

Ćwiczenia z ANALIZY NUMERYCZNEJ

Lista nr 1

9 października 2024 r.

Zajęcia 15 października 2024 r.
Zaliczenie listy **od 5 pkt.**

Uprzejmie proszę o ostrożne korzystanie z repozytoriów, w których studiujący wcześniej zgromadzili „rozwiązania” zadań ćwiczeniowych z minionych edycji przedmiotu. W materiałach tych jest bowiem baaaardzo dużo niepoprawnych lub niepełnych rozwiązań. Doświadczenie pokazuje, że nietrudno wpaść w pułapkę 🤡 pozornie łatwego załatwienia sprawy — a nie o to tu chodzi. Liczę na Państwa rozsądek!

L1.1. 1 punkt Przeczytaj artykuł Romana Zuber, *Początki informatyki wrocławskiej. Wspomnienia lata 1945–1968.*, Antiquitates Mathematicae, 9 (2015), 125–168. Jak wyglądał odbiór pierwszego wrocławskiego komputera Odra 1001?

L1.2. 1 punkt Obejrzyj film *Ośrodek szkoleniowy* (reż. W. Drymer, WFO, 1977). Czym był system R-32? Jakiego typu pamięć operacyjną posiadał? Ile osób obsługiwało system R-32 i jakie były ich zadania? Ile lat ma wykładowca analizy numerycznej?¹

L1.3. **Włącz komputer!** 1 punkt Niech dana będzie funkcja $f(x) := 1518 \frac{2x - \sin 2x}{x^3}$. Przy pomocy komputera oblicz w arytmetyce pojedynczej (**single**) i podwójnej precyzji (**double**) wartości $f(10^{-i})$ dla $i = 11, 12, \dots, 20$. Czy otrzymane wyniki są poprawne? **Odpowiedź uzasadnij.**

L1.4. **Włącz komputer!** 1 punkt Liczby rzeczywiste y_0, y_1, \dots są zdefiniowane rekurencyjnie w następujący sposób:

$$y_0 = 1, \quad y_1 = -\frac{1}{6}, \quad y_{n+2} = \frac{35}{6}y_{n+1} + y_n \quad (n = 0, 1, \dots).$$

Użyj komputera i podanej zależności do obliczenia (w pojedynczej lub podwójnej precyzji) kolejno wartości liczb y_2, y_3, \dots, y_{50} . Skomentuj otrzymane wyniki. Czy są one wiarygodne? **Odpowiedź uzasadnij.**

L1.5. **Włącz komputer!** 2 punkt **Udowodnij**, że całki

$$I_n := \int_0^1 \frac{x^n}{x + 2024} dx \quad (n = 0, 1, \dots)$$

spełniają następującą zależność rekurencyjną:

$$(1) \quad I_n = \frac{1}{n} - 2024 I_{n-1} \quad \left(n = 1, 2, \dots; I_0 = \ln \frac{2025}{2024} \right).$$

¹Uwaga ćwiczeniowcy! Za postarzenie wykładowcy bezwzględnie *duży grzyb*, a za zbytne odmłodzenie — *mały grzybek* 😊

Następnie wykorzystaj związek (1) do wyznaczenia wartości całek I_1, I_2, \dots, I_{20} (w takiej właśnie kolejności) wykonując obliczenia w arytmetyce pojedynczej lub podwójnej precyzji używając pętli `for`. Rozważ osobno podciągi I_1, I_3, \dots, I_{19} oraz I_2, I_4, \dots, I_{20} . Czy w obu wypadkach wyniki są odpowiednie? **Odpowiedź uzasadnij.**

- L1.6.** **Włącz komputer!** 1 punkt Wykorzystując własności szeregów naprzemiennych, ustal ilu teoretycznie wyrazów szeregu

$$\pi = 4 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$$

należy użyć do obliczenia wartości π z błędem mniejszym niż 10^{-6} . Następnie wykonaj odpowiedni eksperyment obliczeniowy przy pomocy komputera w arytmetyce pojedynczej lub podwójnej precyzji. Co z niego wynika?

- L1.7.** **Włącz komputer!** 1 punkt Wykorzystując jedynie podstawowe operacje arytmetyczne ($+$, $-$, $*$, $/$) oraz własności szeregów naprzemiennych, zaproponuj efektywny sposób wyznaczania wartości funkcji $\sin x$ dla $x \in [0, 2\pi]$. Opracowany **algorytm** porównaj z funkcją biblioteczną.

- L1.8.** 1 punkt W języku programowania **PW0++**² funkcja `LOG2(x)` oblicza z bardzo dużą dokładnością wartość $\log_2(x)$, jednak **tylko wtedy**, gdy $x \in [1, 2]$. Wykorzystując funkcję `LOG2`, zaproponuj szkic **algorytmu** wyznaczającego w języku **PW0++** wartości funkcji \log_2 z dużą dokładnością także dla $x \in (2, 1024]$ oraz dla $x \in [1/1024, 1)$.

(-) *Paweł Woźny*

- [...]
- Czyli, że zasadniczo pan się musi na tym rozeznąć całkowicie żeby wiedzieć ile i gdzie...
- Dotychczas tak było, ale teraz mamy komputer. Może pan pisać co tylko Pan chce to nie ma żadnego znaczenia.
- Komputer?
- Eeee, on się i tak zawsze pomyli przy dodawaniu, proszę pana. Nie było miesiąca, żeby się nie pomylił.
- Czyli, że teraz nie trzeba się tak znać na robocie?
- A teraz już nie. Teraz jest dużo łatwiej, jest proszę pana.
- Komputer...

Miś, reż. S. Bareja, 1980 (1:24:10).

P.S. Film można **obejrzeć przed ćwiczeniami**, ale nie jest to konieczne do zaliczenia listy.

²Jak powszechnie wiadomo od wielu lat, jest to najlepszy język programowania. Dlatego rekomendujemy jego używanie nie tylko na analizie numerycznej, ale i na co dzień 😊