

离散数学-图论作业 3 图的连通性

如无特意说明，以后各题只考虑有限个点的图。

Problem 1

证明：简单图 G 是二部图，当且仅当 G 没有包含奇数条边的简单回路。

Problem 2

证明： $\kappa(G) = 1$ 的 r -正则图 G ，若 $r > 1$ ，总满足 $\lambda(G) \leq \frac{r}{2}$ 。（ $\lambda(G)$ 表示 G 的边连通度）

Problem 3

设图 G 是 2-连通图，依次证明以下结论（提示：在边上插入一个顶点，证明新图仍然 2-连通）：

- a) G 中任意一顶点和任意一边共圈
- b) G 中任意两边共圈

Problem 4

证明： G 是 2-边连通图当且仅当 G 中任意两个顶点之间至少有两条不含公共边的通路。

（提示：证明过程中可使用 Whitney 定理，但需注意和本题的差异）

Problem 5

证明：若 G 是 k -连通图，从 G 中任意删除 k 条边，最多得到 2 个连通分支。

Problem 6

证明：设 G 是一个简单图， k 是一个自然数，若 $\delta(G) \geq \frac{v+k-2}{2}$ ，则 G 是 k -连通的。

Problem 7

设 n 阶图 G 的边数为 m , 试证明: 若 $m > C_{n-1}^2$, 则 G 为连通图。