

离散数学第十二次作业-离散概率

Problem 1

设集合 $A = \{a, b, c\}$, 判断以下结论是否正确.

(1) $\emptyset \subseteq A \times A$

(2) $\{a, c\} \in A$

(3) $\{a, b\} \in A \times A$

(4) $(c, c) \in A \times A$

Problem 2

设 A, B 为任意集合, 证明: 若 $A \times A = B \times B$, 则 $A = B$.

Problem 3

证明 $A \times B \neq B \times A$ 除非 $A = B$, 其中 A 和 B 均为非空集合.

Problem 4

设 R 是从集合 A 到集合 B 的关系, 从集合 B 到集合 A 的逆关系 (记作 R^{-1}) 是有序对集合 $\{(b, a) \mid (a, b) \in R\}$; 而补关系 \bar{R} 是有序对集合 $\{(a, b) \mid (a, b) \notin R, a \in A, b \in B\}$.

若 R 是正整数集合上的关系: $R = \{(a, b) \mid a \text{ 整除 } b\}$, 求

(1) R^{-1}

(2) \bar{R}

Problem 5

设

$$A = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$$

$$B = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}$$

求

$$(1) A \cup B, A \cap B$$

$$(2) \text{dom } A, \text{dom } B, \text{dom } (A \cup B)$$

$$(3) \text{ran } A, \text{ran } B, \text{ran } (A \cap B)$$

$$(4) \text{fld } (A - B)$$

Problem 6

设 R 是关系 $\{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 1)\}$, S 是关系 $\{(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 2)\}$, 求 $S \circ R$.

Problem 7

设 R_1 和 R_2 分别是整数集合上的“模 3 同余”和“模 4 同余”关系, 即 $R_1 = \{(a, b) \mid a \equiv b(\text{mod}3)\}$ 和 $R_2 = \{(a, b) \mid a \equiv b(\text{mod}4)\}$. 求

$$(1) R_1 \cup R_2$$

$$(2) R_1 \cap R_2$$

$$(3) R_1 - R_2$$

$$(4) R_2 - R_1$$

$$(5) R_1 \oplus R_2$$

Problem 8

a) 在集合 $\{a, b, c, d\}$ 上有多少个不同的关系?

b) 在集合 $\{a, b, c, d\}$ 上有多少个关系包含有序对 (a, a) ?

Problem 9

设 R_1 和 R_2 是 A 上的关系, 试证明:

$$(1) (R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}.$$

$$(2) (R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cap R_2^{-1}.$$