Mecanel

331 Moment cinétique

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(m\vec{r} \wedge \dot{\vec{r}}\right) = m\frac{\partial \vec{r}}{\partial t}\wedge\dot{\vec{r}} + m\vec{r}\wedge\frac{\partial \dot{\vec{r}}}{\partial t}$$

$$= m\underbrace{\dot{\vec{r}}\wedge\dot{\vec{r}}}_{=0} + m\vec{r}\wedge\ddot{\vec{r}}$$

$$= 0 + m\underbrace{\vec{OS}\wedge\vec{F}}_{=0 \text{ colinéaire}}$$

donc $\vec{H}$ est constant

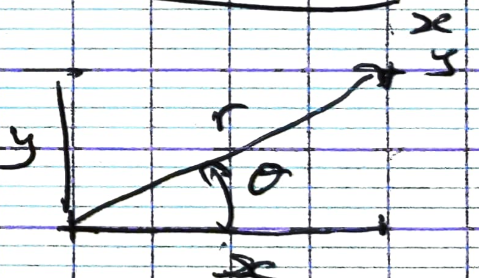
voir demo méca

soh cah toa

$$\vec{\sigma}_{O,\Sigma/R} = \boxed{m\vec{OG}\wedge\vec{V}_{G\in\Sigma/R}} + \underbrace{\bar{\bar{I}}_{O,R}(\Sigma)\cdot\vec{\Omega}_{\Sigma/R}}_{\substack{\text{ici} = 0 \\ \text{pas de rotation}}}$$

$x = r\,\cancel{\sin}\,\cos\theta$

$y = r\sin\theta$



$$\cancel{\vec{V} = \frac{d\vec{x}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(r\cos\theta\,\vec{x} + r\sin\theta\,\vec{y}\right)}$$

1

$$r = \frac{x}{\cos\theta} = \frac{y}{\sin\theta}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{x}{r}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{y}{r}\right)$$

Loi des Aires

$$\begin{cases} m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = -G\dfrac{Mm}{r^2} \\ m(r\ddot{\theta} - 2\dot{r}\dot{\theta}) = 0 \end{cases}$$

donc $r\ddot{\theta} - 2\dot{r}\dot{\theta} = 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{d}{dt} d(r^2\dot{\theta}) = 0$

donc $r^2\dot{\theta} = cte$. Or $\boxed{r^2\theta}$ est l'aire d'une portion de cercle de rayon r ~~cte~~ et d'angle θ

or $r = r(t)$ et $\theta = \theta(t)$

$r^2\dfrac{d\theta}{dt}$ est ~~l'aire~~ $\dfrac{r^2 d\theta}{dt}$ parcourue lors d'un mouvement $d\theta$ pendant un temps dt

$$A = \int_{dt} r^2 \underbrace{\frac{d\dot{\theta}}{dt}}_{k} dt$$

$$A = \int_{dt} k\, dt = \boxed{k\, dt}$$

Donc l'aire parcourue par le mobile pendant un laps de temps dt est constant.