

Zeit	Raum	Abgabe im Moodle; Mails mit Betreff: [SMD19]
Di. 16–18	CP-03–150	dominik.baack@udo.edu und noah.biederbeck@udo.edu
Do. 14–16	CP-03–123	kevin3.schmidt@udo.edu und maximilian.sackel@udo.edu
Fr. 16–18	CP-03–150	felix.geyer@udo.edu und rune.dominik@udo.edu

Aufgabe 29: *Teilchenidentifikation*

5 P.

In einem Experiment der Teilchenphysik wird ein Čerenkov-Zähler zur Teilchenidentifikation verwendet. Das Messergebnis des Zählers kann in Form von Likelihood-Ratios angegeben werden. Für eine bestimmte Teilchenspur ergibt sich jeweils

- (a) $L_\pi : L_K : L_p = 0,13 : 1,5 : 0,5$
- (b) $L_\pi : L_K : L_p = 2,0 : 0,5 : 0,05$
- (c) $L_\pi : L_K : L_p = 0,07 : 0,5 : 1,3$

Es ist bekannt, dass unter den gegebenen experimentellen Bedingungen 80 % der Teilchen Pionen, 10 % Kaonen und 10 % Protonen sind (*Prior Information*). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass jeweils ein Pion, ein Kaon oder ein Proton beobachtet wurde?

Aufgabe 30: *γ -Astronomie 2*

5 P.

Bei dieser Aufgabe handelt es sich um eine Fortführung der Aufgabe *γ -Astronomie* vom letzten Blatt. Jetzt soll festgestellt werden ob sich an der Position, auf die das Teleskop gerichtet war, wirklich eine γ -Quelle befindet. Hierzu wird die Nullhypothese verwendet. Zur Erinnerung die Likelihoodfunktion lautete

$$\ln L = -F = N_{\text{off}} \ln(b) + N_{\text{on}} \ln(s + \alpha b) - (1 + \alpha)b - s - \ln(N_{\text{off}}!) - \ln(N_{\text{on}}!) \quad (1)$$

und folgende Werte für s und b machten diese Likelihood maximal:

$$\hat{s} = N_{\text{on}} - \alpha N_{\text{off}} \quad (2)$$

$$\hat{b} = N_{\text{off}} \quad (3)$$

- (a) Die Nullhypothese besagt, dass es gar keine γ -Quelle gibt, also $s_0 = 0$. Welcher Wert und welcher Fehler ergeben sich unter dieser Annahme für b_0 nach der Methode der maximalen Likelihood?
- (b) Wie lautet das Verhältnis λ der beiden Likelihoods?

- (c) Unter den gegebenen Hypothesen und mit großen N_{on} , N_{off} ist $D = -2 \ln \lambda$ χ^2 -verteilt mit einem Freiheitsgrad. Mit welcher Konfidenz lehnen Sie die Nullhypothese ab? Geben Sie Ihr Ergebnis in Einheiten von Sigma an.

Tipp: Betrachten Sie eine standardnormalverteilte Variable u . Welcher Verteilung folgt u^2 ? Vergleichen Sie mit D .

- (d) Berechnen Sie die Signifikanz für die Messung eines Signals für folgende Zahlenbeispiele:
- $N_{\text{on}} = 120$, $N_{\text{off}} = 160$, $\alpha = 0,6$.
 - $N_{\text{on}} = 150$, $N_{\text{off}} = 320$, $\alpha = 0,3$.

Aufgabe 31: *Ballon-Experiment*

5 P.

Bei einem Ballon-Experiment zur Messung des Flusses der kosmischen Strahlung in der oberen Atmosphäre wird über einen Zeitraum von einer Stunde Protonen mit einer Energie zwischen 1 GeV und 100 GeV gezählt. Über einen Zeitraum von einer Woche wird jeden Tag ein Messdurchgang von einer Stunde Dauer vorgenommen. Ihre Messdaten lauten:

Tag	1	2	3	4	5	6	7
Counts	4135	4202	4203	4218	4227	4231	4310

- (a) Nehmen sie an, dass der Fluss der kosmischen Strahlung konstant im Messzeitraum ist. Berechnen Sie mit Hilfe der Maximum-Likelihood-Methode die wahrscheinlichste Zählrate. Geben Sie zudem den Likelihood-Wert an.
- (b) Ihr Kollege sieht sich die Messwerte an und stellt die Hypothese auf, dass der Fluss der kosmischen Strahlung einen dramatischen Zuwachs erlebt. Nehmen sie einen linear ansteigenden Fluss an und berechnen sie numerisch mit Hilfe der Maximum-Likelihood-Methode die wahrscheinlichsten Flussparameter. Geben sie zudem den Likelihoodwert für diese Parameter an.
- (c) Berechnen sie mit Hilfe eines Likelihood-Quotienten-Tests die Signifikanz seiner Beobachtung. Beurteilen sie die erreichte Signifikanz.
Hinweis: Nehmen sie an, dass Wilks' Theorem hier gültig ist. Warum darf man dies annehmen?
- (d) Ihr Kollege vollzieht eine Woche später eine weitere Messung um seine These zu untermauern. Seine Messung ergibt sich zu

Tag	14
Counts	4402

Berechnen sie erneut (a) bis (c) für diesen neuen Datensatz.

Aufgabe 32: χ^2 -Test

5 P.

In einem Experiment werden 7 verschiedene Energiedifferenzen mit den Werten ¹

31,6 meV, 32,2 meV, 31,2 meV, 31,9 meV,
31,3 meV, 30,8 meV, 31,3 meV

mit jeweils einem Fehler von 0,5 meV gemessen.

- (a) Hypothese A sagt einen Wert von 31,3 meV für diese Messgröße voraus. Machen Sie einen χ^2 -Test und entscheiden Sie, ob die These bei 5 % gewählter Signifikanz verworfen werden muss, oder nicht.
- (b) Wie (a), aber mit der Hypothese B , die den Wert 30,7 meV vorhersagt.

¹Das Beispiel kommt aus der Festkörperphysik