Lógica y Programación
Segundo cuatrimestre 2015 - Primer parcial

6 de Octubre de 2015

Ejercicio 1 Demostrar las siguientes propiedades:

1. $\{p \vee q, q \wedge r, q \to \neg p\} \nvdash \bot$
2. Γ es consistente $\iff \exists A.\Gamma \nvdash A$

Ejercicio 2 Dar una derivación en DN de la siguiente fórmula:

$$\neg\exists x.\neg(A \to B) \to (\forall x.A \to \forall x.B)$$

Ejercicio 3 Considerar las siguientes teorías:

$$\begin{array}{rcl} T_{\neg,\wedge} & = & \{A \in Form(\neg,\wedge) \mid \vdash_{R_1} A\} \\ T_{\neg,\wedge,\to} & = & \{A \in Form(\neg,\wedge,\to) \mid \vdash_{R_2} A\} \\ & & \\ R_1 & = & \{Hyp, \wedge i, \wedge e1, \wedge e2, \neg i, \neg e, \neg\neg e\} \\ R_2 & = & R_1 \cup \{\to i, \to e\} \end{array}$$

Probar que $T_{\neg,\wedge,\to}$ es una extensión conservativa de $T_{\neg,\wedge}$. Para ello definir una función $f : Form(\neg,\wedge,\to) \to Form(\neg,\wedge)$ tal que

1. $\vdash_{R_2} A$ implica $\vdash_{R_1} f(A)$.
2. Si $A \in Form(\neg,\wedge)$, entonces $f(A) = A$.
3. Usar los dos ítems anteriores para deducir el resultado principal.

Ejercicio 4 Dar una interpretación para el lenguaje $\mathfrak{L}$ de manera tal que se satisfagan las siguientes fórmulas:

$$\mathfrak{L} = \{a_1^0, a_2^0, A_1^2, f_1^2, f_2^2\}$$

1. $\forall x.A_1(f_1(x, a_1), x)$
2. $\forall x.\forall y.A_1(f_1(x, y), f_1(y, x))$
3. $\forall x.\exists y.A_1(f_1(x, y), a_1)$
4. $\forall x.A_1(f_2(x, a_2), x) \wedge A_1(f_2(a_2, x), x)$
5. $\forall x.\forall y.\forall z.A_1(f_2(x, f_1(y, z)), f_1(f_2(x, y), f_2(x, z)))$