PARCIAL DE MÉTODOS NUMÉRICOS (11/11/15)   TEMA 1

Ejercicio 1

Dada $x : R \to R$ solución del problema de contorno:

$$\begin{cases} x''(t) = 0.1 \cdot t^2 \cdot x(t) - 0.5x'(t) \\ x'(0) = 0.2 \quad x(2) = 1.25 \end{cases}$$

a) Resuélvala numéricamente con RK4 y paso h=0.1para $t \in [0,2]$ y grafíquela.

b) Para la solución obtenida halle el menor T>0 tal que $T \cdot x(T) = 1.5$

c) Estime el valor de $\int_0^2 x(t)dt$ con alguna estrategia que le parezca conveniente.

Ejercicio 2:

a) Dada la ecuación no lineal $\dfrac{5}{x^2+1} = \int_0^x \cos^2(\ln(x+1))dx$ hallar, si es posible una solución x>0 con error menor a 0.000001.

b) Dada $F : R^3 \to R$ definida por $F(x,y,z) = 8 + x - 2y^2 + yz - xyz - x^2z^3 + x^2$, halle numéricamente algún punto crítico (x_0, y_0, z_0) de *F* y clasifíquelo.

Ejercicio 3:

Sea la matriz de 3x3: $A = \begin{pmatrix} 4 & 38 & 55 \\ 31 & 31 & -73 \\ -50 & 33 & 275 \end{pmatrix}$

a) Busque B de 3x3 con rango 2, de modo que el error relativo de aproximar *A* por B sea lo menor posible, y halle el espacio nulo de la matriz $\tilde{A}$.

b) Dada A como en el ítem anterior*:*

i) ¿Es posible hallar un vector X tal que $\|X\| = 3$ y $\|AX\| \le 0.03$?

ii) ¿Es posible hallar un vector X tal que $\|X\| = 10$ y $\|BX\| \ge 2000$?

En cada caso si la respuesta es negativa justifique, si la respuesta es afirmativa halle X y muestre que se cumplen las desigualdades propuestas.

c) Halle T>0 tal que $\|X(T)\| = 3$, para $X(t) : [0,T] \to IR^3$ tal que $X'(t) = 0.05 * A * X(t)$ y $X(0) = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -1 \\ 0.2 \end{bmatrix}$

La resolución se entrega en un archivo de texto donde consten las funciones que se usen y las que sean creadas, y las instrucciones que hagan falta para que se resuelvan los problemas. En los casos en que corresponda copie los gráficos que se pidan, y/o los datos numéricos que se hayan solicitado.

PARCIAL DE MÉTODOS NUMÉRICOS (11/11/15) TEMA 2

Ejercicio 1

Dada $x: R \to R$ solución del problema de contorno:

$$\begin{cases} x''(t) = 0.12 \cdot t^2 \cdot x(t) - 0.45x'(t) \\ x'(0) = 0.25 \quad x(2) = 1.2 \end{cases}$$

a) Resuélvala numéricamente con RK4 y paso h=0.1para $t \in [0,2]$ y grafíquela.

b) Para la solución obtenida halle el menor T>0 tal que $T \cdot x(T) = 1.6$

c) Estime el valor de $\int_0^2 x(t)dt$ con alguna estrategia que le parezca conveniente.

Ejercicio 2:

a) Dada la ecuación no lineal $\dfrac{5}{x^2+1} = x - \int_0^x \sin^2(\ln(x+1))dx$ hallar, si es posible una solución x>0 con error menor a 0.000001.

b) Dada $F: R^3 \to R$ definida por $F(x,y,z) = 10 + y - 2z^2 + zx - xyz - y^2x^3 + y^2$, halle numéricamente algún punto crítico (x_0, y_0, z_0) de *F* y clasifíquelo.

Ejercicio 3:

Sea la matriz de 3x3: $A = \begin{pmatrix} 4 & 38 & 55 \\ -50 & 33 & 275 \\ 31 & 31 & -73 \end{pmatrix}$

a) Busque B de 3x3 con rango 2, de modo que el error relativo de aproximar *A* por B sea lo menor posible, y halle el espacio nulo de la matriz $\tilde{A}$.

b) Dada A como en el ítem anterior*:*

i) ¿Es posible hallar un vector X tal que $\|X\| = 4$ y $\|AX\| \leq 0.04$?

ii) ¿Es posible hallar un vector X tal que $\|X\| = 20$ y $\|BX\| \geq 4000$?

En cada caso si la respuesta es negativa justifique, si la respuesta es afirmativa halle X y muestre que se cumplen las desigualdades propuestas.

c) Halle T>0 tal que $\|X(T)\| = 2.5$, para $X(t):[0,T] \to IR^3$ tal que $X'(t) = 0.04 * A * X(t)$ y $X(0) = \begin{bmatrix} 0.6 \\ -1 \\ 0.3 \end{bmatrix}$

La resolución se entrega en un archivo de texto donde consten las funciones que se usen y las que sean creadas, y las instrucciones que hagan falta para que se resuelvan los problemas. En los casos en que corresponda copie los gráficos que se pidan, y/o los datos numéricos que se hayan solicitado.