

离散数学第十次作业-排列组合

Problem 1

由 m 个 A 和 n 个 B 构成序列, 其中 m, n 为正整数, $m \leq n$. 如果要求每个 A 后面至少紧跟一个 B , 问! 有多少个不同的序列.

Problem 2

将 20 个相同的小球放入 3 个带有编号的盒子中, 第一个盒子至少有 2 个球且最后一个盒子不超过 10 个球一共有多少种放置的方法?

Problem 3

在一个婚礼上摄影师从 10 个人中安排 6 个人在一排拍照, 其中新娘和新郎在内. 如果满足下述条件, 有多少种安排方式?

- a) 新娘必须在照片中
- b) 新娘和新郎必须都在照片中
- c) 新娘和新郎恰好有一个在照片中

Problem 4

用 3 个 1, 2 个 2, 5 个 3, 这十个数字能构成多少个能被 2 整除的四位数?

Problem 5

如果有 8 种不同的课程可供选择, 每个学生必须选择 5 门课程来完成他/她的学习计划. 那么最少有多少名学生, 使得不管他们如何选择, 至少有 10 名学生的学习计划相同?

Problem 6

集合 $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$, 证明: 如果从集合 A 中随机选择 7 个数, 那么总能找到其中的 2 个数相加为 15.

Problem 7

计算 $(x + 2y - 4z)^6$ 的展开式中, x^3y^2z 项的系数.

Problem 8

设 n 为任一正整数, 证明: $C(2n, n+1) + C(2n, n) = \frac{1}{2}C(2n+2, n+1)$.

Problem 9

使用鸽笼原理证明任何的有理数可以表示为一个整数加上一个有限或循环小数.

Problem 10

证明: 任一整数是平方数的必要条件是它有奇数个正因子.