Formelsammlung Photonik

Optik

Wellenlänge

$$\lambda = \frac{c_0}{f\,n} = \frac{\lambda_0}{n} \quad [m]$$

Wellenzahl

$$\nu = \frac{1}{\lambda_0}$$

Feldwellenwiderstand

$$Z_F = \frac{|E|}{|H|} = \sqrt{\frac{\mu_0\,\mu_r}{\epsilon_0\,\epsilon_r}} = Z_0\sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \qquad [\Omega]$$

Im Medium

$$Z_F = \frac{Z_0}{n}$$

Poynting-Vektor

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$|\vec{S}| = \frac{1}{2}|\vec{E}|\,|\vec{H}| = \frac{|\vec{E}|^2}{2\,Z_F} = I \quad [\frac{W}{m^2}]$$

Leistung

$$P = A\,|\vec{S}| \quad [W]$$

Photonenenergie

$$W_{Phot} = h\,f = h\,\frac{c_0}{\lambda_0} \quad [J]$$

Photonenflussdichte

$$\Phi_{Phot} = \frac{N_{Phot}}{dt\,dA} = \frac{I}{W_{Phot}} \quad [\frac{1}{m^2\,s}]$$

Photonenfluss

$$F_{Phot} = \frac{N_{Phot}}{dt} = \Phi_{Phot}\,A \quad [\frac{1}{s}]$$

Snelluissches Brechungsgesetz

$$n_1\,\sin(\alpha_1) = n_2\sin(\alpha_2)$$

n_1 einfallender, n_2 transmittierter Strahl

Fresnelsches Brechungsgesetz

$$n = \frac{n_2}{n_1}$$

Senkrechte Polarisation

$$R_s(\alpha, n) = \left[\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} - \cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} + cos\alpha}\right]^2$$

$$T_s(\alpha, n) = 1 - R_s(\alpha, n)$$

Parallele Polarisation

$$R_p(\alpha, n) = \left[\frac{n\cos(\alpha) - \sqrt{1 - (\frac{\sin(\alpha)}{n})^2}}{n\cos(\alpha) + \sqrt{1 - (\frac{\sin(\alpha)}{n})^2}}\right]^2$$

$$T_p(\alpha, n) = 1 - R_p(\alpha, n)$$

Senkrechter Einfall

$$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2 = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2$$

Totalreflexion

nur bei dicht → dünn

$$\alpha_T = \sin^{-1}(\frac{n_2}{n_1})$$

Brewster-Winkel

Reflektierte parallele Komponente wird 0, beide Richtungen,

90 Grad zw. reflektierter u. transmittierter

$$\alpha_B = \tan^{-1}(\frac{n_2}{n_1})$$

Jones-Vektoren

$$\vec{J} = \frac{1}{\sqrt{|\hat{E}|_x^2 + |\hat{E}_y^2|}}\begin{pmatrix}\hat{E}_x\\ \hat{E}_y\end{pmatrix}$$

$$\vec{J}_{h,\alpha} = \begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \sin(\alpha)\end{pmatrix}$$

α Winkel z. x-Achse

Vertikaler Linearpolarisator

$$J_v = \begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

Horizontaler Linearpolarisator

$$J_v = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

$$\vec{J}_{nachher} = J_x \cdot \vec{J}_{vorher}$$

Normierte Leistung

$$P \sim |\vec{J}|^2$$

AR-Spiegel

Beschichtungsmaterial

$$n_{AR} = \sqrt{n_1 n_2}$$

Dicke

$$d_{AR} = \frac{\lambda_{AR}}{4} = \frac{\lambda_0}{4n_{AR}}$$

Energieniveaus

Vibrationsenergie

$$W_{vib} = hf_{vib}(\nu + \frac{1}{2}) \quad [J, eV]$$

$\nu = 0, 1, 2...$, äquidistant

Rotationsenergie

$$W_{rot} = BJ(J+1) \quad [J, eV]$$

$J = 0, 1, 2...$, nicht äquidistant

B: Molekülspez. Konstante

Besetzungsdichte

$$N_\nu = \frac{Anzahl\, \mu S}{Volumen} \quad [\frac{1}{cm^3}]$$

Gesamtbesetzungsdichte

$$N_g = \sum_\nu N_n u$$

Boltzmann-Verteilung

$$\frac{N_\nu}{N_\mu} = e^{-(\frac{W_\nu - W_\mu}{kT})}$$

Absolutwerte

Mit $W_1 = 0$

$$N_\nu = N_g \frac{e^{-(\frac{W_\nu}{kT})}}{\sum_{i=1}^\infty e^{-(\frac{W_i}{kT})}} = N_g \frac{e^{-(\frac{W_\nu}{kT})}}{Q(T)} \quad [\frac{1}{cm^3}]$$

Zustandssumme

$$Q(T) = \sum_{i=1}^\infty e^{-(\frac{W_i}{kT})}$$

Quantenwirkungsgrad

$$\nu_q = \frac{W_{LaserPhot}}{W_{PumpPhot}}$$

Leistungskleinsignalverstärkung

$$g_{KS} = \sigma(N_2 - N_1) \quad [\frac{1}{m}]$$

Wechselwirkungsquerschnitt

$$\sigma = \frac{\lambda_L^2}{8\pi\tau_2}\gamma(f)$$

$\gamma(f)$: Linienprofilfunktion Form durch Verbreiterung gegeben

Amplituden / Leistungsbedingung

$$TR_1R_2e^{2g_{ks}L_a} > 1$$

Phasenbedingung

$$f_q = q\frac{c}{2L_{res}}$$

Abstand Eigenfrequenzen

$$\Delta f_q = \frac{c}{2L_{res}}$$

Natürliche Linenbreite

$$\Delta f_{nat} = \frac{1}{2\pi}(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2})$$

$$= \sqrt{\frac{3}{4mkT}} d^2 p \quad [Hz]$$

Dopplerverbreiterung

$$\Delta f_D = \frac{2f_0}{c}\sqrt{\frac{2kT\ln(2)}{m}} \quad [Hz]$$

Gewinn homogene Verbreiterung

$$g(I,f) = g_{ks}(f)\frac{1}{1+\frac{I}{I_{sat}}} \quad [\frac{1}{m}]$$

inhomogene Verbreiterung

$$g(I,f) = g_{ks}(f)\frac{1}{\sqrt{1+\frac{I}{I_{sat}}}}$$

$$g_{sat} = a = \frac{1}{2L_a}\ln(\frac{1}{R_1R_2T})$$

Gauss-Strahl

TEM_{00}

Strahltaille

$$w(z) = w_{min} = w_0$$

Feldstärke auf $\frac{1}{e}$ Intensität auf $\frac{1}{e^2}$

Rayleigh-Länge

$$z_r = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

$$w(z_r) = \sqrt{2}w_0 \quad [m]$$

Strahlradius

$$w(z) = w_0\sqrt{1 + (\frac{z}{z_r})^2}$$

Divergenzhalbwinkel

$$\Theta = \arctan(\frac{w_0}{z_r})$$

Elektrische Feldverteilung

$$E_{max}(z) = \sqrt{\frac{4Z_0 P_{ges}}{n\pi w^2(z)}}$$

Intensitätsverteilung

$$I_{max}(z) = \frac{1}{2} n \frac{|E_{max}(z)|^2}{Z_0} = \frac{2P_{ges}}{\pi w^2(z)}$$

Strahlparameterprodukt

$$SPP_{00} = w_0 \Theta = \frac{\lambda}{\pi} \quad [mm \cdot mrad]$$

Beugungsmaßzahl

$$M^2 = \frac{SPP_x}{SPP_{00}}$$

Umso kleiner desto besser Strahlqualität $M^2(TEM_{10*}) = 2$

Strahlpropagationsfaktor/-qualität

$$K = \frac{1}{M^2}$$

G-Parameter

$$g_{1,2} = 1 - \frac{L}{\rho_{1,2}}$$

Stabilitätskriterium

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1$$

Strahlradius an Spiegel

$$w_1 = \sqrt{\frac{L\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{g_2}{g_1(1 - g_1 g_2)}}}$$

Ort der Taille

$$|z_1| = \frac{g_2(1 - g_1)}{g_1 + g_2 - 2g_1 g_2} L$$

Taillenradius

$$w_0 = \sqrt{\frac{L\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)}}}$$

Besondere Resonatoren

Symmetrische R: $\rho_1 = \rho_2$, $g_1 = g_2$

Fast ebener R: $\rho >> L, g_1 = g_2 \sim 1$

Konfokaler R: $\rho = L, g_1 = g_2 = 0$

Konzentrischer R: $\rho = \frac{L}{2}, g_1 = g_2 = -1$

Plan-konkav R: $\rho_1 = \infty, L \leq \rho_2 < \infty, g_1 = 1, g_2 = 0$

Hemisphärischer R: $\rho_1 = \infty, \rho_2 \to L, g_1 = 1, g_2 = 0$

Optische Üebertragunselemente

Halbleiterlaser
Bandabstand

$$W = hf = h\frac{c}{\lambda}$$

Schwellstrom I_{th} aus Kennlinie
Ausgangsleistung P_0 aus Kennlinie
Elektrische Leistung

$$P_{el} = U_{op} I_{op}$$

Differenzielle Effizienz

$$\eta_{slope} = \frac{\partial P_{opt}}{\partial I} \quad [\frac{W}{A}]$$

Technischer Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{op}}{P_{el}}$$

Lichtwellenleiter
Akzeptanz-Grenzwinkel

$$\Theta_{ic} = \arcsin \frac{1}{n_0} \sqrt{n_k^2 - n_M^2}$$

Kritischer Axiale Ausbreitungswinkel

$$\Theta_{z,c} = \arccos \frac{n_m}{n_K}$$

Numerische Apertur

$$NA = \sin \Theta_{ic} = \frac{1}{n_0} \sqrt{n_k^2 - n_M^2}$$

Faserparameter

$$V = \frac{2\pi\rho}{\lambda} NA$$

ρ: Faserkernradius, λ: Freiraumwellenlänge des Lichts

$V < 2.405 \to$ Singlemodefaser

Modenanzahl

$$M = \frac{V^2}{2}$$

Photodioden
Spektrale Fotoempfindlichkeit

$$I_{Ph} = R_{Rexp} P_{opt} \quad [\frac{A}{W}]$$

Sperrschichtkapazität C_s sinkt mit Sperrspannung, aus Datenblatt

Dunkelstrom I_R steigt mit Sperrspannung, aus Datenblatt
Quantenausbeute η $[\frac{Elektronen}{Photon}]$ aus Datenblatt

Berechnung Anstiegszeit

$$t_{10,90} = 2.2\tau_{RC}$$

mit $\tau_{RC} = R_L C_s$ Anstiegszeit < Impulsdaür