

Fortgeschrittenen Praktikum

Versuchsprotokoll: Comptoneffekt

Frederik Otto, Sebastian L. Benz
Versuchsbetreuer: PD Dr. Sören Lange

Durchgeführt am 03.06.2016

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Einleitung | 2 |
| 2 | Theoretische Grundlagen | 2 |
| 2.1 | Wechselwirkung von Photonen mit Materie | 2 |
| 2.2 | Herleitung der Comptonformel | 3 |
| 2.3 | Wirkungsquerschnitt | 3 |
| 3 | Versuchsaufbau und -durchführung | 4 |
| 4 | Auswertung | 5 |
| 5 | Messung der 180° Streuung | 6 |
| 6 | Energie in Abhängigkeit des Streuwinkels | 7 |
| 7 | Ruhemasse des Elektrons | 8 |
| 8 | Bestätigung der Klein-Nishima-Formel | 8 |
| 9 | Anhang | 10 |

1 Einleitung

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Wechselwirkung von Photonen mit Materie

Grundsätzlich können Photonen mit Materie auf 3 verschiedene Varianten wechselwirken.

- Photoeffekt
 - Im 19. Jahrhundert von Albert Einstein erstmals theoretisch erklärt. Das Photon wird komplett von einem Elektron absorbiert. Mit der Austrittsarbeit W_a erhält das Elektron die Energie $E = \hbar\omega - W_a$.
- Paarbildung
 - Mit genügend Energie kann ein Photon ein Teilchen-Antiteilchen Paar erzeugen. Üblicherweise handelt es sich hierbei um ein Elektron-Positron-Paar. Dabei muss das Photon mindestens eine Energie äquivalent zur Ruheenergie der beiden Teilchen besitzen (1022keV).
- Comptoneffekt
 - Bezeichnet die Streuung des Photons an einem Elektron. Dabei wird Energie übertragen und die Wellenlänge des Photons verlängert sich.

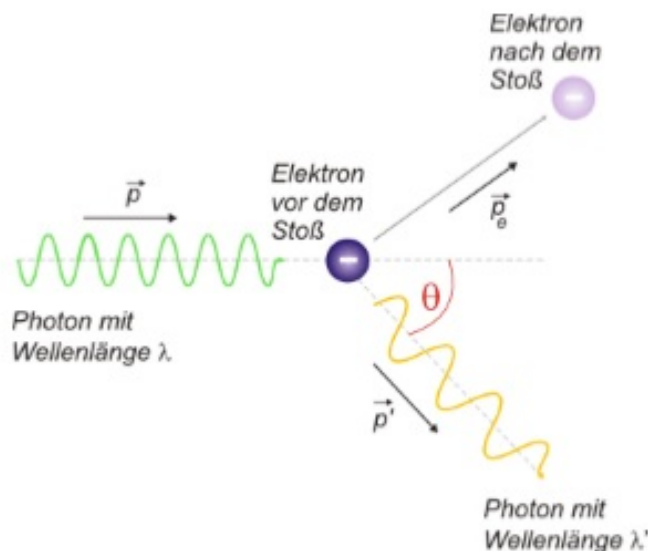


Abbildung 1: Schematische Funktionsweise des Comptoneffekts; Quelle: Versuchsanleitung

2.2 Herleitung der Comptonformel

Sei \vec{p}_v der Photonenimpuls vor dem Stoß und \vec{p}_n der nach dem Stoß. Das Elektron wird aufgrund der geringen Bindungsenergie im Vergleich zur Photonenenergie als in Ruhe angenommen. Dann ist der Elektronenimpuls nach dem Stoß:

$$\vec{p}_e = \vec{p}_v - \vec{p}_n$$

Da auch die Energie erhalten sein muss, folgt mit der Definition des Euklidischen Skalarprodukts:

$$\begin{aligned}\vec{p}_v c + m_e c^2 &= \vec{p}_n c - \sqrt{(m_e c^2)^2 + p_e^2 c^2} \\ \Leftrightarrow p_e^2 &= (p_n - p_v)^2 - 2(p_n - p_v)m_e c\end{aligned}$$

Durch einsetzen in die vorherige Formel bekommen wir die Impulsdifferenz des Photons:

$$\Rightarrow (p_n - p_v) = \frac{p_v p_n}{m_e c} (1 - \cos\theta)$$

Ausgedrückt über die DeBroglie Wellenlänge, durch $p = \frac{h}{\lambda}$

$$\Rightarrow (\lambda_v - \lambda_n) = \Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta)$$

2.3 Wirkungsquerschnitt

Dieser Versuch soll hauptsächlich Aussagen über die Streuwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit des Streuwinkels treffen. Die Formel für den Wirkungsquerschnitt wurde von Oskar Klein und Yoshio Nishima 1929 hergeleitet und läuft im Grenzfalle, dass die Photonenenergie klein im Vergleich zur Ruheenergie des Elektrons ist, gegen den erwarteten Wirkungsquerschnitt einer elektromagnetischen Welle, welche an einer Punktladung streut (Thomson-Wirkungsquerschnitt). Der Klein-Nishima-Wirkungsquerschnitt ist über folgende Formel gegeben:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 P(E, \theta) (1 - P(E, \theta) \sin^2\theta + P^2(E, \theta))$$

Dabei ist r_e der klassische Elektronenradius (eine Naturkonstante) und $P(E, \theta) = \frac{1}{1 + \frac{E}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)}$, welches für Energien, klein im Vergleich zu $m_e c^2$, gegen 1 geht, damit wir den Thomson-Wirkungsquerschnitt erhalten. Anders geschrieben kann man die Klein-Nishina-Formel auch im Kehrwert formulieren:

$$\frac{d\Omega}{d\sigma} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1 + \cos^2\theta}{(1 + \frac{E}{m_e c^2} (1 - \cos\theta))^3} \left(1 + \frac{(\frac{E}{m_e c^2})^2 (1 - \cos\theta)^2}{(1 + \cos\theta)^2 (1 + \frac{E}{m_e c^2} (1 - \cos\theta))} \right)$$

3 Versuchsaufbau und -durchführung

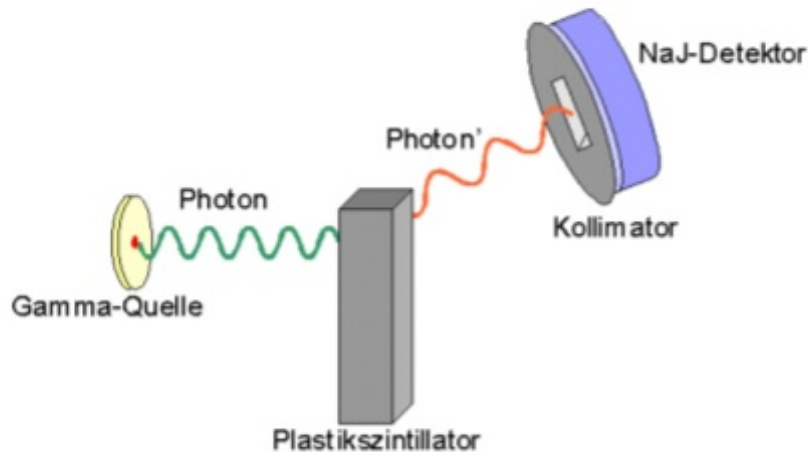


Abbildung 2: Vereinfachte Skizze des Versuchsaufbaus; Quelle: Versuchsanleitung

Ein schematischer Aufbau dieses Versuchs ist in Abbildung 2 gegeben. Wie zu erkennen ist, messen wir mit einem Natriumiodid Szintillator. Die aktiven Zentren dieses entstehen durch eine Dotierung mit Thallium. Die einfallende Strahlung unserer Quelle (für die Eichmessung verschiedene, für die Winkelmessung Caesium.) trifft auf einen Plasticszintillator, welcher sich mit den NaI-Detektor in Koinzidenz befindet, was bedeutet, dass nur Signale gewertet werden, welche zeitgleich in beiden Detektoren aufgenommen werden. Diese Zeitgleichheit müssen wir erzeugen, da durch einige Messapparaturen eine Verzögerung entsteht. Die Verzögerung wird durch Delayboxen erreicht, welche aus langen Kabeln bestehen. Das Signal wird verzögert, da es sich höchstens mit der Materiallichtgeschwindigkeit in dem Kabel ausbreiten kann. Die Strahlung wird im Plasticszintillator gestreut und trifft auf den Natrium-Iodid-Szintillator, wo die Energie unter einem gewissen Streuwinkel gemessen wird. Das gestreute Elektron bleibt höchstwahrscheinlich im Plastik stecken und somit wird auch dessen gesamte Energie dort detektiert. Die vom Szintillator entsendeten Lichtblitze werden durch einen Photomultiplier etwa um einen Faktor 10^5 verstärkt und in ein elektrisches Signal übersetzt. Es werden noch weitere Bauteile für die Koinzidenzschaltung genutzt, jedoch wird hier nicht weiter auf deren Funktionsweise eingegangen, da diese bereits ausführlich in der Versuchsanleitung beschrieben werden. Ein exakter Schaltplan inklusive der Delayzeiten befindet sich in Abbildung 3.

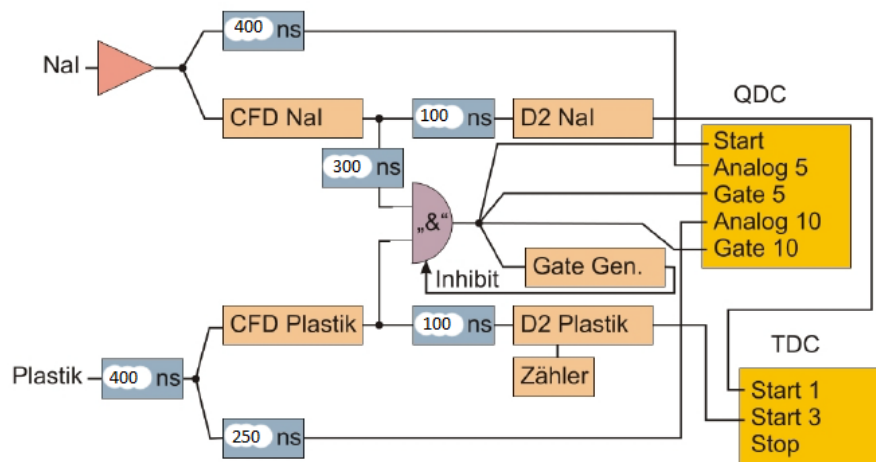


Abbildung 3: Schema der Koinzidenzschaltung mit Delayzeiten

Die Delayzeiten herauszufinden war unsere erste Aufgabe und diese sind mit in dem Schema der Koinzidenzschaltung eingetragen.

Nachdem wir die restliche Schaltung überprüft hatten, fingen wir mit der Energieeichung an. Hierfür wurden Histogramme für eine ^{137}Cs und eine ^{22}Na aufgenommen. Da die Energien dieser Peaks bekannt sind, können wir mit ihnen eine Energieeichung durchführen. Wir fitten eine Gaußfunktion durch die Peaks und bestimmen somit die Lage des Peaks. Zusätzlich wird der sogenannte Pedestal als zusätzlicher Messpunkt genutzt. Dieser ist der Messwert, den der QDC liefert, wenn kein Eingangssignal vorliegt. Diesen Peak können wir somit auf 0eV eichen. Mit den gesammelten Werten setzen wir unsere Eichgerade an. Dann begannen wir mit den Winkelmessungen für die Winkel 40° , 60° , 80° , 100° , 120° , 140° , 160° und 180° . Auch für diese wurden wieder eine Gaussfunktionen gefittet und die Lage der Maxima bestimmt. Weitere Messungen für die Überprüfung der Energieerhaltung wurden nicht durchgeführt.

4 Auswertung

Zunächst soll eine Energieeichung durchgeführt werden. Dafür werden die jeweiligen Channel verschiedener Strahler gegen die bekannten Energien auftragen und ein linearer Fit durchgeführt. Hierzu wurde das logische Gatter von UND auf ODER gestellt, um nur die Signale des NaI-Detektor zu erhalten. Hierdurch kann der oben angesprochene Pedestalpeak aufgenommen werden. Es ergibt sich folgende Zuordnung:

| Peak | Zugeordnete Energie in keV | Gefundener Channel |
|------------|----------------------------|--------------------|
| Pedestal | 0 | 106.3 |
| Natrium 22 | 511 | 572.5 |
| Cäsium 137 | 662 | 697.2 |

Fittet man durch diese Punkte mit Origin Pro 9.1 eine Gerade, so erhält man die Funktionsgleichung $C(E) = (0.89762 \pm 0.01601)E + (107.6956 \pm 7.7292)$, welche für die folgende Auswertung benötigt wird.

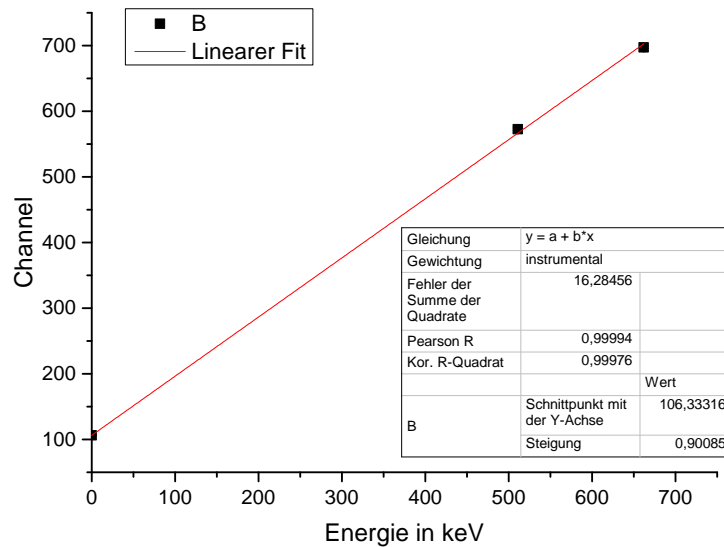


Abbildung 4: Gefittete Gerade für die Energiegleichung.

5 Messung der 180° Streuung

Im Folgenden haben wir die ^{137}Cs -Quelle verwendet. Die Auswertung des Spektrums für die 180° Streuung ergibt eine Energie von 191.17 keV mit einem Fehler von 0.5 keV. Vor dem Stoß muss die Photonenenergie 662 keV betragen haben. Wir betrachten die Veränderung der Wellenlänge vor und nach dem Stoß:

$$\lambda = \frac{hc}{2} \left(\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} \right) = \frac{hc}{2} \left(\frac{1}{191.17\text{keV}} - \frac{1}{662\text{keV}} \right) = 2.25\text{pm}$$

Den Fehler berechnen wir per Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta\lambda = hc \frac{\Delta E'_\gamma}{E_\gamma'^2} = hc \frac{0.5\text{keV}}{(191.17\text{keV})^2} = 0.017\text{pm}$$

Somit ergibt sich für die Comptonwellenlänge ein Wert von $\lambda_C = (2.25 \pm 0.017)\text{pm}$. Laut CODATA beträgt der Wert $\lambda_{C,\text{lit}} = 2.4263102367(11)\text{pm}$ für die Streuung an einem Elektron. Dieser Wert liegt zwar nicht in unserem Fehlerbereich, die Größenordnung wird allerdings durch unser Experiment erreicht.

6 Energie in Abhängigkeit des Streuwinkels

In diesem Abschnitt soll die absorbierte Energie als Funktion des Streuwinkels aufgetragen werden. Wir erhalten folgende Wertetabelle:

| Winkel | Channel | Energie in keV |
|--------|---------|----------------|
| 40° | 457.9 | 390.148 |
| 60° | 446.9 | 377.893 |
| 80° | 395.4 | 320.519 |
| 100° | 364.4 | 285.983 |
| 120° | 320.3 | 236.854 |
| 140° | 300.1 | 214.350 |
| 160° | 280.3 | 192.291 |
| 180° | 279.3 | 191.177 |

Die rote Linie zeigt die Kurve, die man eigentlich erwarten würde ($E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$).

Man erkennt gut die Übereinstimmung für große Winkel, nur der Wert für $\theta = 40^\circ$ weicht deutlich von der Kurve ab.

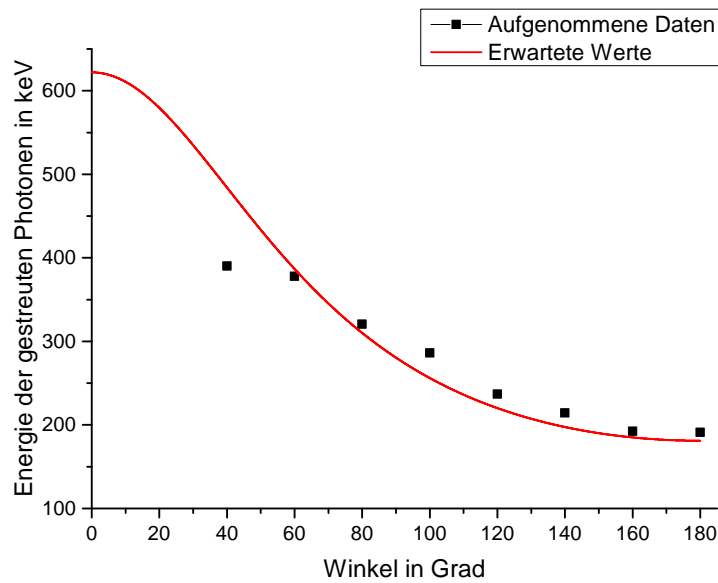


Abbildung 5: Energie in Abhängigkeit des Streuwinkels im Vergleich: Theorie und von uns aufgenommene Werte.

7 Ruhemasse des Elektrons

Wir tragen $\zeta = \frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma}$ gegen $1 - \cos(\theta)$ auf und erhalten so eine Gerade mit der Steigung $\frac{1}{mc^2}$. Es ergibt sich folgende Grafik:

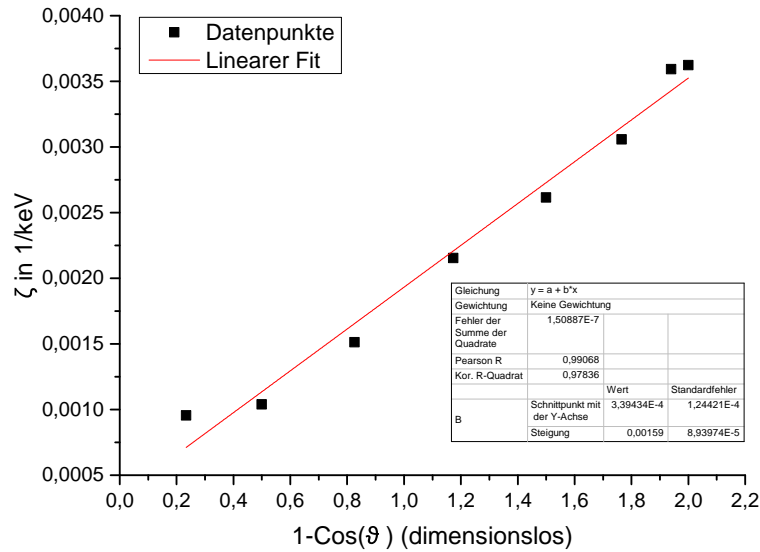


Abbildung 6: $\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma}$ gegen $1 - \cos(\theta)$ aufgetragen und mit einem linearen Fit versehen. Von diesem ist vor allem die Steigung für die Auswertung wichtig.

Mit einem linearen Fit erhält man eine Steigung $k = 0.00159 \text{ 1/keVc}^2$, bzw. für die Ruhemasse eines Elektrons den Wert $m = k^{-1} = 628.93 \text{ keVc}^2$. Der Fehler der Geradensteigung ist mit $\Delta k = 8.94 \times 10^{-5} \text{ 1/keVc}^2$ angegeben, was einem relativen Fehler von etwa 5.6% entspricht. Daraus resultiert für die Masse ein Fehler von $\Delta m = 35.22 \text{ keVc}^2$. Damit liegt auch hier der bekannte Literaturwert (511 keV) nicht in unserem Fehlerbereich, dafür aber in der selben Größenordnung.

8 Bestätigung der Klein-Nishima-Formel

In dieser Aufgabe wurden die Counts des Plastiksintillators durch die Counts des NaI-Detektors geteilt, um die Werte zu normieren. Wir erhalten folgende Wertetabelle:

| Winkel | Plastikszintillator | NaI-Detektor | Normierter Wert |
|--------|---------------------|--------------|-----------------|
| 40° | 654635 | 4026 | 162.6018381 |
| 60° | 629687 | 4250 | 148.1616471 |
| 80° | 367272 | 3038 | 120.8926926 |
| 100° | 554749 | 4229 | 131.1773469 |
| 120° | 513372 | 4059 | 126.4774575 |
| 140° | 347318 | 3399 | 102.1824066 |
| 160° | 311021 | 3409 | 91.23525961 |
| 180° | 1746332 | 20479 | 85.45339128 |

Man sieht recht deutlich, dass die Verteilung für höhere Winkel proportional zur Klein-Nishina-Formel ist, für kleinere Winkel jedoch abweicht.

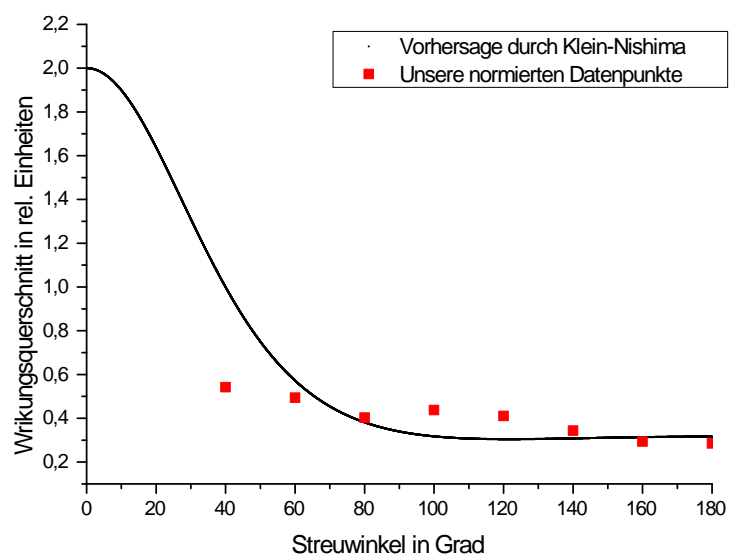


Abbildung 7: Der Wirkungsquerschnitt nach der Klein-Nishina-Formel im Vergleich: Theorie und von uns aufgenommene Werte.

9 Anhang

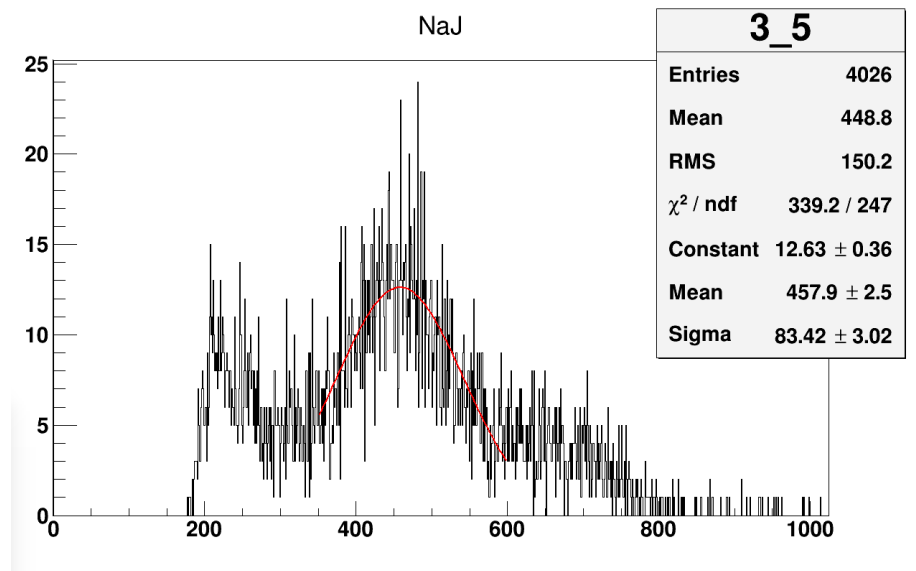


Abbildung 8: Spektrum mit Peak bei 40°.

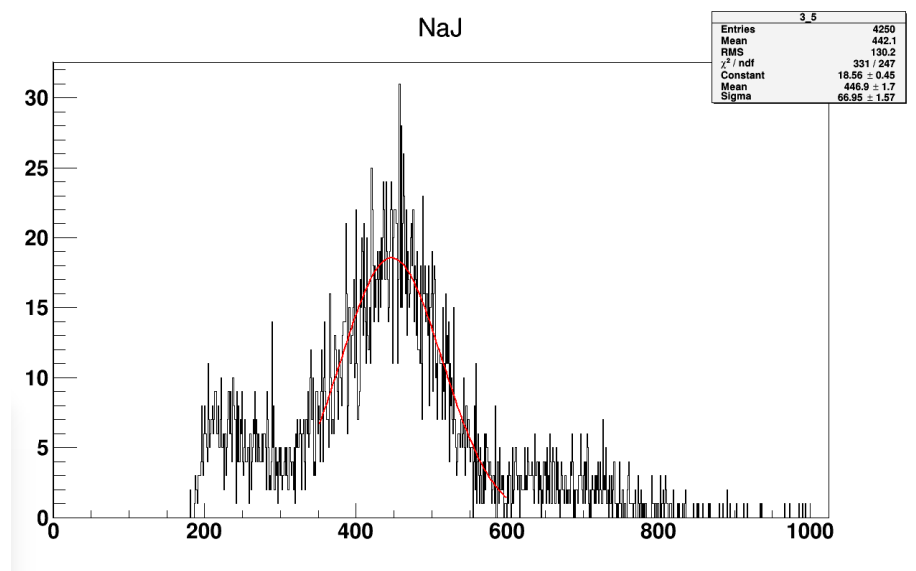


Abbildung 9: Spektrum mit Peak bei 60°.

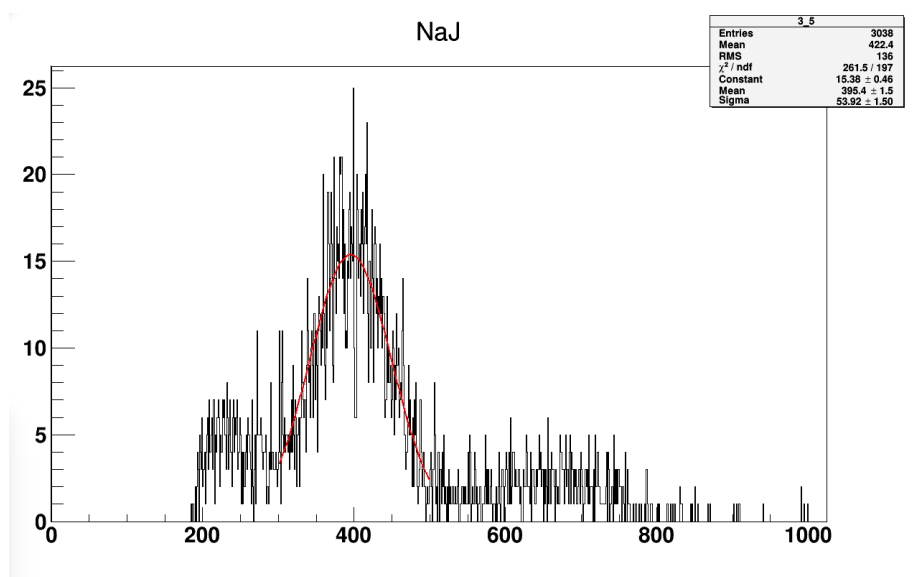


Abbildung 10: Spektrum mit Peak bei 80°.

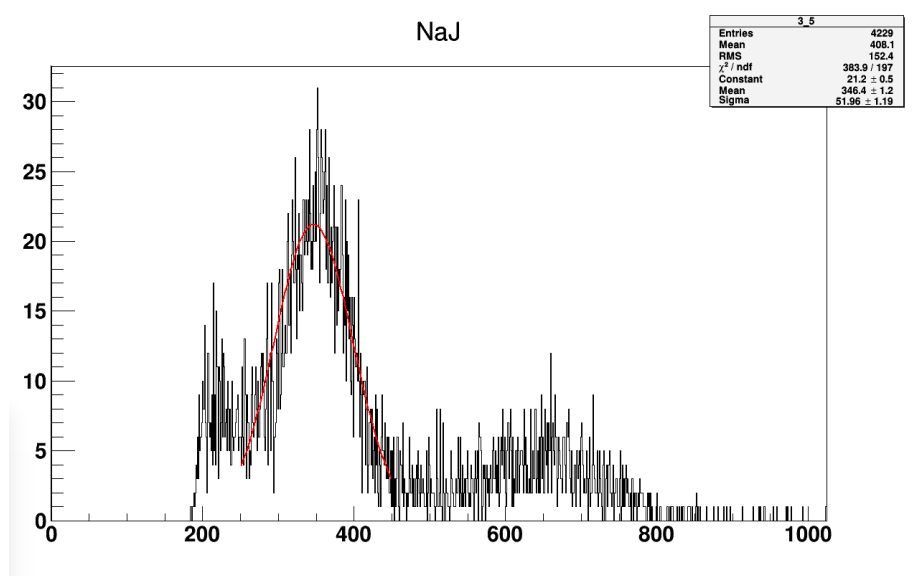


Abbildung 11: Spektrum mit Peak bei 100°.

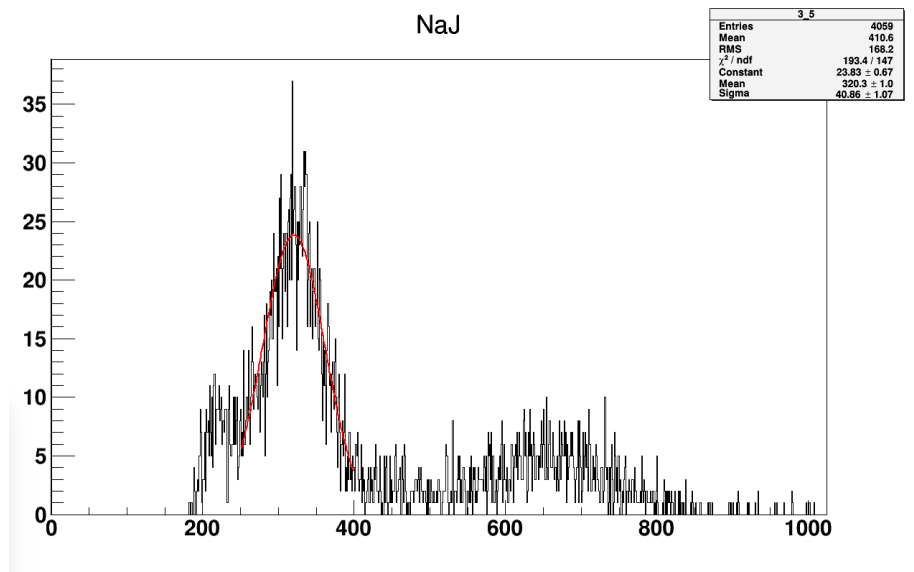


Abbildung 12: Spektrum mit Peak bei 120° .

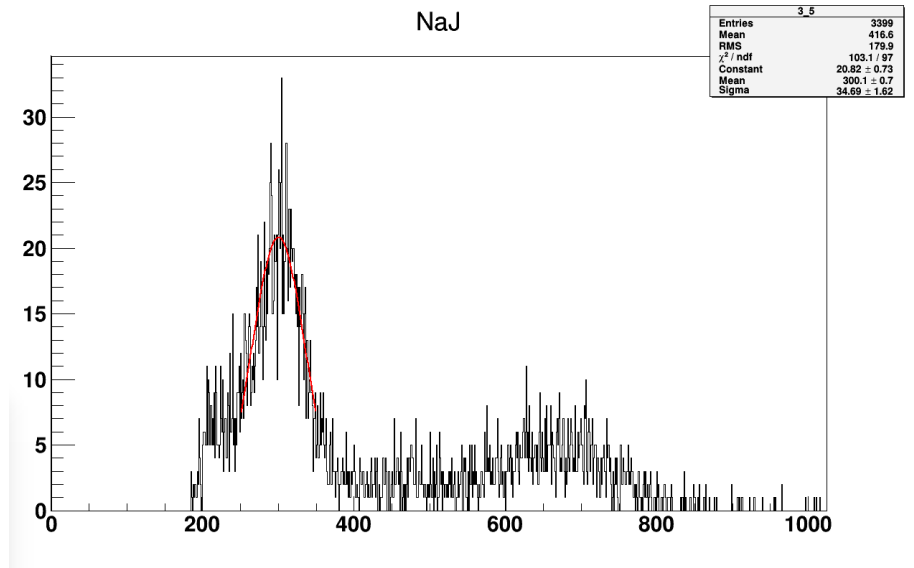


Abbildung 13: Spektrum mit Peak bei 140° .

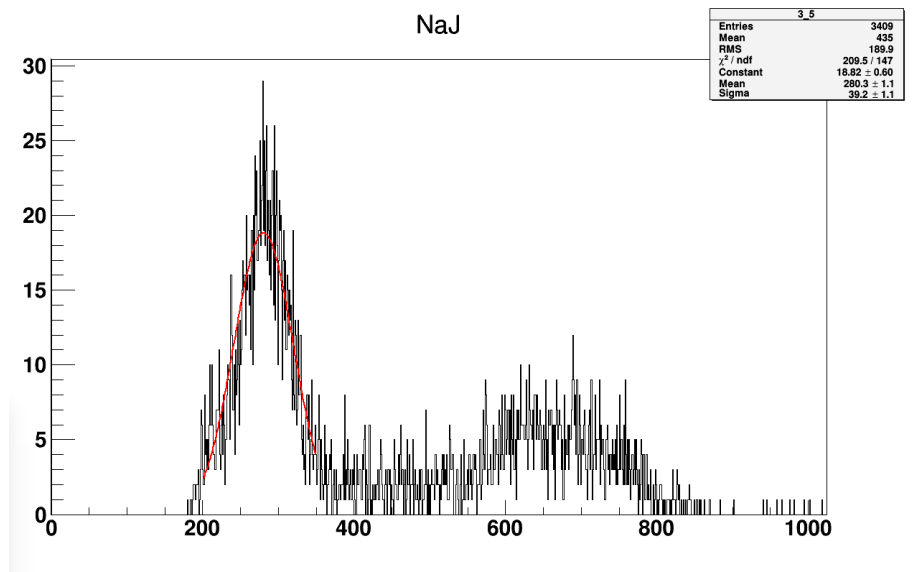


Abbildung 14: Spektrum mit Peak bei 160° .

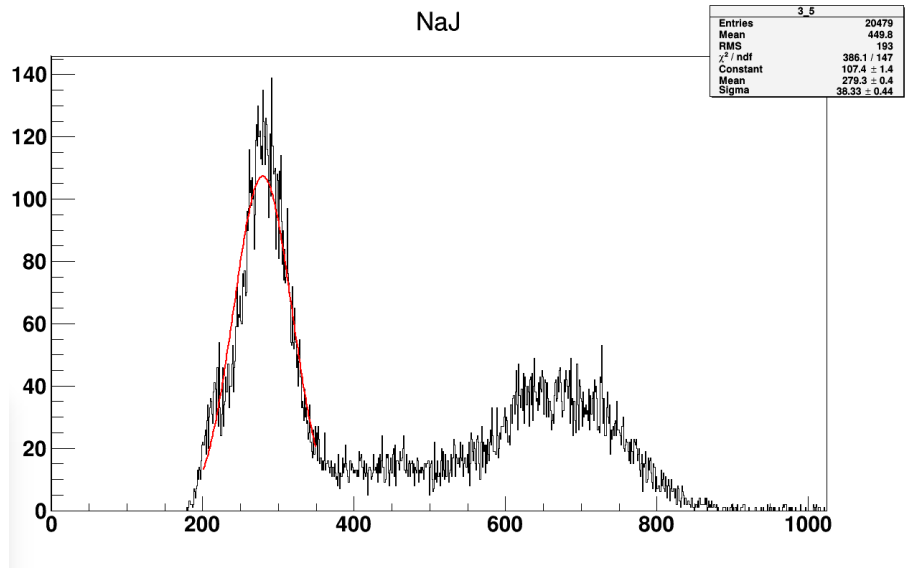


Abbildung 15: Spektrum mit Peak bei 180° .

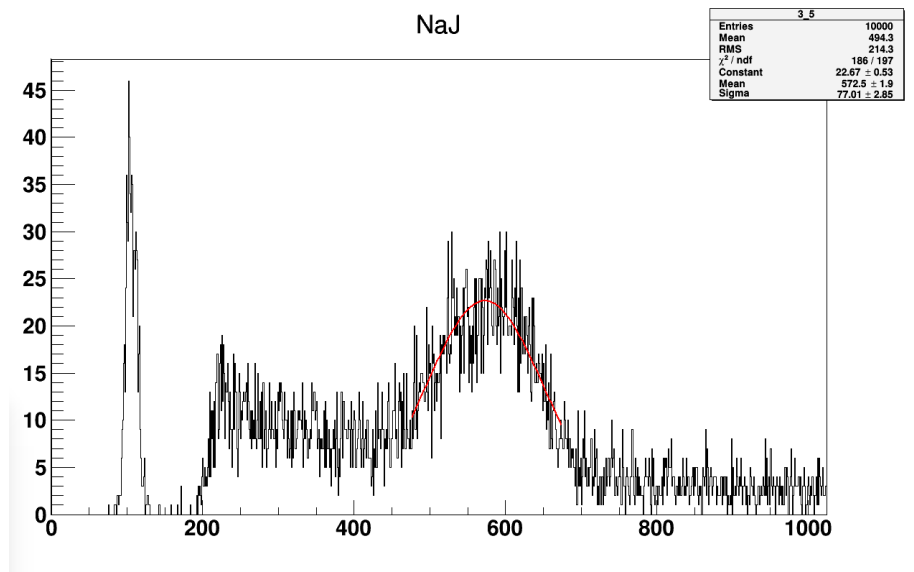


Abbildung 16: Aufnahme der Strahlung einer ^{22}Na -Quelle zur Energieeichung, es ist auch der Pedestal zu sehen.

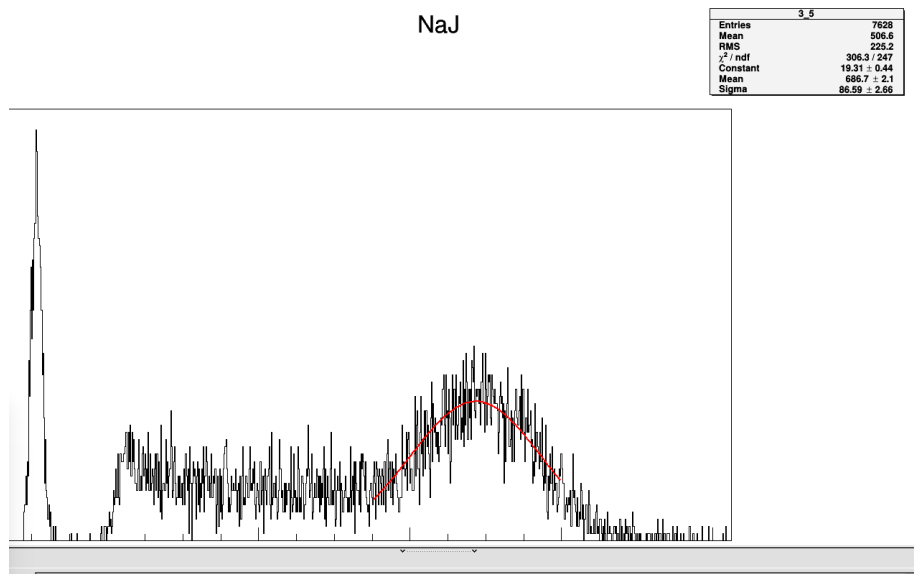


Abbildung 17: Aufnahme der Strahlung einer ^{137}Cs -Quelle zur Energieeichung, es ist auch der Pedestal zu sehen.