Lógica y Programación
Primer cuatrimestre 2019 - Primer parcial

7 de Mayo de 2019

Ejercicio 1 Demostrar las siguientes propiedades:

1. $\{p \vee r, \neg q, p \rightarrow q, r \vee \neg r\}$ es consistente.
2. Γ es consistente maximal $\iff \forall A. A \in \Gamma \vee A \notin \Gamma$.

Ejercicio 2 Dar una derivación en DN de la siguiente fórmula:

$$\forall y.(Q(y) \rightarrow \neg \exists x.P(x)) \wedge \forall x.P(x) \rightarrow \forall y.\neg Q(y)$$

Ejercicio 3 Considerar las siguientes teorías:

$$\begin{array}{rcl} T_{\neg,\rightarrow} & = & \{A \in Form(\neg,\rightarrow) \mid \vdash_{R_1} A\} \\ T_{\neg,\rightarrow,\wedge} & = & \{A \in Form(\neg,\rightarrow,\wedge) \mid \vdash_{R_2} A\} \\ \\ R_1 & = & \{Hyp, \rightarrow i, \rightarrow e, \neg i, \neg e, \neg\neg e\} \\ R_2 & = & R_1 \cup \{\wedge i, \wedge e1, \wedge e2\} \end{array}$$

Probar que $T_{\neg,\rightarrow}$ es una extensión conservativa de $T_{\neg,\rightarrow,\wedge}$. Para ello definir una función $f : Form(\neg,\rightarrow,\wedge) \rightarrow Form(\neg,\rightarrow)$ tal que

1. $\vdash_{R_2} A$ implica $\vdash_{R_1} f(A)$.
2. Si $A \in Form(\neg,\wedge)$, entonces $f(A) = A$.
3. Usar los dos ítems anteriores para deducir el resultado principal.

Ejercicio 4 Dar una interpretación para el lenguaje $\mathfrak{L} = \{a^0, f^2, P^2\}$ de manera tal que se satisfagan las siguientes fórmulas:

1. $\forall x.P(x,x)$
2. $\forall x.P(f(x,a),x)$
3. $\forall x.\forall y.P(x,y) \rightarrow P(y,x)$
4. $\forall x.\exists y.\exists z.P(f(x,y),a) \wedge P(f(z,x),a)$
5. $\forall x.\forall y.\forall z.P(x,y) \wedge P(y,z) \rightarrow P(x,z)$