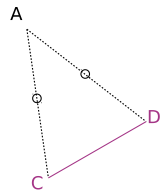
3) Quelles sont ses caractéristiques ?

Partie B : Propriété d'un point appartenant à la médiatrice d'un segment

1) Place un point M sur cette médiatrice. Que dire des longueurs AM et BM ?

2) Que dire alors d'un point qui appartient à la médiatrice d'un segment ?

Partie C : Ensemble de points



1) Construis un segment $[CD]$ de longueur 5 cm.

2) Place A, **équidistant** de C et de D. Place trois autres points équidistants de C et de D.

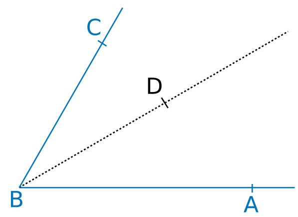
3) Où semblent se trouver tous les points équidistants de C et D ?

4) Que dire d'un point équidistant des extrémités d'un segment ?

5) Déduis-en une façon de construire la médiatrice d'un segment sans l'équerre.

ACTIVITÉ 5 Bissectrice, qui es-tu ?

Partie A : Définition



1) Sur une feuille blanche, trace un angle $\widehat{ABC}$.

2) Plie cette feuille de façon à faire apparaître l'axe de symétrie de l'angle. Repasse-le en couleur. Place un point D sur cet axe (comme sur le croquis ci contre).

3) Cet axe fait apparaître deux nouveaux angles. Nomme-les.

4) Que peut-on dire de la mesure de ces deux angles ? Justifie. Comment nomme-t-on cette droite ?

Partie B : Construction au compas

1) Construis le point A' symétrique du point A par rapport à la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ Tu obtiens ce point en reportant le point A sur la droite (BC) en pliant la feuille comme au point 2 de la partie A. Que dire des longueurs BA et BA' ?

2) Que représente la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ pour le segment $[AA']$?

3) Déduis-en une façon de construire la bissectrice d'un angle sans rapporteur.

Activités d'approche

ACTIVITÉ 6 De qui est-ce la trace ?

Partie A

Sur ton cahier, place un point O. Recherche tous les points situés à 3 cm du point O.

Partie B

Un système d'arrosage automatique est formé d'un jet qui arrose dans toutes les directions jusqu'à 4 m.

1) Représente sur ton cahier la zone arrosée par le jet en appelant J l'emplacement du jet. (1 cm représentera 1 m.)

2) Comment peux-tu définir les points de la zone arrosée ?

ACTIVITÉ 7 Des constructions

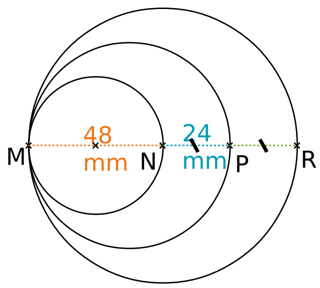
Partie A : Du programme à la figure

Réalise la suite d'instructions suivantes :

- Trace un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de rayon 5 cm.
- Place, sur le cercle, deux points A et B **diamétralement opposés**.
- Construis le cercle $(\mathscr{C}_1)$ de diamètre $[OA]$ et le cercle $(\mathscr{C}_2)$ de diamètre $[OB]$.
- Trace le cercle $(\mathscr{C}_3)$ de centre A passant par O.
- Nomme E et F les **points d'intersection** des cercles $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}_3)$.
- Trace le cercle $(\mathscr{C}_4)$ de centre B et de rayon OB.
- Les cercles $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}_4)$ se coupent en G et H.

Partie B : De la figure au programme

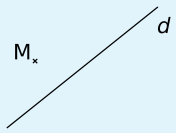
Construis la figure ci-contre donnée par son croquis.
Écris le programme de construction.



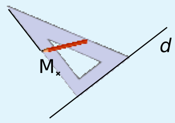
1. Constructions graphiques : parallèles et perpendiculaires

MÉTHODE 1 Construire la perpendiculaire à une droite passant par un point

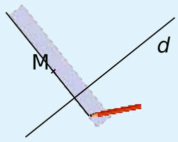
Exemple Trace une droite d et place un point M n'appartenant pas à la droite d.
Trace la droite d' perpendiculaire à la droite d passant par le point M.



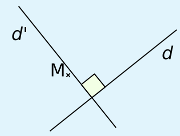
On trace une droite d et on place un point M.



On place l'un des côtés de l'angle droit de l'équerre sur la droite d et l'autre côté sur M.



On prolonge la droite à la règle.



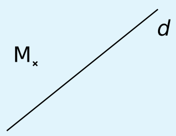
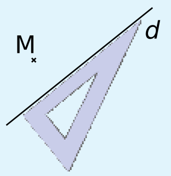
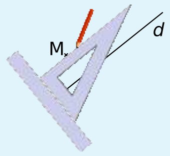
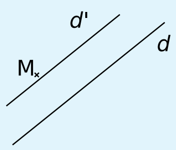
On nomme la droite d' et on code l'angle droit par un carré.

Exercice d'application

En utilisant cette méthode, tracer un rectangle ABCD de longueur 3 cm et de longueur 5 cm.

MÉTHODE 2 Construire la parallèle à une droite passant par un point

Exemple Trace une droite d et place un point M n'appartenant pas à la droite d.
Trace la droite d' parallèle à la droite d passant par le point M.

			
On trace une droite d et on place un point M.	On place l'un des côtés de l'angle droit de l'équerre sur la droite d.	On fait coulisser l'équerre le long de la règle, jusqu'au point M, sans bouger la règle.	On trace ainsi la droite d'.

Exercice d'application Trace dans ton cahier un segment $[AB]$ d'une longueur de 5 cm et place un point C au-dessus du segment $[AB]$ (C n'est pas sur le segment). Construis, en rouge, la perpendiculaire à $[AB]$ passant par C. Construis, en vert, la parallèle à $[AB]$ passant par C.

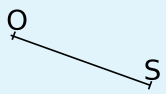
2. La médiatrice

DÉFINITION

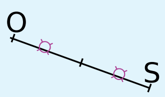
La **médiatrice** d'un segment est la droite qui coupe ce segment perpendiculairement en son milieu.

MÉTHODE 3 Construire une médiatrice

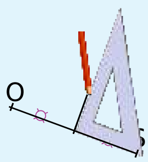
Exemple Trace un segment $[OS]$ de longueur 5 cm puis sa médiatrice.



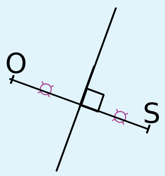
On trace un segment $[OS]$.



On trace le milieu du segment.



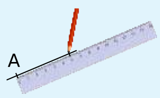
On trace la droite perpendiculaire au segment qui passe par ce milieu.



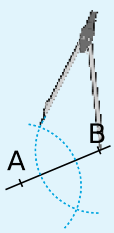
On code l'angle droit par un carré.

Exemple Trace un segment $[AB]$ de longueur 6 cm. Construis sa médiatrice au compas.

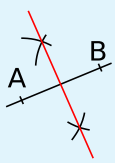
①



②



③



① On trace le segment $[AB]$.
② On trace deux arcs de cercle de centres A et B, de même rayon en choisissant un rayon suffisamment grand pour que ces arcs se coupent en deux points.
③ La médiatrice de [AB] est la droite qui passe par ces deux points.

Exercice d'application Trace un segment $[AB]$ de 7 cm. Trace la médiatrice du segment $[AB]$ par la méthode de ton choix.

Cours - Méthodes

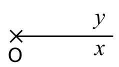
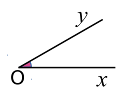
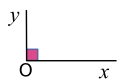
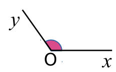
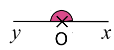
3. Les angles

DÉFINITION

Un **angle** est une portion de plan délimitée par deux demi-droites ayant la même origine.

A. Reconnaître les différents types d'angles

On classe les angles par catégories selon leur mesure.

Angle	Nul	Aigu	Droit	Obtus	Plat
Figure					
Mesure	0°	entre 0° et 90°	90°	entre 90° et 180°	180°
Position des côtés	confondus		perpendiculaires		dans le prolongement l'un de l'autre

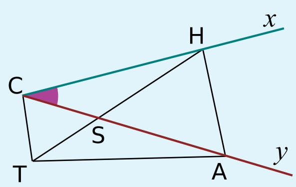
MÉTHODE 4 **Nommer un angle**

Exemple Nomme l'angle marqué en violet sur la figure ci-dessous.

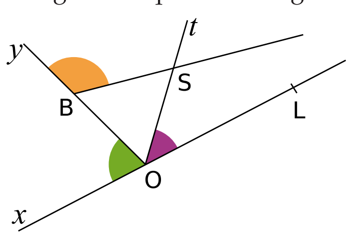
Le sommet de l'angle est le point C : c'est la lettre centrale.

Les côtés de l'angle sont les demi-droites $[CH)$ (ou $[Cx)$) et $[CS)$ (ou $[CA)$) (ou $[Cy)$).

Cet angle peut se nommer : $\widehat{HCS}$; $\widehat{SCH}$; $\widehat{HCA}$; $\widehat{ACH}$; $\widehat{yCx}$.

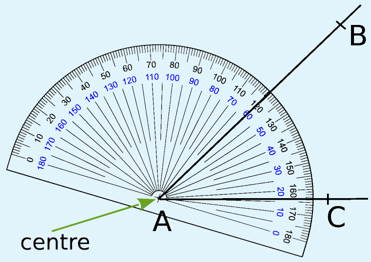


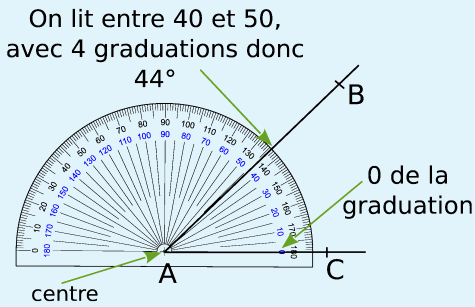
Exercice d'application Nomme les angles marqués sur la figure ci-dessous.



MÉTHODE 5 Utiliser le rapporteur

Exemple Mesure l'angle $\widehat{CAB}$.

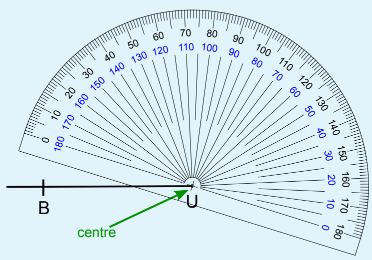


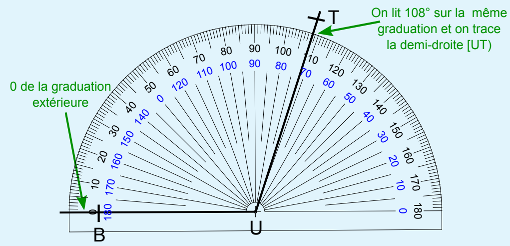


On place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle.

On place un zéro du rapporteur sur le côté $[AC)$. Si besoin, on prolonge la demi-droite $[AC)$. La mesure de l'angle est donnée par l'autre côté de l'angle sur <u>la même échelle</u> de graduation.

Exemple Construis un angle $\widehat{BUT}$ de 108°.



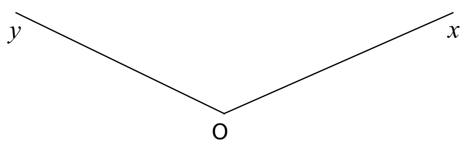


On trace $[UB)$, premier côté de l'angle. On place le centre du rapporteur sur le point U.

On place un zéro du rapporteur sur le côté $[UB)$. On marque, d'un petit trait-repère, 108° avec la bonne graduation. On trace la demi-droite d'origine U passant par le repère. On place un point T sur cette demi-droite.

Exercice d'application

1) Mesure l'angle $\widehat{xOy}$ ci-contre ;
2) Construis un angle $\widehat{SAT}$ de 85°.



Cours - Méthodes

4. La bissectrice

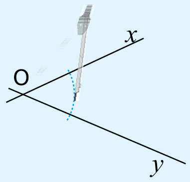
DÉFINITION

La **bissectrice** d'un angle est la demi-droite qui a pour origine le sommet de l'angle et qui partage l'angle en deux angles de même mesure.

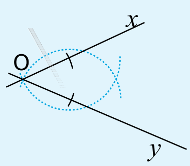
MÉTHODE 6 Construire une bissectrice

Exemple

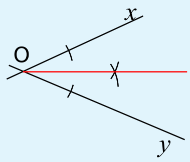
Trace un angle $\widehat{xOy}$. Construis sa bissectrice au compas.



Au compas, on trace un arc de cercle de centre O qui coupe chaque côté de l'angle en un point.



On trace deux arcs de cercle de même rayon ayant ces deux points pour centres. Ces arcs se coupent en un point.



La bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$ est la demi-droite d'origine O passant par ce point.

Exercice d'application

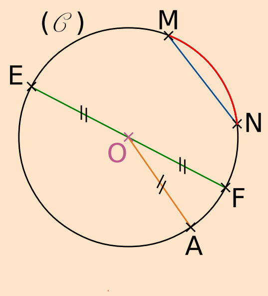
Trace un triangle ABC tel que $AB = 4\,\text{cm}$; $AC = 7\,\text{cm}$; $BC = 5\,\text{cm}$; puis trace les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$; $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACB}$. Que remarques-tu ?

5. Le cercle

DÉFINITION

Un **cercle** de centre O est l'ensemble des points situés à la même distance du point O. Cette distance est le **rayon** du cercle.

À CONNAÎTRE

	Le centre d'un cercle est le point équidistant de tous les points qui constituent ce cercle.	Le point O est le centre du cercle ($\mathscr{C}$).
	Un rayon d'un cercle est un segment ayant pour extrémités le centre et un point de ce cercle.	Le segment $[OA]$ est un rayon du cercle ($\mathscr{C}$).
	Un diamètre d'un cercle est un segment ayant pour extrémités deux points de ce cercle et contenant son centre.	Le segment $[EF]$ est un diamètre du cercle ($\mathscr{C}$).
	Une corde d'un cercle est un segment ayant pour extrémités deux points de ce cercle.	Le segment $[MN]$ est une corde du cercle ($\mathscr{C}$).
	Un arc de cercle est une portion de cercle comprise entre deux points de ce cercle.	La portion de cercle $\overset{\frown}{MN}$ comprise entre M et N est un arc du cercle ($\mathscr{C}$).

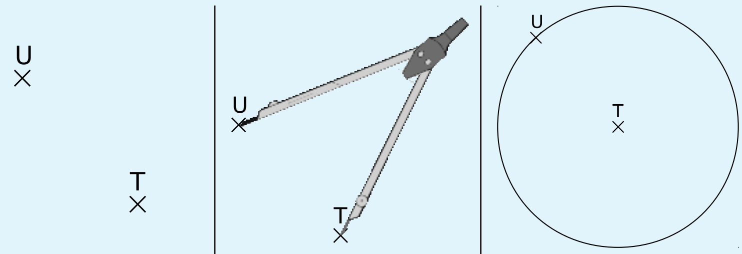
REMARQUE : Par commodité de langage, on appelle « rayon » la longueur du rayon d'un cercle, et on appelle « diamètre » la longueur de son diamètre.

REMARQUE : Le diamètre d'un cercle est égal au double de son rayon.

MÉTHODE 7 Vocabulaire du cercle

Exemple

Trace le cercle de centre T passant par le point U.



On pointe le compas sur le point T et on écarte le compas jusqu'à ce que la mine soit sur le point U.

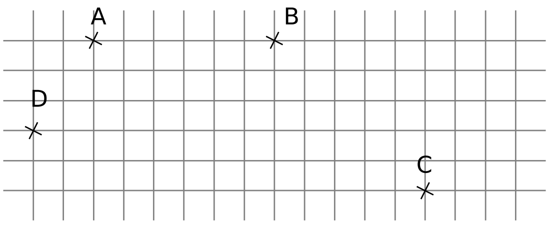
On trace le cercle.

Exercice d'application

Trace un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 6\,\text{cm}$ et $BC = 3\,\text{cm}$. Trace les segments $[AC]$ et $[BD]$. On appelle O leur point d'intersection. Trace le cercle de centre O passant par A. Que remarques-tu ?

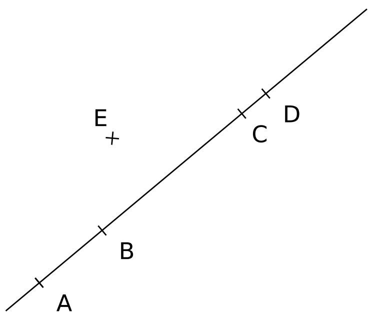
Points, segments et droites

1 Avec un quadrillage



1) En utilisant le quadrillage de ton cahier, place les points A, B, C et D comme sur la figure ci-dessus :
2) Trace en bleu le segment $[AB]$;
3) Trace en vert le segment d’extrémités D et C ;
4) Trace en rouge la droite passant par A et C ;
5) Trace en noir la demi-droite d’origine D passant par B.

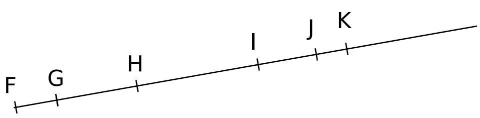
2 Appartient ou pas ?



Après avoir observé la figure, recopie et complète les pointillés avec $\in$ ou $\notin$:

1) $B \ldots [AC]$;	**3)** $E \ldots [AD]$;	**5)** $D \ldots [CA)$;
2) $D \ldots [AB]$;	**4)** $B \ldots [CA)$;	**6)** $E \ldots [CE]$.

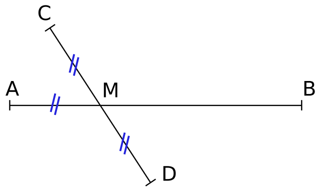
3 À trouver



Parmi les points nommés sur la figure, indique ceux qui appartiennent à :

1) $[FK]$;	**4)** $[GJ)$ mais pas à $[HJ]$;
2) $[IG)$;	**5)** $[FG]$ ou à $[IJ)$;
3) $[FJ]$ et à $[GK]$;	**6)** $[FH]$ et à $[JK]$.

4 Vrai ou faux ?



Observe cette figure composée de deux segments $[AB]$ et $[CD]$ sécants et indique pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse :
1) Les points C, D et M sont alignés ;
2) M est le point d’intersection de $[AB]$ et $[CD]$;
3) M est le milieu du segment $[AC]$;
4) M est un point du segment $[CD]$;
5) A appartient au segment $[MB]$;
6) M est le milieu du segment $[CD]$.

5 Milieux

1) Trace un segment $[RS]$ de longueur 4,8 cm et place son milieu T ;
2) Place un point U qui ne soit pas aligné avec R et S ;
3) Place le point V tel que T soit le milieu de $[UV]$.

6 À construire

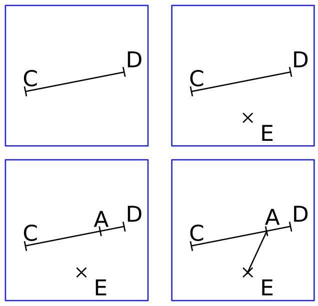
1) Place trois points A, B et C non alignés ;
2) Trace les segments $[BC]$ et $[AC]$;
3) Marque le milieu I du segment $[BC]$ et le milieu J du segment $[AC]$;
4) Trace le segment d’extrémités B et J ;
5) Note K le point d’intersection de $[AI]$ et $[BJ]$;
6) Trace le segment $[AB]$ et place son milieu L. Trace enfin le segment $[CL]$. Que remarques-tu ?

7 À construire (bis)

1) Place trois points L, M et N non alignés ;
2) Place un point A appartenant au segment $[LN]$;
3) Place un point B appartenant à la demi-droite $[MN)$ mais n’appartenant pas au segment $[MN]$;
4) Place le point C aligné d’une part avec A et B, et d’autre part avec L et M.

S'entraîner

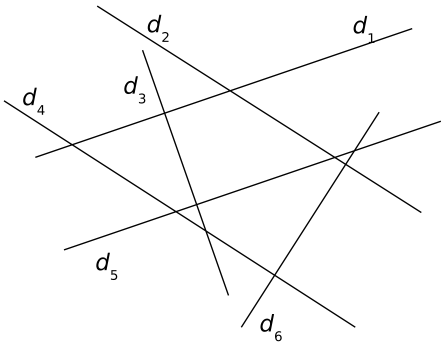
8 Bande dessinée



Pour chaque étape de la bande dessinée, écris la consigne qui a été donnée, sans tenir compte des mesures.

Droites parallèles et perpendiculaires

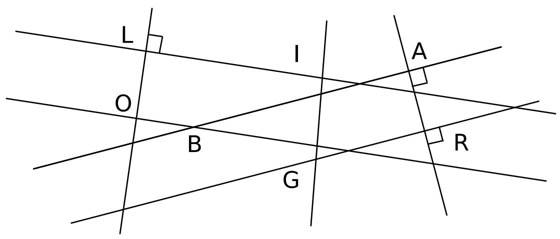
9 Position de droites



Observe la figure ci-dessus et note sur ton cahier :

- Le nom des droites qui **te semblent** perpendiculaires ;
- Le nom des droites qui sont sécantes mais non perpendiculaires ;
- Le nom des droites qui **te semblent** parallèles.

10 Position de droites (bis)

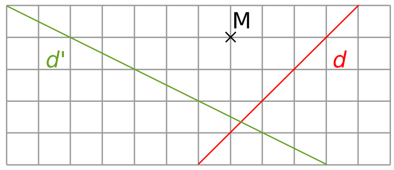


1) Quelles sont les droites qui sont à coup sûr perpendiculaires ?

2) Quelle semble être la position relative des droites (BA) et (GR) ?

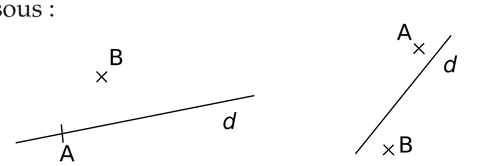
11 Quadrillage

Reproduis une figure similaire à celle ci-dessous. Trace, à la règle, la droite d_1 perpendiculaire à la droite d passant par le point M et la droite d_2 parallèle à la droite d' passant par M.



12 Constructions

1) Reproduis sur une feuille blanche les deux figures ci-dessous :

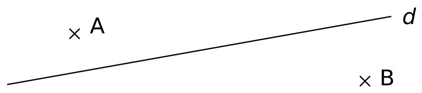


2) Pour chacune des figures, trace :

- La droite d' perpendiculaire à d et passant par B ;
- La droite d'' perpendiculaire à d et passant par A.

3) Que peux-tu dire des droites d' et d'' ?

13 Constructions (bis)



1) Reproduis la figure ci-dessus ;

2) Trace d', la parallèle à d passant par A ;

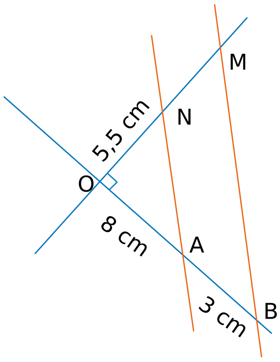
3) Trace d'', la parallèle à d passant par B ;

4) Que peux-tu dire des droites d' et d'' ?

14 **Programme de construction**

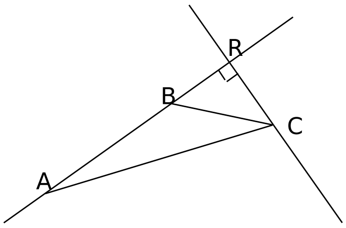
1) Place deux points A et B tels que $AB = 8$ cm ;
2) Place un point L sur $[AB]$ tel que $AL = 3$ cm ;
3) Trace la droite d telle que $L \in d$ et $(AB) \perp d$;
4) Place un point C tel que $C \in d$ et $LC = 2$ cm ;
5) Trace la droite d' telle que $d' \parallel (AB)$ et $C \in d'$;
6) Sur la demi-droite $[BC)$, place le point I tel que $BI = 7$ cm ;
7) Trace la droite d'' telle que $I \in d''$ et $d'' \parallel (AC)$.

15 Construis la figure suivante :



$(BM) \parallel (AN)$

16 Reproduis la figure ci-dessous en vraie grandeur :



$AB = 5{,}3$ cm ;
$BC = 3$ cm ;
$AC = 7{,}7$ cm.

Médiatrice d'un segment

17 **Médiatrices**

Dans chaque cas, trace le segment de longueur donnée puis sa médiatrice :

1) $AB = 2$ cm ; 2) $DE = 7{,}8$ cm ; 3) $FG = 76$ mm.

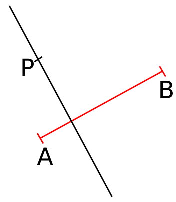
18 **Points alignés**

1) Trace un segment $[AB]$ de longueur 7 cm ;
2) Place le point C de la demi-droite $[BA)$ tel que $BC = 12$ cm ;
3) Construis la médiatrice m_1 du segment $[AC]$;
4) Construis la médiatrice m_2 du segment $[AB]$;
5) Que remarques-tu ?

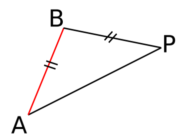
19 **Reconnaître**

Sur chacune des figures ci-dessous, indique si P est sur la médiatrice de $[AB]$:

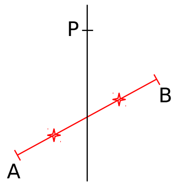
1)



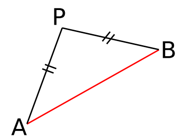
3)



2)



4)



20 **Construction**

1) Trace un segment $[AB]$ de longueur 6 cm ;
2) Construis la médiatrice d du segment $[AB]$ au compas ;
3) Place un point M sur d à 7 cm de A ;
4) Quelle est la longueur de $[BM]$?
Tu la justifieras en utilisant une propriété.

21 **Concours de médiatrices**

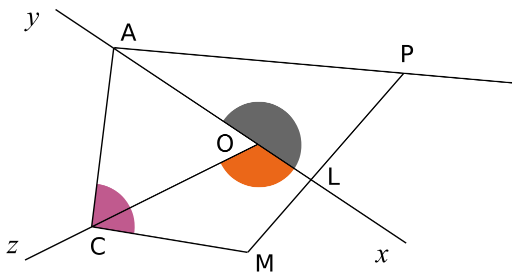
1) Place trois points A, B et C non alignés ;
2) Trace sans équerre les médiatrices des segments $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.
Que constates-tu ?

S'entraîner

Nommer un angle

22 De toutes les couleurs

Les points A, O et L sont alignés.



1) Nomme les angles marqués en couleur dans la figure de toutes les façons possibles ;

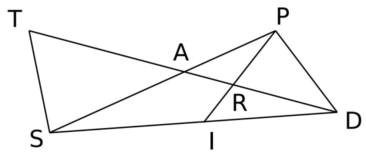
2) Reproduis la figure puis marque en bleu l'angle $\widehat{yOz}$, en rouge l'angle $\widehat{PMC}$ et en vert l'angle $\widehat{PAL}$.

23 Plusieurs noms

Les segments $[TD]$ et $[PS]$ sont sécants en A et les segments $[PI]$ et $[TD]$ se coupent en R.

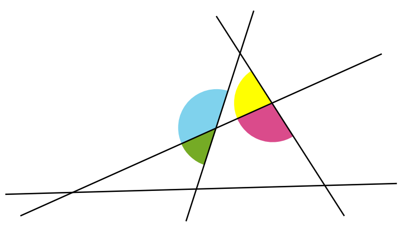
Trouve toutes les autres façons de nommer :

- l'angle $\widehat{APR}$;
- l'angle $\widehat{RDI}$;
- l'angle $\widehat{PDA}$.



24 Quelle étourdie !

Louise a recopié la figure ci-dessous qui était au tableau mais elle a oublié de noter les noms des points d'intersection des droites.



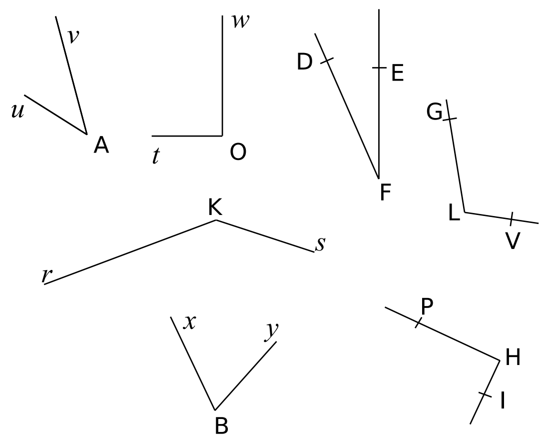
Elle appelle son camarade Ahmed qui lui dit que les angles en couleur se nomment $\widehat{ABC}$, $\widehat{DBA}$, $\widehat{FAC}$ et $\widehat{FAE}$.

Reproduis la figure et nomme les points grâce à ces indications.

Mesure d'un angle

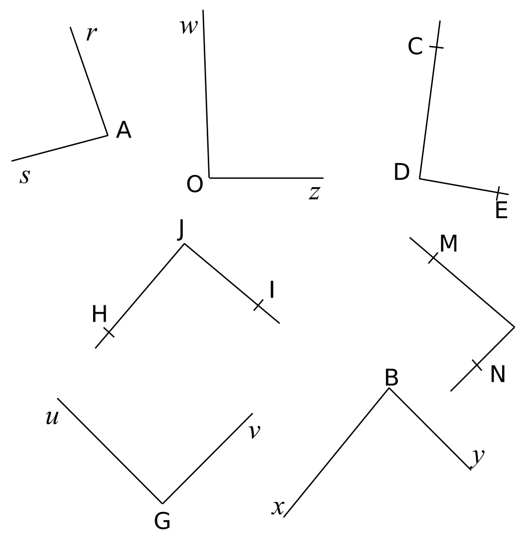
25 À vue d'œil

Indique les angles qui te paraissent obtus, aigus ou droits.



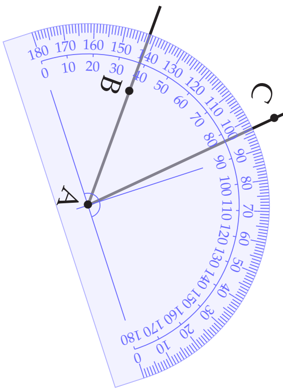
26 Avec l'équerre

En utilisant ton équerre, détermine quels sont les angles aigus, obtus ou droits dans chacun des cas ci-dessous.

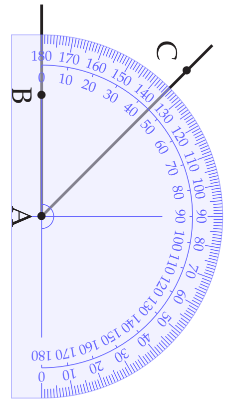


27 **Bien placé ?**

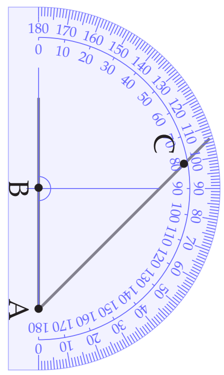
1)



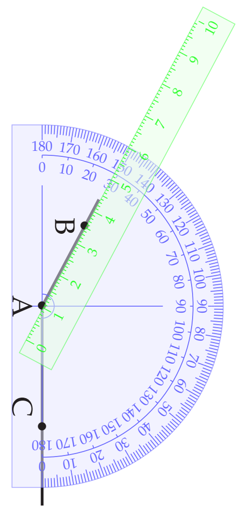
4)



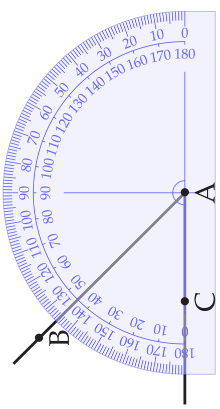
2)



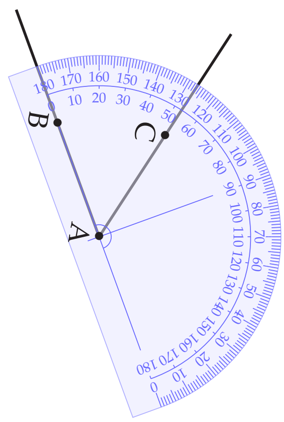
5)



3)

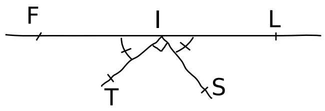


6)



28 **Alignés ?**

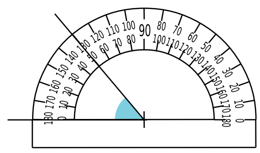
Dans la figure ci-dessous faite à main levée, on donne : $\widehat{LIS} = 44°$. Les points F, I et L sont-ils alignés ? Justifie.



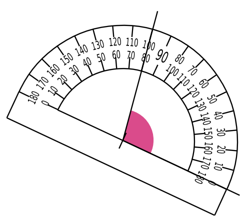
29 **Quelle échelle ?**

Pour chaque angle, indique s’il est aigu ou obtus. Note ensuite sa mesure sur la bonne graduation du rapporteur.

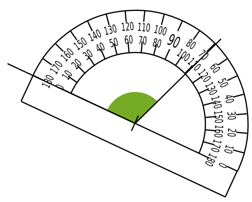
1)



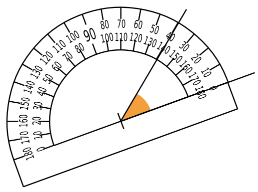
3)



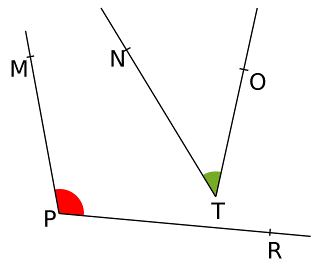
2)

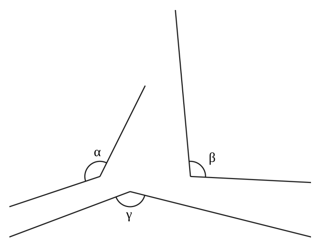


4)



30 Mesure les angles ci-dessous avec ton rapporteur.





S'entraîner

Construire un angle

31 Construis les angles suivants :

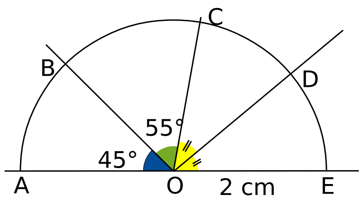
$\widehat{MOT} = 27°$; $\widehat{SUD} = 151°$; $\widehat{FIN} = 47°$ et $\widehat{PRE} = 110°$.

32 **Programme de construction**

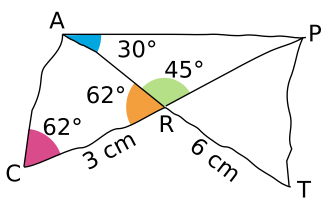
1) Trace $[AC]$ tel que $AC = 3$ cm. Construis un angle $\widehat{ACx}$ mesurant $60°$. Place un point B sur $[Cx)$ tel que $CB = 5,6$ cm ;
2) Place le point D sur $[AB]$ tel que $\widehat{DCB} = 25°$;
3) Place le point E sur $[AD]$ tel que $\widehat{DCE} = 25°$.

33 **Secteur angulaire**

Voici une figure construite par Joséphine. Reproduis la figure sur ton cahier.



34 **Reproduction de figure**

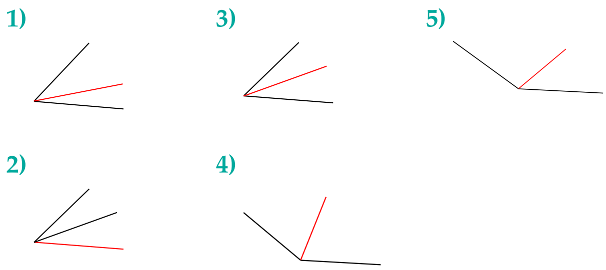


Voici le croquis d'une figure dans laquelle les points A, R et T sont alignés. Construis la figure.

Bissectrice d'un angle

35 **Reconnaître**

Pour quelle(s) figure(s) la demi-droite rouge semble être la bissectrice de l'angle ?



36 **Bissectrice et construction**

Dans chaque cas, trace un angle dont la mesure est donnée puis construis sa bissectrice au compas :

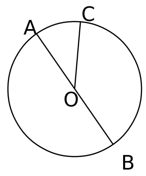
1) $\widehat{ABC} = 32°$; 3) $\widehat{ZXY} = 67°$; 5) $\widehat{PRT} = 127°$;
2) $\widehat{UST} = 180°$; 4) $\widehat{WZD} = 90°$; 6) $\widehat{LKI} = 154°$.

37 **Mesure d'angles**

1) Trace un angle $\widehat{EDF}$ qui mesure $28°$;
2) Construis la bissectrice de $\widehat{EDF}$ et place un point G sur celle-ci ;
3) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{GDF}$. Justifie ;
4) Recommence les questions de 1 à 3 avec un angle de $133°$.

Cercle

38 Vocabulaire



Sur la figure ci-dessus :

A, B et C sont sur le cercle de centre O ;

A, O et B sont alignés.

1) Écris deux phrases décrivant la figure, en utilisant les mots « rayon » et « diamètre » ;
2) Complète les phrases suivantes :
   - Le point O est le milieu du .... ;
   - Le point O est une extrémité du .... ;
   - A et B sont les .... du .... $[AB]$;
   - La portion de cercle comprise entre les points A et C est l' ....

39 Avec le rayon

Trace un cercle de centre O et de rayon 4 cm puis un cercle de rayon 4 cm et passant par O.

40 Avec le diamètre

1) Trace un segment $[AB]$ de longueur 5 cm ;
2) Trace le cercle de diamètre $[AB]$;
3) Quelle est la mesure du rayon de ce cercle ?

41 Construction

1) Trace un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de rayon 4,5 cm ;
2) Place un point A sur le cercle $(\mathscr{C})$ et place le point B diamétralement opposé au point A ;
3) Marque un point D à l'extérieur du cercle $(\mathscr{C})$ et trace le cercle de diamètre $[BD]$.

42 Calculs

1) Trace un segment $[AB]$ de longueur 6 cm. Trace le cercle de centre A et de rayon 2 cm. Ce cercle coupe la droite (AB) en deux points M et N. On appelle M celui qui appartient au segment $[AB]$;
2) Calcule les longueurs BM et BN.

43 Concentriques

Deux cercles concentriques (c'est-à-dire de même centre) $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ ont pour centre O et pour rayons respectifs 3 cm et 5 cm. $[GH]$ est un diamètre du cercle $(\mathscr{C})$.

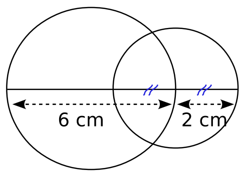
La droite passant par G et par H coupe le cercle $(\mathscr{C}')$ en deux points I et J ; on appelle I celui qui est le plus près de G.

1) Fais une figure ;
2) Calcule les longueurs GI et JG.

44 Calculs

1) Trace un segment $[ST]$ de longueur 6 cm. Sur ce segment, marque le point U tel que $SU = 3,2$ cm. Trace le cercle $(\mathscr{C})$ de centre T et qui passe par U ;
2) Calcule le diamètre du cercle $(\mathscr{C})$;
3) Sur le segment $[UT]$, place le point V tel que $UV = 1,2$ cm. Quel est le rayon du cercle de diamètre $[SV]$?

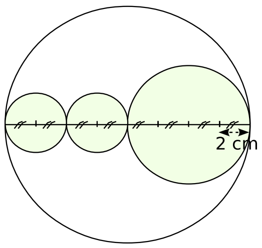
45 Construis la figure ci-dessous donnée par son croquis.



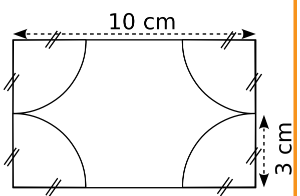
S'entraîner

46 Construis chaque figure ci-dessous donnée par son croquis.

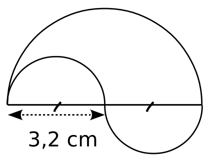
1)



3)

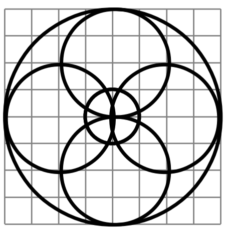


2)

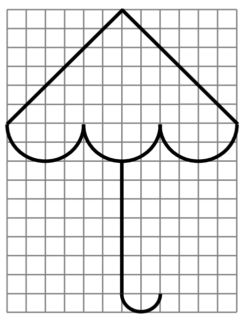


47 En utilisant le quadrillage de ton cahier, reproduis les figures suivantes.

1)



2)



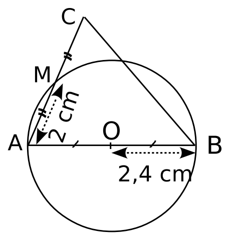
48 **À construire**

1) Trace un segment $[AB]$ de longueur 6 cm ;
2) Marque le point O, milieu du segment $[AB]$;
3) Trace le cercle de centre O et de rayon 3 cm ;
4) Trace les cercles de diamètres $[AO]$ et $[OB]$.

49 **À construire (bis)**

1) Trace un segment $[AB]$ de longueur 9 cm ;
2) Trace le cercle de centre A et de rayon 3 cm. On appelle C le point d'intersection de ce cercle et du segment $[AB]$;
3) Trace le cercle de centre B et de rayon 3 cm. Il coupe le segment $[AB]$ en D ;
4) Trace un demi-cercle de diamètre $[CD]$.

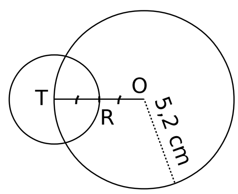
50 Complète le programme de construction de la figure ci-dessous :



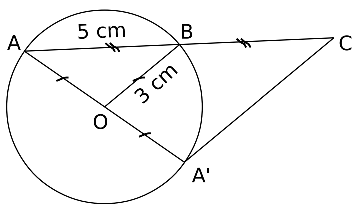
- Trace un cercle de ....O et de ....2,4 cm ;
- Trace un ....$[AB]$ de ce cercle ;
- Trace une ....$[AM]$ telle que AM = ... ;
- Place le point C tel que M soit le ....de $[AC]$;
- Trace le ....$[CB]$.

51 Écris un programme de construction pour chacune des figures suivantes :

1)



2)



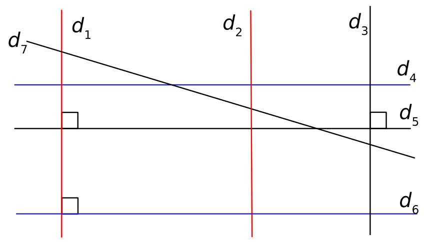
52 Pirates et équidistance

Les pirates Olivier Levasseur et Anne Bonny se disputent un diamant. Jo l'intello cherche une méthode équitable pour savoir qui aura la pierre précieuse. Reproduis précisément les parchemins que dessine Jo, au fur et à mesure de la discussion.

1) « Vous n'avez qu'à vous placer à 50 pas l'un de l'autre, et mettre le diamant au milieu ».
   Il fait un premier dessin sur un parchemin pour schématiser sa proposition, en représentant 10 pas par 1 centimètre.
2) Les pirates estimant que la course n'est pas assez longue pour les départager, Jo propose un second schéma : « Vous vous mettez toujours à 50 pas l'un de l'autre, mais vous mettez le diamant à 70 pas de chacun de vous. Je me placerai au milieu de vous deux. ».
3) Jo réfléchit, puis propose un troisième schéma : « On n'a qu'à se mettre tous les trois à 70 pas du diamant et vous vous placerez à 100 pas de moi ».

53 À partir d'une figure (bis)

On considère la figure suivante :



On donne de plus : $d_1 \parallel d_2$ et $d_4 \parallel d_6$.

1) Reproduis cette figure et ajoute tous les angles droits possibles.
2) Quelles sont les droites parallèles à d_3 ?
3) Quelles sont les droites parallèles à d_6 ?
4) Quelles sont les droites sécantes à d_7 ?

54 Partage équitable

Marie organise une soirée avec cinq de ses amis. Ils achètent une pizza et une tarte, toutes deux de forme circulaire.

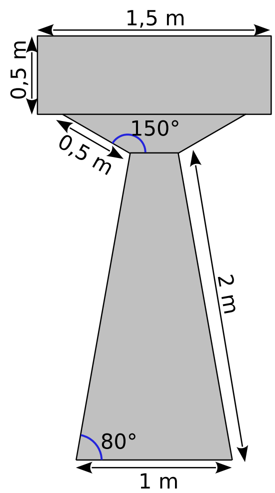
1) Comment doit procéder Marie pour partager équitablement sa pizza avec ses amis ?
2) Au moment du dessert, ses parents, son frère et sa sœur se joignent à la petite fête. Marie doit découper la tarte équitablement. Comment procède-t-elle ?

55 Des histoires de milieux

Construis d_1 et d_2 deux droites perpendiculaires en O. A est un point de d_1 et B un point de d_2. C est le point de d_1 tel que O soit le milieu de $[AC]$ et D le point de d_2 tel que O soit le milieu de $[BD]$.

1) Que représente d_1 pour $[BD]$? Et d_2 pour $[AC]$? Justifie tes réponses.
2) Place I le milieu de $[AB]$ et I' le point de (OI) tel que O soit le milieu de $[II']$.
3) Où semble être placé le point I' ?
4) Comment semblent être les droites (AD), (II') et (BC) ?

56 Voici le croquis d'un pilier réalisé par un architecte :



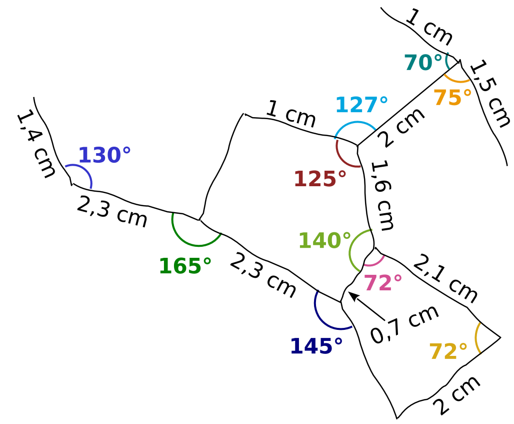
Construis ce pilier à l'échelle suivante : 3 cm sur la figure représentent 1 m dans la réalité.

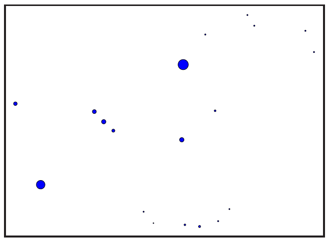
Approfondir

57 **Orion**

Alex observe la constellation d'Orion dans le ciel au travers de son télescope. Il voudrait la représenter pour son prochain exposé. Pour cela, il réalise quelques mesures ; il a reporté ses observations sur le croquis ci-dessous.

Construis pour Alex la constellation d'Orion.





La constellation d'Orion.

Je teste mes connaissances

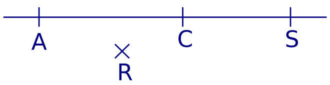
À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- nommer un point, une droite, une demi-droite, un segment, un angle ;
- reconnaître des points alignés ;
- tracer la perpendiculaire à une droite passant par un point ;
- tracer la parallèle à une droite passant par un point ;
- tracer la médiatrice d'un segment au compas et coder la figure obtenue ;
- utiliser le rapporteur pour tracer un angle et mesurer un angle ;
- tracer la bissectrice d'un angle au compas et coder la figure obtenue ;
- tracer un cercle connaissant son rayon ou son diamètre ;
- placer des points diamétralement opposés sur un cercle ;
- coder une figure ;
- utiliser la propriété de la médiatrice dans un exercice.

QCM d'auto-évaluation

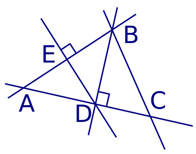
Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

58 Sur la figure ci-contre :



(a) $R \in [AC]$ (b) $C \in [AC]$ (c) $A \in [CS]$ (d) $S \notin [AC]$

59 Sur la figure ci-contre :



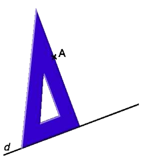
(a) les droites (ED) et (BC) sont parallèles

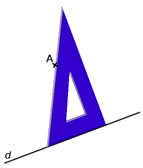
(b) le point B appartient à la perpendiculaire à (AC) passant par D

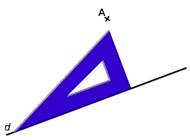
(c) la droite perpendiculaire à (AB) passant par D coupe (AB) en E

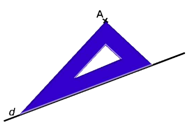
(d) le point A appartient à la perpendiculaire à (BC) passant par E

60 Dans quel(s) cas, l'équerre est-elle bien placée pour tracer la perpendiculaire à la droite d passant par le point A ?

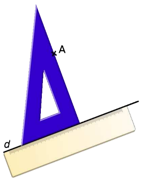
(a) 

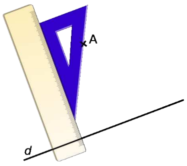
(b) 

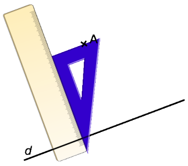
(c) 

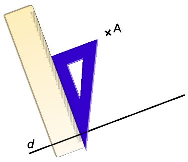
(d) 

61 Dans quel(s) cas, les instruments sont-ils bien placés pour construire la parallèle à la droite d passant par le point A ?

(a) 

(b) 

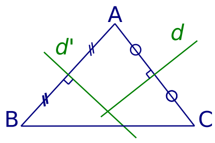
(c) 

(d) 

62 Soit d_1, d_2 et d_3 trois droites. Si $d_1 \perp d_2$ et $d_3 \perp d_2$ alors ...

(a) d_1 et d_3 sont sécantes (b) $d_2 \parallel d_3$ (c) $d_1 \perp d_3$ (d) $d_1 \parallel d_3$

63 Sur la figure ci-contre :

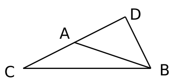


(a) d est la médiatrice de $[BC]$ (b) d est la médiatrice de $[AC]$ (c) d' est la médiatrice de $[AB]$ (d) d' est la médiatrice de $[AC]$

64 Si Z appartient à la médiatrice de $[ST]$ alors ...

(a) $ST = ZT$ (b) $ZS = ZT$ (c) $ZS = TS$ (d) $TZ = SZ$

65 Le point A est le sommet des angles...

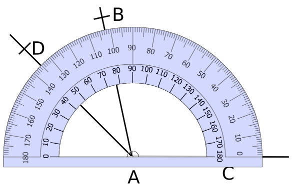


(a) $\widehat{ABC}$ (b) $\widehat{BAC}$ (c) $\widehat{DAC}$ (d) $\widehat{BDA}$

66 Un angle mesurant 92° est ...

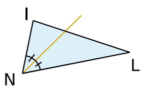
(a) aigu (b) obtus (c) plat (d) droit

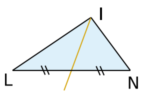
67 Sur la figure ci-contre :

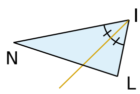


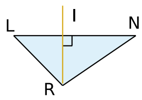
(a) $\widehat{BAC} = 118°$ (b) $\widehat{CAD} = 145°$ (c) $\widehat{CAB} = 102°$ (d) $\widehat{BAD} = 33°$

68 Sur quelle(s) figure(s) la demi-droite orange est-elle la bissectrice de l'angle $\widehat{LIN}$?

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

CALCUL

3

Priorités des opérations

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Ordre des opérations

Partie A : Le mauvais ordre

Voici le calcul qui a été proposé aux 23 élèves d'une classe de 8e : $3 + 6 \times 7$. Voici les résultats obtenus :

Résultat	45	63	Autres
Nombre d'élèves	11	10	2

1) Explique comment les élèves ont trouvé les résultats 45 et 63 ;

2) En observant les quatre calculs ci-dessous, qui sont corrects, énonce la règle de priorité :

- $15 - 2 \times 3 = 9$;
- $7 \times 8 + 10 = 66$;
- $27 + 35 \div 5 = 34$;
- $60 - 12 \div 4 = 57$;

3) Calcule $9 - 9 \times 0{,}5$ puis $9 \times 7 - 8 \div 4$.

Partie B : Lire dans le bon sens

1) Calcule $K = 4 + 12 - 3 + 7$ ....

....

2) Un professeur a programmé deux feuilles, sur un tableur, pour montrer les étapes de calcul. En observant les captures d'écran ci-dessous, énonce la règle :

	A	B	C	D	E
1	**L =**	**18**	**–**	**2**	**+**
2	**L =**		**16**		**+**

	A	B	C	D	E
1	**M =**	**9**	**–**	**4**	**–**
2	**M =**		**5**		**–**

3) Calcule, en écrivant les étapes :

$N = 21 - 9 - 3$ ....

$P = 17 - 8 + 1$ ....

4) Dans l'expression K, où dois-tu placer des parenthèses pour obtenir 6 comme résultat ?

....

ACTIVITÉ 2 Les deux calculatrices

Hervé et Bruno ont tous deux acheté une calculatrice. Hervé a choisi une calculatrice performante avec laquelle il peut écrire les formules. Bruno, lui, a acheté une petite calculatrice solaire. Ils cherchent à calculer $4 + 3 \cdot 8$.

Tous les deux appuient successivement sur les touches suivantes :

$\boxed{4}$ $\boxed{+}$ $\boxed{3}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{8}$ $\boxed{=}$

Hervé obtient 28 comme résultat et Bruno obtient 56.

Partie A

Qui a le bon résultat ?

Partie B

Les deux calculatrices fonctionnent très bien. Comment expliques-tu ces résultats différents ?

Partie C

Après réflexion, Bruno a trouvé une méthode pour obtenir le bon résultat avec sa calculatrice solaire. Quelle est cette méthode ?

ACTIVITÉ 3 Attention à la présentation

Partie A

Mélanie et Aïssatou ont effectué le même calcul dont voici le détail ci-dessous. L’une d’entre elles s’est trompée. Indique laquelle et explique son erreur :

Mélanie	Aïssatou
$A = \underline{8 \cdot 4} - 7 \cdot 3$	$A = \underline{8 \cdot 4} - 7 \cdot 3$
$A = \underline{32 - 7} \cdot 3$	$A = 32 - \underline{7 \cdot 3}$
$A = \underline{25 \cdot 3}$	$A = \underline{32 - 21}$
$A = 75$	$A = 11$

Partie B

Mélanie et Aïssatou ont un second calcul à effectuer dont voici le détail ci-dessous. Aïssatou n’a pas réussi à terminer son calcul. Indique son erreur :

Mélanie	Aïssatou
$A = 18 - \underline{(2 + 3)}$	$A = 18 - \underline{(2 + 3)}$
$A = \underline{18 - 5}$	$A = \underline{5 - 18}$
$A = 13$	$A = ??$

ACTIVITÉ 4 Avec des barres

Notation :

L’écriture $\dfrac{10}{(2 + 3)}$ correspond à $10 \,/\, (2 + 3)$ ou encore à $10 : (2 + 3)$.

Autrement dit : $\dfrac{10}{(2 + 3)} = 10 : 5 = 2$. Le trait horizontal s’appelle la **barre de fraction**.

Partie A

Écris l’expression suivante $\dfrac{10}{(9 + 1)}$ sans la barre de fraction mais en utilisant des parenthèses puis calcule-la. . . . .

Activités d'approche

Partie B

Dany adore les traits de fraction. Il écrit $\dfrac{10}{\left(9+\dfrac{8}{7+1}\right)}$. Écris le calcul de Dany sans barres de fraction mais en utilisant des parenthèses puis calcule-le. ....

....

Partie C

Essaie de construire, sur le même principe, une expression fractionnaire égale à 1 avec trois barres puis avec quatre barres de fraction.

ACTIVITÉ 5 Les bons mots

Partie A

Donne les définitions des mots :

- somme : ....
- différence : ....
- produit : ....
- quotient : ....
- terme : ....
- facteur : ....

Partie B

Dans chaque expression, entoure le symbole de l'opération que l'on effectue en dernier :

- $A = 5 \cdot (7+9)$;
- $B = 5 \cdot 7 + 9$;
- $C = 9 - 5 + 7$;
- $D = 5 + 7 - 9$.

Partie C

Le professeur demande d'écrire une phrase pour traduire chaque expression. Mélissa a repéré que le début de la phrase correspond à l'opération que l'on effectue en dernier. Par exemple, pour l'expression A, la phrase commence par : « Le produit de ... . ». Complète la fin de la phrase pour l'expression A.

Partie D

Écris une phrase pour traduire chacune des expressions B, C et D.

Cours - Méthodes

À CONNAÎTRE

Dans une **expression**, on effectue d'abord les calculs entre les parenthèses les plus intérieures puis les multiplications et les divisions de gauche à droite et, enfin, les additions et les soustractions de gauche à droite.

MÉTHODE 1 Calculer une expression (1)

Exemple Calcule $A = 3 \cdot (4 + 5 \cdot 7) + 2 \cdot 5 - 6$.

$A = 3 \cdot (4 + \underline{5 \cdot 7}) + 2 \cdot 5 - 6$ → On effectue les calculs dans les parenthèses. On effectue les multiplications qui sont prioritaires.

$A = 3 \cdot \underline{(4 + 35)} + 2 \cdot 5 - 6$ → Dans les parenthèses, on effectue ensuite les additions.

$A = \underline{3 \cdot 39} + \underline{2 \cdot 5} - 6$ → On effectue les multiplications.

$A = \underline{117 + 10 - 6}$ → On effectue les additions et les soustractions de gauche à droite.

$A = 121$

Exercice d'application Dans les expressions suivantes, entoure le signe de l'opération prioritaire :

1) $7 + 25 \cdot 2 - 9$;
2) $17 - 2 \cdot 3 + 5$;
3) $28 - (5 + 6 \cdot 3)$;
4) $7 \cdot [4 + (1 + 2) \cdot 5]$.

Exercice d'application Calcule les expressions suivantes en soulignant les calculs en cours :

1) $18 - 3 + 5$ ....
....
2) $45 - 3 \cdot 7$ ....
....
3) $(4 + 3 \cdot 2) \div 2 - 3$ ....
....
4) $120 - (4 + 5 \cdot 7)$ ....
....

À CONNAÎTRE

Lorsqu'une division est indiquée par une barre de fraction, on calcule séparément ce qui est au-dessus de la barre (le numérateur) et ce qui est au-dessous (le dénominateur), puis on effectue la division.

Cours - Méthodes

MÉTHODE 2 Calculer une expression (2)

Exemple Calcul $B = \dfrac{13 + (1 + 3 \cdot 4 - 8)}{6 \cdot 2 - 5 + 1}$:

$$B = \frac{13 + (1 + 3 \cdot 4 - 8)}{6 \cdot 2 - 5 + 1} = \frac{13 + 5}{12 - 4} = \frac{18}{8} = 18 \div 8 = 2,25.$$

Exercice d'application Calcule les expressions suivantes :

1) $A = \dfrac{15 + 9}{5 - 2}$ ....

....

3) $C = \dfrac{12 - (9 - 5)}{(7 - 5) \cdot 4}$ ....

....

2) $B = \dfrac{6 \cdot 4 + 2}{5 \cdot 2}$ ....

....

4) $D = \dfrac{(6 - 4) \cdot (7 - 2)}{8 \cdot 5 \div 4}$ ....

....

....

Priorité des opérations

1 Dans les deux tableaux ci-dessous, associe chaque suite d’opérations à son résultat :

$3 + 2 \cdot 5$	·	·	3
$15 \cdot 4 : 3$	·	·	6,6
$19 - 4 \cdot 4$	·	·	13
$50 - 7 \cdot 4 + 9$	·	·	31
$17{,}7 - 11{,}7 + 0{,}3 \cdot 2$	·	·	20

2 Effectue les calculs suivants en soulignant à chaque étape le calcul en cours :

- A = $41 - 12 - 5$

  ....

  ....

- D = $24 \div 2 \div 3$

  ....

  ....

- B = $24{,}1 - 0{,}7 + 9{,}4$

  ....

  ....

- E = $58 - 14 + 21 \div 3 - 1$

  ....

  ....

  ....

  ....

- C = $35 \div 7 - 3$

  ....

  ....

- F = $6 \cdot 8 - 3 + 9 \cdot 5$

  ....

  ....

  ....

  ....

3 Calcule mentalement et écrit le résultat :

- A = $(9 + 5) \cdot 4$

  ....

- E = $(9 - 2) \cdot (4 + 1)$

  ....

- B = $3 \cdot (31 - 10)$

  ....

- F = $17 - (5 + 3) + 5$

  ....

- C = $9 + 5 \cdot 4$

  ....

- G = $(9 \cdot 9 + 5) : 2$

  ....

- D = $3 \cdot 31 - 10$

  ....

- H = $[6 - (0{,}25 \cdot 4 + 2)] \cdot 9$

  ....

4 Effectue les calculs suivants en soulignant le calcul en cours :

- $A = 14 - 5 + 3$

  ....

  ....

- $D = 24 + 1 \times 5$

  ....

  ....

- $B = 14 - 5 - 3$

  ....

  ....

- $E = 24 : 2 - 5$

  ....

  ....

- $C = 14 - 5 \times 2$

  ....

  ....

- $F = 24 + 3 \times 11$

  ....

  ....

5 Effectue les calculs suivants en soulignant le calcul en cours :

- $A = 3 \times 4 : 4$

  ....

  ....

- $D = 20 : 5 - 4$

  ....

  ....

- $B = 15 + 27 : 3$

  ....

  ....

- $E = 24 - 3 \times 7$

  ....

  ....

- $C = 45 : 5 \times 8$

  ....

  ....

- $F = 15 - 5 : 2$

  ....

  ....

6 Effectue les calculs suivants en soulignant le calcul en cours :

- $A = 8 \times 3 - 5 \times 4$

  ....

  ....

- $C = 36 - 25 : 5 + 6$

  ....

  ....

- $B = 60 - 14 + 5 \times 3$

  ....

  ....

- $D = 12 + 3 \times 3 \times 2$

  ....

  ....

S'entraîner

7 Effectue les calculs suivants en soulignant le calcul en cours :

- $A = 25 - (8 - 3) + 1$
- $D = (25 - 8) - 3 + 1$
- $B = 25 - (8 - 3 + 1)$
- $E = (25 - 8) - (3 \times 2)$
- $C = 25 - 8 - (3 + 1)$
- $F = (25 : 5 + 4) + 10 \times 2$

8 Effectue les calculs suivants en soulignant à chaque étape le calcul en cours :

- $A = 53 - (12 + 21)$
- $D = 31 - [8 - (0{,}8 + 2)]$
- $B = 2 + (4{,}7 - 0{,}3) \cdot 10$
- $E = 27 - (9 + 2 \cdot 0{,}5)$
- $C = 15 + 25 \cdot 4 - 13$
- $F = (39 + 10) \cdot (18 - 11)$

9 Effectue les calculs suivants en soulignant à chaque étape le calcul en cours :

- $A = 125 - [21 - (9 + 2)]$
- $B = [2 \cdot (4 \cdot 8 - 11)] \cdot 2$
- $C = (22 - 3 \cdot 6) + (7 - 4) : 3 + 1 + 9 \cdot 7$
- $D = 3 \cdot [14{,}5 - (0{,}4 \cdot 5 + 2{,}5)]$
- $E = (34 - 13) \cdot [9{,}4 - (8{,}2 + 1{,}2)]$
- $F = (15 + 8) \cdot 4 - [(5 \cdot 3 + 2 + 3) \cdot (4 - 2)]$

10 Recopie chaque expression en supprimant seulement les parenthèses qui sont inutiles :

$A = 21 - (8 \times 4)$

$B = 21 \times (8 - 4)$

$C = 21 - (8 - 4)$

$D = (21 \times 8) - 4$

$E = (21 + 8 - 1) : 4$

$F = 21 - (8 - 4 \times 2)$

11 Calcule astucieusement :

1) $8{,}4 + 0{,}76 + 2{,}6 + 0{,}24$

2) $4 \cdot 0{,}49 \cdot 25$

3) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$

4) $(20 \cdot 5 + 11) : (20 \cdot 5 + 11)$

5) $(14 \cdot 31 - 21 \cdot 17) \cdot (2 \cdot 12 - 24)$

12 Calcule chacune des expressions suivantes :

$A = \frac{81}{9} \times 5 - 1$ ....

....

$B = \frac{45}{2 \times 3 - 1}$ ....

....

....

$C = \frac{27}{3 \times 3} - 1$ ....

....

....

$D = \frac{17 - 5}{3} + 2$ ....

....

....

$E = 7 \times \frac{15 \times 4}{16 - 4} + 2$ ....

....

....

$F = \frac{37 - 5 \times 2}{3 \times 9}$ ....

....

....

Vocabulaire

13 Traduis chaque phrase par une expression :

1) Le quotient de dix-huit par la somme de deux et de huit ;
2) La différence entre seize et le produit de deux par quatre ;
3) Le quotient de la différence entre dix-sept et six par six ;
4) Le produit de la somme de huit et de trois par quatre ;
5) Le quotient de la somme de vingt-cinq et de sept par le produit de quatre par deux.

14 Traduis chaque expression par une phrase :

1) $6 \cdot (25 - 6)$;
2) $(5 + 8) \cdot 8$;
3) $24 - (7 + 9)$;
4) $15 : (1 + 7)$;
5) $3 \cdot 9 - 12 : 4$;
6) $12 + 3 \cdot (7 - 2)$.

15 Calcule :

1) Le produit de $3,75$ par $34,52$;
2) Le produit de $4,5$ par la somme de $6,73$ et de $67,8$;
3) Le produit de la somme de $34,879$ et de $32,8$ par la différence de $78,45$ et de $6,9$.

Problèmes

16 La directrice du centre aéré de Tirloulou achète chaque jour des paquets de biscuits pour le goûter. Chaque carton contient 8 paquets de 20 biscuits. Le tableau ci-dessous indique le nombre de cartons achetés pendant 5 jours :

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
5	3	5	7	6

1) Exprime le nombre de paquets de biscuits achetés durant ces 5 jours à l’aide :
   - d’une somme,
   - d’un produit ;
2) Effectue ces deux calculs ;
3) Combien de biscuits ont été achetés durant ces 5 jours.

17 **Alouette**

Voici trois mesures d’un air de musique.

Le professeur de musique dit que ♪ (croche) vaut 0,5 unité de temps, que ♩ (noire) vaut 1 unité de temps et que ♩. (noire pointée) vaut 1,5 unité de temps.

1) Compte le nombre de notes de chacune des trois sortes et inscris tes résultats dans un tableau ;
2) Écris un enchaînement d’opérations pour calculer le nombre d’unités de temps utilisées pour écrire cet air puis calcule ce nombre.

18 **Le bon choix**

Pour chaque problème, choisis l’expression correcte (et donc simplifiée) donnant la solution.

1) Paul avait 35 CHF. Il a dépensé 5 CHF puis gagné six francs. Quelle somme a-t-il dorénavant ?
   - $A = 35 - 5 + 6$;
   - $B = (35 - 5) + 6$;
   - $C = 35 - (5 + 6)$.

S'entraîner

2) Lucie a acheté trois crayons à 1,50 CHF et 8 feutres à 2,40 CHF en payant avec un billet de cinquante francs. Quelle somme lui a-t-on rendue ?
   - $A = 50 - 3 \cdot 1,5 - 8 \cdot 2,4$;
   - $B = 50 - 3 \cdot 1,5 + 8 \cdot 2,4$;
   - $C = (50 - 3 \cdot 1,5) - 8 \cdot 2,4$.
3) Après avoir utilisé 6,2 m d'une bobine de fil de 15 m, on réalise 5 morceaux de même longueur finissant ainsi la bobine. Quelle est la longueur commune de ces morceaux ?
   - $A = 15 - (6,2 : 5)$;
   - $B = (15 - 6,2) : 5$;
   - $C = 15 - 6,2 : 5$.
4) Dans une salle il y a 20 couples et 14 célibataires. Combien y a t-il de personnes dans cette salle ?
   - $A = (20 + 14) \cdot 2$;
   - $B = 14 + 2 \cdot 20$;
   - $C = 14 + (2 \cdot 20)$.

Approfondir

19 Recherche sur internet

1) Essaie de trouver sur Internet à quelle date est apparue la première calculatrice ressemblant à celles qu'on utilise de nos jours.
2) Avant l'apparition des « machines à calculer », comment effectuait-on les calculs ? Essaie de trouver plusieurs « ancêtres » de nos calculatrices modernes.

20 Avec des mots

$$(4 + 3) \cdot (11 - 5)$$

se lit de la façon suivante : « Le produit de la somme de 4 et 3 par la différence de 11 et 5. ».

Construis cinq phrases différentes en utilisant les mots et les nombres de la phrase ci-dessus et traduis chacune d'elle par un calcul.

21 Question de bon sens

Complète entre les chiffres par les signes $+$, $-$, $\cdot$, $:$, (et) pour que les égalités soient vraies.

1) 3 3 3 3 = 0	4) 3 3 3 3 = 3	7) 3 3 3 3 = 6
2) 3 3 3 3 = 1	5) 3 3 3 3 = 4	8) 3 3 3 3 = 7
3) 3 3 3 3 = 2	6) 3 3 3 3 = 5	

22 Histoires de parenthèses

Place des parenthèses qui permettent de trouver le résultat indiqué :

1) $9 - 3 \cdot 2 = 12$
2) $16 + 8 : 4 - 3 = 24$
3) $35 + 5 : 5 - 3 + 2 \cdot 4 = 13$
4) $35 + 5 : 5 - 3 + 2 \cdot 4 = 4$
5) $9 - 3 \cdot 2 = 3$
6) $16 + 8 : 4 - 3 = 3$
7) $35 + 5 : 5 - 3 + 2 \cdot 4 = 41$
8) $35 + 5 : 5 - 3 + 2 \cdot 4 = 28$
9) $35 + 5 : 5 - 3 + 2 \cdot 4 = 16$

23 Le compte est bon

Exemple : on doit obtenir 271 en utilisant les nombres 2, 5, 7, 8, 9 et 10.

On peut additionner, soustraire, multiplier ou diviser, mais il n'est pas permis d'utiliser le même nombre plusieurs fois. Par contre, il est permis de ne pas utiliser tous les nombres donnés. Une fois que tu as trouvé, effectue en détail.

Solution : $271 = (8 \cdot 2 + 5 + 7) \cdot 10 - 9$

1) À l'aide des nombres 1, 2, 4, 5, 6 et 100, trouve 709 ;
2) À l'aide des nombres 5, 6, 7, 8, 9 et 10, trouve 339 ;
3) À l'aide des nombres 1, 3, 4, 5, 8 et 75, trouve 704 ;
4) À l'aide des nombres 1, 2, 4, 9, 10 et 50, trouve 327 ;
5) À l'aide des nombres 3, 4, 7, 8, 10 et 75, trouve 924 ;
6) À l'aide des nombres 2, 2, 5, 5, 7 et 100, trouve 917.

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- Effectuer des calculs avec les 4 opérations sans parenthèse ;
- effectuer des calculs avec les 4 opérations avec des parenthèses ;
- convertir une phrase en expression mathématiques ;
- trouver l'expression simplifiée donnant la solution d'un problème simple.

QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

24 Le produit est ...

ⓐ le résultat d'une addition ⓑ le résultat d'une soustraction ⓒ le résultat d'une multiplication ⓓ le résultat d'une division

25 Quelle est l'opération prioritaire dans le calcul de $(10 + 4) : 2 - 3 \cdot 2$?

ⓐ l'addition ⓑ la multiplication ⓒ la division ⓓ la soustraction

26 $20 - 4 + 3 \cdot 2 = \ldots$

ⓐ 38 ⓑ 6 ⓒ 22 ⓓ 10

27 La somme de 5 et du quotient de 10 par 2 $= \ldots$

ⓐ 10 ⓑ 7,5 ⓒ 17 ⓓ 2,4

28 $\dfrac{12 - 2 \cdot 3}{3 \cdot 3 + 1} = \ldots$

ⓐ 3 ⓑ 0,6 ⓒ 0,5 ⓓ 2,5

29 Les termes sont ...

ⓐ des nombres que l'on additionne ⓑ des nombres que l'on soustrait ⓒ des nombres que l'on multiplie ⓓ des nombres que l'on divise

30 Les facteurs sont ...

ⓐ des nombres que l'on additionne ⓑ des nombres que l'on soustrait ⓒ des nombres que l'on multiplie ⓓ des nombres que l'on divise

31 Le calcul qui fait d'abord l'addition, puis la division et enfin la soustraction est ...

ⓐ $46 - (5 + 6 : 2)$ ⓑ $(46 - 5 + 6) : 2$ ⓒ $46 - (5 + 6) : 2$ ⓓ $46 - 5 + 6 : 2$

32 Si dans un calcul il n'y a pas de parenthèses prioritaires alors on effectue les additions et les soustractions avant les multiplications et les divisions.

ⓐ VRAI ⓑ FAUX

33 Si dans un calcul il n'y a que des additions et des soustractions, alors les additions sont prioritaires.

(a) VRAI (b) FAUX

34 Si dans un calcul on ne peut pas définir de priorité alors on effectue les calculs de gauche à droite.

(a) VRAI (b) FAUX

Travaux pratiques

TP 1 Codes secrets

A Dans un sens

1) Recopiez le tableau dans votre cahier :

Calcul nº	Expression	Résultat	Somme des chiffres	Lettre associée
1)	$(7 - 5) \cdot (16 - 9)$			
2)	$(3 \cdot 2 \cdot 30 + 14) : 2$			
3)	$(4 \cdot 2 \cdot 9) : (17 - 3 \cdot 5)$			
4)	$(11 \cdot (98 + 2) + 11) \cdot 5$			
5)	$(97 + 4) \cdot 9 \cdot (6 - 1)$			
6)	$(23 \cdot 5 - 1) \cdot (6 + 4) : 4$			
7)	$(40 \cdot 4 \cdot 2 + 4) : (6 + 3)$			
8)	$(101 \cdot 3 - 2) \cdot 9 \cdot 3$			

2) Calculez chacune des huit expressions qui sont écrites dans ce tableau (en notant le détail des calculs) puis reportez les résultats dans votre tableau ;
3) Pour chaque résultat, calculez la somme de ses chiffres et reportez-là dans votre tableau ;
4) Chaque somme obtenue est associée à une lettre de l'alphabet (A pour 1, B pour 2, C pour 3, ...). Écrivez les huit lettres obtenues dans le tableau ;
5) Reconstituez alors un mot qui vous est familier, en remettant les lettres dans le bon ordre.

B Dans l'autre sens

1) Vous allez désormais faire le travail dans le sens contraire. Pour cela, reproduisez le tableau de la **1re partie** et placez-y les lettres du mot "MATHS" dans la dernière colonne ;
2) Pour chaque lettre, trouvez la valeur qui lui est associée et inscrivez-la dans la colonne « somme des chiffres » de votre tableau ;
3) Pour chaque lettre, inventez un calcul dont la somme des chiffres du résultat est la valeur de la lettre (au total, il faudra avoir utilisé au moins deux fois des parenthèses et tous les signes opératoires).

C Et pour finir . . .

1) Choisissez un mot du vocabulaire mathématique contenant huit lettres puis inventez huit expressions qui permettent de retrouver les huit lettres de ce mot ;
2) Recopiez ce tableau sur une feuille (et ce tableau uniquement) afin qu'un autre groupe puisse décoder le mot caché en effectuant les calculs.

TP 2 Notation Polonaise Inverse

La Notation Polonaise Inverse (NPI), également connue sous le nom de notation post-fixée, permet de noter les formules arithmétiques sans utiliser de parenthèses.
Cette notation est utilisée par certaines calculatrices, ordinateurs ou logiciels. Pour la suite, « Entrée » signifiera qu’on appuie sur la touche entrée d’une calculatrice utilisant cette notation.

A Découverte

Nathalie a une calculatrice qui utilise la Notation Polonaise Inverse. Pour effectuer le calcul $5 \cdot (7 + 3)$, elle tape :

$\boxed{7}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{3}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{+}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{\times}$

Voici ce qui s’inscrit sur l’écran de sa calculatrice :

	7		10	
7	3	10	5	50

1) Essayez de trouver ce qu’il faut taper en NPI pour calculer :
- $A = 8 \cdot (7 - 5)$;
- $B = (3{,}7 + 8) \cdot 9$;
- $C = 5 + 3 \cdot 7$.

2) Recherchez à quels calculs correspondent les saisies suivantes puis effectuez-les :
- $\boxed{4}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{1}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{-}$ $\boxed{12}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{\times}$
- $\boxed{25}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{8}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{1{,}5}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{-}$

B Un peu plus loin

1) Recherchez à quels calculs correspondent les saisies suivantes puis effectuez-les :
- $\boxed{7}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{-}$ $\boxed{3}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{\times}$
- $\boxed{8}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{3}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{+}$ $\boxed{9}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\text{Entrée}}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\times}$

2) Essayez de trouver ce qu’il faut taper en NPI pour calculer :
- $D = (18 + 3) \cdot (17 - 5)$;
- $E = (((5 - 2) \cdot 3) - 4) \cdot 8$;
- $F = (25 - 4) \cdot 5 + 8 : 4$.

Inventez cinq calculs différents contenant chacun au moins un couple de parenthèses. Sur votre cahier, effectuez ces calculs puis écrivez sur une feuille la saisie en NPI qui correspond à chacun d’eux afin qu’un autre groupe puisse les effectuer.

Récréation, énigmes

Algorithme de Kaprekar (source wikipedia)

Nous allons étudier un algorithme découvert en 1949 par le mathématicien indien D.R. Kaprekar (1905 – 1988) pour les nombres de 4 chiffres, mais qui peut être généralisé à tous les nombres.

1) Description de l'algorithme (pour un nombre de 3 chiffres) :
   a) Choisir un nombre de 3 chiffres ;
   b) Construire le nombre supérieur ou égal en ordonnant par ordre décroissant les chiffres du nombre choisi ;
   c) Construire le nombre inférieur ou égal en ordonnant par ordre croissant les chiffres du nombre choisi ;
   d) Calculer la différence entre le nombre supérieur et le nombre inférieur ;
   e) Répéter les étapes 1b, 1c et 1d avec ce nouveau nombre.

   En prenant le nombre 634, le nombre supérieur est 643, l'inférieur est 346, la différence est $643 - 346 = 297$ et on obtient la séquence 634, 297, 693, 594, 495, 495, …

2) Teste l'algorithme avec 5 nombres de 3 chiffres. Qu'observes-tu ?

   Teste l'algorithme avec 5 nombres de 4 chiffres. Que peux-tu observer ?

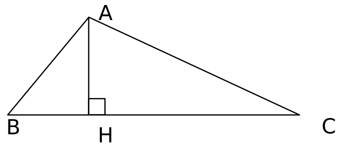
GÉOMÉTRIE

4

Triangles

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Du côté des triangles ...



1) Donne d'autres écritures de l'angle $\widehat{ABC}$ ....

2) Quel angle du triangle AHC possède la plus petite mesure ? ....

3) Dans le triangle ABC, quel est le côté opposé au sommet B ? ....

4) Dans le triangle AHC, quel est le sommet opposé au côté $[HC]$? ....

5) Quel est l'angle droit du triangle HAB ? ....

6) Quels sont les noms des trois angles du triangle ACH ? ....

7) Dans cette figure, quels sont les angles aigus, droits et obtus ? ....
....
....

ACTIVITÉ 2 Du côté des triangles particuliers ...

Romuald doit construire un triangle IJK rectangle en I, Isabelle un triangle EFG isocèle en F et Eddy un triangle équilatéral QRS.

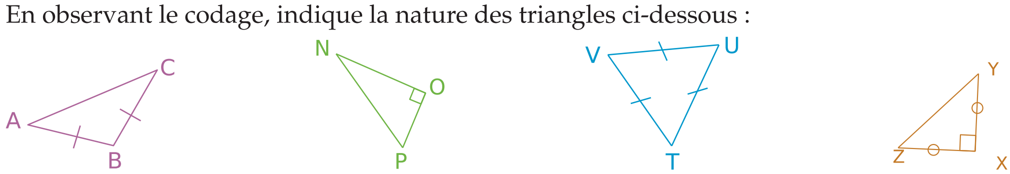
1) Trace trois figures à main levée pour représenter ces triangles et code-les.

2) Dans le triangle IJK, quel nom donne-t-on au côté $[JK]$? ....

3) Dans le triangle EFG, quelle est la base ? Quel est le sommet principal ? Que peut-on dire des côtés $[EF]$ et $[GF]$? Que peut-on dire des angles $\widehat{FEG}$ et $\widehat{FGE}$? ....
....

4) Que peut-on dire des côtés du triangle QRS ? Et de ses angles ? ....

5) En observant le codage, indique la nature des triangles ci-dessous :

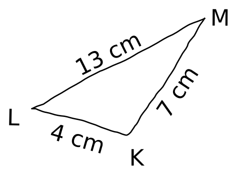


ACTIVITÉ 3 Somme des angles d'un triangle

1) Trace deux triangles quelconques de formes différentes et mesure leurs angles à l'aide d'un rapporteur.
2) Trace un triangle particulier (isocèle, rectangle ou équilatéral) puis mesure ses angles à l'aide d'un rapporteur.
3) Pour chacun des trois triangles tracés, additionne les mesures de ses trois angles. Que remarques-tu ?
4) Essaie de tracer un triangle dont la somme des angles vaut $220°$. Que remarques-tu ?

ACTIVITÉ 4 Hasardons-nous à construire un triangle

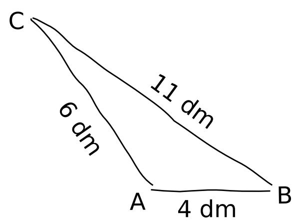
1) Choisis trois nombres compris entre 2 et 15. Note-les sur ton cahier. Effectue un croquis d'un triangle dont les trois nombres choisis sont les mesures de ses côtés (en cm).
2) Essaie de le construire en vraie grandeur.
3) Penses-tu qu'il soit possible de construire le triangle représenté par le croquis ci-dessous ? Justifie.



ACTIVITÉ 5 Constructible ou non ?

Un professeur demande à ses élèves de construire le triangle ABC donné par le croquis ci-contre. Voici les réponses de quatre élèves :

- Kim dit que le triangle ABC est constructible puisque la figure est tracée ;
- Jordan dit que, comme $4 < 6 + 11$, le triangle ABC est constructible ;
- Mickaël dit qu'il est d'accord avec Jordan car en plus $6 < 11 + 4$;
- Imad dit que l'inégalité $11 < 6 + 4$ est fausse et que le triangle ABC n'est donc pas constructible.



1) Que penses-tu de chacune des réponses ? Qui a raison ?

Activités d'approche

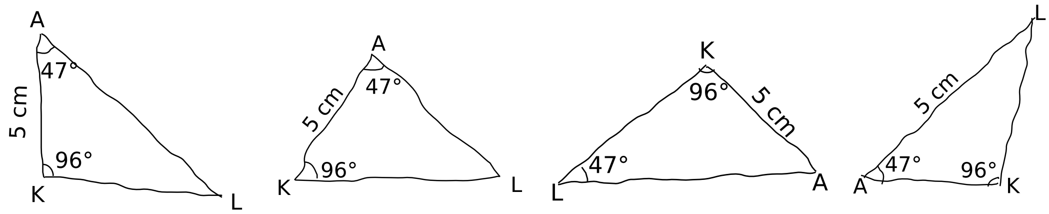
2) Au total, combien d'inégalités ont été proposées par ces élèves ? Pour savoir si le triangle ABC est constructible, faut-il vérifier toutes ces inégalités ?

3) Effectue un croquis d'un triangle <u>non</u> constructible ayant des côtés mesurant 7,5 m, 12 m et une troisième valeur de ton choix, plus grande que les deux autres.

4) Effectue un croquis d'un triangle <u>non</u> constructible ayant des côtés mesurant 6,5 km, 10 km et une troisième valeur de ton choix, plus petite que les deux autres.

ACTIVITÉ 6 Une figure à main levée . . . à l'œil ouvert

Voici quatre croquis d'un triangle AKL tel que $AK = 5$ cm, $\widehat{LAK} = 47°$ et $\widehat{LKA} = 96°$:



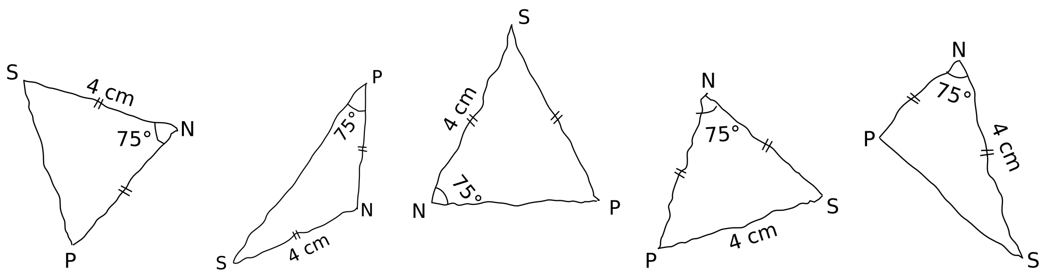
croquis 1 croquis 2 croquis 3 croquis 4

1) Quels sont les croquis corrects ? . . . .

2) Construis le triangle AKL.

ACTIVITÉ 7 Une figure à main levée . . . à l'œil ouvert (bis)

Voici cinq croquis d'un triangle NPS isocèle en N tel que $NS = 4$ cm et $\widehat{SNP} = 75°$:



croquis 1 croquis 2 croquis 3 croquis 4 croquis 5

1) Quels sont les croquis corrects ? . . . .

2) En commençant par le segment $[NS]$, construis le triangle NPS.

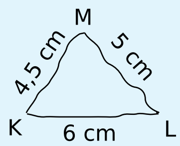
DÉFINITION

Un **triangle isocèle** est un triangle qui a deux côtés égaux ;
un **triangle équilatéral** est un triangle qui a trois côtés égaux ;
un **triangle rectangle** est un triangle qui a deux côtés perpendiculaires.

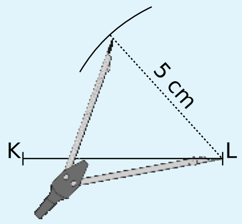
MÉTHODE 1 Construire un triangle

Exemple Construis un triangle KLM tel que $KL = 6$ cm ; $LM = 5$ cm et $KM = 4,5$ cm :

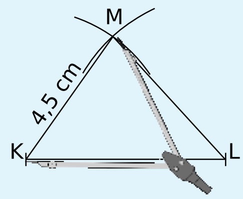
On trace une figure à **main levée** :



On trace un segment $[KL]$ de longueur 6 cm.



Le point M est à 5 cm du point L : il appartient au cercle de centre L et de rayon 5 cm.



Le point M est à 4,5 cm du point K : il appartient au cercle de centre K et de rayon 4,5 cm.

Exercice d'application Construis un triangle VOL tel que : $VO = 4$ cm ; $OL = 6,3$ cm et $LV = 3,8$ cm.

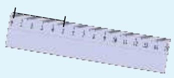
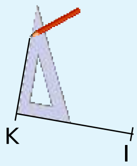
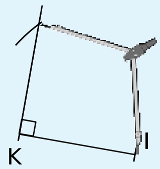
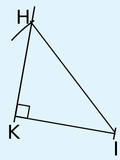
Exercice d'application Construis un triangle **équilatéral** EAU de 45 mm de côté.

Exercice d'application Construis le triangle UNO **isocèle** en U avec : $UN = 8$ cm et $NO = 3,6$ cm.

Cours - Méthodes

MÉTHODE 2 Construire un triangle rectangle

Exemple Construis un triangle KHI rectangle en K tel que $KI = 5$ cm et $HI = 7$ cm :

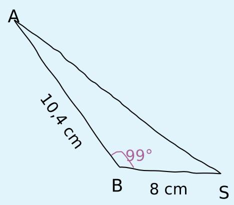
On trace un segment $[KI]$ de longueur 5 cm (dessins suivants agrandis).	On trace la droite perpendiculaire en K à (KI) et on code l'angle droit.	On trace un arc de cercle de centre I et de rayon 7 cm coupant la perpendiculaire en H.	On trace le segment $[HI]$.
			

Exercice d'application Construis un triangle MDR rectangle en D tel que : $MD = 4{,}2$ cm et $DR = 7{,}1$ cm.

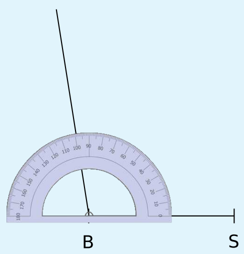
Exercice d'application Construis un triangle ILE rectangle en E tel que : $EL = 6{,}4$ cm et $LI = 9{,}3$ cm.

MÉTHODE 3 Construire un triangle connaissant un angle et les longueurs de ses côtés adjacents

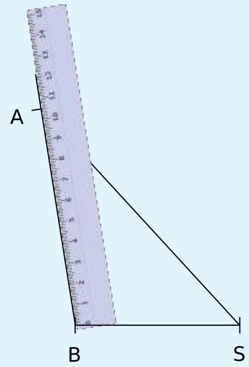
Exemple Construis un triangle BAS tel que :
$AB = 10,4$ cm ; $BS = 8$ cm et $\widehat{ABS} = 99°$:



On effectue une figure à main levée en respectant la nature des angles (aigu ou obtus).



On construit un segment $[SB]$ de 8 cm de longueur. On trace un angle mesurant 99° de sommet B et de côté $[BS)$.



On place le point A sur le côté de l'angle à 10,4 cm du point B.

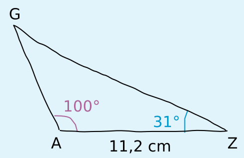
Exercice d'application Construis un triangle LET tel que :
$\widehat{ETL} = 55°$; $ET = 5$ cm et $TL = 4,3$ cm.

Exercice d'application Construis un triangle SEL tel que :
$SL = 6,4$ cm ; $\widehat{SLE} = 124°$ et $LE = 7,9$ cm.

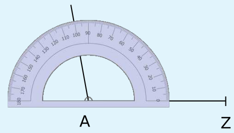
Cours - Méthodes

MÉTHODE 4 Construire un triangle connaissant deux angles et la longueur de leur côté commun

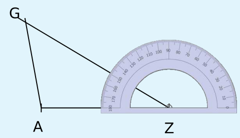
Exemple Construis le triangle GAZ tel que : $AZ = 11{,}2$ cm ; $\widehat{GAZ} = 100°$ et $\widehat{AZG} = 31°$.



On effectue une figure à main levée en respectant la nature des angles (aigu ou obtus).



On trace un segment $[AZ]$ de longueur 11,2 cm. On construit un angle de sommet A, de côté $[AZ)$ et mesurant $100°$.



On construit un angle de sommet Z, de côté $[ZA)$ et mesurant $31°$. Les côtés des deux angles se coupent au point G.

Exercice d'application Construis le triangle SUD tel que : $UD = 6$ cm ; $\widehat{SUD} = 65°$; $\widehat{SDU} = 36°$.

Exercice d'application Construis le triangle EST tel que : $ET = 4{,}6$ cm ; $\widehat{SET} = 93°$ et $\widehat{ETS} = 34°$.

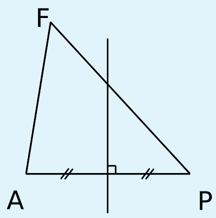
À CONNAÎTRE

Les médiatrices des trois côtés d'un triangle sont **concourantes**.
Leur point d'intersection est le centre du **cercle circonscrit** au triangle. Ce cercle passe par les trois sommets du triangle.

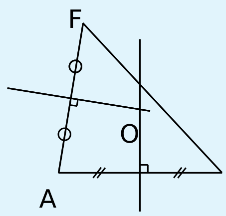
MÉTHODE 5 Construire le cercle circonscrit à un triangle

REMARQUE : Il suffit de tracer les médiatrices de deux côtés pour déterminer le centre du cercle circonscrit.

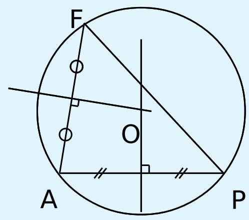
Exemple Trace le cercle circonscrit au triangle PAF :



On construit la médiatrice du segment $[AP]$.



On construit la médiatrice du segment $[FA]$. Soit O le point d'intersection des deux médiatrices.



Le cercle circonscrit est le cercle de centre O et de rayon OA (ou OF ou OP).

Exercice d'application Construis le triangle FEU tel que :
$FE = 6$ cm ; $EU = 3,7$ cm et $UF = 3,5$ cm. Trace le cercle circonscrit au triangle FEU.

Exercice d'application Construis le triangle EAU et son cercle circonscrit sachant que : $EA = 6,1$ cm ; $AU = 3$ cm et $UE = 4,9$ cm.

Cours - Méthodes

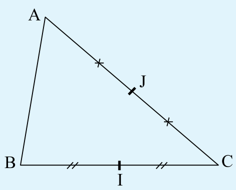
DÉFINITION

Dans un triangle, une **médiane** est une droite qui passe par un sommet du triangle et par le milieu du côté opposé à ce sommet.
Les trois médianes d'un triangle sont concourantes en un point, noté G, et appelé **centre de gravité** du triangle.

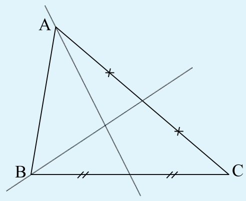
MÉTHODE 6 Construire le centre de gravité d'un triangle

REMARQUE : Puisque les trois médianes sont concourantes, il suffit d'en tracer deux pour déterminer le centre de gravité.

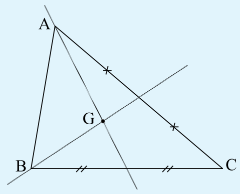
Exemple Trace la centre de gravité du triangle ABC :



On trace le milieu de deux des côtés (ici I et J).



On trace les médianes passant par ces deux milieux



Le centre de gravité G est le point d'intertection des médianes.

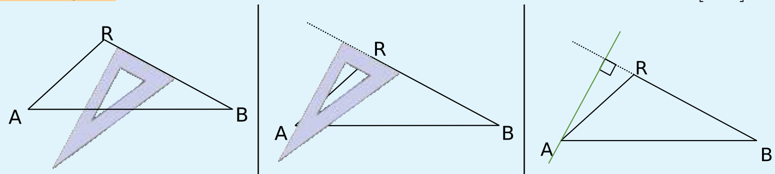
Exercice d'application Construis le triangle CLE tel que $CL = 4{,}5$ cm ; $CE = 5{,}2$ cm et $\widehat{CLE} = 78°$ puis trace son centre de gravité.

DÉFINITION

Dans un triangle, une **hauteur** est une droite qui passe par un sommet du triangle et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.
Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point, noté H, et appelé **orthocentre** du triangle.

MÉTHODE 7 Construire les hauteurs d'un triangle

Exemple Trace la hauteur relative au côté $[BR]$:



On positionne l'équerre perpendiculairement au côté $[BR]$.	On fait glisser l'équerre jusqu'au point A. Il faut parfois prolonger le côté $[BR]$.	La hauteur relative au côté $[BR]$ est la droite perpendiculaire au côté $[BR]$ et passant par A.

Remarque : On dit aussi « hauteur issue du sommet A » pour nommer la hauteur relative au côté $[BR]$.

Exercice d'application Construis le triangle CAR tel que $CA = 4{,}6$ cm ; $AR = 4{,}3$ cm et $\widehat{CAR} = 102°$ puis trace la hauteur issue de R et celle issue de C.

Exercice d'application Construis un triangle TAX tel que $TA = 6{,}3$ cm ; $\widehat{TAX} = 57°$ et $\widehat{ATX} = 63°$ puis trace ses hauteurs.

Exercice d'application Construis un triangle BUS tel que : $BU = 6{,}4$ cm ; $US = 4{,}8$ cm et $BS = 8$ cm. Trace les trois hauteurs de ce triangle.

Cours - Méthodes

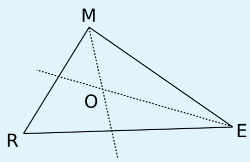
À CONNAÎTRE

Les trois bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes.
Leur point d'intersection est le **centre du cercle inscrit** dans le triangle. Ce cercle est tangent aux trois côtés du triangle.

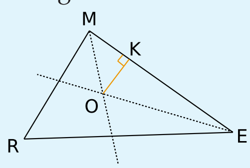
MÉTHODE 8 Centre du cercle inscrit dans un triangle

Remarque : Il suffit de tracer les bissectrices de deux angles pour déterminer le centre du cercle inscrit.

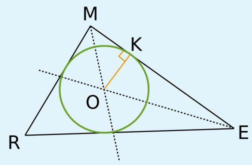
Exemple Construis un triangle MER et son cercle inscrit de centre O :



On trace les bissectrices de deux des trois angles du triangle MER. Elles se coupent en O, le centre du cercle inscrit.



On trace la perpendiculaire à (ME) passant par le point O. Elle coupe $[ME]$ en K. On obtient ainsi un rayon $[OK]$ du cercle inscrit dans le triangle MER.

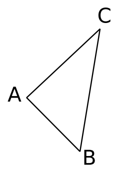


On trace le cercle de centre O passant par K.

Exercice d'application Construis un triangle RAS tel que $RA = 7$ cm ; $AS = 8$ cm et $RS = 9$ cm puis son cercle inscrit.

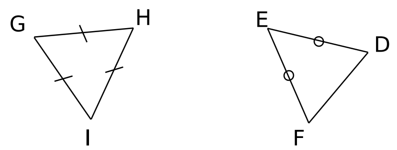
Autour du triangle

1 Complète les phrases en utilisant les mots « côté », « sommet », « triangle » et « opposé » :



1) ABC est un ....
2) $[AB]$ est un ....
3) B est un ....
4) $[BC]$ est .... au sommet A ;
5) B est le ....au ....$[AC]$;

2 **Triangles particuliers**

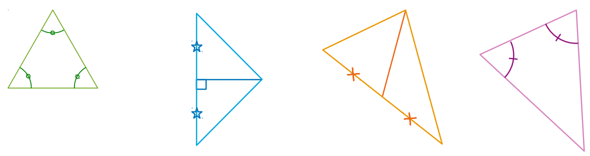


Quelle est la nature du triangle GHI ? Du triangle DEF ? Justifie tes réponses.

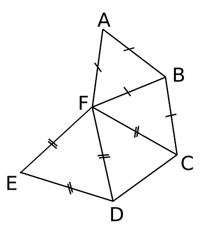
3 **Reconnaître**

Donne, en justifiant, la nature de chacun des triangles s'il est particulier :

1) 2) 3) 4)



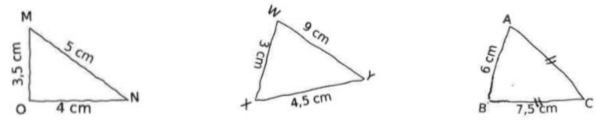
4 **Avec le codage**



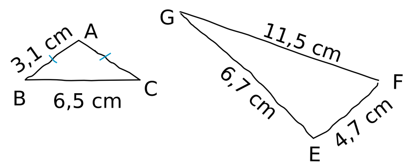
1) Quels sont les triangles équilatéraux ?
2) Quels sont les triangles isocèles que l'on peut tracer en joignant des points de la figure ?

Constructions

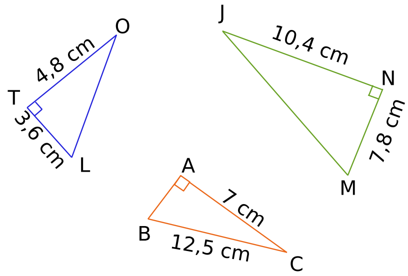
5 Indique si chacun des triangles donnés ci-dessous est constructible ou non :



6 Explique pourquoi il est impossible de construire de tels triangles :



7 Construis les figures suivantes :



8 Dans chaque cas, effectue un croquis puis construis la figure.

1) Trace un triangle FIN rectangle en F tel que $FI = 5$ cm et $NF = 6$ cm ;
2) Trace un triangle TRS rectangle en S tel que $TS = 72$ mm et $SR = 85$ mm ;
3) Trace un triangle GLU rectangle en L tel que $LG = 8$ cm et $GU = 10$ cm.

9 **Construis . . .**

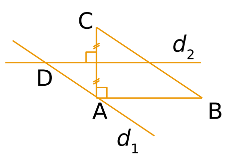
1) Construis un triangle MNO équilatéral de côté 5 cm ;
2) Construis un triangle isocèle STU isocèle en S tel que $ST = 58$ mm et $TU = 32$ mm ;
3) Construis un triangle ABC tel que $AB = 6$ cm ; $BC = 5,2$ cm et $CA = 42$ mm.

S'entraîner

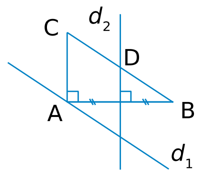
10 Quelle figure correspond au programme de construction suivant ? Justifie ta réponse.

- Construis un triangle ABC rectangle en A ;
- Construis d_1 la parallèle à (BC) passant par A ;
- Construis d_2 la médiatrice du segment $[AB]$;
- Place D le point d'intersection des droites d_1 et d_2.

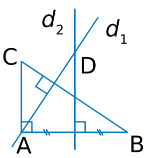
1)



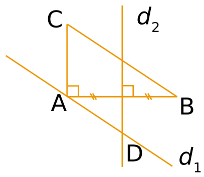
3)



2)

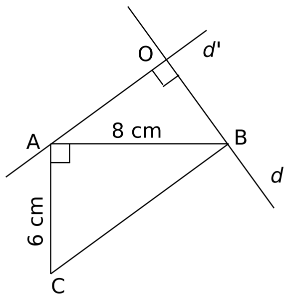


4)



11 **Demandez le programme**

Remets les consignes du programme de construction dans l'ordre :



- Trace la droite d' parallèle à (BC) passant par A ;
- Nomme O le point d'intersection de d et d' ;
- Trace un triangle ABC rectangle en A, tel que $AB = 8$ cm et $AC = 6$ cm ;
- Trace la droite d perpendiculaire à d' et passant par B.

12 **Triangle et losange**

1) Construis un triangle isocèle ABC isocèle en C tel que $AB = 3,5$ cm et $AC = 4,2$ cm ;

2) Complète la figure avec la construction du point D de sorte que $ACBD$ soit un losange ;

3) Construis un triangle équilatéral ABE. Qu'observes-tu ?

13 Trace un triangle ABC isocèle en A tel que $AB = 5$ cm et $BC = 3$ cm et un triangle BCD isocèle en D tel que $BD = 3,5$ cm.

14 **Le même triangle ?**

1) Trace un triangle TRI tel que $\widehat{TRI} = 45°$ et $\widehat{TIR} = 110°$;

2) Tes camarades obtiendront-ils forcément un triangle identique au tien ?

15 Dans chaque cas, effectue un croquis :

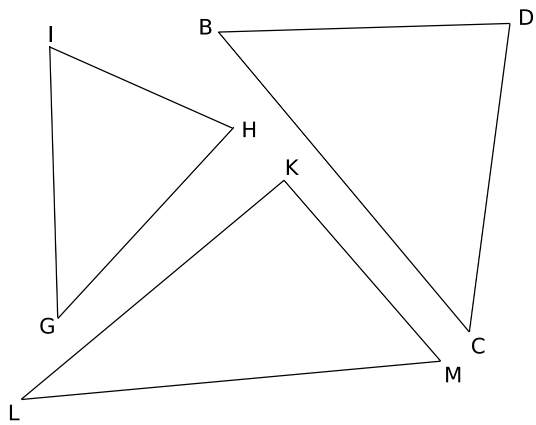
1) SUR est un triangle tel que $SU = 4,5$ cm, $\widehat{USR} = 60°$ et $\widehat{RUS} = 40°$;

2) QTD est un triangle tel que $QT = 10$ cm, $TD = 7$ cm et $\widehat{QTD} = 70°$;

3) MFV est un triangle tel que $MF = 9$ cm, $FV = 12$ cm et $MV = 6$ cm.

16 **Reporter pour reproduire**

Reproduis les triangles suivants en utilisant uniquement une règle non graduée et un compas :



17 Après avoir effectué un croquis, construis les triangles suivants :

1) GHI est un triangle tel que $GH = 8$ cm, $HI = 5$ cm et $GI = 6$ cm ;

2) MNO est un triangle tel que $MN = 4,5$ cm, $MO = 7$ cm et $\widehat{NMO} = 48°$;

3) DEF est un triangle tel que $DE = 8$ cm, $\widehat{FDE} = 45°$ et $\widehat{FED} = 28°$.

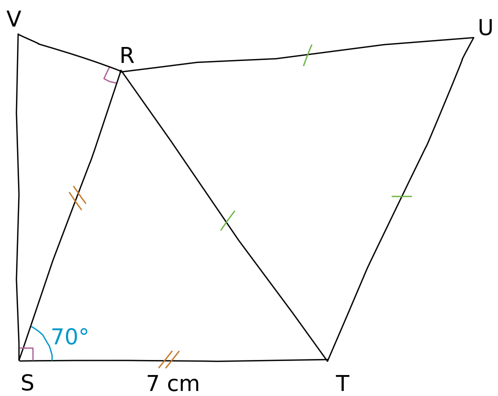
18 Dans chaque cas, effectue un croquis :

1) POL est un triangle isocèle en P tel que $PO = 14$ cm et $LO = 5$ cm ;
2) MER est un triangle équilatéral tel que $ME = 5$ cm ;
3) FAC est un triangle rectangle en C tel que $\widehat{AFC} = 50°$ et $CA = 6,5$ cm.

19 Dans chaque cas, fais un croquis et construis :

1) VUZ est un triangle isocèle en U tel que $VU = 6,5$ cm et $VZ = 4,5$ cm ;
2) KGB est un triangle équilatéral tel que $KG = 6$ cm ;
3) CIA est un triangle rectangle en C tel que $\widehat{CIA} = 37°$ et $CI = 5,5$ cm ;
4) RTL est un triangle isocèle en T tel que $RT = 8$ cm et $\widehat{TRL} = 48°$.

20 Sur ton cahier, reproduis en vraie grandeur la figure ci-dessous :



Écris ensuite le programme de construction.

21 Dans chaque cas, fais un croquis et construis :

1) EFG est un triangle tel que $EF = 7,5$ cm, $\widehat{EFG} = 49°$ et $\widehat{EGF} = 72°$;
2) PLM est un triangle équilatéral de périmètre 15 cm ;
3) Le triangle RST est isocèle en S de périmètre 13 cm et tel que $ST = 4$ cm ;
4) Le triangle AYB est isocèle et rectangle en Y tel que $BA = 7$ cm ;
5) Le triangle OCI est isocèle en I tel que $CO = 4,5$ cm et $\widehat{CIO} = 30°$.

Droites remarquables

22 **Hauteurs d'un triangle**

Construis un triangle BON tel que

$BO = 68$ mm, $BN = 62$ mm et $NO = 45$ mm.

Trace :

- En noir, la perpendiculaire à (BN) passant par O ;
- En rouge, la perpendiculaire à (NO) passant par B ;
- En vert, la perpendiculaire à (BO) passant par N. Que remarques-tu ?

23 **Hauteur (« relative à » ou « issue de »)**

1) Construis un triangle AVE quelconque puis trace :
   - En bleu, la hauteur issue du sommet E ;
   - En noir, la hauteur issue du sommet A ;
   - En rouge, la hauteur relative à $[AE]$.
2) Observe ces trois hauteurs. Quelle remarque peux-tu faire ?

24 **À l'intérieur ou pas ?**

1) Construis un triangle DER ayant tous ses angles aigus. Trace les hauteurs de ce triangle ;
2) Construis un triangle NRV tel que $\widehat{NRV}$ soit un angle obtus. Trace les hauteurs de ce triangle ;
3) Construis un triangle GHT rectangle en T. Trace les hauteurs de ce triangle ;
4) Observe les trois figures. Quelles remarques peux-tu faire ?

25 **Médiatrices dans un triangle**

1) Construis un triangle ABC tel que $AB = 5,7$ cm, $AC = 5,3$ cm et $BC = 7$ cm.
2) Construis les médiatrices des segments $[AB]$ et $[CB]$. Note O leur point d'intersection.
3) Construis la médiatrice du segment $[AC]$. Que constates-tu ?
4) Trace le cercle de centre O passant par A. Comment s'appelle ce cercle ?

S'entraîner

26 Bissectrice dans un triangle

1) Trace un triangle UST tel que
$UT = 3$ cm ; $US = 5$ cm et $ST = 7$ cm ;

2) Construis les bissectrices des angles $\widehat{UST}$, $\widehat{UTS}$ et $\widehat{TUS}$.

Que constates-tu ?

27 Croquis et codages

1) Construis le triangle TOC tel que
$TO = 8$ cm, $OC = 4,5$ cm et $CT = 6$ cm ;

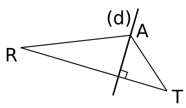
2) Trace puis code :

- En rouge, la hauteur issue de O ;
- En bleu, la médiatrice de $[TO]$;
- En noir, la médiane relative à $[OC]$.

28

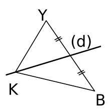
Pour chaque triangle, indique si la droite (d) est une médiatrice, une hauteur ou une bissectrice.

1)



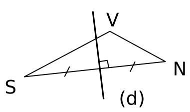
....

3)



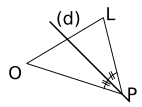
....

2)



....

4)

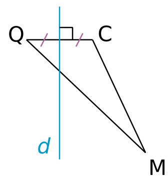


....

29

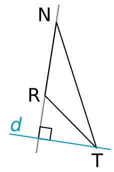
Pour chaque triangle, indique si la droite d est une médiatrice, une hauteur, une bissectrice ou une médiane.

1)



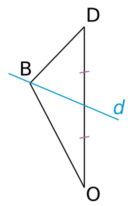
....

3)



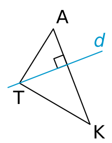
....

5)



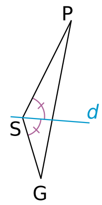
....

2)



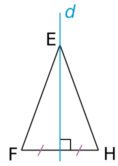
....

4)



....

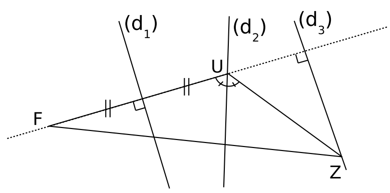
6)



....

30

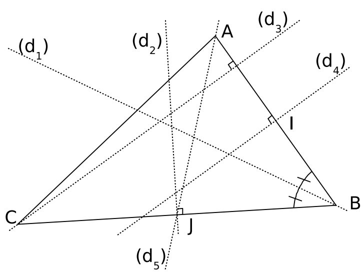
Complète.



- (d_1) est ....
- (d_2) est ....
- (d_3) est ....

31

Observe le triangle ABC et complète les phrases suivantes sachant que I et J sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [BC].



- ...... est la bissectrice de $\widehat{ABC}$.
- ...... est la médiatrice du segment [AB].
- ...... est la hauteur relative à [AB].
- ...... est la médiatrice du segment [BC].

32 **Vocabulaire**

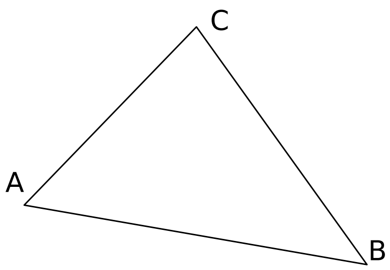
1) Construis un triangle BOA tel que $BO = 5$ cm, $OA = 7$ cm et $AB = 8$ cm. Trace la droite d_1 perpendiculaire à $[BO]$ et passant par A ;
2) Trace la droite d_2 perpendiculaire au segment $[OA]$ et passant par son milieu ;
3) Trace la droite d_3 qui coupe l'angle $\widehat{OBA}$ en deux angles égaux ;
4) Trace la droite d_4 qui passe par O et par le milieu de $[BA]$;
5) Détermine quelle(s) droite(s) représente(nt) une hauteur du triangle ;
6) Détermine quelle(s) droite(s) représente(nt) une médiatrice ;
7) Détermine quelle(s) droite(s) représente(nt) une bissectrice ;
8) Détermine quelle(s) droite(s) représente(nt) une médiane.

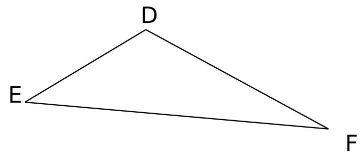
33 **Médiane**

1) Construis le triangle BOA identique à l'exercice 32 :
   - la médiane issue de O ;
   - la médiane relative au côté $[AO]$;
   - la médiane issue de A.
2) Observe la figure. Que peux-tu dire de ces trois médianes ?

34 **Hauteurs**

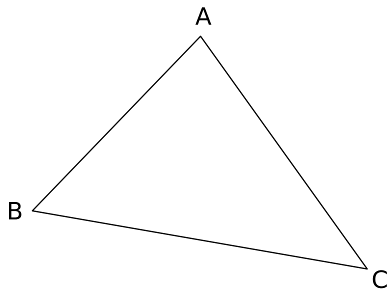
Trace les hauteurs des triangles suivants.

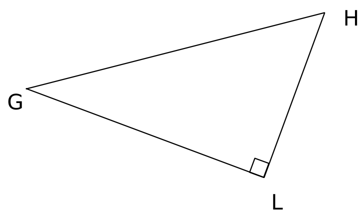




35 **Cercle circonscrit**

Trace le cercle circonscrit des triangles suivants.





36 **Cercle inscrit**

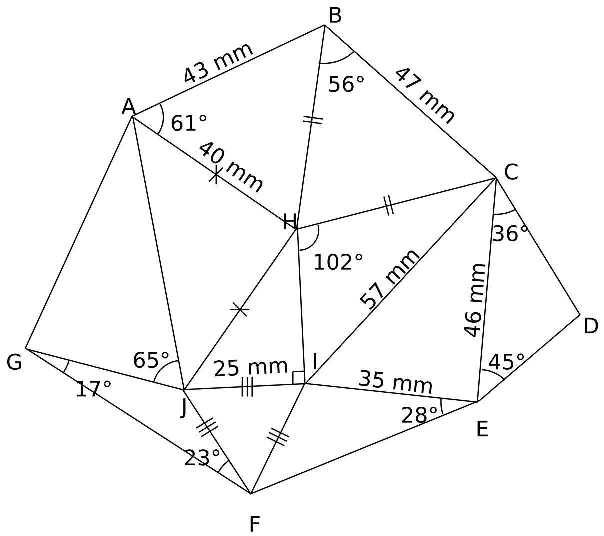
Dans chaque cas, construis le triangle ABC puis son cercle inscrit :

1) $AC = 8$ cm, $\widehat{BAC} = 60°$ et $\widehat{ACB} = 50°$;
2) $AC = 10$ cm, $AB = 8$ cm et $\widehat{BAC} = 45°$;
3) ABC est isocèle en A tel que $AB = 9$ cm et $BC = 6$ cm ;
4) ABC est un triangle équilatéral de côté 7,5 cm.

37 Trace un triangle dont le cercle inscrit a un rayon de 2,7 cm.

S'entraîner

38 **Des triangles, beaucoup de triangles**



1) Parmi les onze triangles tracés, indique ceux qui sont isocèles, rectangles ou équilatéraux.

2) Construis les triangles suivants : AGJ, AHB et CED. Que constates-tu ?

39 Plusieurs triangles

- RAT est un triangle tel que $RA = 7$ cm ; $TA = 6$ cm et $\widehat{RAT} = 40°$;
- RIT est un triangle tel que $\widehat{RTI} = 57°$; $\widehat{TRI} = 82°$.

Dans chaque cas fais un croquis des triangles puis construis-les. Que remarques-tu ?

40 Triangles et cercle

Construis un triangle LAC isocèle en C tel que $LA = 3$ cm et $LC = 5$ cm :

1) Trace le cercle de centre C passant par A. Que constates-tu ?
2) Construis si possible un triangle ABC équilatéral tel que B appartienne à ce cercle.

41 À partir d'un programme

Réalise la figure correspondant au programme de construction ci-dessous :

- Trace un triangle ABC rectangle en B avec $AB = 4$ cm et $BC = 6$ cm ;
- Trace le rectangle $ACDE$ avec $AE = 5$ cm de telle sorte que B soit un point extérieur à $ACDE$;
- Trace la droite d perpendiculaire à (AB) passant par A ;
- Trace d' la médiatrice de $[DE]$;
- Place F le point d'intersection de d et d' ;
- Trace la droite d'' parallèle à (AC) passant par B.

Que peux-tu dire des droites d' et d'' ? (Justifie)

42 Avec des médiatrices

Construis le triangle ABC tel que $AB = 8$ cm ; $AC = 4$ cm et $BC = 6$ cm. Trace d_1 la médiatrice de $[AB]$ et d_2 la médiatrice de $[BC]$. Les droites d_1 et d_2 sont sécantes en O. Trace d_3 la parallèle à (BC) passant par O. Que peux-tu dire des droites d_2 et d_3 ?

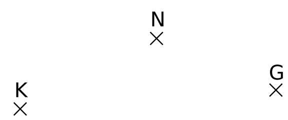
43 Avec le périmètre et les angles

On veut tracer un triangle tel que son périmètre mesure 16 cm et deux de ses angles mesurent 64° et 46° :

1) Effectue un croquis de ce triangle et calcule la mesure de son troisième angle ;
2) Trace un segment $[DE]$ mesurant 16 cm et place A tel que : $\widehat{ADE} = 32°$ et $\widehat{AED} = 23°$ (on a pris les moitiés de 64° et 46°) ;
3) Place un point B sur le segment $[DE]$ à égale distance de A et de D puis un point C sur le segment $[DE]$ à égale distance de A et de E. Indique la nature des triangles ABD et ACE ;
4) Mesure les angles des triangles ABD et ACE ;
5) Compare le périmètre et les angles du triangle ABC avec ceux du triangle cherché ;
6) Trace un triangle RST de périmètre 20 cm tel que $\widehat{RST} = 36°$ et $\widehat{STR} = 68°$.

44 Un joli cercle d'amis

1) Kévin et Nicolas ont tous les deux leur arbre fétiche sous lequel ils aiment se reposer. Mais ils aiment aussi faire la course en partant chacun de leur arbre. Pour que la course soit équitable, il faut que l'arrivée soit située à la même distance des deux arbres.
   - Sur ton cahier, place deux points K et N (distant de 4 cm) pour représenter les arbres de Kévin et de Nicolas. Construis ensuite un point à égale distance des deux arbres K et N et places-y un drapeau.
   - Où placer l'arrivée pour que la course soit la plus courte possible ?
   - Si Kévin et Nicolas veulent une course plus longue, où peuvent-ils encore planter le drapeau ? Quel est l'ensemble des points possibles pour l'arrivée ? Trace-le en bleu.
2) Gabin a aussi son arbre et il aimerait bien jouer avec Nicolas au même jeu. Sur ton cahier, place un point G, comme sur la figure ci-dessous représentant l'arbre de Gabin.



   - Trace **en rouge** l'ensemble des points équidistants des arbres de Gabin et de Nicolas.
   - Mais Kévin, désormais, s'ennuie. Il propose : « Organisons une course à trois ! ». Où peuvent-ils planter le drapeau ? Pourquoi ?
   - Yann n'a pas d'arbre à lui mais veut aussi courir. Nicolas dit : « Si tu veux jouer, ton arbre doit être aussi loin du drapeau que les nôtres ! » Place plusieurs points où pourrait être l'arbre de Yann. Où semblent se situer ces points ?
   - Trace l'ensemble des points où pourrait être l'arbre de Yann.

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- reconnaître des triangles particuliers ;
- construire un triangle quelconque ou particulier à partir d'une figure à main levée et d'un énoncé ;
- trouver l'orthocentre d'un triangle ;
- trouver le centre de gravité d'un triangle ;
- tracer le cercle inscrit dans un triangle ;
- tracer le cercle circonscrit à un triangle.

QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

45 Si $CA = CB$ alors ...

- (a) C est le milieu de $[AB]$
- (b) le triangle ABC est isocèle en A
- (c) A et B sont sur un cercle de centre C
- (d) le triangle ABC est isocèle en C

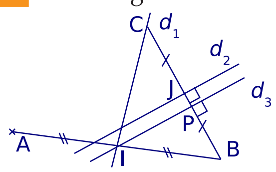
46 Un triangle ABC est isocèle en B alors ...

- (a) $AC = BC$
- (b) $AB = BC$
- (c) Le plus grand angle est $\widehat{ABC}$
- (d) $\widehat{CAB} = \widehat{BCA}$

47 Si RST est un triangle rectangle en T alors ...

- (a) $RS = ST$
- (b) $(ST) \perp (RS)$
- (c) $(ST) \perp (TR)$
- (d) $RS \geqslant ST$ et $RS \geqslant RT$

48 Sur la figure ci-dessous, ...



d_1 correspond à la droite (CI)
$AI = IB$ et $CJ = BJ$

- (a) la droite d_1 est la médiatrice du segment $[AB]$
- (b) la droite d_2 est la médiatrice du segment $[CB]$
- (c) le triangle BCI est un triangle rectangle
- (d) $d_3 \parallel (CB)$

TP 1 Droite d'Euler

1) Construis un triangle DOC tel que $DO = 16$ cm, $OC = 12$ cm et $CD = 10$ cm.

2) Construis les hauteurs du triangle DOC issues des sommets D, O et C. Ces hauteurs sont concourantes. Nomme ce point d'intersection H (ce point est l'orthocentre du triangle).

3) Trouve le centre I du cercle circonscrit du triangle DOC.

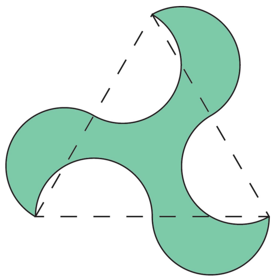
4) Construis les trois médianes du triangle DOC. Ces médianes sont concourantes. Nomme ce point d'intersection G (ce point est le centre de gravité du triangle).

5) Vérifie que les points H, I, G sont alignés.
La droite qui passe par ces trois points est appelée la droite d'Euler. C'est le mathématicien Suisse Leonhard Euler (1707 - 1783) qui démontra en premier que ces points étaient alignés.

TP 2 Pavage par triangles curvilignes

A Un triangle curviligne

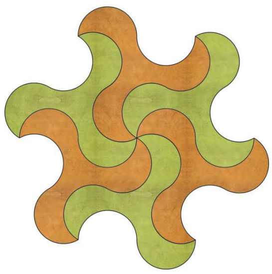
1) Réalisez la figure ci-dessous sachant qu'elle est composée d'un triangle équilatéral de 6 cm de côté et que le diamètre des disques est deux fois plus petits que la longueur d'un côté du triangle.



B Pavage du plan

1) Sur une feuille A4, réalise le maximum de triangles curvilignes en les plaçant les uns contre les autres. Coloriez les figures selon votre inspiration.

2) En plaçant les triangles curvilignes les uns contre les autres, réalisez des frises décoratives et comparez vos résultats avec les autres réalisations.

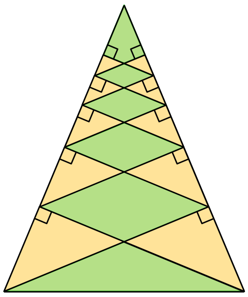


Travaux pratiques

Récréation, énigmes

Belle figure

Construis une figure analogue à partir d'un triangle ABC isocèle de sommet principal A tel que $BC = 10$ cm et $AC = 14$ cm :



Artistes en géométrie

1) Recherche des informations sur le peintre Pietr Mondrian et notamment sur ses œuvres peintes à Paris.
2) Quelles figures géométriques sont souvent visibles dans ses toiles ?
3) À la manière de Mondrian, sur une feuille blanche, trace un cadre avec, à l'intérieur, des droites parallèles verticales et horizontales. Puis colorie en t'inspirant des œuvres de cet artiste.
4) L'artiste Vassily Kandinsky a aussi travaillé à partir de figures géométriques. Cite le nom de certaines de ses œuvres.
5) Recherche d'autres artistes ayant travaillé avec des figures géométriques.

CALCUL

5

Nombres entiers, multiples, diviseurs

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Multiple, diviseur

Partie A : Le jeu de Juniper Green

Règle du jeu : Ce jeu se joue à deux (ou plus) avec **uniquement** les nombres entiers de 1 à 40.

- *Le premier joueur choisit un nombre entier.*
- *Le deuxième joueur doit alors en choisir un autre qui doit être soit multiple, soit diviseur de ce premier nombre.*
- *Le joueur suivant en choisit encore un autre qui doit être soit multiple, soit diviseur du second nombre. Et ainsi de suite, chaque nombre ne pouvant servir qu'une seule fois !*
- *Le dernier joueur qui a pu choisir un nombre a gagné !*

1) Jouez à ce jeu, en alternant le premier joueur ;
2) Le premier joueur prend 40 comme nombre de départ. Quelle est la liste des nombres possibles pour le second joueur ? Même question avec 17 ; 9 et 23 ;
3) Dans une partie à deux joueurs, quel nombre peut choisir le premier joueur pour être sûr de l'emporter (s'il joue bien !) ? Trouve toutes les possibilités.

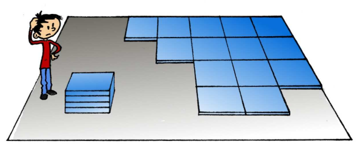
Partie B : Liste des diviseurs

1) Écris 54 comme un produit de deux entiers. Trouve toutes les possibilités. Quelle est la liste des diviseurs de 54 ?
2) Trouve la liste des diviseurs de 720 (il y en a 30 !) et celle des diviseurs de 53.

ACTIVITÉ 2 Diviseurs communs, PGDC

Partie A

On veut paver une surface rectangulaire avec des carrés identiques et sans coupe. La longueur du côté des carrés est un nombre entier de centimètres.



1) La surface rectangulaire mesure 12 cm par 18 cm. Quelle peut être la longueur du côté des carrés ? Y a-t-il plusieurs possibilités ? Que représente(nt) ce(s) nombre(s) pour 12 et 18 ? Mêmes questions lorsque la surface rectangulaire mesure 49 cm par 63 cm, puis 27 cm par 32 cm et enfin 21 cm par 84 cm.
2) Cherche les dimensions maximales d'un carré pouvant paver une surface rectangulaire de 108 cm par 196 cm.

Partie B

Un challenge sportif regroupe 30 filles et 75 garçons. Les organisateurs souhaitent composer des équipes comportant toutes le même nombre de filles et le même nombre de garçons. Comment peux-tu les aider pour qu'ils puissent constituer un nombre maximal d'équipes ? Donne ensuite le nombre de filles et de garçons dans chaque équipe. Explique ta démarche.

Partie C : PGDC

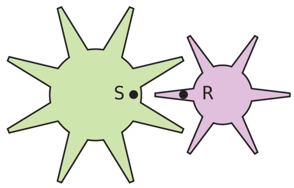
1) Dresse la liste des diviseurs de 30 et celle des diviseurs de 50. Quel est le plus grand diviseur commun à ces deux nombres ? On appelle ce nombre le **PGDC** de 30 et 50 et on le note : PGDC (30 ; 50) ou PGDC (50 ; 30).

2) Quel est le PGDC de 8 et 24 ? Que remarques-tu ? Essaie de formuler une règle à partir de ce que tu as observé.

ACTIVITÉ 3 Multiples communs, PPMC

Partie A

Un engrenage est formé de 2 roues dentées $(AetB)$ qui ont respectivement 8 et 6 dents. Un point R marqué sur une dent de la roue B fait face à un point S marqué entre deux dents consécutives de la roue A. On met l'engrenage en mouvement. Après combien de tours de la roue A les points R et S seront-ils pour la première fois à nouveau dans la même position ? Même question lorsque la roue A possède 9 dents et la B 12 dents.



Partie B

Pendant l'été, un vendeur de glace ambulant visite le quartier de Jeannette tous les 7 jours et un autre vendeur de glace visite le même quartier tous les 5 jours. Quand les deux vendeurs sont présents le prix des glaces est diminué. Si les deux vendeurs de glaces ont visité le quartier aujourd'hui, quand sera la prochaine fois où le prix des glaces sera diminué ?

Partie C : PPMC

1) Dresse la liste des multiples de 9 et celle des multiples de 6. Quel est le plus petit multiple commun à ces deux nombres ? On appelle ce nombre le **PPMC** de 9 et 6 et on le note : PPMC (9 ; 6) ou PPMC (6 ; 9).

2) Quel est le PPMC de 7 et 21 ? Que remarques-tu ? Essaie de formuler une règle à partir de ce que tu as observé.

Activités d'approche

ACTIVITÉ 4 Crible d'Eratostène

Ératosthène était un astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec (276 – 194 av. J.-C.).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1) Sur le tableau ci-dessus, entoure le chiffre 2 en rouge et raye tous les multiples de 2 autres que 2. Entoure le chiffre 3 en vert et raye tous les multiples de 3 autres que 3. Recommence avec le premier nombre non rayé et continue le processus jusqu'à ce que tous les nombres soient entourés ou rayés. Utilise des couleurs différentes pour chaque étape.

2) Quelle est la particularité des nombres entourés ?

3) Si on applique ce crible à tous les entiers naturels, 163 serait-il entouré ? Et 1 678 314 ?

4) À l'aide du tableau, détermine les diviseurs de 24, 72, 17, 23 et 71.

ACTIVITÉ 5 Le triangle de Sierpinski

Partie A : Répondre avec des 3 et des · uniquement !

La figure de départ est un triangle équilatéral violet. On construit à l'intérieur de celui-ci un triangle bleu obtenu en joignant les milieux des côtés du triangle de départ.

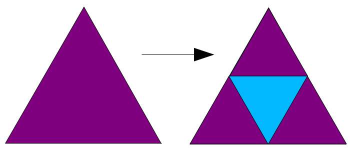


figure de départ   figure 1

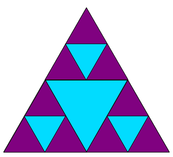


figure 2

1) De la même façon, on construit un petit triangle bleu dans chacun des triangles violets de la figure 1. Combien obtient-on de triangles violets dans la figure 2 ?

2) Imaginons que l'on continue à construire des triangles bleus dans les triangles violets. Combien a-t-on de triangles violets dans la figure 4 ? Puis dans la figure 7 (en n'utilisant encore que des 3 et des signes ·) ? Et dans la figure 20 ?

Partie B : Une nouvelle notation : la notation « puissance »

La notation « puissance » est utilisée pour remplacer des produits comme dans les exemples suivants :

- $9 = \overbrace{3 \cdot 3}^{\text{2 facteurs}} = 3^2$ qui se lit « 3 au carré » ou « 3 puissance 2 » ou « 3 exposant 2 » ;
- $81 = \overbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}^{\text{4 facteurs}} = 3^4$ qui se lit « 3 puissance 4 » ou « 3 exposant 4 ».

1) Écris, à l'aide de la notation « puissance », le nombre de triangles violets qu'il y a dans la figure 7 puis calcule ce nombre. Recommence pour la figure 20.
2) À l'aide de ta calculatrice, indique combien il y a de triangles violets dans la figure 13, la figure 18, la figure 10 et enfin dans la figure 15. Existe-t-il un moyen d'effectuer ces calculs facilement avec ta calculatrice ?

ACTIVITÉ 6 Des produits avec 2, 3 et 5

Nous allons exprimer certains nombres sous la forme de produits. Dans cette activité, les seuls facteurs autorisés sont : 2 ; 3 et 5. Nous utiliserons la notation « puissance » dès que cela est possible.

Exemples : $25 = 5 \cdot 5$ peut s'écrire $25 = 5^2$;
$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ peut s'écrire $48 = 2^4 \cdot 3$;
$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ peut s'écrire $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$.

1) Exprime de la même façon les nombres 4 ; 12 ; 27 ; 30 ; 45 et 108. Peut-on exprimer le nombre 26 de la même façon ? Justifie.
2) Un élève a écrit l'égalité suivante : $54 = 2^1 \cdot 3^3$. En considérant que sa réponse est bonne, combien vaut 2^1 ?
3) Un élève a écrit l'égalité suivante : $50 = 2^1 \cdot 3^0 \cdot 5^2$. En considérant que sa réponse est bonne, combien vaut 3^0 ?
4) Réécris les trois exemples du départ puis les nombres de la question 1 sous la forme $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$ (a, b et c sont des entiers naturels, éventuellement égaux à 0 ou 1).
5) Trouve le plus possible de nombres inférieurs à 100 qui peuvent s'exprimer sous la forme d'un produit ne comportant que des 2, des 3 et des 5.
6) Si maintenant les facteurs autorisés sont tous les nombres premiers. Exprime sous la forme d'un produit de facteurs premiers les nombres 42, 66, 198 et 990.

Cours - Méthodes

1. Multiples et diviseurs d'un nombre entier

À CONNAÎTRE : Multiples et diviseurs

$12 = 3 \times 4$. On dit que :
12 est un multiple de 3 *(et de 4)*
12 est divisible par 3 *(et par 4)* ou 3 est un diviseur de 12 ou 3 divise 12.

MÉTHODE 1 Multiples, diviseurs

Exemple 91 est-il un multiple de 7 ? 974 est-il divisible par 8 ?

$91 \div 7 = 13$ donc $91 = 7 \cdot 13$.
91 est donc un multiple de 7 (et de 13). On dit également que 91 est divisible par 7 (et par 13), que 7 est un diviseur de 91 (13 l'est aussi) ou que 7 divise 91 (13 divise aussi 91).

$974 : 8 = 121{,}75$.
121,75 n'est pas un entier, 974 n'est donc pas divisible par 8. On peut dire également que 8 n'est pas un diviseur de 974 et que 974 n'est pas un multiple de 8.

Exercice d'application Établis la liste des diviseurs des entiers suivants : 60, 43 et 36.

Exercice d'application Détermine si 847 est un multiple de 7 :

À CONNAÎTRE : Critères de divisibilité

Un nombre entier est **divisible par 2** si son chiffre des unités est pair (0, 2, 4, 6 ou 8) ;
Un nombre entier est **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3 ;
Un nombre entier est **divisible par 6** si il est divisible par 2 et par 3 ;
Un nombre entier est **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9 ;
Un nombre entier est **divisible par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5 ;
Un nombre entier est **divisible par 10** si son chiffre des unités est 0 ;
Un nombre entier est **divisible par 25** si ses deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 25 (donc s'il se termine par 00, 25, 50 ou 75).

MÉTHODE 2 Critères de divisibilité

Exemple 750 est-il divisible par 2, par 3, par 6, par 5, par 9, par 10, par 25 ?

- Le chiffre des unités de 750 est 0 donc 750 est divisible par 2, par 5 et par 10 ;
- La somme des chiffres de 750 est 12, divisible par 3 donc 750 est divisible par 3 mais pas par 9 ;
- 750 est divisible par 2 et 3 donc il est divisible par 6 ;
- Les deux chiffre de 750 forment le nombre 50 donc 750 est divisible par 25.

Exemple Détermine des diviseurs de 23 958 à l'aide des critères de divisibilité :

- Le chiffre des unités de 23 958 est 8 donc 23 958 est divisible par 2 mais pas par 5 et ni par 10 ;
- La somme des chiffres de 23 958 est $2 + 3 + 9 + 5 + 8$ soit 27. Comme 27 est divisible par 3 et par 9 donc 23 958 est divisible par 3 et par 9 ;
- 2, 3 et 9 sont donc des diviseurs de 23 958.

Exemple Établis la liste de tous les diviseurs de 75.

Pour cela, on cherche tous les produits d'entiers positifs égaux à 75.

$75 = 1 \cdot 75$	Un nombre est toujours divisible par 1 et par lui-même.
$75 = 3 \cdot 25$	Les critères de divisibilité permettent de dire que 75 est divisible par 3 et 5 mais qu'il n'est pas divisible par 9 et 10. Les divisions par 4, 6, 7, 8, 11, 12, 13 et 14 ne donnant pas de quotients entiers, 75 n'est pas divisible par ces entiers.
$75 = 5 \cdot 15$	Le diviseur suivant est 15 et on l'a déjà obtenu avec le produit $5 \cdot 15$: on peut donc arrêter la recherche.

Les diviseurs de 75 sont donc : 1 ; 3 ; 5 ; 15 ; 25 et 75.

Exercice d'application Trouve toutes les possibilités pour le chiffre manquant #, sachant que 3 et 2 divisent le nombre 2 0#4 :

Cours - Méthodes

2. Puissances d'un nombre

À CONNAÎTRE

Pour gagner du temps et de la place, si on multiplie le nombre 4, 6 fois par lui même, au lieu d'écrire : $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$, on utilise l'écriture des « puissances » et on écrit : 4^6 qui se lit « 4 puissance 6 » ou « 4 exposant 6 ».
De même on écrit 7^5 pour écrire plus rapidement $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$.

En mathématiques, on dit que pour tout nombre a non nul et tout nombre entier n positif non nul : $a^n = \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n \text{ facteurs}}$. On dit que a est la base et n est l'exposant.

a^n se lit « a exposant n » ou « a puissance n ».

Cas particuliers :

- Tout nombre à la puissance 1 est égal à lui même :
  $3^1 = 3, 21^1 = 21$;
- De plus, par convention, tout nombre non nul à la puissance 0 égal 1 :
  $2^0 = 5^0 = 321^0 = 1$;
- Au lieu de dire « puissance 2 », on dit « au carré ».
  Par exemple 5^2 se lit « 5 au carré ».

MÉTHODE 3 Utiliser la notation « puissance »

Exemple : Les carrés des premiers entiers.

Il faut connaître les carrés des premiers nombres entiers :

$0^2 = 0$	$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$
$6^2 = 36$	$7^2 = 49$	$8^2 = 64$	$9^2 = 81$	$10^2 = 100$	$11^2 = 121$
$12^2 = 144$	$13^2 = 169$				

Exemple Donne l'écriture décimale des nombres : 2^4 et $2^3 \cdot 3^2$.

$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$;
$2^3 \cdot 3^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 8 \cdot 9 = 72$.

Exercice d'application Donne l'écriture décimale des nombres :
$A = 3^4$; $B = 3^2 \cdot 5^2$; $C = (5 \cdot 3)^2$.

3. Nombres premiers et décomposition en produit de facteurs premiers

DÉFINITION

Un entier positif est un **nombre premier** s'il admet exactement deux diviseurs distincts entiers et positifs (qui sont alors 1 et lui-même).

REMARQUE : Cette définition exclut 1, qui n'a qu'un seul diviseur entier positif.

MÉTHODE 4 Nombres premiers

Exemple Détermine si 27 est un nombre premier :

Pour cela on cherche s'il existe un diviseur de 27 différent de 1 et de 27.
27 n'est pas premier car 3 ou 9 sont des diviseurs de 27.

Les nombres premiers inférieurs à 100 sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.

Exercice d'application

114 est-il un nombre premier ? Et 141 ?

À CONNAÎTRE

Tout nombre entier positif peut se décomposer de manière unique en un produit de facteurs premiers.

MÉTHODE 5 Décomposition en produits de facteurs premiers à l'aide d'un exemple

Exemple Donne la décomposition de 126 en produit de facteurs premiers.

Méthode : On cherche les nombres premiers qui divisent 126 (il est conseillé de chercher dans l'ordre croissant pour éviter d'en oublier).

126	2	126 est divisible par 2 : on fait la division qui a pour résultat 63 ;
63	3	63 n'est pas divisible par 2 mais est divisible par 3. Le résultat de la division est 21 ;
21	3	21 est encore divisible par 3. Le résultat de la division est 7 ;
7	7	7 est un nombre premier : il est divisible par lui-même ;
1		Le dernier résultat obtenu dans la colonne de gauche est 1. On a trouvé tous les facteurs premiers de 126 : ils sont dans la colonne de droite.

126 est égal au produit de tous les nombres qui sont dans la colonne de droite :

$$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

Remarque : Si un nombre est divisible par 10, 100, 1000 ..., on peut gagner du temps en déterminant d'abord les facteurs premiers qui composent 10, 100, 1000 ...

Exercice d'application Donne la décomposition en produit de facteurs premiers de 390 et 594.

4. Plus Grand Diviseur Commun (PGCD)

DÉFINITION

Étant donné deux nombres a et b, on peut chercher le plus grand nombre qui divise à la fois a et b. Ce nombre est leur Plus Grand Diviseur Commun que l'on appelle **PGDC**.

- Si le PGDC de deux entiers positifs est 1, on dit que ces deux entiers sont **premiers entre eux** (attention, à ne pas confondre « deux nombres premiers entre eux » et « un nombre premier »).
- Si un nombre divise un autre nombre, par exemple 12 divise 48, alors PGDC $(12\,;\,48) = 12$.

Pour trouver le PGDC de deux nombres entiers positifs, on peut utiliser deux méthodes (il en existe d'autres qui ne sont pas au programme) :

MÉTHODE 6 Déterminer le PGDC avec la liste de tous les diviseurs

Méthode 1 : On cherche tous les diviseurs de chacun des deux nombres en on prend le plus grand diviseur qu'ils ont en commun.

Exemple Déterminer le PGDC de 12 et 18 en trouvant tous les diviseurs de 12 et tous ceux de 18 :

$12 = 1 \cdot 12$	Un nombre est toujours divisible par 1 et par lui-même donc 12 est divisible par 1 et par 12 ;
$12 = 2 \cdot 6$	Les critères de divisibilité permettent de dire que 12 est divisible par 2 et 3 ;
$12 = 4 \cdot 3$	Les diviseurs de 12 sont donc : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12 ;
$18 = 1 \cdot 18$	Un nombre est toujours divisible par 1 et par lui-même donc 18 est divisible par 1 et par 18 ;
$18 = 2 \cdot 9$	Les critères de divisibilité permettent de dire que 18 est divisible par 2 et 3 ;
$18 = 3 \cdot 6$	Les diviseurs de 18 sont donc : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 18.

Conclusion : avec la liste des diviseurs de 12 et des diviseurs de 18, on voit que le plus grand diviseur commun à 12 et 18 est 6.

Remarque :L'avantage de cette méthode est qu'il est très facile de trouver le PGDC quand on a la liste de tous les diviseurs. L'inconvénient, c'est qu'il est parfois très long de trouver tous les diviseurs des deux nombres.

Exercice d'application Déterminer le PGCD de 45 et 75. la liste des diviseurs de 75 se trouve plus haut dans ce cours.

Exercice d'application Déterminer le PGCD de 35 et 42.

Cours - Méthodes

MÉTHODE 7 Déterminer le PGDC avec la décomposition en produits de facteurs premiers

Méthode 2 : On décompose les deux nombres en produit de facteurs premiers. On trouve ensuite le PGDC en faisant le produit de tous les facteurs qui sont en commun dans la décomposition des deux nombres.

Exemple Détermine le PGDC de 30 et 45 et décomposant 30 et 45 en produit de facteurs premiers :

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$30 = 2 \times 3 \times 5$ $\qquad$ $45 = 3 \times 3 \times 5$

Le PGDC de 30 et 45 est donc égal au produit des facteurs premiers que l'on trouve dans les deux décompositions, soit 3 et 5 (attention, 3 n'apparaît qu'une seule fois dans la décomposition de 30 donc on ne le prend qu'une seule fois dans le calcul du PGDC). On note PGDC $(30\,;\,45) = 3 \times 5 = 15$.

Remarque : L'avantage de cette méthode est qu'elle est plus rapide mais il ne faut pas se tromper dans le choix des facteurs communs aux deux nombres (surtout quand certains facteurs sont écrits avec des puissances).

Exercice d'application Déterminer le PGCD de 45 et 75 (la liste des diviseurs de 75 se trouve plus haut dans ce cours…).

Exercice d'application Déterminer le PGCD de 35 et 42.

Exercice d'application Quel est le plus grand nombre entier divisant à la fois 84 et 180 ?

5. Plus Petit Multiple Commun (PPCM)

DÉFINITION

Le **PPMC de deux entiers positifs** est leur Plus Petit Multiple Commun.

REMARQUE : Le PPMC de deux nombres n'est jamais plus grand que le produit des deux nombres.
Si un nombre est le multiple d'un autre : par exemple 15 est multiple de 3, alors 15 est le PPMC de 15 et 3.

Pour trouver le PPMC de deux nombres entiers positifs, on peut utiliser deux méthodes :

MÉTHODE 8 Déterminer le PPMC avec les premiers multiples

PPMC, 1ère méthode : On cherche les premiers multiples de chacun des deux nombres en on prend le plus petit qu'ils ont en commun.

Exemple Déterminer le PPMC de 12 et 18 en écrivant les premiers multiples de 12 et de 18 :

$12 \times 1 = 12$
$12 \times 2 = 24$
$12 \times 3 = \mathbf{36}$
$12 \times 4 = 48$

Les premiers multiples de 12 sont donc :
12 ; 24 ; 36 ; 48.

$18 \times 1 = 18$
$18 \times 2 = \mathbf{36}$
$18 \times 3 = 54$

Les premiers multiples de 18 sont donc : 18 ; 36 ; 54.

Conclusion : avec la liste des premiers multiples de 12 et ceux de 18, on voit que le plus petit multiple commun à 12 et 18 est 36.

Remarque : L'avantage de cette méthode est qu'il est très facile de trouver le PPMC quand on a la liste des premiers multiples. Elle est aussi souvent plus rapide avec des petits nombres. L'inconvénient, c'est qu'il est parfois très long de trouver un premier multiple commun aux deux nombres quand les deux nombres sont grands.

Exercice d'application Calculer les 5 premiers multiples de 6 et 10 et déterminer leur PPMC.

Exercice d'application Décomposer 120 et 252 en produit de facteurs premiers puis déterminer leur PPMC.

Cours - Méthodes

MÉTHODE 9 Déterminer le PPMC avec la décomposition en produits de facteurs premiers

PPMC, 2e méthode : On décompose les deux nombres en produit de facteurs premiers. On trouve ensuite le PPMC en faisant le produit de tous les facteurs qui apparaissent dans l'une **ou** l'autre décomposition. Si le facteur premier apparaît dans les deux décompositions, on le prend avec la plus grande puissance qui apparaît.

Exemple Déterminer le PPMC de 30 et 45 et décomposant 30 et 45 en produit de facteurs premiers :

30	2
15	3
5	5
1	

45	3
15	3
5	5
1	

Les facteurs qui apparaissent sont 2 ; 3 et 5. 3 apparaît dans les deux décompositions mais avec une puissance 1 dans la décomposition de 30 et avec une puissance 2 dans celle de 45. Donc on prend le 3^2 pour le calcul du PPMC.
Le PPMC de 30 et 45 est donc égal à 2 32 5 = 90.
On note PPMC $(30\ ;\ 45) = 90$ ou PPMC $(45\ ;\ 30) = 90$.

Remarque : L'avantage de cette méthode est qu'elle est plus rapide avec les grands nombres mais il ne faut pas se tromper dans le choix des facteurs communs aux deux nombres (surtout quand certains facteurs sont écrits avec des puissances).

Exercice d'application Calculer les 5 premiers multiples de 6 et 10 et déterminer leur PPMC.

Exercice d'application Décomposer 120 et 252 en produit de facteurs premiers puis déterminer leur PPMC.

Multiples et diviseurs

1 Vocabulaire

Réponds aux questions suivantes en justifiant :

1) 4 est-il un diviseur de 28 ?
2) 32 est-il un multiple de 6 ?
3) 4 divise-t-il 18 ?
4) 35 est-il divisible par 5 ?

2 Dans chaque cas, écris quatre phrases utilisant les nombres et l'un des mots suivants : diviseur, multiple, divisible, divise.

1) 70 et 210 ; 2) 195 et 15 ; 3) 192 et 48.

3 Critères de divisibilité

Parmi les nombres : 12 ; 30 ; 27 ; 246 ; 325 ; 4 238 et 6 139, indique ceux qui sont divisibles :

1) par 2 ; 3) par 5 ; 5) par 10 ;
2) par 3 ; 4) par 9 ; 6) par 25.

4 Parmi les nombres : 21 ; 12 ; 2 ; 619 ; 999 ; 416 ; 296 ; 540 ; 1 785, quels sont les nombres divisibles par :

1) 2 ? 3) 5 ? 5) 10 ?
2) 3 ? 4) 9 ? 6) 25 ?

5 Parmi les nombres 15 ; 17 ; 58 ; 106 ; 54 ; 125 ; 105 ; 1 577 ; 204, quels sont les nombres divisibles par :

1) 2 ? 3) 5 ? 5) 10 ?
2) 3 ? 4) 9 ? 6) 25 ?

6 On s'intéresse aux nombres de trois chiffres de la forme 65u où u représente le chiffre des unités.

Quelles sont les valeurs possibles de u pour obtenir :

1) un multiple de 2 ?
2) un nombre divisible par 3 ?
3) un nombre divisible par 9 ?

7 Division et diviseurs

1) Effectue la division de 126 par 7 ;
2) Déduis-en deux diviseurs de 126.

8 Diviseurs

1) Écris deux nombres divisibles par 3 mais pas par 9 ;
2) Écris deux multiples de 5 divisibles par 9 ;
3) Écris le plus grand diviseur de 36 différent de 36.

9 Multiples

1) Trouve des multiples à la fois de 3 et de 5. Sont-ils tous des multiples de 15 ?
2) Trouve des multiples à la fois de 3 et de 6. Sont-ils tous des multiples de 18 ?

10 Multiples (bis)

1) Écris trois multiples de 24 et quatre multiples de 18 ;
2) Trouve le plus grand multiple de 12 inférieur à 75 et le plus grand multiple de 36 inférieur à 100 ;
3) Cite un nombre multiple de 2 dont un diviseur est 3.

11 Liste

1) Trouve tous les nombres divisibles par 5 compris entre 220 et 260 ;
2) Parmi ces nombres, quels sont ceux qui sont divisibles par 3 ?

12 Énigme

Trouve tous les nombres de trois chiffres divisibles à la fois par 3 et par 5 et dont le chiffre des centaines est 7.

13 Sur chacun des traits _ , mettre un chiffre pour que les nombres composés soit divisibles par 3 et 5 :

1) _ 32 _ ;
2) 4 _ 8 _ ;
3) 2 _ _ 5.

14 Décompositions

1) Décompose 18 sous la forme d'un produit de deux facteurs entiers différents de 1 ;
2) Décompose 12 sous la forme d'un produit de trois facteurs entiers différents de 1 ;
3) Peux-tu décomposer 7 sous la forme d'un produit de deux facteurs entiers différents de 1 ? Et de 3 ?

15 Diviseurs communs à . . .

1) Quels sont les diviseurs de 12 ? Cites-les tous ;
2) Quels sont les diviseurs de 15 ? Cites-les tous ;
3) Quels sont les diviseurs communs de 15 et de 12 ? Pourquoi ?

S'entraîner

16 Écris la liste de tous les diviseurs de :

1) 32 ; 2) 67 ; 3) 81 ; 4) 144.

17 **Multiples communs à . . .**

1) Écris quelques multiples de 18. Peux-tu les citer tous ?
2) Écris quelques multiples de 15. Peux-tu les citer tous ?
3) Quels sont les multiples communs de 18 et de 15 ?

18 **Encadrement**

1) Encadre 55 puis 193 par des multiples consécutifs de 2 ;
2) Encadre 56 puis 88 par des multiples consécutifs de 3 ;
3) Encadre 125 puis 255 par des multiples consécutifs de 4.

Puissances

19 **Vocabulaire**

Voici une liste de mots : base, exposant, puissance, facteurs, produit. Recopie chaque phrase en la complétant par le mot qui convient :

1) 3^7 se lit « 3 . . . . 7 » ;
2) 5^4 est le . . . . de quatre . . . . tous égaux à 5 ;
3) 8 est l' . . . . de 6^8 et 6 est la . . . . ;
4) Le . . . . de six . . . . égaux s'écrit sous la forme d'une . . . . d'. . . . . 6.

20 **D'une écriture à l'autre**

1) Écris en toutes lettres : 3^4 ; 2^3 et $7,1^9$;
2) Écris en expressions mathématiques :
   - huit puissance neuf ;
   - trois puissance cinq ;
   - quatre au cube ;
   - sept au carré.

21 **Notations puissance**

Recopie et complète chaque expression par le (ou les) exposant(s) manquant(s) :

1) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^{\cdots}$;
2) $0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,1^{\cdots}$;
3) $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^{\cdots} \cdot 3^{\cdots}$;
4) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^{\cdots} \cdot 3^{\cdots} \cdot 5^{\cdots}$.

22 **Décomposition**

Décompose chaque expression en faisant apparaître des produits de nombres sans puissance :

1) 2^4 ; 3) $0,1^5$; 5) $3^2 \cdot 5^3$;
2) 7^2 ; 4) $1,2^2$; 6) $10^2 \cdot 6^1$.

23 Décompose puis donne l'écriture décimale sans l'aide de calculatrices :

1) 2^4 ; 4) $1,2^2$; 7) 17^1 ;
2) 7^2 ; 5) 1^5 ; 8) 12^0 ;
3) $0,1^3$; 6) 0^4 ; 9) 10^3.

24 **Calculatrice**

Donne l'écriture décimale en calculant à la calculatrice :

1) 2^{14} ; 2) 17^7 ; 3) 8^{11} ; 4) $1,2^6$.

Nombres premiers et décompositions

25 **Produit de puissances**

Écris les nombres suivants sous la forme d'un produit :

1) De puissances de 2 et de 5 :
   $A = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$;
   $B = 25 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 8$;
   $C = 625 \cdot 512$;
2) De puissances de 2, de 3 et de 7 :
   $D = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$;
   $E = 32 \cdot 21 \cdot 12$;
   $F = 12 \cdot 21 \cdot 49$;
   $G = 42$.

26 **Drôles de dames . . .**

Nefissa a décomposé 500 en un produit de 3 facteurs : $500 = 2 \cdot 25 \cdot 10$. Ivete affirme qu'elle peut décomposer 500 avec plus de facteurs. Donne toutes les décompositions qu'Ivete a pu trouver.

27 Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont premiers ?

- 25 ;
- 4 ;
- 56 ;
- 31 ;
- 17 ;
- 99 ;
- 19 ;
- 88 ;
- 36 ;
- 27 ;
- 12 ;
- 1.

28 **Produit de facteurs premiers**

Donne la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants :

1) 96 ; 4) 252 ; 7) 420 ;
2) 220 ; 5) 360 ; 8) 480 ;
3) 245 ; 6) 405 ; 9) 891.

Diviseurs communs, PGDC

29 **Liste des diviseurs communs et PGDC**

Dans chaque cas, écris la liste des diviseurs communs aux deux nombres et entoure leur PGDC :

1) 12 et 8 ; 4) 6 et 9 ; 7) 15 et 45 ;
2) 8 et 10 ; 5) 8 et 18 ; 8) 27 et 18 ;
3) 2 et 6 ; 6) 12 et 20 ; 9) 32 et 25 ;

30 Décompose en produits de facteurs premiers les nombres suivants. Donne le résultat en utilisant des puissances :

1) 36 ; 3) 17 ; 5) 660 ;
2) 2 835 ; 4) 19 ; 6) 81.

31 Décompose en produits de facteurs premiers les nombres suivants. Donne le résultat en utilisant des puissances :

1) 69 ; 3) 1225 ; 5) 37 ;
2) 1 125 ; 4) 40 ; 6) 462.

32 Trouve les nombres correspondant aux produits suivants :

1) $2^3 \times 3^2 \times 5$; 2) $4^2 \times 5^2$; 3) $7^0 \times 11^2$.

33 Décompose les nombres suivants en produits de facteurs premiers et trouve le PGDC :

1) 36 et 48 ; 2) 12 et 225.

34 Décompose les nombres suivants en produits de facteurs premiers et trouve le PGDC :

1) 384 et 1 024 ; 2) 105 et 180.

35 Décompose les nombres suivants en produits de facteurs premiers et trouver le PGDC :

1) 286 et 51 ; 2) 84 et 198.

36 **Nombre de joueurs**

Dans un jeu, 180 jetons noirs et 120 jetons blancs doivent être tous répartis entre les joueurs. Tous les joueurs doivent avoir le même nombre de jetons noirs et le même nombre de jetons blancs.

1) Peut-il y avoir vingt joueurs ? Neuf joueurs ?
2) Combien peut-il y avoir de joueurs ? Donne toutes les possibilités.

37 **Chez le fleuriste**

Un fleuriste dispose de 30 marguerites et de 24 tulipes. Il veut utiliser toutes ses fleurs pour composer des bouquets tous identiques (chaque bouquet aura le même nombre de marguerites et le même nombre de tulipes que les autres).

Combien de bouquets peut-il réaliser ? Quelle est la composition de chaque bouquet ? Donne toutes les possibilités.

38 **Le pâtissier**

Un pâtissier dispose de 75 pommes, 50 oranges et 100 poires. Afin de préparer des tartes, il désire répartir ces fruits en les utilisant tous et en obtenant le maximum de tartelettes identiques. Calcule le nombre de tartelettes et indique leur composition.

39 **Nombres croisés**

Recopie et complète la grille à l'aide des nombres que tu trouveras grâce aux définitions.

	A	B	C	D
I				
II				
III				
IV				

Horizontalement :

I : PGDC (125 ; 250) ;

II : Ce nombre est un multiple de 9 ;

III : Le chiffre des unités d'un nombre divisible par 10 – Ce nombre est divisible par 5 ;

IV : Le reste de la division euclidienne de 121 par 8 – Le quotient dans celle de 245 par 112.

Verticalement :

A : Le plus petit multiple de 24 à trois chiffres ;

B : Le quotient de la division euclidienne de 274 par 10 – Diviseur commun à tous les entiers ;

C : Le chiffre des centaines est 5, celui des unités 4 et c'est le PGDC (1 542 ; 3 598) ;

D : 3 est un diviseur de ce nombre.

S'entraîner

40 **Carrelage**

Dans une salle de bain, on veut recouvrir le mur se trouvant au-dessus de la baignoire avec un nombre entier de carreaux de faïence de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres, le plus grand possible. Détermine la longueur, en centimètres, du côté d'un carreau de faïence sachant que le mur mesure 210 cm de hauteur et 135 cm de largeur. Combien faudra-t-il alors de carreaux ?

41 **Quel est l'âge d'Aloys ?**

Aloys adore les devinettes. Lorsqu'on lui demande son âge, cette année il répond :

- L'an prochain , mon âge sera divisible par 2 ;
- Dans deux ans , mon âge sera divisible par 3 ;
- Dans trois ans, mon âge sera divisible par 4 ;
- Dans quatre ans, mon âge sera divisible par 5 ;
- Et j'ai moins de 97 ans.

Quel est l'âge d'Aloys ?

Multiples communs, PPMC

42 **PPMC**

Dans chaque cas, donne le PPMC :

1) 2 et 6 ;	4) 20 et 30 ;	7) 14 et 35 ;
2) 12 et 8 ;	5) 18 et 24 ;	8) 18 et 20 ;
3) 15 et 20 ;	6) 48 et 36 ;	9) 36 et 60.

43 **Jeu de cartes**

On sait d'un jeu de cartes qu'il possède un nombre de cartes qui est un multiple de 4 et de 5.

1) Peut-il y avoir cinquante cartes ? vingt cartes ?
2) Combien le paquet peut-il avoir de cartes ? Donne toutes les possibilités inférieures à 100.

44 **Quelle heure était-il ?**

A Zermatt, cinq petits bus effectuent des boucles différentes à partir de la place de la gare. Les durées des trajets sont variables suivant les bus :

- Ligne A : trajet de 40 minutes ;
- Ligne B : trajet de 20 minutes ;
- Ligne C : trajet de 30 minutes ;
- Ligne D : trajet de 10 minutes ;
- Ligne E : trajet de 25 minutes.

À 16h30 , un touriste japonais reconnait les 5 bus qu'il a photographiés le matin au même endroit.

Saurais-tu dire quelle heure il était alors ?

45 **Divisibilité par 4 et 100**

Un nombre est divisible par 4 si et seulement si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.

Un nombre est divisible par 100 si et seulement si ses deux derniers chiffres sont 0.

Parmi les nombres
21 ; 12 ; 2 ; 619 ; 120 ; 416 ; 296 ; 540 ; 1700,
quels sont les nombres divisibles par :

1) 4 ? 2) 100 ?

46 **Pair**

Explique pourquoi le produit de deux entiers consécutifs est toujours pair.

47 **Séminaire**

Lors d'un séminaire, 324 personnes doivent se répartir dans divers ateliers. Tous les ateliers doivent avoir le même effectif, compris entre 30 et 60 personnes. Quelles sont les différentes possibilités ?

48 **Nombres parfaits**

1) Écris la liste de tous les diviseurs de 6 ;
2) Calcule la somme de tous ces diviseurs à l'exception de 6 ;
3) Que remarques-tu ? On appelle nombre parfait tout entier qui a cette particularité ;
4) Vérifie que 496 est un nombre parfait ;
5) Trouve tous les nombres parfaits compris entre 20 et 30.

49 Trouve les nombres entiers de trois chiffres multiples de 5 dont la somme des chiffres est 21.

50 **Les trois filles**

Dans une famille, il y a trois filles. La somme de leurs âges est 13 et le produit est 36.
Quel est l'âge de chaque fille ? Trouve toutes les possibilités.

51 **Pages**

Deux livres ont respectivement 160 et 192 pages. Chacun de ces livres est formé de fascicules ou cahiers, qui ont tous un même nombre de pages, compris entre 30 et 50.

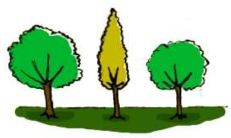
1) Quel est le nombre de pages d'un cahier ?
2) Quel est le nombre de cahiers qui composent les deux livres ?

52 **Tempête**

Des poteaux téléphoniques étaient plantés le long d'une route, sur une ligne droite et régulièrement espacés d'un nombre entier de mètres. Après une tempête, il n'en reste plus que trois : le premier et le dernier puis un autre situé entre les deux, à 345 m du premier et 184 m du dernier. Un technicien estime le nombre de poteaux tombés à plus de 10 mais à moins de 100 ! Combien de poteaux sont-ils tombés ?

53 **Arbres**

Un terrain rectangulaire mesure 168 m par 294 m. Sur ses côtés, on veut planter des arbres régulièrement espacés d'un nombre entier de mètres. Il doit y avoir un arbre à chaque coin du terrain. Quel nombre minimum d'arbres pourra t'on planter ?



54 **Piscine**

Une piscine rectangulaire mesure 3,36 m par 7,80 m et a une profondeur de 1,44 m. On désire la carreler avec des carreaux carrés tous identiques. Le carreleur ne veut pas découper de carreaux mais préfère les grands carreaux, plus faciles à poser. Son fournisseur a toutes les tailles de carreaux en nombre entier de centimètres.

1) Quelle taille de carreaux doit-il commander ? Prendre la plus grande mesure possible.
2) Son fournisseur vend les carreaux par lot de 100. Combien de lots doit-il commander ?

55 **Sacrée collection !**

Abdel dit à Doris : « J'ai plus de 400 DVD mais moins de 450 ! En les groupant par 2 ou par 3 ou par 4 ou par 5, c'est toujours la même chose, il m'en reste un tout seul ! ».

Combien Abdel a-t-il de DVD ?

Approfondir

56 Escalier

Le nombre de marches d'un escalier est compris entre 40 et 80 :

- Si on compte ces marches deux par deux, il en reste une ;
- Si on les compte trois par trois, il en reste deux ;
- Si on les compte cinq par cinq, il en reste quatre.

Quel est le nombre de marches de cet escalier ?

57 La numération moderne

$3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$ est la décomposition en base « dix » de 3 284. Décompose les nombres 5 348 et 4 367 214 en base « dix ».

58 Les limites de la calculatrice

1) Avec la calculatrice, donne un ordre de grandeur du produit de 987 654 par 876 534 ;

2) Calcule le résultat exact de ce produit.

59 L'unité d'enregistrement informatique

En informatique, on utilise une unité d'enregistrement appelée « octet ».

1) Calcule avec ta calculatrice la valeur des expressions suivantes :

- $A = 2^{10}$ octets ;
- $B = 2^{20}$ octets ;
- $C = 2^{30}$ octets.

2) Explique pourquoi l'expression A est généralement appelée « 1 kilooctet ». On note $A \approx 1$ ko (10^3 octets). Par approximation, on écrit $A = 1$ ko.

3) De même B est appelé « 1 Mégaoctet » (1 Mo) et C « 1 Gigaoctet » (1 Go). Indique par quelles puissances de 10, se traduisent les préfixes « méga » et « giga ».

60 Multiple et diviseur

1) À l'aide de la calculatrice retrouve les nombres entiers positifs non nuls n, m et p tels que :

$$349\,272 = 2^n \cdot 3^m \cdot 7^p \cdot 11$$

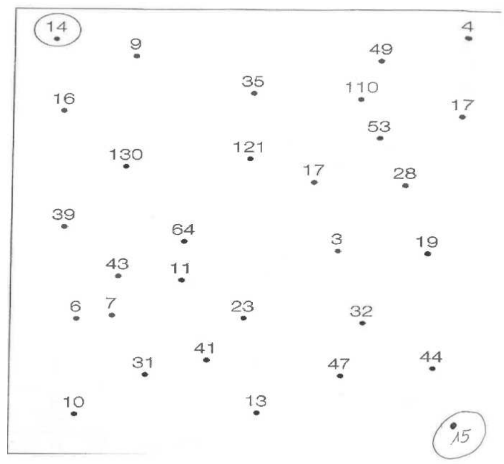
2) À l'aide de la calculatrice retrouve les nombres entiers positifs non nuls r, s et t tels que :

$$36\,288 = 2^r \cdot 3^s \cdot 7^t$$

3) On considère : $N = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 7$.
Sans calculer la valeur de N, montre que N est un diviseur commun à 349 272 et à 36 288.

4) On considère : $M = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 7^2 \cdot 11$.
Sans calculer la valeur de M, montre que M est un multiple commun à 349 272 et à 36 288.

61 Chemin de diviseurs...



Sur la figure ci-dessous, trouver un chemin qui mène de 14 à 15 en alternant multiples et diviseurs. Pour vous aider, continuer le raisonnement suivant :

Je relie 14 à 28 car 28 est un multiple de 14 ;

Je relie 28 à . . . . . . car . . . . . . est un diviseur de 28 ;

Je relie . . . à . . . . . . car . . . . . . est un multiple de . . . . . . ;

Je relie . . . à . . . . . . car . . . . . . est un diviseur de . . . . . . ;

Je relie . . . à . . . . . . car . . . . . . est un multiple de . . . . . . ;

Je relie . . . à . . . . . . car . . . . . . est un diviseur de . . . . . . ;

Je relie . . . à . . . . . . car . . . . . . est un multiple de . . . . . . ;

Je relie . . . à . . . . . . car . . . . . . est un diviseur de . . . . . . ;

Je relie . . . à . . . . . . car . . . . . . est un multiple de . . . . . . ;

Je relie . . . à . . . . . . car . . . . . . est un diviseur de . . . . . . ;

Je relie . . . à 15 car . . . . . . est un multiple de 15.

Tous les nombres du tableau ne sont pas utilisés.

62 Chemin premier...

Trouver le chemin qui mène de la case X à la case Y en passant par 13 cases (sans compter les cases X et Y) contiguës différentes contenant chacune un nombre premier.

37	23	11	X	79	31	19
43	67	49	17	51	17	11
29	57	61	47	63	13	23
19	59	81	79	41	89	91
13	93	47	89	27	53	67
61	43	21	31	41	59	73
97	89	83	Y	71	83	97

Nombres premiers inférieurs à 1000

2	101	211	307	401	503	601	701	809	907
3	103	223	311	409	509	607	709	811	911
5	107	227	313	419	521	613	719	821	919
7	109	229	317	421	523	617	727	823	929
11	113	233	331	431	541	619	733	827	937
13	127	239	337	433	547	631	739	829	941
17	131	241	347	439	557	641	743	839	947
19	137	251	349	443	563	643	751	853	953
23	139	257	353	449	569	647	757	857	967
29	149	263	359	457	571	653	761	859	971
31	151	269	367	461	577	659	769	863	977
37	157	271	373	463	587	661	773	877	983
41	163	277	379	467	593	673	787	881	991
43	167	281	383	479	599	677	797	883	997
47	173	283	389	487		683		887	
53	179	293	397	491		691			
59	181			499					
61	191								
67	193								
71	197								
73	199								
79									
83									
89									
97									

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- trouver des diviseurs d'un nombre (et tous les diviseurs si ce nombre n'est pas trop grand) ;
- trouver des multiples d'un nombre ;
- décomposer un nombre en produits de facteurs premiers ;
- calculer avec des puissances ;
- calculer le PGCD de deux nombres entiers ;
- résoudre des problèmes nécessitant l'utilisation du PGCD ;
- calculer le PPMC de deux nombres entiers.

QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

63 84 est divisible par . . .

a 5	b 9	c 2	d 3

64 150 est divisible par . . .

a 3	b 2	c 5	d 10

65 435 est . . .

a Un multiple de 5	b Un diviseur de 5	c Divisible par 5	d Un multiple de 3

66 17 est . . .

a Un diviseur de 3 672	b Un multiple de 17	c Le seul diviseur de 17	d Un multiple de 8,5

67 Retrouve la (ou les) affirmation(s) vraie(s) :

a Tout nombre entier est un multiple de 0	b Il existe toujours au moins un diviseur commun à deux entiers	c La liste des diviseurs d'un entier est infinie	d Un nombre entier est toujours divisible par lui-même

68 15 est . . .

a Un diviseur commun à 30 et 45	b Le PGDC de 30 et 45	c Le plus grand multiple commun à 3 et 5	d Le plus grand des diviseurs communs à 60 et 135

69 Le PGCD de 12 et 18 est . . .

a 1	b 6	c 2	d 0

70 24 est . . .

a Le PPMC de 6 et 4	b Un multiple commun à 8 et 6	c Le PPMC de 8 et 6	d Un multiple de 48

71 $5^3 = \dots$

- a 15
- b 8
- c 125
- d 03 : 05 : 00

72 51 est …

- a Un nombre premier
- b Un multiple de 7
- c Divisible par 17
- d Un diviseur de 102

73 Dans 4^3, 3 est …

- a La base
- b L'exposant
- c La puissance
- d Le facteur

74 La décomposition en produits de facteurs premiers de 84 possède …

- a 3 facteurs distincts
- b Le facteur 2^3
- c 4 facteurs
- d Deux facteurs premiers

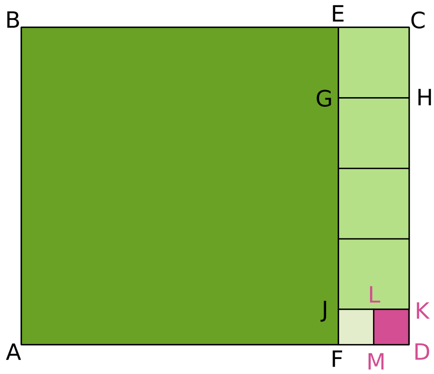
Travaux pratiques

TP 1 Méthode géométrique de calcul du PGDC

A Découverte de la méthode

Dans cette partie, nous allons illustrer le calcul du PGDC de 18 et 22 par une figure géométrique.

On commence par construire un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 18$ et $BC = 22$. On construit ensuite le carré $ABEF$. Dans la surface restante représentée par le rectangle $ECDF$, on peut placer quatre carrés de côté EC. On construit ensuite le carré $JLMF$ et on constate que la surface restante est l'intérieur d'un carré : $LKDM$.



1) Chaque membre du groupe reproduit cette figure en choisissant un carreau ou 1 cm comme unité ;

2) Chaque membre calcule le PGDC de 18 et 22 ;

3) À quelle longueur correspond le PGDC de 18 et 22 ?

B Quelques autres exemples

1) Chaque membre détermine le PGDC de 12 et 45 par la méthode géométrique (sur une feuille à petits carreaux) ;

2) Chaque membre vérifie son résultat en calculant le PGDC de 12 et 45 par la méthode des soustractions successives ;

3) Chaque membre choisit un nombre entre 10 et 20 et un autre nombre entre 40 et 50. Il donne ses deux nombres à son voisin de droite qui doit déterminer leur PGDC par la méthode géométrique (sur une feuille à carreaux).

TP 2 Dans le coeur des micros

A Parlons chiffre

En informatique, on utilise seulement des 0 et des 1 pour coder les nombres. On travaille avec un système de numération binaire.

Écriture binaire	Écriture décimale	Lien entre les deux écritures
1	1	$1 \cdot 2^0$
10	2	$1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$
11	3	$1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$
100	2	$1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$

1) Observez bien la table de correspondance précédente puis déterminez l'écriture en binaire des entiers inférieurs à 10 ;

2) Reproduisez la feuille de calcul suivante sur un tableur :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre en binaire							
2	0	1	1	1	1	1	0	1
3	Nombre en écriture décimale							...

Programmez en H3 le calcul nécessaire pour obtenir l'écriture décimale d'un nombre en binaire.

B La table ASCII

L'unité d'enregistrement en informatique est le **bit**, symbolisé par un 0 ou un 1. Un **octet** correspond à une suite de huit bits, par exemple 0100 1101.

1) Combien de nombres peut-on écrire avec un octet ?

Pour coder la centaine de caractères présents sur un clavier, on les numérote de 0 à 255 et on les code à l'aide d'un octet. La table qui permet de mettre en correspondance un caractère et le nombre entre 0 et 255 s'appelle la **table ASCII**. Récupérez-la sur Wikipedia.

2) Retrouvez l'écriture décimale du nombre 0100 0001. À quelle lettre correspond-il ?

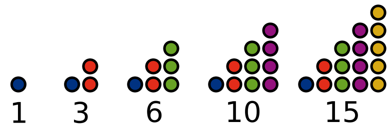
3) À l'aide de la question **1**, retrouvez l'écriture en binaire des codes des autres lettres de l'alphabet.

Choisissez alors quatre mots de moins de dix lettres, codez-les en binaire puis demandez aux autres groupes de les retrouver. Faites de même avec les mots qui vous auront été donnés.

Récréation, énigmes

Nombres triangulaires

Ci-dessous, les cinq premiers nombres « triangulaires » :



1) Quel est le millième ?

2) Que remarques-tu lorsque tu additionnes deux nombres triangulaires consécutifs ?

Geôle

Dans un donjon, vingt cellules numérotées de 1 à 20 sont fermées à clé. Ces cellules s'ouvrent et se ferment en un tour de clé.

Alors que les prisonniers dorment à poings fermés, un premier gardien, les pensant ouvertes, met un tour de clé à toutes les cellules.

Peu après, un deuxième gardien met un tour de clé à toutes les cellules dont le numéro est multiple de 2.

Arrive ensuite un troisième gardien qui met un tour de clef à toutes les cellules dont le numéro est un multiple de 3 !

Et ainsi de suite...

Au final, vingt gardiens se sont succédés !

1) Quels sont les numéros des cellules dont les prisonniers vont facilement pouvoir s'évader ?

Reprends le même problème avec 500 cellules et 500 passages de gardiens ! ! Justifie ta réponse.

GÉOMÉTRIE

6

Quadrilatères

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Les quadrilatères

1) Comment appelles-tu des figures géométriques qui ont plusieurs côtés ? Trois côtés ? Quatre côtés ?

2) Quatre élèves ont nommé la **Figure 1**. Quels sont ceux qui se sont trompés ?

Saïd	Gaëtan	Bérénice	Soumia
ADCB	*ABDC*	*BCDA*	*BDAC*

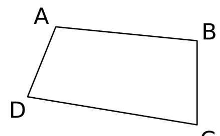


Figure 1

3) Pour chaque figure, nomme ses côtés et ses diagonales.

4) Dans la vie courante, on dit que : « Lundi et mardi sont deux jours consécutifs. ». Peux-tu citer deux côtés consécutifs de la **Figure 3** ? Deux sommets consécutifs de la **Figure 2** ?

5) Trace un quadrilatère *RSTU* ayant deux côtés opposés parallèles. Donne deux sommets opposés de ce quadrilatère.

6) Connais-tu des quadrilatères particuliers ? Lesquels ?

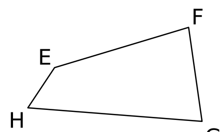


Figure 2

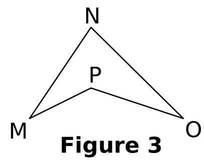
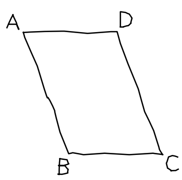


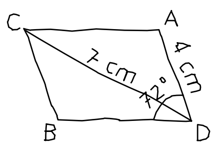
Figure 3

ACTIVITÉ 2 Une figure à main levée ... à l'œil ouvert

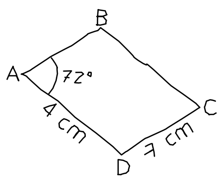
Un professeur demande à ses élèves de tracer les croquis d'un parallélogramme *ABCD* tel que $AD = 4$ cm, $DC = 7$ cm, $\widehat{ADC} = 72°$. Voici les croquis de cinq élèves :



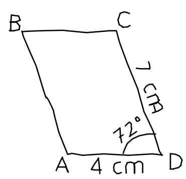
Rachid



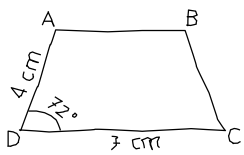
Élodie



Anissa



Véronique



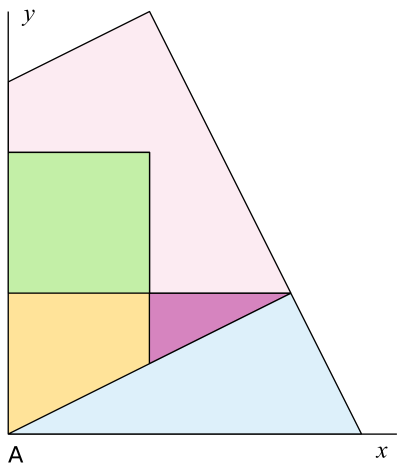
Patrick

1) Qui a fait un croquis correct ? Pour les croquis non corrects, explique l'erreur commise.

2) Construis le parallélogramme *ABCD*.

ACTIVITÉ 3 Puzzle de Sam Lloyd

Partie A : Construction du puzzle



- Construis deux demi-droites perpendiculaires $[Ax)$ et $[Ay)$, puis trace le cercle de centre A et de rayon 7,5 cm. Il coupe $[Ax)$ en B et $[Ay)$ en C ;
- Sur $[AC]$, place les points E et F tels que $AE = EF = 3$ cm ;
- Trace la perpendiculaire à (AE) passant par E et place les points G et H sur cette droite tels que : $EG = GH = 3$ cm ;
- Trace (BH), puis la perpendiculaire à (BH) passant par C. Elle coupe (BH) en J ;
- Trace $[AH]$;
- Trace la droite d_1 perpendiculaire à (AE) passant par F, puis la perpendiculaire à (EH) passant par G qui coupe $[AH]$ en I et d_1 en K.

Gomme les traits de construction afin de ne conserver que ceux du modèle ci-dessus.
Découpe les cinq pièces du puzzle.

Partie B : Utilisation du puzzle

Utilise toutes les pièces du puzzle pour former un carré, un rectangle et un parallélogramme.
Construis une solution sur ton cahier pour chacune des formes demandées.

Cours - Méthodes

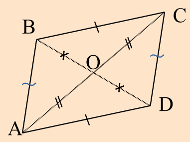
1. Définitions et propriétés des principaux quadrilatères particuliers

DÉFINITION

Le **parallélogramme** :
Un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux est un parallélogramme.

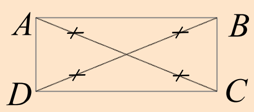
Propriétés : dans un parallélogramme :

- Les côtés opposés sont parallèles et ont la même longueur ;
- Les diagonales se coupent en leur milieu ;
- Les angles opposés sont égaux.



DÉFINITION

Le **rectangle** : Un quadrilatère qui a 4 angles droits est un rectangle.

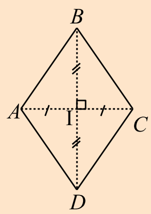


Propriétés :

- Un rectangle est un parallélogramme donc il possède toutes les propriétés d'un parallélogramme ;
- Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur.

DÉFINITION

Le **losange** : Un quadrilatère qui a 4 côtés de même longueur est un losange.



Propriétés :

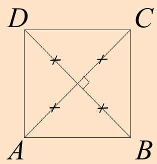
- Un losange est un parallélogramme donc il possède toutes les propriétés d'un parallélogramme ;
- Les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.

DÉFINITION

Le **carré** :
Un quadrilatère qui a 4 côtés de même longueur et 4 angles droits est un carré.

Propriétés :

- Un carré est à la fois un parallélogramme, un losange et un rectangle donc il a toutes les propriétés de ces quadrilatères ;
- Les diagonales d'un carré sont perpendiculaires et de même longueur.

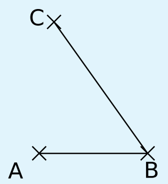


2. Méthodes de construction

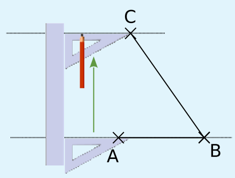
MÉTHODE 1 Construire un parallélogramme avec la règle et l'équerre

Remarque : On utilise ici le fait que les côtés opposés sont parallèles deux à deux.

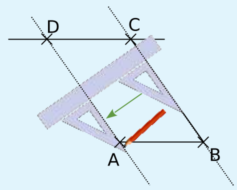
Exemple Soient trois points A, B et C non alignés. Place le point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.



On trace les côtés $[AB]$ et $[BC]$ du quadrilatère $ABCD$. Le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme, donc ses côtés opposés sont parallèles deux à deux : soit $(AB) \parallel (CD)$.



On trace la parallèle à (AB) passant par C.



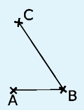
On trace la parallèle à (BC) passant par A. Ces deux droites sont sécantes en D. Ainsi $ABCD$ a ses côtés opposés parallèles deux à deux, c'est donc bien un parallélogramme.

Exercice d'application Réalise un croquis avant de construire le parallélogramme $PRLG$ tel que $PR = 5$ cm, $PG = 6$ cm et $\widehat{RPG} = 74°$ en utilisant la propriété sur le parallélisme des côtés opposés du parallélogramme.

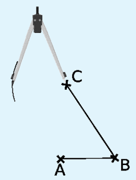
MÉTHODE 2 Construire un parallélogramme avec le compas

Remarque : On utilise ici le fait que les côtés opposés d'un parallélogramme sont égaux deux à deux.

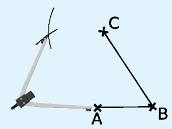
Exemple



On trace les côtés $[AB]$ et $[BC]$ du quadrilatère $ABCD$. Le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme, donc ses côtés opposés $[AB]$ et $[CD]$ sont de la même longueur deux à deux : soit $AB = CD$ et $BC = AD$.



À l'aide du compas, on reporte la longueur AB à partir du point C.



On reporte la longueur BC à partir du point A. On place le point D à l'intersection des deux arcs de cercle puis on trace les côtés $[AD]$ et $[CD]$. Ainsi $ABCD$ a ses côtés opposés égaux deux à deux, c'est donc bien un parallélogramme.

Pour les deux exemples ci-dessous, faire un croquis avant de faire le tracé précis :

Exercice d'application Construis le parallélogramme $DRAP$ tel que $DR = 6$ cm, $DP = 8$ cm et $\widehat{RDP} = 40°$ en utilisant la propriété sur l'égalité des longueurs des côtés opposés du parallélogramme.

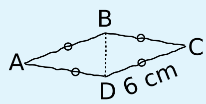
Exercice d'application Construis un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 3$ cm et $BC = 5$ cm.

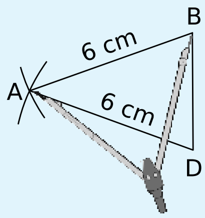
MÉTHODE 3 Construire un losange avec le compas

Remarque : On utilise ici le fait qu'un losange a quatre côtés de même longueur.

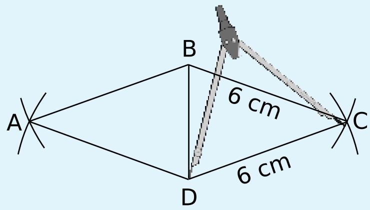
Exemple Construis un losange $ABCD$ de 6 cm de côté.

On fait d'abord un croquis. Dans un losange, les quatre côtés ont la même longueur. Ainsi, les triangles ABD et CBD sont **isocèles** respectivement en A et C.





On trace un segment $[BD]$. On construit un triangle ABD isocèle en A tel que $AB = AD = 6$ cm.



On construit le triangle CBD isocèle en C tel que $CB = CD = 6$ cm.

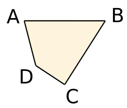
Exercice d'application Construis un losange $VERT$ tel que $VE = 4{,}5$ cm et $ET = 6{,}9$ cm.

Exercice d'application Construis un triangle BOL isocèle en B tel que $BO = 2{,}1$ cm et $OL = 3{,}4$ cm. Place le point S pour que $BOSL$ soit un losange.

S'entraîner

1 **Un peu de vocabulaire**

Recopie et complète les phrases en utilisant les mots « côtés », « sommets », « diagonales », « opposés » et « consécutifs ».



Dans le quadrilatère $ABCD$:

1) $[AB]$ et $[CD]$ sont des .... ;

2) C et D sont des .... ;

3) $[AD]$ et $[BC]$ sont des .... ;

4) $[AC]$ et $[BD]$ sont les .... ;

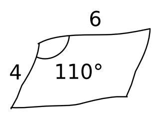
5) A et C sont des .... ;

6) $[AB]$ et $[BC]$ sont des ....

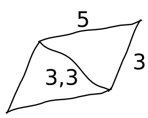
parallélogrammes

2 Construis les parallélogrammes donnés par leur croquis dont les mesures sont données en cm. Dans chacun des cas, précise quelle propriété a été utilisée pour la construction :

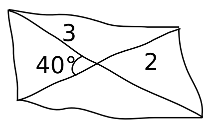
1)



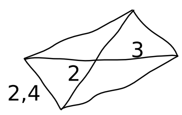
3)



2)



4)



3 Lorsque c'est possible, construis les parallélogrammes $ABCD$ suivants. Quand la construction n'est pas possible, explique pourquoi :

1) $AB = 5$ cm, $AD = 3,5$ cm et $BD = 7$ cm ;

2) $AB = 2$ cm, $AD = 4,5$ cm et $BD = 3,5$ cm ;

3) $AD = 4$ cm, $AB = 2,8$ cm et $BD = 7$ cm ;

4) Construis un carré $IJKL$ tel que $IK = 6,4$ cm.

4 Pour chacun des parallélogrammes suivants, fais d'abord un croquis puis construis :

1) $VERT$ avec $VT = 5$ cm, $\widehat{ERT} = 125°$ et $VE = 4$ cm ;

2) $BLEU$ de centre I avec $BL = 6$ cm, $UI = 3$ cm et $IE = 4$ cm ;

3) $NOIR$ avec $NI = 62$ mm, $\widehat{NIR} = 40°$ et $\widehat{RNI} = 30°$.

5 Trace un segment $[GR]$ de 7 cm. Construis un parallélogramme dont $[GR]$ est un côté puis un autre dont $[GR]$ est une diagonale.

6 **Avec trois points**

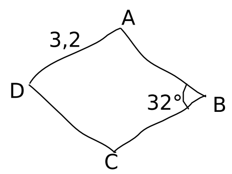
1) Place trois points P, I et M tels que le segment $PI = 4$ cm, le segment $IM = 5$ cm et l'angle $\widehat{PIM} = 130°$;

2) Trouve tous les points N $(N_1, N_2, \ldots)$ tels que les points P, I, M et N soient les sommets d'un parallélogramme.

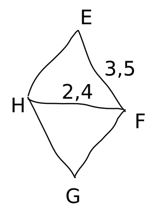
losanges

7 Construis les losanges donnés par leur croquis dont les mesures sont données en cm :

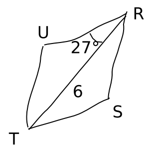
1)



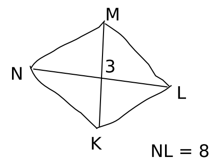
3)



2)



4)



8 **Losanges**

1) Construis un losange $ABCD$ avec $AB = 4$ cm ;

2) Sur du papier calque, construis un losange $A'B'C'D'$ tel que $A'B' = 4$ cm et $B'D' = 3,2$ cm.
Par superposition, compare cette figure avec celle de la question 1 ;

3) Construis un losange $EFGH$ tel que $EF = 32$ mm et $EG = 48$ mm.

9 Dans chacun des cas suivants, construis un losange $LONG$ tel que :

1) $\widehat{OLG} = 31°$ et $LO = 3$ cm ;

2) $\widehat{LON} = 131°$ et $LO = 3$ cm ;

3) $\widehat{OLN} = 31°$ et $LO = 3$ cm.

10 **Mon beau losange**

Un professeur demande à trois élèves d'expliquer les différentes étapes pour construire un losange :

- Arnaud dit qu'il trace en pointillés un segment puis fait deux triangles isocèles identiques de chaque côté ;
- Sébastien dit qu'il trace en pointillés deux segments perpendiculaires qui se coupent en leur milieu puis qu'il relie leurs extrémités ;
- Audrey dit qu'elle trace deux segments de même longueur avec la même extrémité puis qu'elle trace les parallèles à ces deux segments.

1) Pour chaque réponse d'élève, énonce la propriété du losange qui sert à sa construction.
2) Construis les trois losanges en respectant les programmes de construction de chacun.

Rectangles

11 **Des rectangles**

Dans chaque cas, fais d'abord un croquis puis construis :

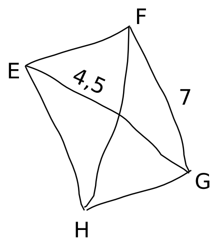
1) $LOUP$ est un rectangle tel que $LO = 8$ cm et $LP = 6$ cm ;
2) $NUIT$ est un rectangle tel que $UI = 95$ mm et $IT = 112$ mm.

12 **D'autres rectangles**

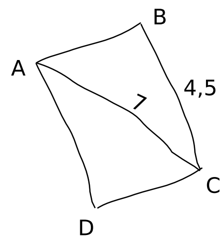
1) Construis un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 7{,}5$ cm et $AD = 4{,}8$ cm ;
2) Construis des points E et F tels que $DBEF$ soit un rectangle et $BE = 5$ cm ;
3) Construis un rectangle $GRIS$ tel que $GR = 9$ cm et $GI = 12$ cm ;
4) Construis un rectangle $LUNE$ tel que $LU = 76$ mm et $LN = 0{,}6$ dm.

13 Construis les rectangles donnés par leur croquis dont les mesures sont données en cm :

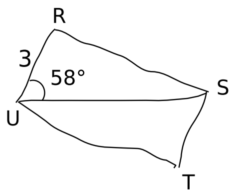
1)



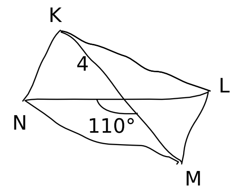
3)



2)



4)



carrés

14 **Des carrés**

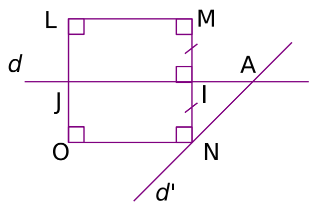
Construis les carrés donnés :

1) un carré $BLEU$ de côtés 4 cm ;
2) carré $LUNA$ de côtés 6,2 cm ;
3) un carré $IJKL$ tel que $IK = 6{,}4$ cm.

15 **Programme de construction**

Écris un programme de construction pour la figure suivante :

$d' \parallel (OM)$
$LM = MN = 5$ cm



16 Trace une droite d et place un point R qui n'appartient pas à d ;

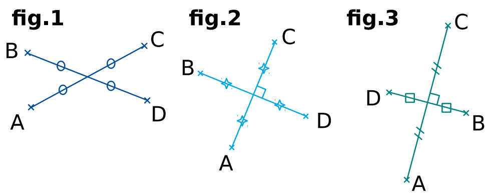
Construis un carré de sommet R, ayant pour axe de symétrie la droite d. Combien y a-t-il de solutions ?

S'entraîner

quadrilatères mélangés...

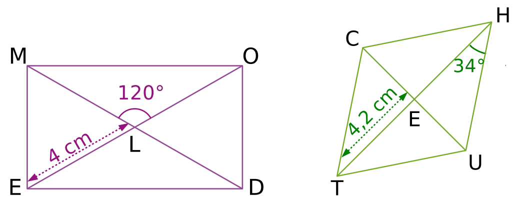
17 Reconnaître

Quelle est la nature de chaque quadrilatère $ABCD$:



18 Constructions

Construis le rectangle $MODE$ et le losange $CHUT$:



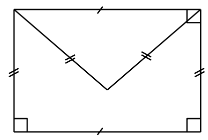
19 Pour chacun des quadrilatères suivants, fais d'abord un croquis puis construis :

1) Le rectangle $MANU$ tel que $MN = 9$ cm et $MA = 5$ cm ;
2) Le losange $OURS$ tel que $OR = 8$ cm et $US = 6$ cm ;
3) Le rectangle $PAUL$ tel que $PA = 8$ cm et $\widehat{LAU} = 53°$.

Rédige le programme de construction correspondant.

20 Une enveloppe plus grande

Construis une figure trois fois plus grande en utilisant uniquement ta règle non graduée et ton compas.



cercles

21 Deux droites sécantes et un cercle

1) Trace deux droites d et d' sécantes en O sans qu'elles soient perpendiculaires. Place un point A sur d. Trace le cercle de centre O et de rayon OA. Il recoupe d en A' et d' en B et B' ;
2) Quelle semble être la nature du quadrilatère $ABA'B'$? Et si d et d' sont perpendiculaires ?

22 Avec des cercles

Trace deux cercles concentriques de centre O. En te servant uniquement d'une règle non graduée, trace un parallélogramme de centre O dont deux sommets appartiennent à l'un des cercles et les deux autres à l'autre cercle.

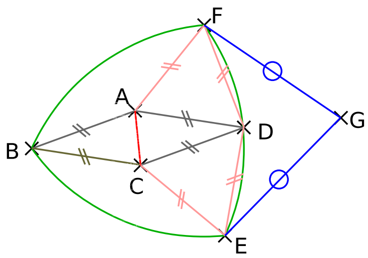
23 Renard rusé

Un poulailler grillagé de forme rectangulaire mesure 10 mètres de long et 6 mètres de large. Médor, le premier chien de garde, est attaché à un piquet à l'angle du poulailler avec une chaîne de 15 mètres. Il doit surveiller le grillage mais ne peut pas rentrer dans l'enclos.

1) Dessine le poulailler, en précisant l'échelle appropriée que tu auras choisie, puis colorie en rouge la zone protégée par Médor. Repasse en noir la partie du grillage que le renard pourrait attaquer sans danger.
2) Barbac, le second chien de garde est attaché avec une chaîne de 10 mètres, à l'angle du poulailler le plus proche de celui de Médor.
   Sur le même schéma, colorie en bleu la zone protégée par Barbac. Le renard peut-il encore attaquer le grillage du poulailler en toute sécurité ?

24 Agrandissement

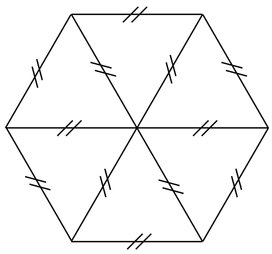
Reproduis la figure en doublant ses dimensions.



25 Construction de l'hexagone

Observe attentivement le codage de la figure ci-contre.

Déduis-en une méthode pour construire un hexagone régulier de 4 cm de côté puis effectue la construction sur ton cahier.



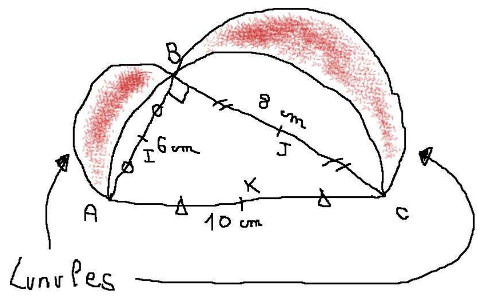
26 Quadrilatères inscrits dans un cercle

1) Trace un cercle de centre O et de rayon 5 cm. Trace deux diamètres perpendiculaires qui coupent le cercle en quatre points formant le quadrilatère $RIEN$. Quelle est sa nature ?
2) Construis les médiatrices de $[NO]$ et de $[OI]$. Elles coupent le cercle en quatre points formant le quadrilatère $TOUS$. Quelle est sa nature ?
3) Les médiatrices coupent $[NI]$ en deux points M et A. Quelle est la nature de $ARME$?

27 Élève absent

Tu étais absent au dernier cours de mathématiques. Marcel et Célestine se sont partagé le travail pour décrire à leur manière les figures. Reproduis-les proprement sur ton cahier :

1) Marcel te donne le croquis de la première figure intitulée « les lunules d'Hippocrate ».



2) Célestine te donne un programme de construction d'un carré $ABCD$ à la règle et au compas :
   « D'abord, tu traces deux points A et B, et la droite (AB).
   Pour tracer la droite perpendiculaire à (AB) passant par A, tu fais comme cela :
   - Place un point K de manière à ce que A soit le milieu de $[KB]$;
   - Trouve un point L, équidistant de K et de B, autre que le milieu A ;
   - Trace la droite (AL).

   Ensuite, tu fais de la même manière pour tracer la perpendiculaire à (AB) passant par B.
   Enfin, comme tu sais que les côtés d'un carré ont tous la même longueur, tu trouves les points C et D.
   Et puis pour finir, tu traces joliment ton carré au stylo . . . »

Approfondir

28 Un intrus

Construis les figures données par les trois programmes. Quelle est la figure différente des deux autres ?

1) **Programme 1**

   Trace un cercle de diamètre $[CD]$, de centre O et de rayon 3 cm ;
   Place le point B tel que C soit le milieu de $[BO]$;
   Construis le triangle ABC tel que $AB = 4$ cm et $AC = 5$ cm ;
   Trace le segment $[AD]$;
   Trace les cercles de diamètre $[AD]$ et $[AC]$.

2) **Programme 2**

   Trace un segment $[AC]$ de longueur 5 cm, puis trace le cercle de diamètre $[AC]$;
   Place un point B sur ce cercle à 4 cm du point A et trace les segments $[AB]$ et $[BC]$;
   Place les points O et D de manière à ce que les points B, C, O et D soient alignés dans cet ordre et régulièrement espacés ;
   Trace le segment $[AD]$, le cercle de diamètre $[AD]$ et le cercle de centre O passant par D.

3) **Programme 3**

   Trace un segment $[AD]$ de longueur 13 cm, et le cercle de diamètre $[AD]$;
   Place un point B sur le cercle précédent et à 5 cm de A ;
   Trace le segment $[BD]$;
   Place le point O sur le segment $[BD]$ à 4 cm du point D ;
   Trace le cercle de centre O passant par D, il coupe le segment $[BD]$ en C ;
   Trace le segment $[AC]$;
   Trace le cercle de diamètre $[AC]$.

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- citer les définitions d'un parallélogramme, d'un losange, d'un rectangle et d'un carré ;
- utiliser les propriétés des différents quadrilatères, en particulier celles de leurs diagonales ;
- tracer des quadrilatères particuliers à partir de leurs propriétés.

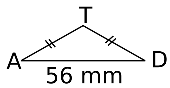
QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

29 Si T est le milieu d'un segment $[AD]$ et que $AD = 56$ mm alors ...

(a) $T \in [AD]$ et $TA = 28$ mm

(b) $TA = TD$

(c) 

(d) $[AD]$ est un diamètre du cercle de centre T et de rayon 28 mm

30 Si $ROSE$ est un losange alors ...

(a) $[RE]$ est une diagonale

(b) $[OS]$ est une diagonale

(c) $[OS]$ est un côté

(d) $[RS]$ est une diagonale

Travaux pratiques

TP 1 Fractale

A Dans la cour

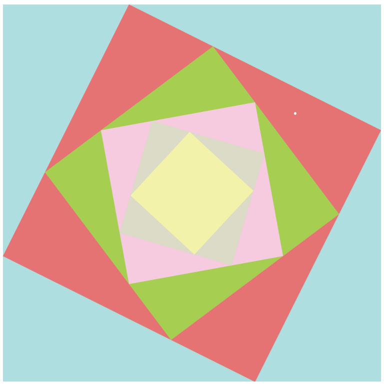
Chaque groupe possède une ficelle de 1 mètre de long, une équerre et des craies de couleur.

Le but est de reproduire sur le sol de la cour la figure ci-dessous, constituée de carrés inscrits les uns dans les autres.

Le plus grand carré mesure 1 m de côté.

Chaque carré a ses sommets positionnés au tiers de la longueur des côtés du carré précédent.

Continuez la construction en variant les couleurs pour chaque carré inscrit.



B Sur ton cahier

Sur ton cahier, reproduis la construction de la figure fractale du carré.

Selon la même méthode, dessine ensuite une figure fractale d'un losange.

TP 2 Figures téléphonées

A Construction de la figure

Chaque élève construit une figure contenant : cinq points, un cercle ayant son rayon ou son diamètre décrit par deux de ces cinq points, un losange. Le reste de la construction est libre.

B Écriture du programme de construction

Écris un programme de construction de ta propre figure, en indiquant les longueurs utiles et en nommant les points si nécessaire. Donne ensuite ce programme à ton binôme et conserve la figure initiale cachée.

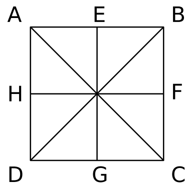
C Reconstruction de la figure

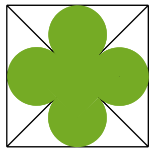
Essaie de suivre les instructions du programme que tu as reçu et reproduis le plus fidèlement possible la figure de ton camarade.
Une fois les constructions terminées, valide la construction en comparant la figure construite avec l'originale.

Récréation, énigmes

Vitraux de cathédrales

Dans les deux cas construis un carré de côté 6 cm :



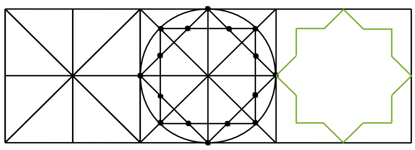


Programme de construction :

- Construis un arc de cercle de centre A et de rayon AE ; il coupe [AC] en un point que tu nommeras I ;
- Construis le point J tel que le quadrilatère AEJI soit un losange ;
- Nomme K le point d'intersection de la diagonale [AJ] et du segment [EG].
  Trace le cercle de centre K passant par E ;
- Place les points L et N sur le segment [HF] tel que LF = EK = HN ;
- Trace le cercle de centre L passant par F et celui de centre N passant par H ;
- Place le point M sur le segment [EG] tel que MG = EK ;
- Trace le cercle de centre M passant par G.

Tu obtiens ainsi une rosace à quatre branches que tu peux voir dans certaines églises.

L'art de l'islam



Tu peux réaliser une belle frise avec ce motif.

CALCUL

7

Nombres relatifs

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 De nouveaux nombres

Partie A : 1ère approche

1) Trace une demi-droite graduée d'origine le point O en prenant le centimètre comme unité. Place les points $A(3)$, $B(4)$ et $D(9)$.

2) Construis le point C tel que A soit le milieu du segment $[BC]$. Quelle est l'abscisse du point C ?

3) On veut placer le point E tel que A soit le milieu du segment $[DE]$. Que constates-tu ? Comment compléter cette graduation pour résoudre complètement ce problème ? Quelle est alors l'abscisse du point E ?

Partie B : 2ème approche

Ce matin, il faisait très froid. La température a augmenté de 5°C, il fait maintenant 3°C.
Pour trouver la température de ce matin, nous allons tester différentes valeurs. Recopie puis complète le tableau ci-contre :

+ 5

Température du matin	Température actuelle
5	
3	
1	
0	

1) Les différentes valeurs testées répondent-elles au problème ? En conséquence, la température du matin peut-elle être supérieure à 0 ?

2) Quelle était alors la température ce matin ?

Partie C : Utilisation de ces nouveaux nombres

Dans quelles circonstances de la vie quotidienne as-tu rencontré des nombres possédant un signe $+$ ou $-$? Donne des exemples en histoire, en physique ou dans d'autres domaines.

ACTIVITÉ 2 Opposés ?

1) Trace une droite graduée d'origine O en prenant le centimètre comme unité.

2) Place les points A et C d'abscisses respectives $+3$ et -6.

3) Place :
- Le point B tel que O soit le milieu du segment $[AB]$;
- Le point D tel que O soit le milieu du segment $[CD]$.

4) Reproduis et complète le tableau ci-dessous :

Point	A	B	C	D
Abscisse du point	$+3$		-6	
Distance du point à l'origine O (en centimètres)				

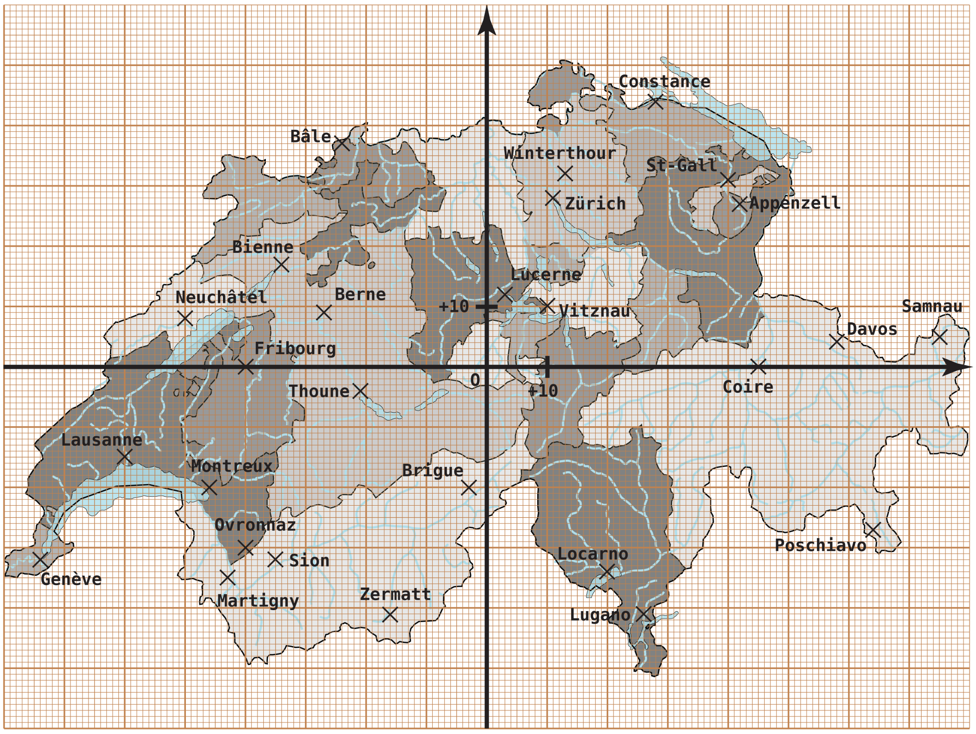
On dit que : « La **valeur absolue** d'un nombre relatif correspond à la distance entre l'origine O et le point qui a pour abscisse ce nombre ».

5) Donne la valeur absolue des nombres relatifs suivants : $+7$; -4 ; $-6,2$; $+17,8$.

6) Donne deux nombres différents qui ont la même valeur absolue. Que constates-tu ? Quel adjectif peux-tu utiliser pour qualifier ces deux nombres ?

ACTIVITÉ 3 Manque de repères ?

On a dessiné un repère du plan sur une carte de Suisse. L'origine de ce repère est la ville de Kerns dans le canton d'Obwald, représentée par le point O. (source de la carte de Suisse : Pymouss, Wikipedia)



Le professeur propose de chercher les coordonnées de Locarno qui permettent de la situer par rapport au point O dans ce repère. Voici les réponses de trois élèves de la classe :

- Dylan dit : « Les coordonnées de Locarno, c'est $+20$ » ;
- Julia dit : « Les coordonnées de Locarno sont d'abord $+20$ puis -34 » ;
- Medhi dit : « Les coordonnées de Locarno sont d'abord -34 puis $+20$ ».

1) Dylan a-t-il donné suffisamment d'informations pour repérer la ville de Locarno ? Dans un repère du plan, combien de nombres sont nécessaires pour repérer un point ?

2) Les réponses de Julia et Medhi manquent de précision. Pourquoi ? Réécris celles-ci afin qu'elles soient complètes.

Pour écrire les coordonnées d'un point, on écrit d'abord le nombre qui se lit sur l'axe horizontal puis le nombre qui se lit sur l'axe vertical, en les mettant entre parenthèses et en les séparant par un point-virgule.

3) Écris les coordonnées de Genève, Lausanne, Neuchâtel, Zürich, Fribourg et Poschiavo.

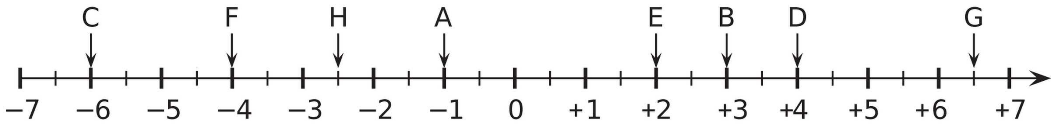
4) Donne le nom des villes dont les coordonnées sont : $(+45\,;\,0)$; $(+40\,;\,+31)$; $(-27\,;\,+9)$ et $(-35\,;\,-32)$.

5) Quand on va d'Ouest en Est, que remarques-tu concernant le premier nombre des coordonnées ? Quand on va du Nord vers le Sud, que remarques-tu concernant le deuxième nombre des coordonnées ?

6) Fabien donne les coordonnées d'une ville du quart Nord-Est : $(-13\,;\,+32)$. Luciana lui dit qu'il y a forcément une erreur. Pourquoi ? Corrige l'erreur de Fabien et cite la ville dont il voulait parler.

ACTIVITÉ 4 Comparaison de nombres relatifs

Sur l'axe gradué ci-dessous, on a placé les points A à H.



1) Lorsqu'on parcourt l'axe gradué de gauche à droite, comment sont rangées les abscisses des points ? Donne les abscisses des points A à F et celles de G et H.

2) En observant l'axe gradué, recopie en remplaçant les .... par $<$ ou $>$:

- $-6 \ldots\ldots -1$;
- $+3 \ldots\ldots -6$;
- $+4 \ldots\ldots -6$;
- $-1 \ldots\ldots +2$;
- $+2 \ldots\ldots +4$;
- $+4 \ldots\ldots +3$;
- $-1 \ldots\ldots -4$;
- $-4 \ldots\ldots -6$;
- $-2{,}5 \ldots\ldots +6{,}5$.

3) Entoure en rouge les cas pour lesquels tu as comparé deux nombres positifs. Observe ces cas et déduis-en une règle qui permet de comparer deux nombres positifs. Tu utiliseras l'expression « valeur absolue » pour rédiger cette règle.

4) Entoure en bleu les cas pour lesquels tu as comparé un nombre positif et un nombre négatif. Observe ces cas et déduis-en une règle qui permet de comparer un nombre positif et un nombre négatif.

5) Entoure en vert les cas pour lesquels tu as comparé deux nombres négatifs. Observe ces cas et déduis-en une règle qui permet de comparer deux nombres négatifs. Tu utiliseras l'expression « distance à zéro » pour rédiger cette règle.

1. Les nombres relatifs

DÉFINITION

Un **nombre relatif positif** s'écrit avec le signe $+$ ou sans signe.
Un **nombre relatif négatif** s'écrit avec le signe $-$.
0 est le seul nombre à la fois positif et négatif.
Deux nombres relatifs qui ne diffèrent **que** par leur signe sont **opposés**.

MÉTHODE 1 Savoir utiliser le vocabulaire

Exemple Quel est le signe du nombre ˘3 ? Quel est son opposé ?

Le signe de $-\ 3$ est $-$, il est négatif. Son opposé est $+\ 3$ que l'on écrit aussi 3.

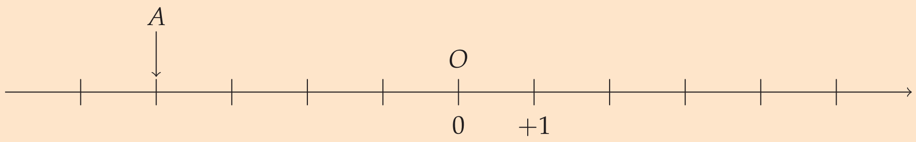
Exercice d'application Donne le signe des nombres relatifs suivants :
$+1235$; -587 ; 0 ; -1 ; $3,5$; $-0,001$.

Exercice d'application Donne l'opposé des nombres relatifs suivants :
$-2,531$; 0 ; $1,245$; $-0,03$ et $0,003$.

Cours - Méthodes

À CONNAÎTRE

Tout point d'une droite graduée est repéré par un nombre relatif appelé son **abscisse**.



MÉTHODE 2 Repérer un point sur une droite graduée

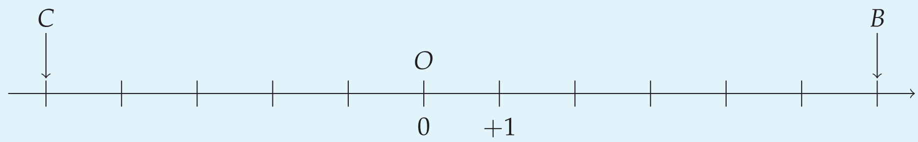
Exemple Sur la droite graduée ci-dessus, lis l'abscisse du point A :

Le point A est à gauche de l'origine : son abscisse est donc négative. La distance du point A au point O est 4. } donc l'abscisse du point A est -4.

Exemple Trace une droite graduée et place les points $B(+6)$ et $C(-5)$:

L'abscisse du point B est $+6$ donc { Son abscisse est positive : le point B est donc à droite de l'origine. Sa distance à l'origine est de 6 unités.

L'abscisse du point C est -5 donc { Son abscisse est négative : le point C est donc à gauche de l'origine. Sa distance à l'origine est de 5 unités.



Exercice d'application Trace une droite graduée d'origine O, une unité valant 2 cm. Places-y les points A, B, C, D et E, F d'abscisses respectives $+3$; -2 ; $+5$; -3 et $-1,5$; $+2,5$. Que peux-tu dire des abscisses de A et D ?

Cours - Méthodes

DÉFINITION

La **valeur absolue** d'un nombre relatif est le nombre sans son signe.
Sur une droite graduée, cela correspond à la distance entre l'origine et le point qui a pour abscisse ce nombre.

MÉTHODE 3 Trouver la valeur absolue d'un nombre relatif

Exemple Donne la valeur absolue du nombre -2 :
La valeur absolue du nombre -2 est 2.

Exercice d'application Donne la valeur absolue des nombres suivants : $+5$; -7 ; $+64,78$ et $-123,4$.

Cours - Méthodes

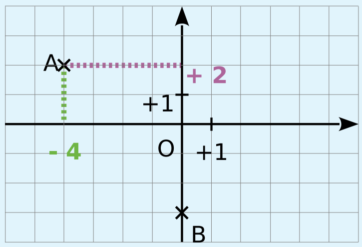
2. Repérage dans un plan

DÉFINITION

Dans un plan muni d'un repère, tout point est repéré par un couple de nombres relatifs appelé ses **coordonnées** : la première est l'**abscisse** et la seconde est l'**ordonnée**.

MÉTHODE 4 Repérer un point dans un plan

Exemple Lis les coordonnées du point A et du point B puis place les points $C(5\,;\,-3)$ et $D(-4\,;\,0)$:



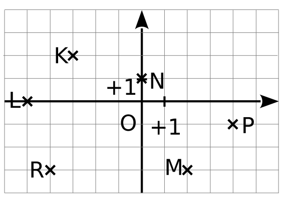
Pour lire les coordonnées du point A, on repère l'abscisse de A sur l'axe horizontal (pointillés verts) puis son ordonnée sur l'axe vertical (pointillés violets). On conclut en donnant l'abscisse puis l'ordonnée : $A\ (-4\,;\,+2)$.

Le point B appartient à l'axe des ordonnées donc son abscisse est 0. Ses coordonnées sont $(0\,;\,-3)$.
Pour placer le point C, on repère tous les points d'abscisse $+5$ puis on repère tous les points d'ordonnée -3. On place le point C à l'intersection des deux lignes.

L'ordonnée du point D est 0 donc D appartient à l'axe des abscisses.

Exercice d'application

Sur la figure ci-contre, lis les coordonnées des points K, L, M, N, P et R :



Exercice d'application Trace sur ton cahier un repère d'origine O. L'unité de longueur est le centimètre sur les deux axes. Place les points suivants :

1) $E(+2\,;\,+3)$; 2) $F(-2\,;\,-3)$; 3) $G(+2\,;\,-3)$; 4) $H(-2\,;\,3)$.

3. Comparaison

À CONNAÎTRE

Comparer deux nombres, c'est trouver lequel est le plus grand (ou le plus petit) ou dire s'ils sont égaux.

MÉTHODE 5 Comparer deux nombres relatifs

Exemple Compare 9,37 et 92,751 puis 81,36 et 81,357 :

On compare d'abord les **parties entières** des deux nombres :

- $9 < 92$ donc $9,37 < 92,751$.
- $81,357$ et $81,36$ ont la même partie entière. On compare alors les **parties décimales** : $81,357 = 81 + 0,357$ et $81,36 = 81 + 0,36$ mais $0,36 = 0,360$.

Or **360 millièmes** est plus grand que **357 millièmes** donc $81,36 > 81,357$.

Exemple Écris un encadrement de 1,564 au dixième :

$1,564 = 1 + 0,500 + 0,064$ et 0,064 est plus petit que 1 dixième. Ainsi, 1,564 est compris entre $1 + 0,5$ et $1 + 0,5 + 0,1$, soit $1 + 0,6$.

Donc un encadrement au dixième de 1,564 est : $1,5 < 1,564 < 1,6$.

Exercice d'application Compare les nombres suivants :

1) $+5$ et $+9$;
2) -3 et $+8$;
3) -6 et -12 ;
4) -5 et -9 ;
5) $5,1$ et $-5,3$;
6) $-6,2$ et $-6,4$.

Cours - Méthodes

À CONNAÎTRE

Deux nombres relatifs positifs sont rangés dans l'ordre de leur valeur absolue.
Un **nombre relatif négatif** est inférieur à un **nombre relatif positif**.
Deux nombres relatifs négatifs sont rangés dans l'ordre inverse de leur valeur absolue.

MÉTHODE 6 Comparer des nombres relatifs

Exemple Compare les nombres -9 et -7 :

-9 et -7 $\longrightarrow$ On veut comparer deux nombres relatifs négatifs.
$9 > 7$ $\longrightarrow$ On détermine les valeurs absolues de -9 et de -7 puis on les compare.
$-9 < -7$ $\longrightarrow$ On range les nombres -9 et -7 dans l'ordre inverse de leur valeur absolue.

Exercice d'application Range dans l'ordre croissant les nombres suivants :

1) $+12\,;0\,;-7\,;-5\,;+5\,;$

2) $-8\,;+10\,;-14\,;-21\,;+3\,;-1\,;$

3) $-24\,;-2{,}4\,;2{,}4\,;0\,;-4{,}2\,;-4\,;$

4) $-2{,}4\,;+2{,}3\,;-2{,}42\,;+2{,}33\,;-3{,}23.$

Vocabulaire

1 Dans la vie courante

Donne des exemples de la vie courante pour lesquels on utilise :

1) Des nombres entiers relatifs ;

2) Des nombres relatifs non nécessairement entiers.

2 Interprétation

Parmi la liste de mots suivants, quels sont ceux qui peuvent « se traduire » à l’aide :

1) D’un nombre relatif positif ?

2) D’un nombre relatif négatif ?

3) Du nombre relatif « 0 » ?

Diminuer, croître, soldes, monter, croissance, recul, freiner, augmenter, déclin, progression, ajouter, hausse, maigrir, ôter, dépense, régression, stable, descendre, accélérer, baisse, centupler, fixe, atténuer, constant, restreindre, chute, ascendant, amoindrir, stagnation.

3 Recopie et complète les phrases en utilisant les mots proposés :

positif | négatif | plus | relatif | opposé

1) -4 est un nombre . . . . ;

2) Un nombre . . . . peut s’écrire sans le signe . . . . ;

3) L’ . . . . d’un nombre relatif . . . . est un nombre relatif . . . . ;

4) $+3$ est l’ . . . . de -3.

4 L’opposé de l’opposé

1) Recopie et complète le tableau suivant :

Nombre	5		0	−27	
Opposé du nombre		−2			
Opposé de l’opposé du nombre					10

2) Que peux-tu dire de l’opposé de l’opposé d’un nombre relatif ?

5 Classement

Soient les nombres relatifs suivants :

- $-7,8$;
- $-0,07$;
- $0,0001$;
- $+13$;
- -0 ;
- $18,43$;
- 0 ;
- $+2005$;
- $+1979$.
- $-7,3$;
- $-\dfrac{27}{5}$;

Classe ces nombres relatifs en deux catégories :

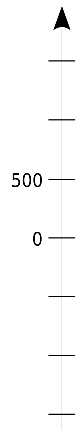
- Les négatifs ;
- Les positifs.

Quel(s) nombre(s) se trouve(nt) dans les deux catégories ?

6 Hauteurs et profondeurs

Sur ton cahier, reproduis l’axe gradué ci-contre sur lequel 1 cm correspond à 500 m puis place, le plus précisément possible, les hauteurs et profondeurs suivantes :

- **A** : le Chasseral est un sommet du Jura qui est situé à 1 607 mètres d’altitude ;
- **B** : le Tibet est le plus haut plateau du monde avec une altitude moyenne de 4 500 m ;
- **C** : la Mer Morte en Asie a une profondeur de 349 m ;
- **D** : le cachalot peut plonger jusqu’à 700 m pour se nourrir ;
- **E** : la hauteur de la tour Eiffel est 324 m.



7 On considère un immeuble comportant un rez-de-chaussée et cinq étages ainsi qu’un parking en sous-sol avec deux niveaux.

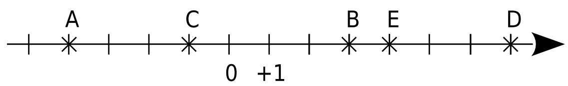
Dessine le panneau de commandes de l’ascenseur de cet immeuble.

Repérage sur une droite

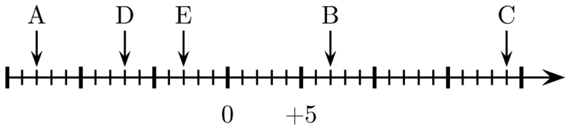
8 Abscisses

Pour chaque cas, lis puis écris les abscisses des points A, B, C, D et E :

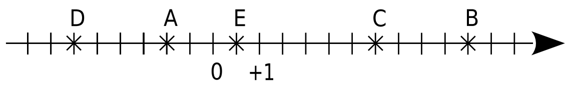
1)



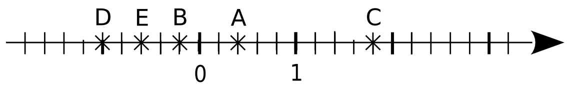
2)



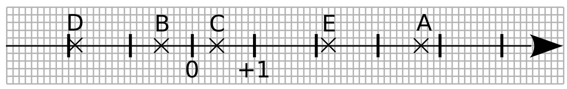
3)



4)



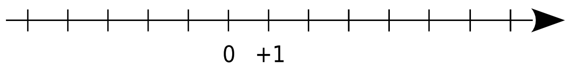
5)



9 Placements de points

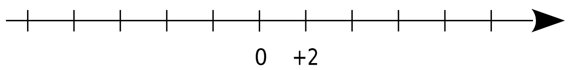
Reproduis les dessins de chaque droite graduée et place les points A, B, C, D et E d'abscisses respectives :

1)



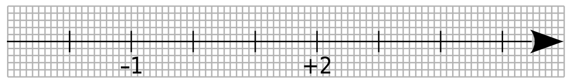
$A(-1)$; $B(+4)$; $C(-3)$; $D(+3)$; $E(-5)$.

2)



$A(-2)$; $B(+4)$; $C(-6)$; $D(+8)$; $E(-8)$.

3)



$A(+4)$; $B(-0,5)$; $C(+0,8)$; $D(+3,4)$; $E(-2,1)$.

10 Placements de points (bis)

1) Trace une droite graduée en prenant le centimètre comme unité.

2) Place sur cette droite les points suivants : $A(-5)$; $B(+3)$; $C(+2)$; $D(-4)$; $E(+5)$;

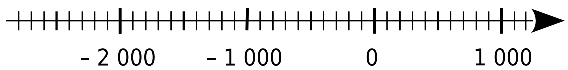
3) Place le milieu L du segment $[AB]$. Lis puis écris l'abscisse du point L.

4) Place le point M tel que C soit le milieu du segment $[EM]$. Lis et écris l'abscisse du point M.

11 Trace une droite graduée et choisis une unité convenable pour placer les points suivants :

- $A(52)$;
- $B(-36)$;
- $C(80)$;
- $D(-12)$.

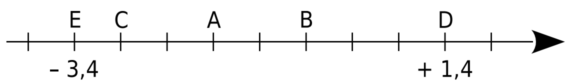
12 Histoires



Reproduis cette droite graduée pour que 5 cm correspondent à 1 000 ans et place les événements suivants le plus précisément possible :

- K : construction de la pyramide de Khéops, vers $-2\,600$;
- J : naissance de Jules César, en -100 ;
- N : début du Nouvel Empire, vers $-1\,550$;
- A : Alexandre le Grand envahit l'Égypte, vers -350 ;
- C : couronnement de Charlemagne, vers l'an 800.

13 Réponds par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifie la réponse :

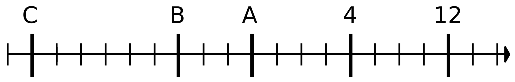


1) Il y a exactement quatre entiers relatifs compris entre les abscisses des points E et D ;

2) Le point A a pour abscisse $-1,2$;

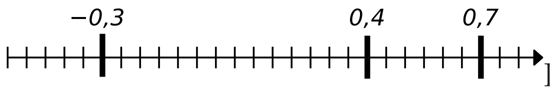
3) L’abscisse de B est positive ;
4) L’abscisse de C est $-2,8$;
5) L’abscisse du milieu du segment $[AB]$ est un nombre entier relatif positif ;
6) Exactement deux points ont une abscisse positive.

14 Donne l’abscisse des points A, B et C :



....
....

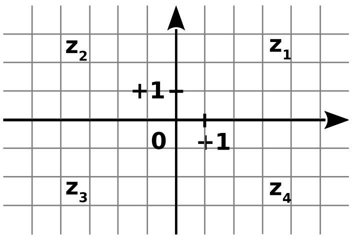
15 Sur la droite ci-dessous, place les points $D(0,15)$, $E(-0,1)$ et $F(0,55)$:



Repérage dans le plan

16 **Signes des coordonnées**

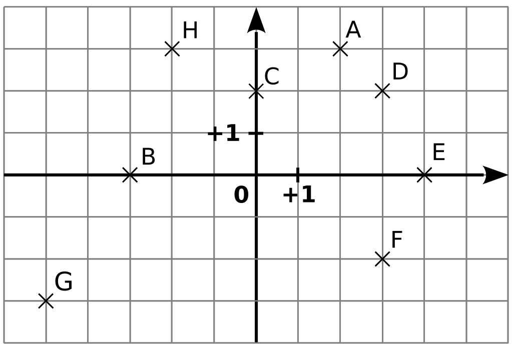
Les axes de coordonnées d’un repère partagent le plan en quatre zones, notées z_1, z_2, z_3 et z_4.



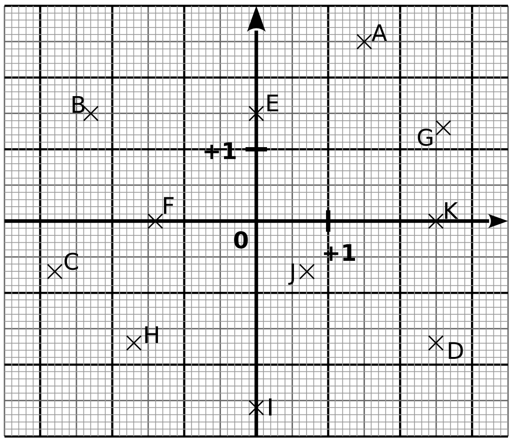
Pour chacune des zones, donne le signe de chacune des coordonnées (abscisse et ordonnée) d’un point de cette zone.

17 **Lecture de point**

Lis puis écris les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G et H ci-dessous :



18 Lis puis écris les coordonnées des points A à K ci-dessous :



19 Trace un repère d’unité 1 cm pour chaque axe puis place les 9 points suivants :

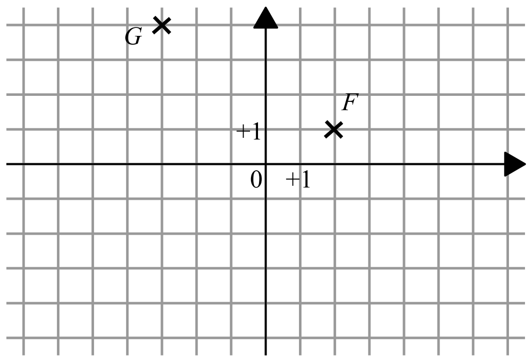
- $P(+2\,;\,+5)$;
- $T(-5\,;\,-2)$;
- $W(-3\,;\,-5)$;
- $R(+2\,;\,-6)$;
- $U(0\,;\,-4)$;
- $X(+2\,;\,+6)$;
- $S(-7\,;\,+4)$;
- $V(+6\,;\,0)$;
- $Y(+1\,;\,-5)$.

20 Sur une feuille de papier millimétré, trace un repère d’unité 1 cm pour chaque axe puis place les points suivants :

- $A(+1,5\,;\,-2,5)$;
- $B(-0,5\,;\,-1,5)$;
- $C(2,5\,;\,1,5)$;
- $D(-3,5\,;\,+4,5)$;
- $E(-2,5\,;\,0,5)$;
- $F(+4,5\,;\,0)$;
- $G(-4,5\,;\,-3,5)$;
- $H(+4,5\,;\,-5,5)$;
- $I(0;\,-2,5)$;
- $J(-2,5\,;\,-1,5)$.

21 Dans le repère ci-dessous, place les points suivants :

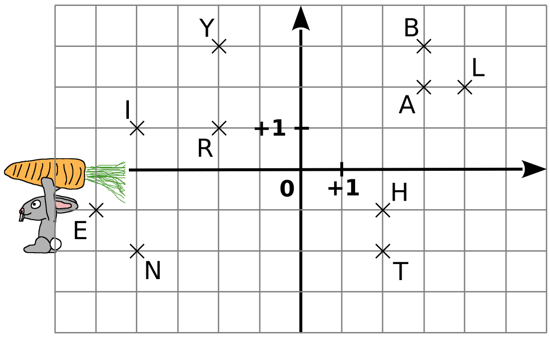
$A(-2;1)$; $B(-4;-3)$; $C(5;-1)$; $D(-5;0)$; $E(0;-2)$.



Donne ensuite les coordonnées des points F et G.

S'entraîner

22 **Lapin et carotte**



Sur la grille ci-dessus, Monsieur Lapin aimerait dessiner l'itinéraire le conduisant à la carotte. Pour ce faire, il doit :

- Partir du point L ;
- Passer par tous les points de la figure une et une seule fois de telle sorte que deux points consécutifs aient une des deux coordonnées commune (abscisse ou ordonnée).

1) Dessine le parcours sur la figure ;
2) En écrivant dans l'ordre de passage chacune des lettres rencontrées, quel mot trouves-tu ?

Comparer

23 **Nombres relatifs et droite graduée**

1) Trace une droite graduée en centimètre.
2) Sur cette droite graduée, place les points suivants :

$$A\ (+3)\ ;\ B\ (-1)\ ;\ C\ (-3)\ ;\ D\ (+5)\ ;\ E\ (-6).$$

3) En observant la droite graduée, range par ordre croissant les nombres suivants :

$$+3\ ;\ -1\ ;\ -3\ ;\ +5 \text{ et } -6.$$

24 Compare les nombres suivants :

1) -1 et $+3$;
2) $+4$ et $+6$;
3) -6 et -2 ;
4) -2 et -4 ;
5) -0 et $+8$;
6) $+3$ et -4 ;
7) $+4$ et -14 ;
8) -12 et -18 ;
9) -4 et 0 ;
10) -212 et $+212$.

25 Compare les nombres suivants :

1) $-2,4$ et $-2,3$ .... ;
2) $+3,6$ et $-6,3$ .... ;
3) $-11,3$ et $-9,7$ .... ;
4) 0 et $+3,9$ .... ;
5) $-5,6$ et $-5,60$ .... ;
6) $+9,6$ et $+6,9$ .... ;
7) $+32,57$ et $+32,507$ .... ;
8) $-125,64$ et $-125,064$ .... ;
9) $-23,7$ et $+23,69$ .... ;
10) $-15,878$ et $-15,8708$ ....

26 **Rangements**

Range par ordre croissant les nombres suivants :

1) $+12$; -2 ; $+1$; $+13$; -31 ; -11 ; -5 ;
2) $+15$; -9 ; -8 ; $+7$; -3 ; -1 ; $+6$; -4 ; -14 ; 0 ;
3) -25 ; $+25,2$; $-5,2$; $+2,5$; $-3,2$; $+5,02$;
4) $-100,3$; $-99,3$; $-100,03$; $-99,13$; $-9,3$.

27 **Rangements (bis)**

Range par ordre décroissant les nombres suivants :

1) $+3$; -15 ; $+20$; $+15$; -100 ; -25 ; $+27$:
....
....

2) $+12$; -15 ; $+17$; $+21$; -13 ; -17 ; -5 ; -2 ; $+3$:
....
....

3) $+3,5$; $-20,39$; $-12,03$; $+5,6$; $-123,45$:
....
....

4) $-7,001$; $-7,1$; $-7,71$; $-7,01$; $-7,2$; $-7,7$:
....
....

28 Pour chaque nombre, complète par l'entier relatif qui suit ou qui précède :

1) ...... < -4 ;
2) $-3 <$ ...... ;
3) $-12 >$ ...... ;
4) ...... > -15 ;
5) ...... < -35 ;
6) ...... $< +125$.

29 Pour chaque nombre, recopie puis complète par l'entier relatif qui suit ou qui précède :

1) ...... $< -2,3$;
2) $-1,1 <$ ...... ;
3) ...... $> +3,2$;
4) $+5,71 >$ ...... ;
5) ...... $> -17,71$;
6) $-114,5 >$ ...... ;

S'entraîner

30 Complète en intercalant un nombre entre les deux nombres proposés :

1) $-2 > \ldots\ldots > -4$;
2) $+5 < \ldots\ldots < +6$;
3) $-14 > \ldots\ldots > -17$;
4) $0 > \ldots\ldots > -2$;
5) $+14 < \ldots\ldots < +16$;
6) $-1,44 < \ldots\ldots < +0,71$;
7) $-17,304 > \ldots\ldots > -17,34$;
8) $-132,247 < \ldots\ldots < -132,24$.

31 Complète par $<$ ou $>$ ou $=$:

- $+5,34 \ldots\ldots +3,54$;
- $-9,27 \ldots\ldots -9,272$;
- $0,05 \ldots\ldots 1$;
- $+8,64 \ldots\ldots -8,64$;
- $-8,51 \ldots\ldots -8,5$;
- $-19,2 \ldots\ldots +9,2$;
- $11,9 \ldots\ldots +11,9$;
- $-14,39 \ldots\ldots -14,4$;
- $-3,14 \ldots\ldots -1,732$;
- $-0,99 \ldots\ldots -0.909$.

32 Range par ordre croissant les nombres suivants :

$+5,0$; $+2,7$; $-2,6$; $-3,1$; $+5,1$; $-1,7$; $-2,06$; $-0,2$:

....

....

33 Range par ordre décroissant les nombres suivants :

$-10,6$; $+14,52$; $-8,31$; $+4,2$; $+14,05$; $-14,5$; $-8,003$:

....

....

34 Encadre chaque expression par deux nombres entiers consécutifs :

- $\ldots < -2,3 < \ldots$;
- $\ldots < +4,2 < \ldots$;
- $\ldots < -15,11 < \ldots$;
- $\ldots < -0,14 < \ldots$;
- $\ldots < +0,14 < \ldots$;
- $\ldots < -0,98 < \ldots$;
- $\ldots < -12,7 < \ldots$;
- $\ldots < -0,003 < \ldots$.

35 **Bulletin météo**

Voici quelques températures relevées à différents moments de la journée dans plusieurs villes de Suisse :

	Matin (°C)	Midi (°C)	Soir (°C)
Lausanne	-4	$+1$	-1
Delémont	$+2$	$+4$	$+3$
Sion	$+5$	$+9$	$+6$
Neuchâtel	-10	-6	-7
Fribourg	-2	0	-3
Berne	0	$+2$	-2
Genève	$+4$	$+7$	$+2$

1) Range ces villes dans l'ordre croissant de leur température du matin ;
2) Range ces villes dans l'ordre décroissant de leur température du soir ;
3) Calcule la température moyenne de la journée pour Delémont, Sion et Genève.

Approfondir

36 Histoire

Classe les dates des événements suivants par ordre chronologique :

- Signature du pacte fédéral d'alliance perpétuelle entre les communautés d'Uri, Schwytz et Nidwald : 1 291 ;
- La mort de Toutankhamon : −1 327 ;
- L'éruption du Vésuve qui ensevelit Pompéi sous les cendres : 79 ;
- La défaite d'Alésia : 52 av. J.-C. ;
- La mort de Léonard de Vinci : 1 519 ;
- La naissance de Jules César : 100 av. J.-C. ;
- Le début de la guerre de 100 ans : 1 337 ;
- La naissance de Socrate : 470 av. J.-C. ;
- Ta date de naissance.

37 Géographie

Complète le tableau en recherchant les altitudes maximales et les profondeurs (altitudes minimales) :

	Sommets, altitude maximale	Profondeurs, altitude minimale
Afrique	Kilimandjaro	Lac Assal
Europe	Elbrouz	Mer Caspienne
Amérique du sud	Aconcagua	Rio Negro
Asie	Everest	Mer Morte
Océan pacifique	Mauna Kea	La fosse des Mariannes

1) Quel est le sommet le plus haut ?
2) La mer Caspienne est-elle plus profonde que le Rio Negro ?
3) En Afrique, combien de mètres séparent le point le plus profond du lac Assal et le sommet du Kilimandjaro ?
4) Un poisson se trouve tout au fond de la mer morte. À quelle distance se trouve-t-il de la surface de l'eau ?

38 Repères

Dans chaque cas, trace un repère en choisissant judicieusement l'unité pour pouvoir placer tous les points :

1) $A(-3\,;\,3)$; $B(1\,;\,4)$ et $C(5\,;2)$;
2) $D(-13\,;\,8)$; $E(25\,;\,14)$ et $F(-35\,;22)$;
3) $G(-83\,;\,-8)$; $H(72\,;\,-55)$ et $I(-15\,;32)$.

39 Coordonnées mystères

1) Construis un repère et places-y les points A, B, C, D, E et F sachant que :
   - Les valeurs des coordonnées des six points sont : $0\,;0\,;3\,;4\,;-2\,;2\,;-4\,;1\,;-1\,;3\,;-1$ et -2 ;
   - Les ordonnées des six points sont toutes différentes et si on range les points dans l'ordre décroissant de leurs ordonnées, on obtient : E, B, F, C, A et D ;
   - Les abscisses de tous les points sauf D sont différentes et si on range les points dans l'ordre croissant de leurs abscisses, on obtient : F, B, A, E et C ;
   - Le point E est sur l'axe des ordonnées ;
   - L'ordonnée de E est l'opposé de l'abscisse de F ;
   - Le point C est sur l'axe des abscisses à une distance de 3 de l'origine ;
   - Les deux coordonnées du point B sont opposées.
2) Que dire de la droite (CD) ? Justifie ta réponse.

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- donner le signe d'un nombre relatif ;
- déterminer l'opposé d'un nombre relatif ;
- lire l'abscisse d'un point sur une droite graduée ;
- placer un point dont je connais l'abscisse sur une droite graduée ;
- donner la valeur absolue d'un nombre ;
- lire les coordonnées d'un point dans un repère ;
- placer un point dont je connais les coordonnées dans un repère ;
- comparer deux nombres relatifs de même signe ou de signes différents.

QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

40 Le nombre -4 est . . .

ⓐ positif ⓑ négatif ⓒ l'opposé de 4 ⓓ la valeur absolue de 4

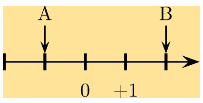
41 Le nombre 3 est . . .

ⓐ positif ⓑ négatif ⓒ ni positif ni négatif ⓓ l'opposé de -3

42 La valeur absolue de -10 est . . .

ⓐ positive ⓑ négative ⓒ -10 ⓓ 10

43 L'abscisse de A est . . .

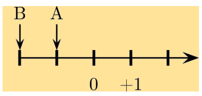


ⓐ -1 ⓑ -2 ⓒ positive ⓓ négative

44 Sur la droite précédente, l'abscisse de B est . . .

ⓐ l'opposé de celle de A ⓑ la valeur absolue de -2 ⓒ la valeur absolue de celle de A ⓓ positive

45 L'abscisse de B est . . . l'abscisse de A.



ⓐ plus grande que ⓑ plus petite que ⓒ $>$ ⓓ $<$

46 -3 est . . . 3

ⓐ plus grand que ⓑ plus petit que ⓒ la valeur absolue de ⓓ l'opposé de de

47 $-5 \ldots -7$

ⓐ >   ⓑ <

48 $-30 \ldots -35$

ⓐ >   ⓑ <

49 $-1,95 \ldots -1,94$

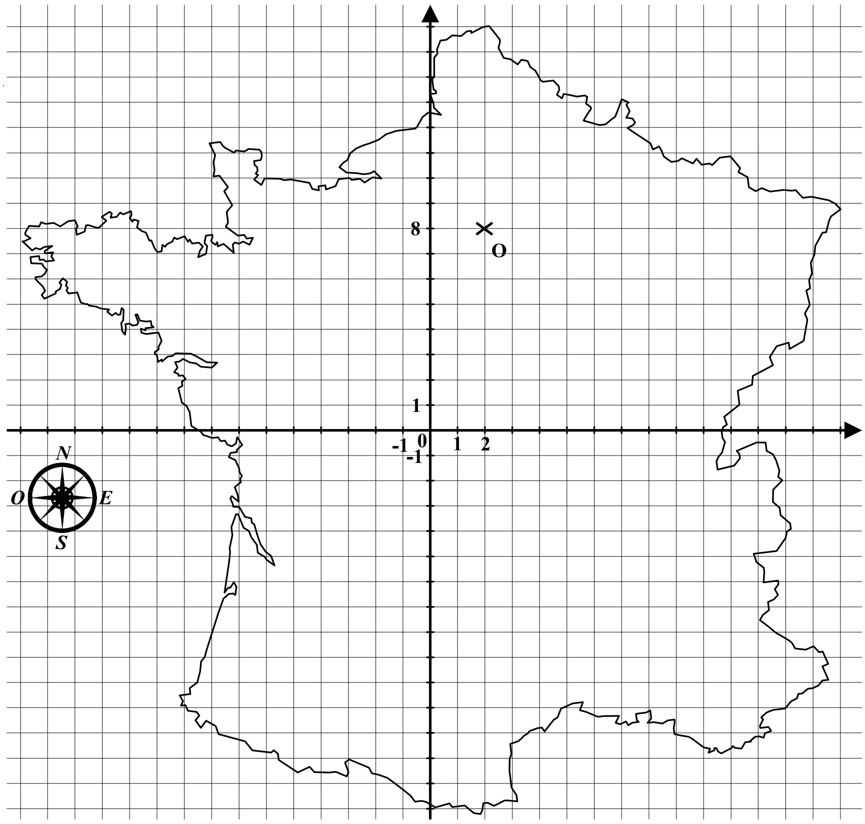
ⓐ >   ⓑ <

50 $-2,04 \ldots -2,048$

ⓐ >   ⓑ <

TP 1 Les vacances de Polo

Ci-dessous un repère quadrille la carte de France.



1) Déterminez les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, R, S et T sachant que :

- A a pour abscisse 5 et pour ordonnée 10 ;
- B a pour abscisse -3 et pour ordonnée 11 ;
- L'ordonnée de C est -11 et son abscisse est 5 ;
- $D(-7\,;-1)$ et $E(3,5;0)$;
- F a pour ordonnée -10 et est aussi à l'Ouest que possible ;
- $G(-14;7,5)$;
- H a la même abscisse que D et la même ordonnée que G ;
- I ne peut pas être plus au Nord ;
- La droite (IB) (droite passant par les points I et B) coupe l'axe des ordonnées au point J ;
- Le point K est le symétrique de J par rapport à l'axe des abscisses ;
- L est au bord de la mer et a la même ordonnée que K ;
- M a pour ordonnée 7, et est aussi à l'Est que possible ;
- L'abscisse de N est égale à l'ordonnée de A, et son ordonnée est l'opposée de l'abscisse de C ;
- O se lit sur la carte ;
- P est à l'intersection des droites (MN) et (LC) ;

Travaux pratiques

- R est sur la droite (KG), et son abscisse est égale à son ordonnée ;
- S a pour abscisse 7 et est sur la droite (PR) ;
- T et S ont la même ordonnée, mais l'abscisse de T est l'opposée de l'abscisse de S.

2) Chaque point sur la carte correspond à une des villes suivantes :

- Paris ;
- Etretat ;
- Moulins ;
- Lyon ;
- Annecy ;
- Montpellier ;
- Bordeaux ;
- Le Mont Saint-Michel ;
- La Rochelle ;
- Grenoble ;
- Perpignan ;
- Royan ;
- Brest ;
- Le Touquet ;
- Dunkerque ;
- Tarascon-sur-Ariège ;
- Reims ;
- Strasbourg ;
- Biarritz.

À l'aide de votre atlas et de la liste ci-dessus, retrouvez et écrivez pour chaque point la ville qui lui correspond.

3) Sachant que Polo se rend au point T, où ira-t-il en vacances cette année ?

4) Parmi les villes que vous venez de placer, la distance entre la ville la plus au Nord de la carte et celle la plus au Sud située en bord de mer correspond environ à 1000 km.
Sachant que Polo part de Reims, calculez approximativement la distance (en kilomètres et en ligne droite) qui sépare Polo de son lieu de vacances ?

TP 2 Bataille navale

1) Chaque groupe trace un repère d'unité 1 cm pour chaque axe. Les graduations pour l'axe des abscisses et celui des ordonnées vont de -5 à $+5$.

2) Chaque équipe dessine les bateaux ci-dessous dans le repère, horizontalement ou verticalement. Les croix doivent être sur des coordonnées entières du repère.

Yawl	× ×
Mayflower	× × × ×
Titanic	× × × × ×
USS Gerald R.Ford	× × × × × × × ×

3) Alternativement chaque équipe répond par raté, touché ou coulé à ses attaquants. L'équipe gagne une fois que tous les bateaux des adversaires sont coulés.

Récréation, énigmes

Puce « olympique »

Lorsqu'elle utilise sa patte gauche seule, elle fait des bonds de 6 cm.
Lorsqu'elle utilise sa patte droite seule, elle fait des bonds de 4 cm.
Et lorsqu'elle saute « à pattes jointes », elle fait des bonds de 34 cm !
Quel est le nombre minimum de bonds qu'elle doit réaliser pour parcourir exactement 20 m ?
Même question avec 35 m.

Abracadabra

Un magicien donne la formule magique à son apprenti.
« Voici la formule magique, elle est formée d'une infinité de séquences AB et BA. Lorsque tu l'auras recopiée, tu seras mon égal ».
L'apprenti, pour gagner du temps, remplace chaque bloc AB par la lettre A et chaque bloc BA par la lettre B, et, oh stupeur ! La formule magique reste inchangée !
Quelles sont les 2 002$^{\text{ème}}$, 2 003$^{\text{ème}}$, 2 004$^{\text{ème}}$, 2 005$^{\text{ème}}$, 2 006$^{\text{ème}}$, 2 007$^{\text{ème}}$ et 2 008$^{\text{ème}}$ lettres de la formule magique ?

GÉOMÉTRIE

8

Périmètres et aires

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Aire ou périmètre

Partie A : Au jardin

1) Sur un paquet de graines de gazon, il est écrit : « poids net 500 g pour environ 20 m^2 ». Que doit calculer Jean pour savoir combien de paquets de graines il doit acheter pour ensemencer son jardin rectangulaire de 25 m sur 30 m ?
2) Jean veut entourer son jardin d'une haie d'arbustes. Le vendeur lui dit que les plants devront être espacés de 1,60 m pour obtenir une haie uniforme.
Que doit calculer le jardinier pour déterminer le nombre de plants à acheter ?

Partie B : À la maison

Monsieur Louis veut poser un parquet dans la chambre de son fils. Le modèle de parquet choisi est vendu 45 CHF le m^2. Il souhaite poser, tout autour de la chambre, une plinthe vendue 9 CHF le mètre. Les dimensions de la chambre sont de 3 m sur 4 m.
1) Que doit-il calculer pour déterminer le prix du parquet ?
2) Que doit-il calculer pour déterminer le prix des plinthes ?

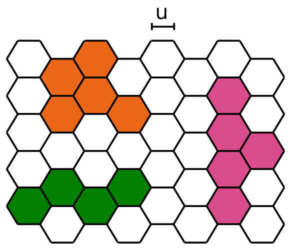
Partie C

Propose plusieurs situations faisant intervenir l'**aire** ou le **périmètre**.

ACTIVITÉ 2 Comparaisons

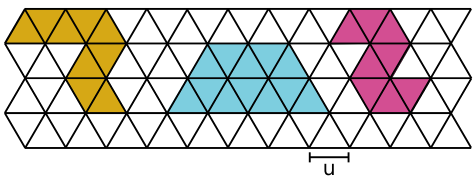
Partie A : Quadrillage hexagonal

1) Détermine l'aire de chacune des figures colorées. Tu prendras  pour unité d'aire.
2) Détermine le périmètre de chaque figure colorée, l'unité de longueur sera le côté d'un hexagone.



Partie B : Quadrillage triangulaire

Mêmes questions que dans la partie A. L'unité d'aire est  et l'unité de longueur le côté d'un triangle.



Partie C

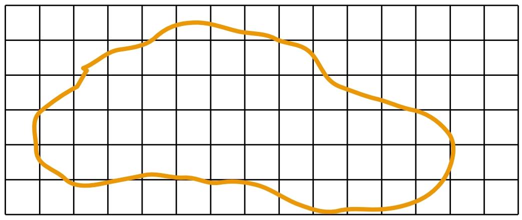
Observe les résultats des questions dans les parties A et B pour répondre aux questions suivantes :
1) Les figures ayant la plus grande aire ont-elles le plus grand périmètre ?
2) Les figures qui ont le plus petit périmètre ont-elles la plus petite aire ?

Partie D : À toi de jouer

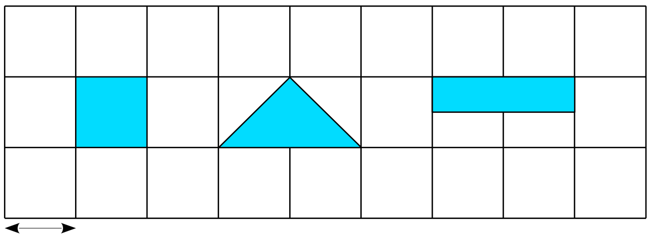
1) Sur du quadrillage, trace plusieurs figures de même aire et compare leurs périmètres ;
2) Sur du quadrillage, trace plusieurs figures de même périmètre et compare leurs aires.

Partie E

En t'aidant du quadrillage, détermine approximativement l'aire de la surface délimitée par la ligne orange.



ACTIVITÉ 3 Unités d'aire



Partie A

Que peux-tu dire de l'aire des trois figures bleues ?

Partie B

L'aire de chacune de ces figures est la même que celle d'un carré de côté 1 cm. On dit que l'aire mesure 1 centimètre carré, on le note 1 cm^2.

1) Recopie et complète :

Un centimètre carré (cm^2) est la surface occupée par un carré de côté ... .

2) Définis de la même façon le mètre carré, le décimètre carré, le millimètre carré et le kilomètre carré.

Partie C : Ordre de grandeur

1) Quel est l'**ordre de grandeur** de l'aire d'une page du livre ? Exprime-la à l'aide de l'unité d'aire la mieux adaptée.
2) Propose des objets dont l'aire est de l'ordre des unités d'aire les plus usuelles.

Partie D : Sur une feuille de papier millimétré

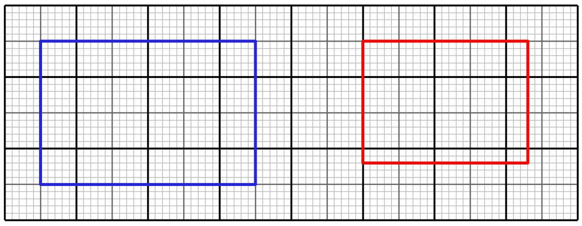
1) Dessine en bleu plusieurs figures dont l'aire est un centimètre carré.
2) Dessine en rouge un carré d'aire un décimètre carré et en vert un carré d'aire un millimètre carré.

Activités d'approche

3) Combien y a-t-il de centimètres carrés dans un décimètre carré ?
4) Combien y a-t-il de millimètres carrés dans un centimètre carré ?
5) Combien y a-t-il de millimètres carrés dans un décimètre carré ?

Partie E : Aire d'un rectangle

1) Détermine l'aire du rectangle bleu en centimètres carrés et en millimètres carrés ;
2) Détermine l'aire du rectangle rouge en millimètres carrés ;
3) Propose un moyen de déterminer l'aire du rectangle rouge en centimètres carrés.



Partie F

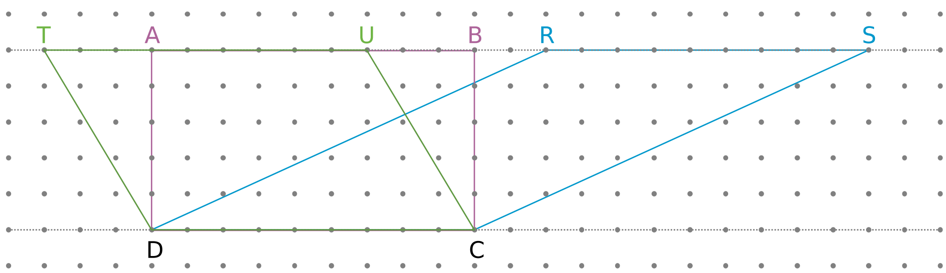
La cour d'un collège est de forme rectangulaire de 75 m sur 35 m :
1) Calcule son aire en mètres carrés.
2) Calcule son aire en décamètres carrés.

Partie G

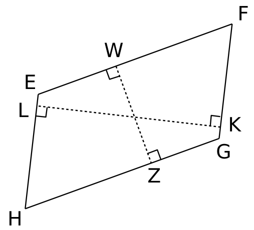
Recherche les dimensions d'un terrain de football, de basket-ball, de tennis et calcule leurs aires respectives en mètres carrés puis en décamètres carrés.

ACTIVITÉ 4 Du rectangle au parallélogramme

1) Construis, sur une feuille, un rectangle de 10 cm de long sur 4 cm de large. Repasse en rouge les longueurs et en vert les largeurs. Calcule l'aire de ce rectangle.
2) Avec un seul coup de ciseaux, découpe le rectangle fait en 4 puis recolle les morceaux pour obtenir un parallélogramme. Quelle est alors l'aire de ce parallélogramme ?
3) Nadir affirme : « Sur la figure suivante, les quadrilatères $TUCD$, $ABCD$ et $RSCD$ ont la même aire. ». A-t-il raison ? Justifie ta réponse.



4) Reproduis sur ton cahier le rectangle $ABCD$ ci-dessus puis prolonge en pointillés les droites (BC) et (AD). Place deux points E et F sur la droite (AD) pour que le parallélogramme $EFBC$ ait la même aire que le rectangle $ABCD$.
5) À l'aide des questions précédentes, propose une ou plusieurs formules qui permettent de calculer l'aire du parallélogramme $EFGH$ ci-dessous.



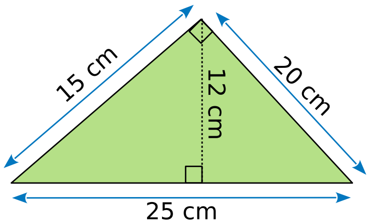
6) Rédige une phrase pour expliquer la formule de l'aire d'un parallélogramme.

ACTIVITÉ 5 Perdre sa moitié

Partie A : Pour un triangle rectangle

Le devant du chapeau de Jane est représenté par le croquis ci-contre.

Jeanne veut recouvrir le devant de paillettes pour le carnaval. Sur le tube de paillettes de 5 g, il est écrit qu'il faut 5 g de paillettes pour 20 cm². Elle ne sait pas combien de tubes acheter. Elle téléphone à son amie Ipek et lui décrit la forme du chapeau.

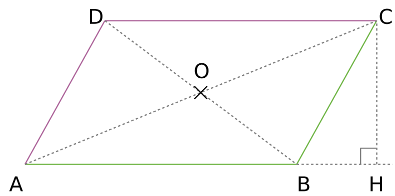


Ipek lui répond : « *Pense à un rectangle dont l'aire est le double de ton chapeau.* »
Combien de tubes de paillettes devra acheter Jeanne ?

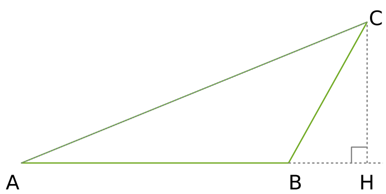
Partie B : Pour un triangle quelconque

Sur la figure ci-contre, $ABCD$ est un parallélogramme de centre O tel que $AB = 6$ cm et $CH = 2,5$ cm.

- Calcule l'aire du parallélogramme $ABCD$.
- Que peux-tu observer entre les aires des triangles ADC et ABC ?
- Déduis-en l'aire du triangle ADC.



Sur la figure ci-dessous, ABC est un triangle tel que $AB = 5$ cm et $CH = 3$ cm.



- Dans le triangle ABC, que représente la droite (CH) pour le côté $[AB]$?
- En t'inspirant de la formule de l'aire du parallélogramme, donne une formule permettant de calculer l'aire d'un triangle.
- Combien y a-t-il de façons différentes de calculer l'aire d'un triangle ? Explique ta réponse.

Activités d'approche

ACTIVITÉ 6 En découpant . . .

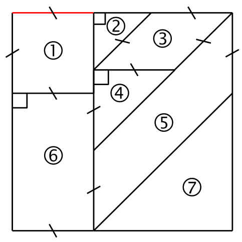
1) Trace un losange dont les diagonales mesurent $7{,}5$ cm et $9{,}6$ cm. Calcule son aire en le découpant de façon à obtenir une figure dont on sait calculer l'aire.

2) Halima a construit un trapèze rectangle de hauteur 4 cm et dont les deux côtés parallèles mesurent 5 cm et 8 cm. Aide-la à calculer l'aire de ce trapèze.

3) Propose une méthode pour calculer l'aire d'un quadrilatère quelconque.

ACTIVITÉ 7 Découpages

On considère un carré de côté 6 cm composé de sept polygones particuliers comme l'illustre la figure ci-contre. On sait que le segment rouge mesure $2{,}2$ cm en vraie grandeur.

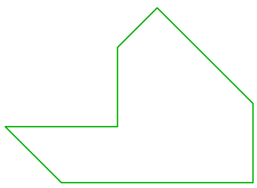


1) Précise la nature de chaque polygone puis détermine son aire.

2) Sur une feuille, construis en vraie grandeur le carré et découpe les sept pièces qui le constituent.

3) En assemblant plusieurs de ces pièces, reconstitue chacune des figures suivantes et calcule leur aire :

a)

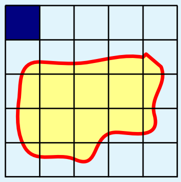


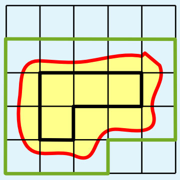
b)

1. Aire d'une figure géométrique

MÉTHODE 1 Évaluer une aire

Exemple À l'aide du quadrillage, détermine un encadrement de l'aire de la surface jaune, en prenant pour unité un carreau bleu.



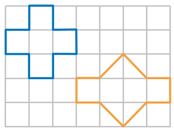


La surface délimitée en vert a une aire plus grande que celle délimitée par la courbe rouge. On compte le nombre de carreaux. Son aire est 18 carreaux.

La surface délimitée en **noir** a une aire plus petite que celle délimitée par la courbe rouge. On compte le nombre de carreaux. Son aire est quatre carreaux.

Donc l'aire de la figure jaune est comprise entre 4 et 18 carreaux.

Exercice d'application Détermine l'aire, en nombre de carrés, des deux figures ci-contre.



À CONNAÎTRE : Les longueurs

Les **facteurs de multiplication** des m (mètres) sont :

- **k** (kilo) : $1\,000 = 10^3$;
- **h** (hecto) : $100 = 10^2$;
- **da** (déca) : $10 = 10^1$;
- **d** (déci) : $0,1 = 10^{-1}$;
- **c** (centi) : $0,01 = 10^{-2}$;
- **m** (milli) : $0,001 = 10^{-3}$.

MÉTHODE 2 Transformer des unités de longueurs

Exemple Transforme $0,5$ km en m.

Les m (mètres) sont l'unité de mesure.

1 km = 1 000 m, donc $0,5$ km $= 0,5 \cdot 1\,000$ m = 500 m

Exercice d'application Effectue les conversions d'unités de longueurs suivantes :

1) 50 cm en m ;
2) 100 mm en m ;
3) $2,3$ hm en m ;
4) $0,03$ dm en m ;
5) 23 dam en cm ;
6) 4 cm en hm.

Cours - Méthodes

À CONNAÎTRE : Les aires

Les **facteurs de multiplication** des **m^2 (mètres carrés)** sont :

- **k** (kilo) : 1 000 000 ;
- **h** (hecto) : 10 000 ;
- **da** (déca) : 100 ;
- **d** (déci) : 0, 01 ;
- **c** (centi) : 0,000 1 ;
- **m** (milli) : 0,000 001.

MÉTHODE 3 Transformer des unités d'aires

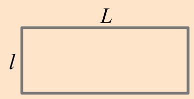
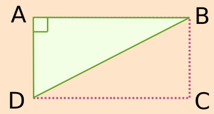
Exemple Transforme 3 hm^2 en m^2.

1 hm^2 = 10 000 m^2, donc 3 $hm^2 = 3 \cdot 10\,000$ m^2 = 30 000 m^2

Exercice d'application Effectue les conversions d'unités d'aires suivantes :

1) 7 dm^2 en m^2 ;
2) 200 cm^2 en m^2 ;
3) 3, 2 hm^2 en m^2 ;
4) 0, 8 dm^2 en m^2 ;
5) 45 hm^2 en dm^2 ;
6) 400 cm^2 en dam^2.

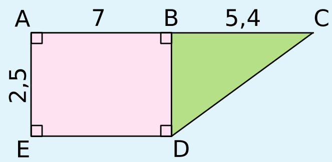
À CONNAÎTRE

	Rectangle 	Triangle rectangle 
Formule	L'aire du rectangle peut se calculer avec cette formule : $\mathscr{A} = L \cdot \ell$	L'aire de ABD est égale à la moitié de l'aire de $ABCD$: $\mathscr{A} = \dfrac{AB \cdot AD}{2}$

Les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

MÉTHODE 4 Calculer des aires à l'aide d'une formule

Exemple Calcule l'aire de la figure $ABCDE$ ci-dessous (L'unité de longueur est le centimètre) :



- La figure est composée du rectangle $ABDE$ et du triangle rectangle BCD. Son aire est donc égale à la somme de l'aire de $ABDE$ et de l'aire de BCD ;
- $\mathscr{A}_{ABDE} = AB \cdot AE = 7$ cm $\cdot$ 2,5 cm = 17,5 cm^2 ;
- $\mathscr{A}_{BCD} = \dfrac{BC \cdot BD}{2} = \dfrac{5{,}4 \text{ cm} \cdot 2{,}5 \text{ cm}}{2} = \dfrac{13{,}5 \text{ cm}^2}{2} = 6{,}75 \text{ cm}^2$;
- $\mathscr{A}_{ABCDE} = 17{,}5 \text{ cm}^2 + 6{,}75 \text{ cm}^2 = 24{,}25 \text{ cm}^2$.
- L'aire de la figure $ABCDE$ est donc égale à 24,25 cm^2.

Exercice d'application Détermine l'aire d'un carré de côté 6 cm.

Exercice d'application Détermine l'aire d'un rectangle de longueur 3 cm et de largeur 22 mm en donnant le résultat en cm^2.

Exercice d'application SON est un triangle rectangle en S, tel que $SO = 8{,}04$ dm et $SN = 0{,}93$ m. Détermine son aire en donnant le résultat en m^2.

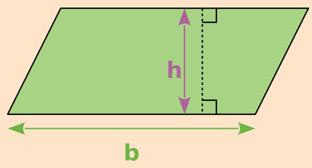
Cours - Méthodes

2. Aire d'un parallélogramme

À CONNAÎTRE

Pour calculer l'**aire d'un parallélogramme**, on multiplie la longueur d'un côté par la hauteur relative à ce côté :

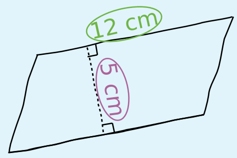
$$\mathscr{A} = b \cdot h$$



MÉTHODE 5 Calculer l'aire d'un parallélogramme

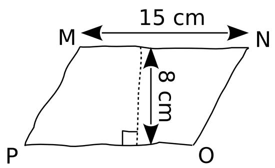
Exemple Détermine l'**aire** du parallélogramme suivant :

- On mesure la longueur d'un côté ;
- On mesure la hauteur relative à ce côté ;
- On multiplie la longueur du côté repéré par la hauteur relative à ce côté : $\mathscr{A} = 12 \cdot 5 = 60$;
- L'aire du parallélogramme vaut 60 cm^2.

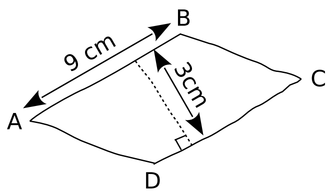


Exercice d'application Détermine l'aire des parallélogrammes *MNOP* et *ABCD* ci-dessous :

1)



2)

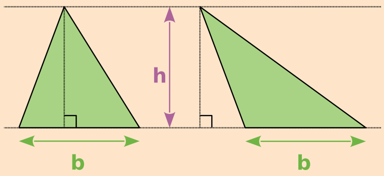


3. Aire d'un triangle

À CONNAÎTRE

Pour calculer l'aire d'un triangle, on multiplie la **longueur d'un côté** par la **hauteur** relative à ce côté puis on divise le résultat par 2 :

$$\mathscr{A} = \frac{b \cdot h}{2}$$



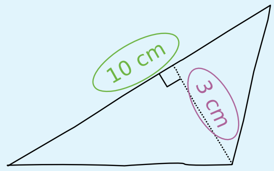
MÉTHODE 6 Calculer l'aire d'un triangle

Exemple Calcule l'aire du triangle suivant :

- On mesure la longueur d'un côté ;
- On mesure la hauteur relative à ce côté ;
- On multiplie la longueur du côté repéré par la hauteur relative à ce côté puis on divise le résultat par 2 :

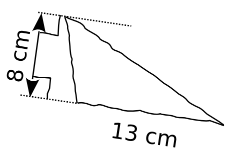
$\mathscr{A} = \frac{10 \cdot 3}{2} = \frac{30}{2} = 15.$

L'aire du triangle vaut 15 cm^2.

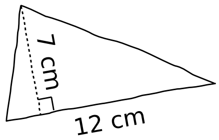


Exercice d'application Calcule l'aire des triangles suivants :

1)



2)



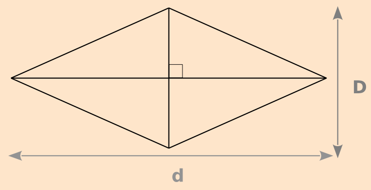
Cours - Méthodes

4. Aire d'un losange

■ À CONNAÎTRE

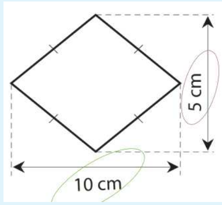
Pour calculer l'aire d'un losange, on effectue le produit des **longueurs des diagonales** puis on divise le résultat par 2 :

$$\mathscr{A} = \frac{d \cdot D}{2}$$



MÉTHODE 7 Calculer l'aire d'un losange

Exemple Calcule l'aire du losange suivant :



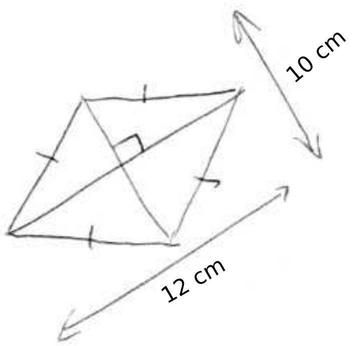
- On repère la longueur des diagonales.
- On calcule le produit des longueurs des diagonales puis on divise le résultat par 2 :

$\mathscr{A} = \frac{10 \cdot 5}{2} = \frac{50}{2} = 25$

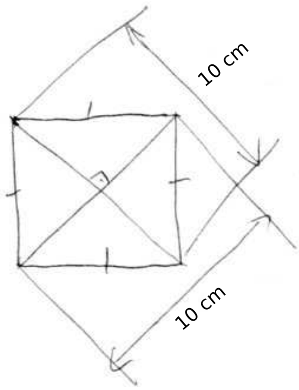
L'aire du losange vaut 25 cm².

Exercice d'application Calcule l'aire des losanges suivants :

1)



2)



Conversions

1 Convertis les longueurs :

1) 5 mm = … ……m ;
2) 2,8 hm = ……… km ;
3) 3 dam = ……… m ;
4) 3,8 dm = ……… cm.

2 Convertis dans l'unité demandée :

- 4 405 m = ………………………………… dam ;
- 0,007 dam = …………………………………mm ;
- 45,3 hm = ………………………………… m ;
- 12 352 cm = …………………………………m ;
- 0,542 km = …………………………………dm ;
- 7,03 hm = ………………………………… cm ;
- 17 005 cm = ………………………………… km ;
- 123,5 m = ………………………………… km ;
- 0,045 dam = …………………………………hm ;
- 10 000 mm = ………………………………… dam ;
- 6 km +12 dam +9 m = ………………………hm.

3 Pour aller au collège, Caroline fait d'abord 1,4 km avec son vélo qu'elle laisse chez sa grand-mère. Puis elle parcourt les 150 m restant à pied. Quelle distance totale parcourt-elle ?

4 Recopie et complète :

1) 4 dam^2 = ……… m^2 ;
2) 15 hm^2 = ……… m^2 ;
3) 5,1 cm^2 = ……… mm^2 ;
4) 1 350 mm^2 = ……… cm^2 ;
5) 5,2 km^2 = ……… m^2 ;
6) 0,7 m^2 = ……… dam^2 ;
7) 320 a = ……… m^2 ;
8) 2,5 ha = ………m^2 ;
9) 15 300 mm^2 = ……cm^2 = ……dm^2 = ……m^2.

5 Convertis les aires suivantes en m^2 :

1) 2 km^2 ;	4) 153,7 dam^2 ;	7) 52 a ;
2) 37 000 dm^2 ;	5) 28,9 cm^2 ;	8) 0,05 ha ;
3) 45 300 mm^2 ;	6) 3,008 hm^2 ;	9) 200 ha.

6 Convertis les aires suivantes en cm^2 :

1) 15 mm^2 ;	4) 73,1 m^2 ;	7) 0,08 mm^2 ;
2) 28 dm^2 ;	5) 0,004 m^2 ;	8) 13 a ;
3) 17 300 mm^2 ;	6) 27,008 dam^2 ;	9) 0,010 5 a.

7 Convertis dans l'unité demandée :

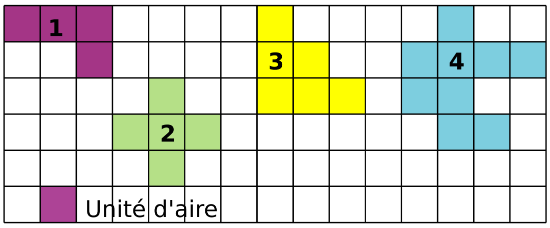
- 17 cm = ……………… dm ;
- 17 cm^2 = ……………… dm^2 ;
- 7,6 km = ……………… dam ;
- 7,6 km^2 = ……………… dam^2 ;
- 0,005 dam^2 = ……………… m^2 ;
- 0,005 dm^2 = ……………… m^2 ;
- 12 500 mm^2 = ……………… cm^2 ;
- 12 500 mm = ……………… cm ;
- 172 a = ……………… ha ;
- 0,7 dm^2 = ……………… ca.

8 Range les aires suivantes dans l'ordre croissant. Justifie.

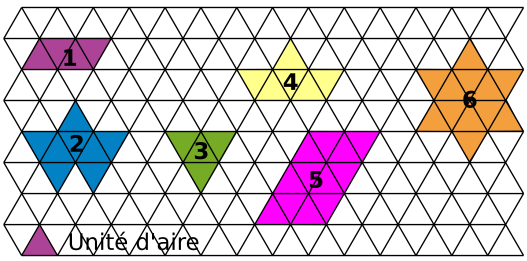
5 m^2 ; 1 360 mm^2 ; 0,08 km^2 ; 91 dam^2 ; 15 cm^2.

Avec un quadrillage

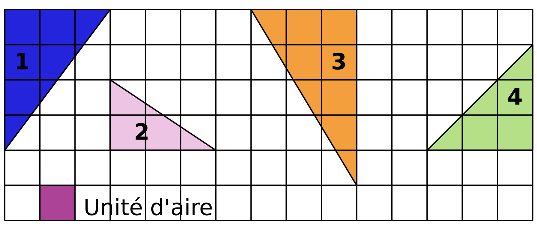
9 Détermine l'aire des figures suivantes :



10 Détermine l'aire des figures suivantes :

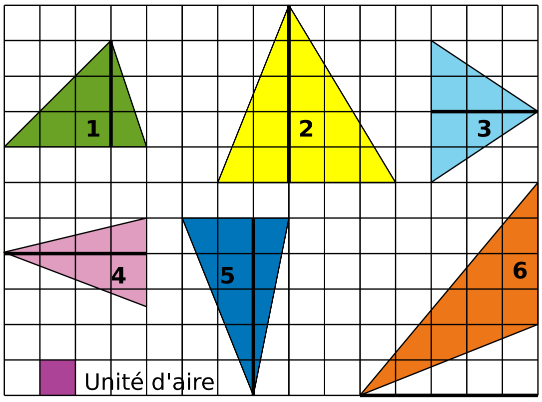


11 Détermine l'aire des triangles rectangles suivants :

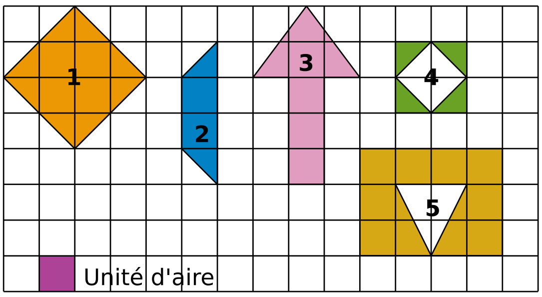


S'entraîner

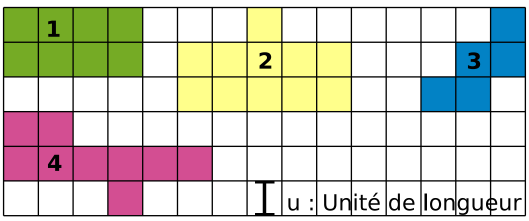
12 Détermine l'aire des triangles suivants :



13 Détermine l'aire des figures suivantes :



14 Détermine le périmètre des figures suivantes :



15 **Avec les carreaux de ton cahier**

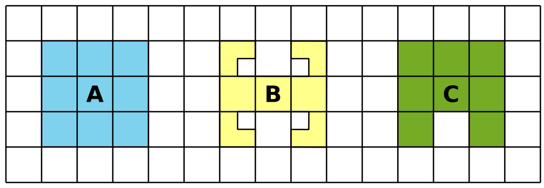
1) En prenant comme unité d'aire un carreau de ton cahier, réalise trois figures différentes de cinq unités d'aire.
2) Ces figures ont-elles le même périmètre ?

16 **Avec les carreaux de ton cahier** *(bis)*

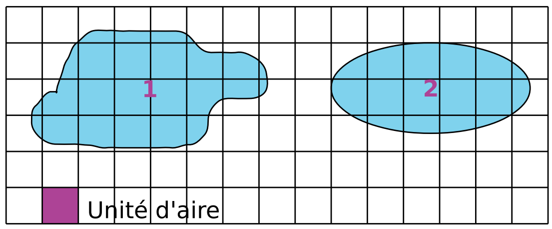
1) En prenant comme unité de longueur la longueur d'un carreau de ton cahier, réalise trois figures différentes qui ont un périmètre de douze unités.
2) Ces figures ont-elles la même aire ?

17 **Comparaisons**

1) Classe ces figures dans l'ordre croissant de leurs aires. Justifie.
2) Classe ces figures dans l'ordre croissant de leurs périmètres.
3) La figure qui a la plus grande aire a-t-elle également le plus grand périmètre ?



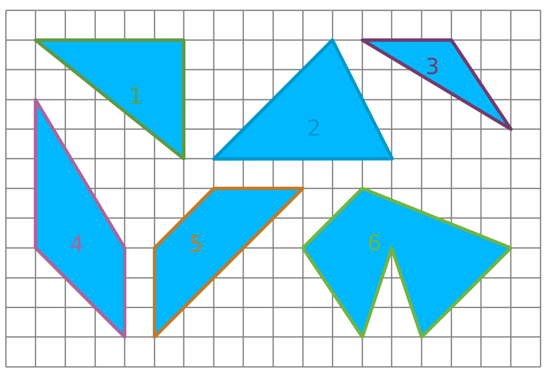
18 **Aires approximatives**



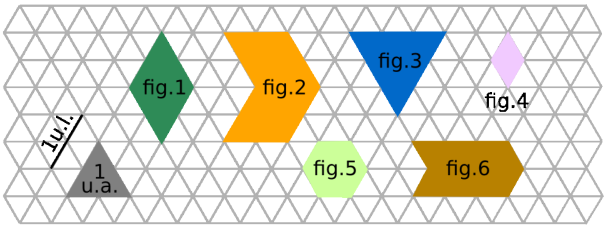
Détermine un encadrement de l'aire de chacune des figures.

19 **Avec un quadrillage**

Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire des figures suivantes en utilisant des aires de triangles :



20 Quadrillage



1) Sur la figure ci-dessus, après avoir observé l'unité de longueur choisie (1 u.l.), détermine le périmètre, en unité de longueur, de chaque figure :

Figure	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Périmètre exprimé en u.l.						

2) Après avoir observé l'unité d'aire choisie (1 u.a.), détermine l'aire, en unités d'aires, de chaque figure :

Figure	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Aire exprimée en u.a.						

Avec des formules

21 Périmètre et aire du carré

Recopie et complète le tableau suivant où c est la longueur du côté du carré, $\mathscr{P}$ son périmètre et $\mathscr{A}$ son aire :

c	4 cm	7 cm	9 dm		
$\mathscr{P}$				32 mm	
$\mathscr{A}$					36 m^2

22 Calcul mental et rectangles

Les mesures de cinq rectangles sont données en centimètres :

	n° 1	n° 2	n° 3	n° 4	n° 5
Longueur	3	5	8	9	8
Largeur	2	3	6	7	1,5

1) Calcule le périmètre de chaque rectangle ;
2) Calcule l'aire de chaque rectangle.

23 Calcul mental et triangles

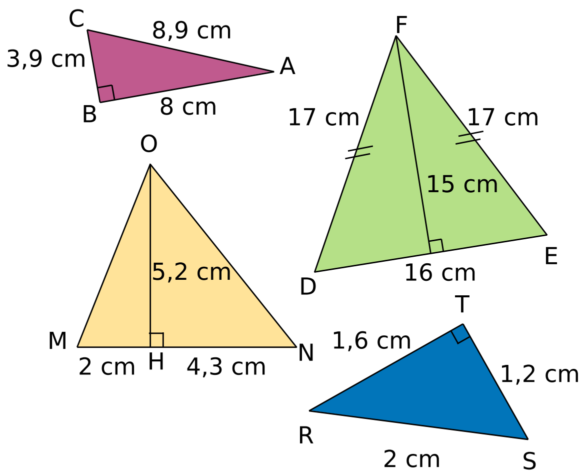
Les mesures des côtés de l'angle droit de cinq triangles rectangles sont données en centimètres :

	n° 1	n° 2	n° 3	n° 4	n° 5
1er côté	3	5	8	9	1,5
2ème côté	4	8	5	7	1,5

Calcule l'aire de chaque triangle.

24 Aire de triangles

Calcule l'aire des différents triangles :



25 Aire de triangles rectangles

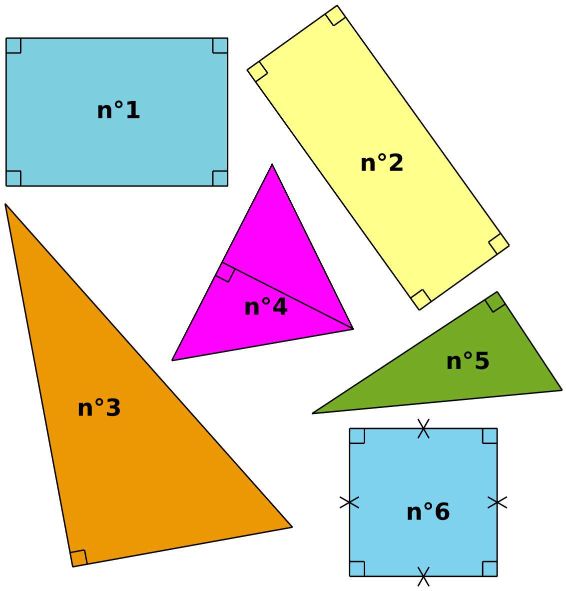
Calcule l'aire des triangles rectangles suivants après en avoir fait un croquis :

1) ABC rectangle en A tel que $AB = 5$ cm et $AC = 7$ cm ;
2) DEF rectangle en E tel que $DF = 13$ cm, $DE = 5$ cm et $EF = 12$ cm ;
3) MNO d'hypoténuse $[MN]$ tel que $MN = 20$ mm, $MO = 12$ mm et $ON = 16$ mm.

S'entraîner

26 Périmètre de figures

En prenant les mesures nécessaires, compare les périmètres des 6 figures ci-dessous :



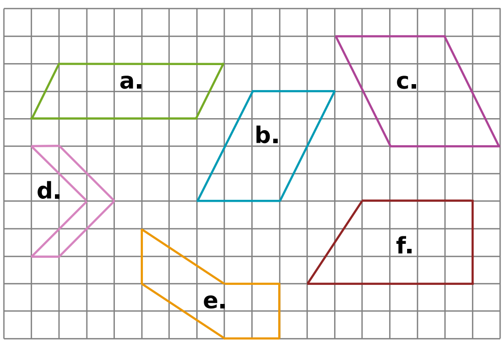
27

Pour chaque parallélogramme, calcule la longueur demandée :

1) L'aire du parallélogramme est 36 cm² et l'un de ses côtés mesure 6 cm. Combien mesure la hauteur relative à ce côté ?
2) L'aire du parallélogramme est $15,12$ cm² et l'une de ses hauteurs mesure $3,6$ cm. Combien mesure la base relative à cette hauteur ?

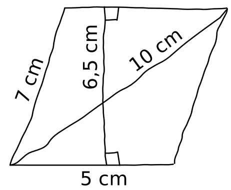
28 Avec un quadrillage

Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire de chaque figure suivante en utilisant des aires de parallélogrammes :



29 À main levée. . .

Calcule l'aire et le périmètre de ce parallélogramme tracé à main levée. L'unité de longueur est le centimètre.



30

Dans le tableau suivant, c désigne un côté d'un parallélogramme, h la hauteur relative à ce côté et $\mathscr{A}$ l'aire. Quelles sont les valeurs de E, F, G, H et I ? Justifie.

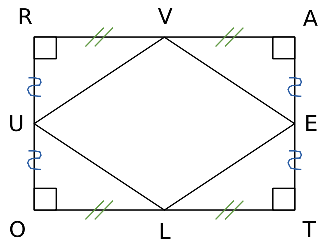
c	h	$\mathscr{A}$
24 cm	8 cm	E
132 m	0,5 hm	F
16 mm	G	64 mm²
4,5 m	H	$14,4$ m²
I	250 cm	$7,5$ m²

31

Construis un parallélogramme qui a un côté de 6 cm de longueur, un périmètre de 20 cm et une aire de 18 cm². Justifie ta construction en indiquant tes calculs.

32 L'un dans l'autre

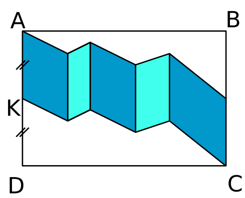
1) Calcule l'aire de $RATO$, sachant que $RA = 8$ cm et $AT = 6$ cm.



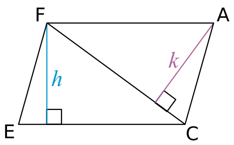
2) Calcule l'aire de $VELU$ de deux façons.

33

Le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle tel que $BC = 4$ cm, $AB = 6$ cm et K est le milieu de $[AD]$. La surface colorée est formée de parallélogrammes accolés. Montre que l'aire de la surface colorée est la moitié de celle du rectangle.



34 **Pile ou Face ?**



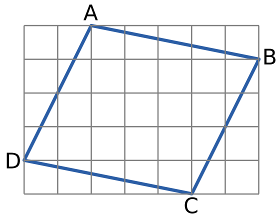
Le parallélogramme $FACE$ est tel que :

- $EC = 150$ mm ;
- $h = 67$ mm ;
- $k = 53$ mm.

1) Calcule l'aire de $FACE$;
2) Calcule la longueur de la diagonale $[FC]$.

35 **Avec ou sans quadrillage ?**

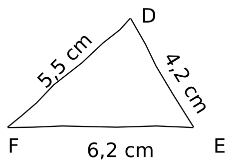
- Recopie la figure, et partage-la en quatre triangles et un carré. Quelle est alors l'aire du parallélogramme $ABCD$?



- Pourrais-tu trouver l'aire du parallélogramme $ABCD$ en utilisant seulement le quadrillage de côté $0,5$ cm ?

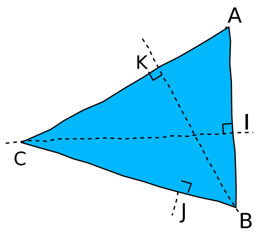
36 **Deux hauteurs**

Reproduis sur ton cahier la figure suivante puis trace en rouge la hauteur $[DH]$ et en vert la hauteur relative au côté $[DE]$.



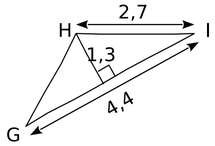
37 Calcule l'aire du triangle ABC ci-dessous de trois façons différentes en utilisant les informations données :

- $AB = 12,5$ cm ;
- $BC = 20$ cm ;
- $AC = 19,5$ cm ;
- $CI = 18,72$ cm ;
- $AJ = 11,7$ cm ;
- $BK = 12$ cm.

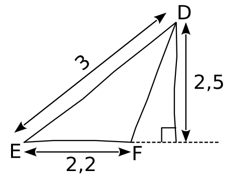


38 Calcule l'aire des triangles suivants. L'unité de longueur est le centimètre :

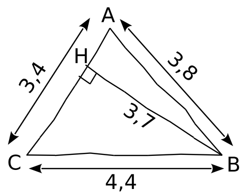
1)



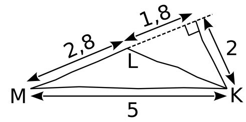
3)



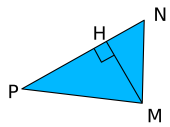
2)



4)



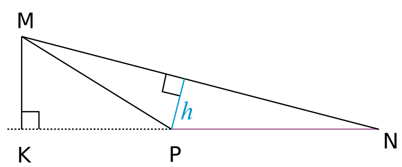
39 MNP est un triangle de hauteur $[MH]$. Quels sont les valeurs de A, B, C ? Justifie.



NP	MH	**Aire du triangle** MNP
$7,2$ cm	$4,8$ cm	A
B	$3,5$ m	$5,6$ m^2
16 cm	C	$0,5$ dm^2

40 Un triangle a pour aire $16,25$ cm^2 et l'un de ses côtés mesure $6,5$ cm. Calcule la hauteur relative à ce côté.

41 Sur la figure suivante, le segment $[MK]$ mesure $1,6$ cm, le segment $[MN]$ mesure $6,4$ cm et l'aire du triangle MNP est égale à $5,12$ cm^2. Trouve la longueur du segment $[PN]$ et la longueur h :

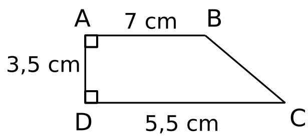


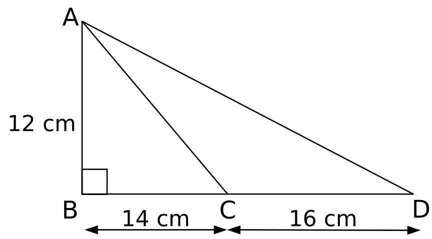
S'entraîner

42 Un terrain rectangulaire de 45 m de long sur 28 m de large doit être entouré d'une clôture de 3 rangées de fil de fer. On prévoit une ouverture de 4 m de large.

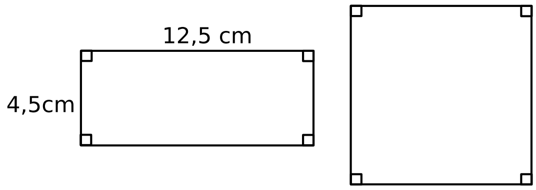
1) Quel est le périmètre de ce terrain ?
2) Quelle est la longueur de fil de fer nécessaire ?
3) Combien de rouleaux de 100 m de fil de fer faudra-t-il acheter ?
4) Quelle est l'aire de ce terrain ? Donne la réponse en ares.

43 Calcule l'aire des deux figures suivantes sans oublier de donner les formules :

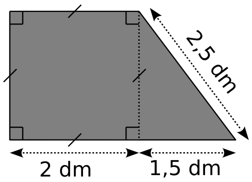




44 Le carré et le rectangle ci-dessous ont le même périmètre.
Après avoir fait tous les calculs nécessaires, calcule l'aire du carré.

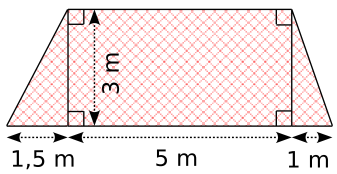


45 Calcule le périmètre de la plaque métallique représentée ci-dessous, puis son aire de deux manières différentes :



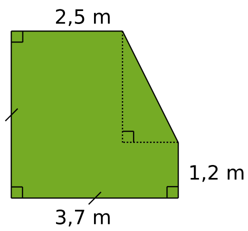
Rappel : l'aire d'un trapèze est égale à $\frac{(\text{petite base} + \text{grande base}) \times \text{hauteur}}{2}$.

46 La figure suivante représente un morceau de tissu. Calcule son aire de deux manières différentes :



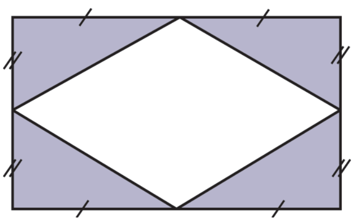
47 On souhaite entourer, avec du grillage, un jardin carré de 24 m de côté, en laissant une ouverture de 4 m de large. Le grillage choisi coûte 15 CHF le mètre. Quel sera le prix à payer ?

48 M. Albert vend un terrain représenté ci-dessous au prix de 18 CHF le m^2 :



Quel est le prix de vente de ce terrain ?

49 Dans une pièce de bois rectangulaire de dimensions 10, 2 cm sur 6, 6 cm, un menuisier découpe un losange dont les sommets se trouvent au milieu de chaque côté du rectangle :



Calcule l'aire du losange.

50 Sur le mur d'une salle de bains, on a posé 10 rangées de 14 carreaux de 12 cm de côté. Quelle est, en m^2, l'aire de la surface carrelée ?

51 Un rectangle a pour longueur 12, 3 dm et pour largeur 48, 5 cm :

1) Calcule le périmètre de ce rectangle en cm puis en dm ;
2) Calcule l'aire de ce rectangle en cm^2 puis en dm^2.

52 **Agrandissement**

Un rectangle a pour dimensions 4, 3 m et 7, 8 m :

1) Calcule son périmètre et son aire ;
2) On double sa largeur et sa longueur.
   Calcule de nouveau son périmètre et son aire ;
3) Que constates-tu ?

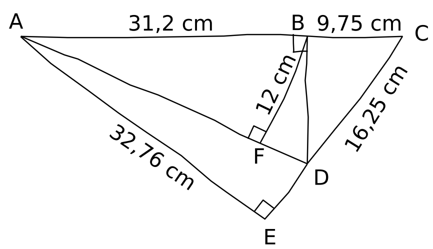
53 **Même aire**

Construis un carré, un rectangle (non carré) et un triangle rectangle ayant chacun pour aire 16 cm^2.

54 **Du rectangle au carré**

1) Construis un rectangle de dimensions 5, 1 cm et 3, 3 cm ;
2) Construis un carré ayant le même périmètre que ce rectangle ;
3) Le rectangle et le carré ont-ils la même aire ? Explique.

55 On considère la figure suivante :



1) Quelle est la hauteur relative au côté $[CD]$ pour le triangle ACD ?
2) Calcule l'aire du triangle ACD et la longueur $[BD]$.
3) Calcule $[AD]$.

Approfondir

56 Des rectangles

Les rectangles R_1, R_2, R_3, R_4 et R_5 ont tous un périmètre de 20 cm mais des tailles différentes.

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
Longueur d'un côté (en cm)	1	2	3	4	5
Longueur de l'autre côté (en cm)					
Aire (en cm^2)					

1) Reproduis et complète le tableau ci-dessus.
2) Construis chacun de ces rectangles.
   Y en a-t-il un particulier ? Lequel et pourquoi ?
3) Dans un tableur, reproduis un tableau similaire à celui-ci. Fais effectuer les calculs jusqu'au rectangle R_9 en allant de $0,5$ cm en $0,5$ cm pour la longueur d'un côté. Tu pourras afficher une représentation graphique de ce tableau.
   Quel rectangle semble avoir la plus grande aire ?

57 Quadrilatères inconnus

Dans chaque cas, construis tous les quadrilatères qui satisfont aux énigmes suivantes :

1) Je suis un rectangle. Mes côtés ont des mesures entières. Mon aire est de 18 cm^2 et mon périmètre est supérieur à 20 cm.
2) Je suis un quadrilatère dont les angles opposés sont égaux deux à deux. Mon aire vaut 24 cm^2 et mon périmètre 22 cm. Mes côtés ont des mesures entières.
3) Je suis un quadrilatère non croisé qui a deux côtés consécutifs égaux et qui possède ses diagonales perpendiculaires. Mon aire vaut 24 cm^2. Mes diagonales ont des mesures entières et se coupent au quart de la plus grande diagonale.

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

- réaliser des conversions d'unités de longueurs ;
- réaliser des conversions d'unités d'aires ;
- calculer à partir d'une formule, l'aire d'un triangle, d'un carré, d'un rectangle, d'un parallélogramme, d'un trapèze ou d'un losange.

QCM d'auto-évaluation

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

58

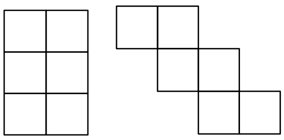


fig1 fig2

(a) Ces deux figures ont la même aire
(b) Ces deux figures ont le même périmètre
(c) Le périmètre de la figure 2 est plus grand que celui de la figure 1
(d) L'aire de la figure 2 est plus grande que l'aire de la figure 1

59 Mon aire est de 4 cm² et mon périmètre est de 8 cm. Qui puis-je être ?

(a) Je suis un carré de côté 2 cm
(b) Je suis un rectangle de longueur 3 cm et de largeur 1 cm
(c) Je suis un rectangle de longueur 4 cm et de largeur 1 cm
(d) Je suis un carré de côté 4 cm

60 Quelle(s) phrase(s) te semble(nt) raisonnable(s) ?

(a) Mesurer la taille d'une fourmi en kilomètres
(b) Mesurer la distance entre deux astres en années-lumière
(c) Mesurer la longueur d'un fleuve en kilomètres
(d) Mesurer la longueur d'une rue en kilomètres

61 814 cm² est égal à . . .

(a) $81,4$ dm²
(b) 8 140 mm²
(c) 0,081 4 m²
(d) $8,14$ dm²

62 Une unité adaptée pour exprimer l'aire du terrain d'une maison est . . .

(a) le km²
(b) l'are
(c) le m²
(d) le mm²

63 Pour calculer l'aire d'un triangle rectangle . . .

(a) On multiplie ensemble les deux côtés de l'angle droit

(b) On additionne les longueurs des trois côtés

(c) On divise par 2 le produit des côtés de l'angle droit

(d) On utilise la longueur du plus grand côté

64 Quelle(s) est (sont) la (les) phrase(s) vraie(s) ?

(a) Si on double le périmètre d'une figure alors on double aussi son aire

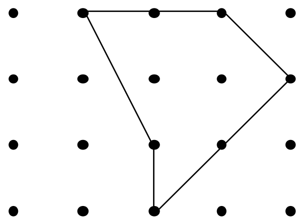
(b) L'aire d'un carré de côté c est plus grande que celle d'un disque de diamètre c

(c) Si on double l'aire d'une figure alors on double aussi son périmètre

(d) Si on augmente le périmètre d'une figure alors son aire augmente

TP 1 La formule de Pick

On va s'intéresser au théorème de Pick qui permet de calculer l'aire d'un polygone construit sur du papier pointé et dont les sommets sont des points du papier. Voici, par exemple, un tel polygone :



A Georg Alexander Pick

Par groupe, en vous documentant, répondez aux questions suivantes.

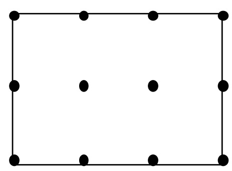
1) Où et à quelle époque, Georg Alexander Pick a-t-il vécu ?
2) Quels sont les domaines dans lesquels Georg Alexander Pick a travaillé ?
3) Faites la synthèse des réponses de chaque groupe.

B Formule de Pick

Pour un polygone construit sur du papier pointé et dont les sommets sont des points du papier, on appelle N le nombre de points situés sur son contour et P le nombre de points situés à l'intérieur. Le théorème de Pick donne la formule pour calculer l'aire $\mathscr{A}$ de ce polygone :

$$\mathscr{A} = 0,5 \cdot N + P - 1 \text{ ; l'unité est le carreau.}$$

1) Chaque groupe calcule l'aire du rectangle ci-dessous en utilisant la formule habituelle puis en utilisant la formule de Pick. Comparez avec les réponses des autres groupes.



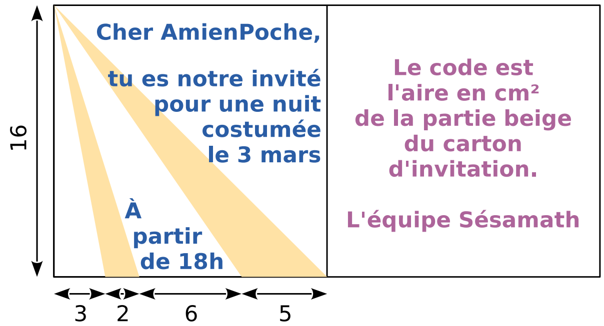
2) Chaque groupe construit cinq polygones sur du papier pointé, avec chaque sommet placé sur un point.
3) Échangez ensuite avec un autre groupe les polygones. Calculez l'aire de chacun des polygones reçus.

Travaux pratiques

Récréation, énigmes

Invitation au bal

Sur le carton d'invitation rectangulaire ci-contre, toutes les longueurs sont données en centimètres. Quel est le mot de passe ?



MÉTHODES DU LIVRET 1

Calcul

Géométrie

SOLUTIONS

Chapitre M1
Manuel de 6e Tome 1

Chapitre C1
Nombres entiers et décimaux

Auto-évaluation QCM

85 b 86 b 87 b
88 c d 89 c 90 b
91 a b d 92 d 93 b c
94 c 95 a c d 96 c
97 a d 98 d 99 a b d
100 c

Chapitre G2
Points, segments, droites, cercles et angles

Auto-évaluation QCM

58 b d 59 b c 60 a
61 c 62 d 63 b c
64 b d 65 b c 66 b
67 c d 68 c

Chapitre C3
Priorités des opérations

Auto-évaluation QCM

24 c 25 a 26 c
27 a 28 b 29 a b
30 c 31 c 32 b
33 b 34 a

Chapitre G4
Triangles

Auto-évaluation QCM

45 c d 46 b d 47 c d
48 b

Chapitre C5
Nombres entiers, multiples, diviseurs

Auto-évaluation QCM

63 c d 64 a b c d 65 a c d

66 a b d 67 b d 68 a b d
69 b 70 b c 71 c
72 c d 73 b c 74 a c

Chapitre G6
Quadrilatères

Auto-évaluation QCM

29 a b d 30 c d

Chapitre C7
Nombres relatifs

Auto-évaluation QCM

40 b c 41 a d 42 a d
43 a d 44 b d 45 b d
46 b d 47 a 48 a
49 b 50 a

Chapitre G8
Périmètres et aires

Auto-évaluation QCM

58 a c 59 a 60 b c
61 c d 62 b c 63 c
64 b

LEXIQUE