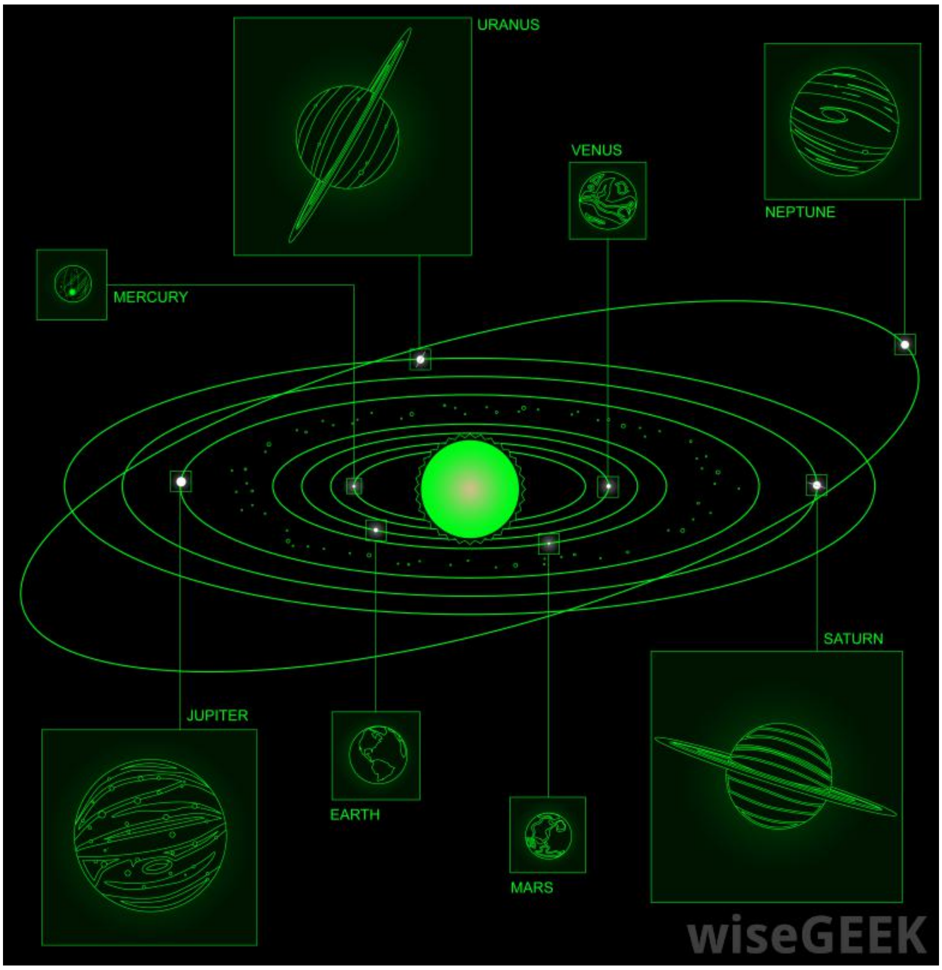
Système gravitationnel à N corps

Support de programmation



Florian DELRIEU

Diplomé en Master Dynamique des Fluides, Énergétique et Transferts
Université Paul Sabatier

Table des matières

Première partie

Partie Théorique

Chapitre 1

Introduction

Ce programme a pour volonté de simuler dans un plan 2D, un système composé de n corps soumis à la gravité. La programmation se fait en utilisant le code **Python** et **GitHub** (*git@github.com :Florian-DELRIEU/Gravitationnal-Sytem.git*). Les différents corps seront donc en intéractions entres eux et chacun d'entre eux seront positionné de manière arbitraire avec une masse différentes.

Calcul prémiminaires

La simulation prendra lieu dans un domaine 2D (x,y) centré sur l'origine. Dans un premier temps je vais chercher à définir le potentiel gravitationnel d'un corps dans le repère 2D. On sait que la force gravitationnelle d'un corps de masse M exerce, sur un corps m situé à une distance d, une force valant

$$\overrightarrow{F_{M/m}} = -G\frac{M \cdot m}{d^2}\vec{u} \tag{1.1}$$

avec $\vec{u}$ le vecteur unitaire orienté depuis le corps M jusqu'au corps m et G étant la constante gravitationnelle.

1.0.1 Ecriture du potentiel Gravitationnel

La gravité est une force dérivant d'un potentiel que l'on va nommé E_p,

$$\overrightarrow{F_{M/m}} = -\mathrm{grad}\left(E_p\right) \tag{1.2}$$

$$\overrightarrow{F_{M/m}} = -\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{x} - \frac{\partial E_p}{\partial y}\vec{y} \tag{1.3}$$

Pour simplifier les notations je pose

$$\overrightarrow{F_{M/m}} = \vec{F} = F_x\vec{x} + F_y\vec{y}$$

et je cherche par la suite l'expression de la composante F_x uniquement car le problème est identique pour la direction $\vec{y}$

$$F_x = \frac{\partial E_p}{\partial x} \tag{1.4}$$

$$E_p = \int F_x dx \tag{1.5}$$

$$E_p = -G \cdot M \int \frac{1}{x^2} dx \tag{1.6}$$

$$E_p = -G\frac{M}{x^3} \tag{1.7}$$

L'énergie potentielle de la force de pesanteur s'écrit alors, en faisant la similitude entre x et la distance d (suivant les deux composantes)

$$\boxed{E_p = -\frac{G \cdot M}{d^3}} \tag{1.8}$$

1.0.2 Maillage du potentiel

Afin de visualiser ce potentiel de force dans un champs 2D, il a fallu créer un maillage rectangulaire uniforme de la forme

```
import numpy as np

dx, x_range = 0.1, 10
dy, y_range = 0.1, 10
X,Y = np.meshgrid(
    np.arange(-x_range,x_range,dx),
    np.arange(-y_range,y_range,dy))
```

Une fois le maillage créé, il faut implémenter dans la programme la fonction `lambda` qui représente le champs potentiel d'un objet ainsi que la position et la masse d'un objet. J'ai choisi, pour commencer

```
G = 1 # Constante Grav (6.7e8)
Pos = [(0,0)] # x,y
Mass = [1]
Potential = lambda x,y: G*Mass[0] / ( np.sqrt((x-Pos[0][
POTENT = Potential(X,Y)
POTENT_contour = np.linspace(POTENT.min(),POTENT.max(),1
plt.contourf(X,Y,POTENT,[0,.1,2,5,20])
```