Math de l'ingénieur

Florent Gerbaud

October 2022

Table des matières

1 Calcul différentiel

1.1 Dérivée

1.1.1 Définition Dérivée

$$\text{Soit } \Omega \text{ un ouvert, Soit } f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m$$
$$f(x) = \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_m(x) \end{pmatrix} = f(x_1, x_2, ..., x_m)$$

On dit que f est dérivable, (ou différentiable) en un point $x \in \Omega$ s'il éxiste une AL $L(x) : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m$ tel que :

$\forall h \in \mathbb{R}^n, x + h \in \Omega,\ f(x + h) = f(x) + L(x).h + o(|h|_{\mathbb{R}^n})$ et tel que $L(x) \in M_{m\times n}$
la dérivée est L(x)

1.1.2 Proposition

f dérivable $\Longrightarrow$ f continue
ATTENTION LA RECIPROQUE EST FAUSSE

1.1.3 Théorème dérivation des fonctions composées

$$Soit\ f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m$$
$$Soit\ g : \mathbb{R}^m \longrightarrow \mathbb{R}^p$$

Deux fonctions dérivables. Alors :

$$g \circ f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^p \text{ est dérivable et } (g \circ f)'(x) = g'(f(x))f'(x)$$

1.2 Dérivée Partielle

2 Espaces vectorielles normés