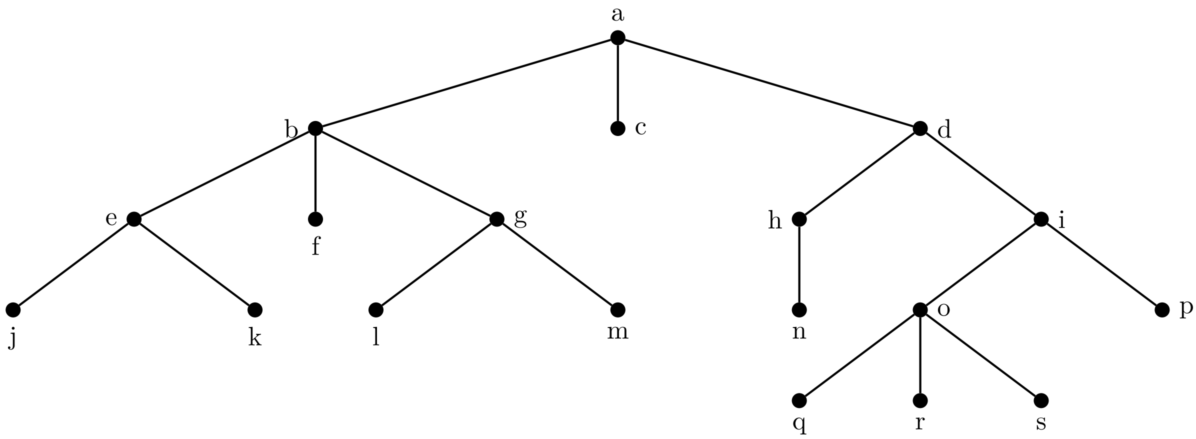
# 离散数学-图论作业 9 树的应用

## Problem 1

确定前序遍历、中序遍历和后续遍历下所给的有序根树的顶点的顺序。




**答案：** 前序：$a, b, e, j, k, f, g, l, m, c, d, h, n, i, o, q, r, s, p$；

中序：$j, e, k, h, f, l, g, m, a, c, n, h, d, q, o, r, s, i, p$；

后序：$j, k, e, f, l, m, g, b, c, n, h, q, r, s, o, p, i, d, a$。

## Problem 2

求下列前缀/后缀表达式的值（$a \uparrow b = a^b$）

a) $- \quad \times \quad 8 \quad / \quad 6 \quad 3 \quad 5$

b) $\times \quad + \quad 2 \quad + \quad 2 \quad \uparrow \quad 2 \quad - \quad 2 \quad 2 \quad 2$

c) $5 \quad 2 \quad 0 \quad - \quad - \quad 3 \quad 1 \quad 4 \quad + \quad + \quad \times$

d) $3 \quad 2 \quad \times \quad 2 \quad \uparrow \quad 5 \quad 2 \quad - \quad 8 \quad 4 \quad / \quad \times \quad -$

e) $\uparrow \quad - \quad \times \quad 4 \quad 4 \quad \times \quad 7 \quad 2 \quad + \quad 4 \quad 8$

f) $\times \quad / \quad 9 \quad 3 \quad + \quad \times \quad 1 \quad 4 \quad - \quad 7 \quad 5$

**答案：**

a) $-(\times(8, /(6, 3)), 5) = -(\times(8, 2), 5) = -(16, 5) = \mathbf{11}$

b) $\times(+(2, +(2, \uparrow(2, -(2, 2)))), 2) = \times(+(2, +(2, \uparrow(2, 0))), 2) = \times(+(2, +(2, 1)), 2) = \times(5, 2) = \mathbf{10}$

c) $((5,(2,0)-)-,(3,(1,4)+)+)\times = ((5,2)-,(3,5)+)* = (3,8)\times = \mathbf{24}$

d) $(((3,2)\times,2)\uparrow,((5,2)-,(8,4)/)\times)- = ((6,2)\uparrow,(3,2)\times)- = (36,6)- = \mathbf{30}$

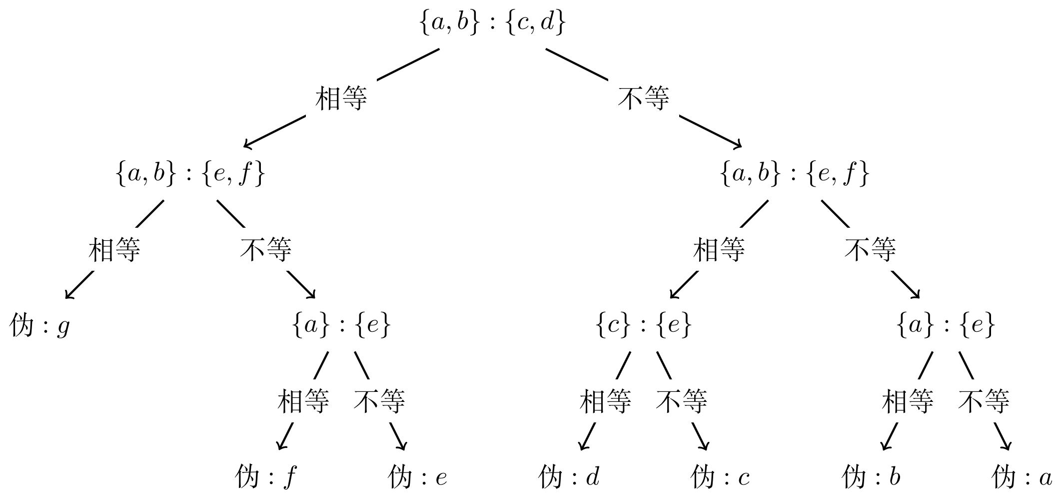
e) $\uparrow(-(\times(4,4),\times(7,2)),+(4,8)) = \uparrow(-(16,14),12) = \uparrow(2,12) = \mathbf{4096}$

f) $\times(/(9,3),+(\times(1,4),-(7,5))) = \times(3,+(4,2)) = \times(3,6) = \mathbf{18}$

# Problem 3

若一枚伪币与其他硬币质量不等，那么为了在 7 枚硬币中找出这枚伪币，用天平称量找出伪币的方案在最坏情况下最少要多少次？并给出相应方案（画出决策树）。

**答案：** 每次称量有 {相等, 不等} 两种情况，因此决策树是二元树，最终情况（叶节点数）有 7 种。将硬币编号为 $a, b, \ldots, g$，有方法如下图：最坏情况下决策树的高度为 3，即 3 次。




# Problem 4

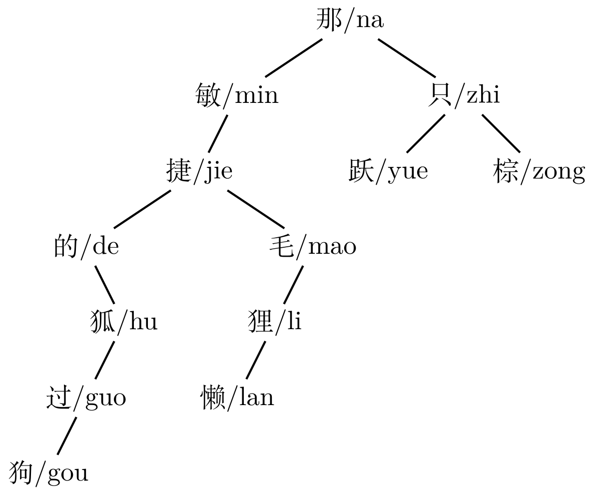
用字典序构造下面句子里的拼音字的二叉搜索树：“na zhi min jie de zong mao hu li yue guo na zhi lan gou”（那只敏捷的棕毛狐狸跃过那只懒狗。）

**答案：**

# Problem 5

a) 用赫夫曼编码来编码具有这些频率的符号：$a:0.36$, $b:0.18$, $c:0.18$, $d:0.10$, $e:0.08$, $f:0.06$, $g:0.04$，在算法中用以下两种不同的方式打破平局。

I. 在算法的每个阶段从权最小的树中选择顶点数最多的两个树来组合。




II. 在每个阶段从权最小的树中选择顶点数最少的两个树来组合。

b) 计算用每种编码来编码一个符号所需要的平均位数并且对每种编码计算这个位数的方差。对于编码一个符号所需要的位数的方差，哪种打破平局的过程所产生的会小一些？

**答案：** 一种方案如图所示

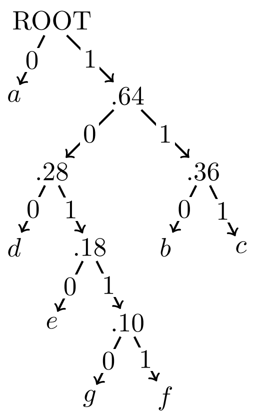



Figure 1: *

I

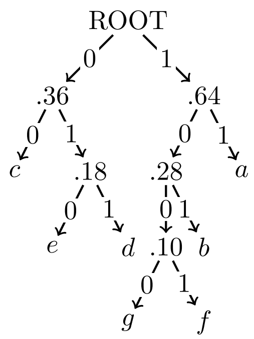



Figure 2: *

II

平均值:

$$\mathrm{avg(I)} = 0.36 \times 1 + 0.18 \times 3 + 0.18 \times 3 + 0.10 \times 3 + 0.08 \times 4 + 0.06 \times 5 + 0.04 \times 5 = 2.56$$

$$\mathrm{avg(II)} = 0.36 \times 2 + 0.18 \times 3 + 0.18 \times 2 + 0.1 \times 3 + 0.08 \times 3 + 0.06 \times 4 + 0.04 \times 4 = 2.56$$

方差:

$$\mathrm{var(I)} = 0.36 \times 1^2 + 0.18 \times 3^2 + 0.18 \times 3^2 + 0.10 \times 3^2 + 0.08 \times 4^2 + 0.06 \times 5^2 + 0.04 \times 5^2 - 2.56^2 = 1.7264$$

$$\mathrm{var(II)} = 0.36 \times 2^2 + 0.18 \times 3^2 + 0.18 \times 2^2 + 0.10 \times 3^2 + 0.08 \times 3^2 + 0.06 \times 4^2 + 0.04 \times 4^2 - 2.56^2 = 0.4464$$

(II) 的方差更小