

Comptoneffekt

Benjamin Bürger & Philipp Riedl

09.05.2016

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	2
2	Versuchsaufbau	3
3	Energiegleichung	4
4	Messung der 180° Streuung	8
5	Bestimmung der Ruhemasse des Elektrons	10
6	Überprüfung der Klein-Nishina Formel	12
7	Überprüfung der Energieerhaltung	13
8	Anhang	15

1 Theorie

Der Comptoneffekt ist neben dem Photoeffekt und der Paarbildung die dritte Möglichkeit der Wechselwirkung von Strahlung mit Materie. 1923 von Arthur H. Compton nachgewiesen ist der Comptoneffekt bis heute ein gutes Beispiel dafür, dass Photonen sowohl durch Teilchen als auch durch Wellen beschrieben werden können [1]. Je nach situation muss man die Modellvorstellung verwenden, die am besten auf das Experiment passt.

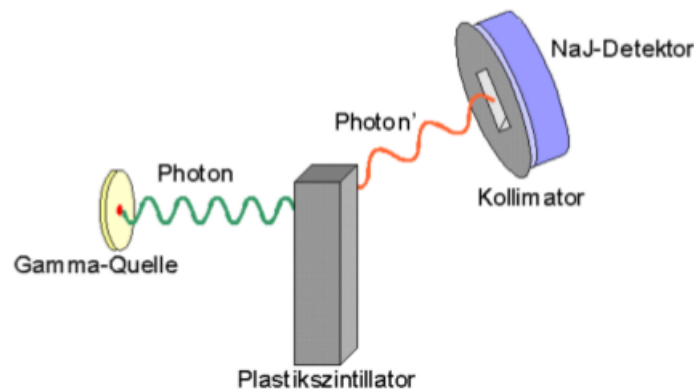


Abbildung 1: Schema des Versuchsaufbaus

In Abb.1 ist eine schematische Darstellung des Versuchsaufbaus zu sehen. Photonen aus einer γ -Quelle, in unserem Fall ^{137}Cs , treffen auf einen Plasticszintillator. In diesem streuen sie an Hüllenelektronen der Atome. Das heißt sie führen elastische Stöße wie harte Kugeln aus. Nach dem Stoß bewegen sie sich mit einer verminderten Energie, also größeren Wellenlänge in einem Winkel Θ zur ursprünglichen Bewegungsrichtung. Das gestoßenen Elektron wird im Plasticszintillator komplett gestoppt und als Signal registriert. Unter verschiedenen Winkeln Θ wird nun mit einem NaI-Detektor die Anzahl der γ -Quanten gezählt.

Im Bezugssystem des Elektrons lassen sich sehr leicht Energie- und Impulserhaltung formulieren:

$$\text{Energie: } p_1 c + m_e c^2 = p_2 c + \sqrt{(m_e c^2)^2 + p_e^2 c^2} \quad (1.1)$$

$$\text{Impuls: } \vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}_e \quad (1.2)$$

Stellt man Gl.1.2 nach \vec{p}_e um und quadriert die Gleichung, dann erhält man

$$p_e^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 p_2 \cos(\Theta) \quad (1.3)$$

Umgekehrt kann man Gl.1.1 quadrieren und nach p_e^2 umstellen.

$$p_e^2 = (p_2 - p_1)^2 - 2(p_2 - p_1)m_e c \quad (1.4)$$

Durch Gleichsetzen und umformen erhält man

$$(p_2 - p_1) = \frac{p_1 p_2}{m_e c} (1 - \cos(\Theta)) \quad (1.5)$$

Mit der DeBroglie Wellenlänge $p = \frac{h}{\lambda}$ und $c = \lambda \nu$ folgt

$$\Delta \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos(\Theta)) \quad (1.6)$$

Wobei $\Delta \lambda$ der Änderung der Wellenlänge des Photons nach dem Stoß zu vor dem Stoß ist.

Diese Betrachtung der Energie und Impulserhaltung liefert keine Aussagen über die Statistik, mit der die Ereignisse bei verschiedenen Winkeln auftreten. Bei niedrigen Energien genügt die Betrachtung einer klassischen elektromagnetischen Welle, welche an einer Punktladung streut. Der Wirkungsquerschnitt wurde durch Joseph Thomson berechnet. Eine allgemeinere Formel liefert der Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitt, welcher erst durch quantenfeldtheoretische Betrachtungen hergeleitet werden konnte. Die Formel lautet

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 P(E, \theta) \left(1 - P(E, \theta) \sin^2 \theta + P(E, \theta)^2 \right) \quad (1.7)$$

mit

$$P(E, \theta) = \frac{1}{1 + \frac{E}{m c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (1.8)$$

Dieser geht für kleine Energien wie zu erwarten in den Thomson Wirkungsquerschnitt über.

2 Versuchsaufbau

Die beiden Detektoren nehmen zu unterschiedlichen Zeiten unterschiedlich schnell die Energie des Elektrons (Plastik) und des gestreuten Photons (NaI) auf. Um echte Signale von Cosmics und Photoeffekt zu unterscheiden, werden die beiden Signale vom Plastiksziintillator und NaI-Detektor so verzögert, dass sie gleichzeitig überlagert werden können. In Abb.2 ist eine Skizze der Verschaltung mit den Angaben der verschiedenen Delay Zeiten.

Zuerst kommen beide Signale jeweils in einen Constant Fraction Discriminator (CFD), der aus einem analogen Signal ein digitales von definierter Länge und Amplitude macht. Da das Shaping nach dem CFD trotzdem noch nicht besonders gut ist, durchlaufen beide Signale ein logisches 'OR'. Danach sieht es wesentlich schärfer nach einem Rechteck aus. Anschließend kommen beide Signale in ein logisches 'AND', sodass nur Ereignisse an den QDC weitergeleitet werden, die von beiden Detektoren aufgenommen wurden. Der QDC ist ein ladungsintegrierender ADC, er bekommt als Start den Beginn beider Rechtecksignale und integriert dann die beiden ursprünglichen analogen Signale zu entsprechenden digitalen auf. Diese werden schließlich an den PC gesendet.

Der Plastiksintillator kann wesentlich mehr Ereignisse detektieren als der NaI. Um wirklich alles zu erfassen, werden die Ereignisse des Plastiks gesondert gezählt. Dabei wird zwar auch kosmische Strahlung und Photoeffekt aufgenommen, allerdings bewegen wir uns mit Photonenenergien von 511keV bis 662keV im Bereich der Absorption, in dem der Comptoneffekt klar dominiert und die anderen vernachlässigbar sind (vgl. Abb.3).

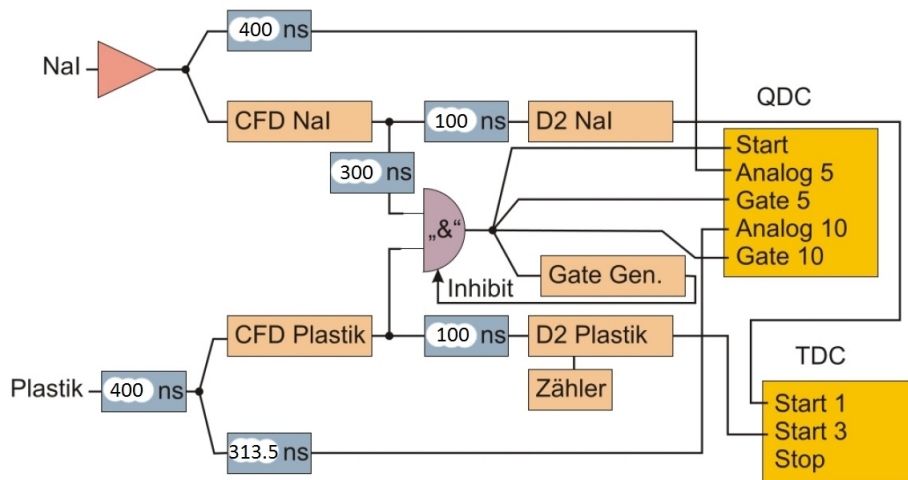


Abbildung 2: Schaltbild mit den zwischengeschalteten Delays

3 Energieeichung

Zur Eichung unserer Apparatur haben wir nur mit dem NaI-Detektor die Linien von ^{22}Na und ^{137}Cs vermessen. Das Spektrum der Caesium Quelle ist in Abb.4 zu sehen. Die Energie der Photonen beträgt $E_\gamma = 662\text{keV}$, was in unserem fit 670.4 ± 1.5 Skalenteilen auf der x-Achse entspricht.

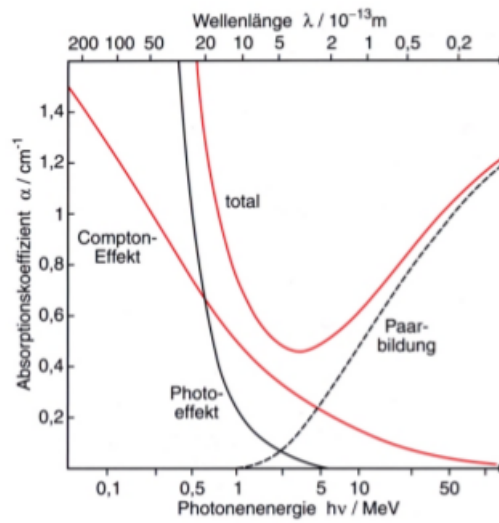
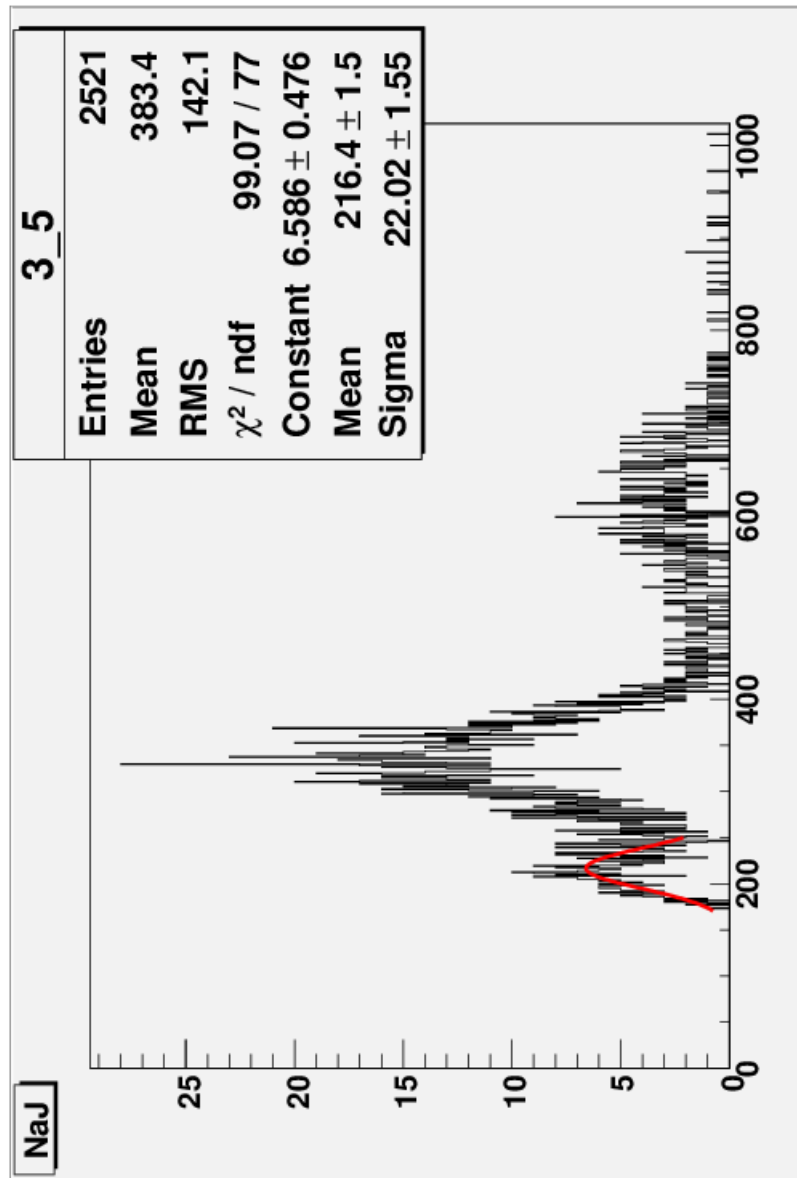
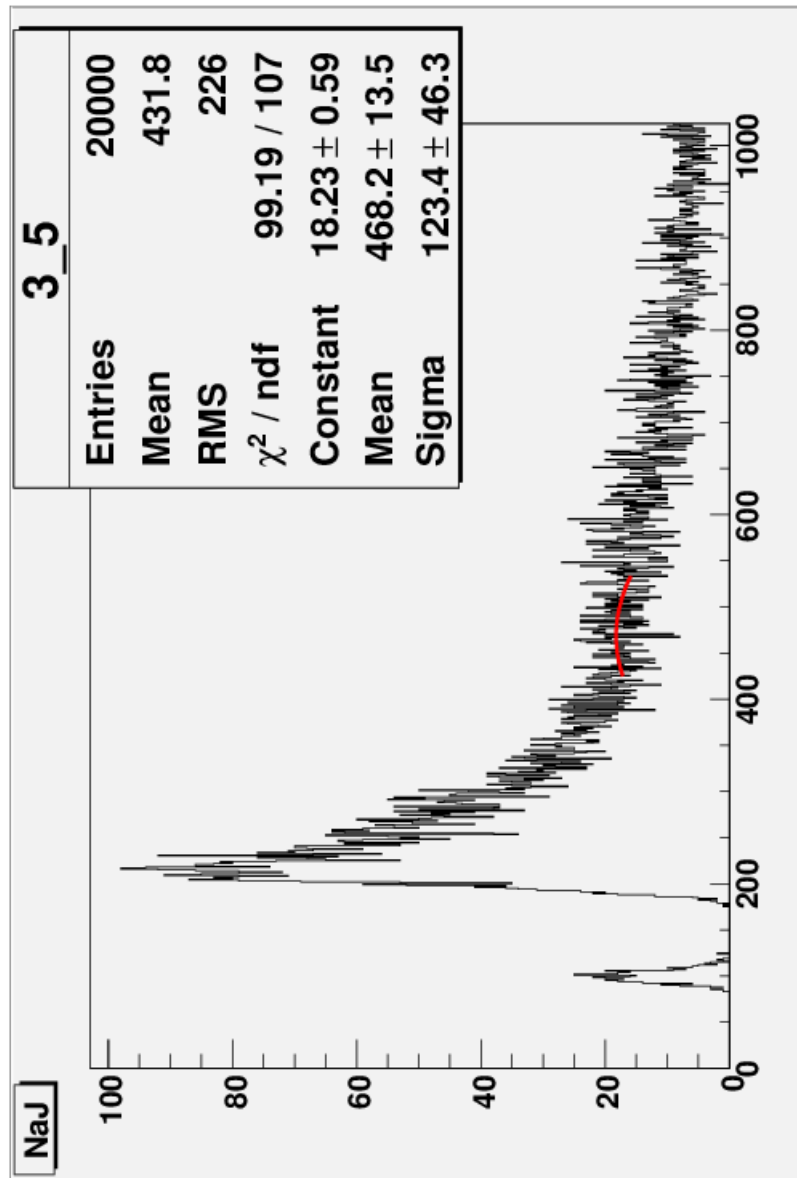


Abbildung 3: Absorbtion in Abhängigkeit der Photonenenergie

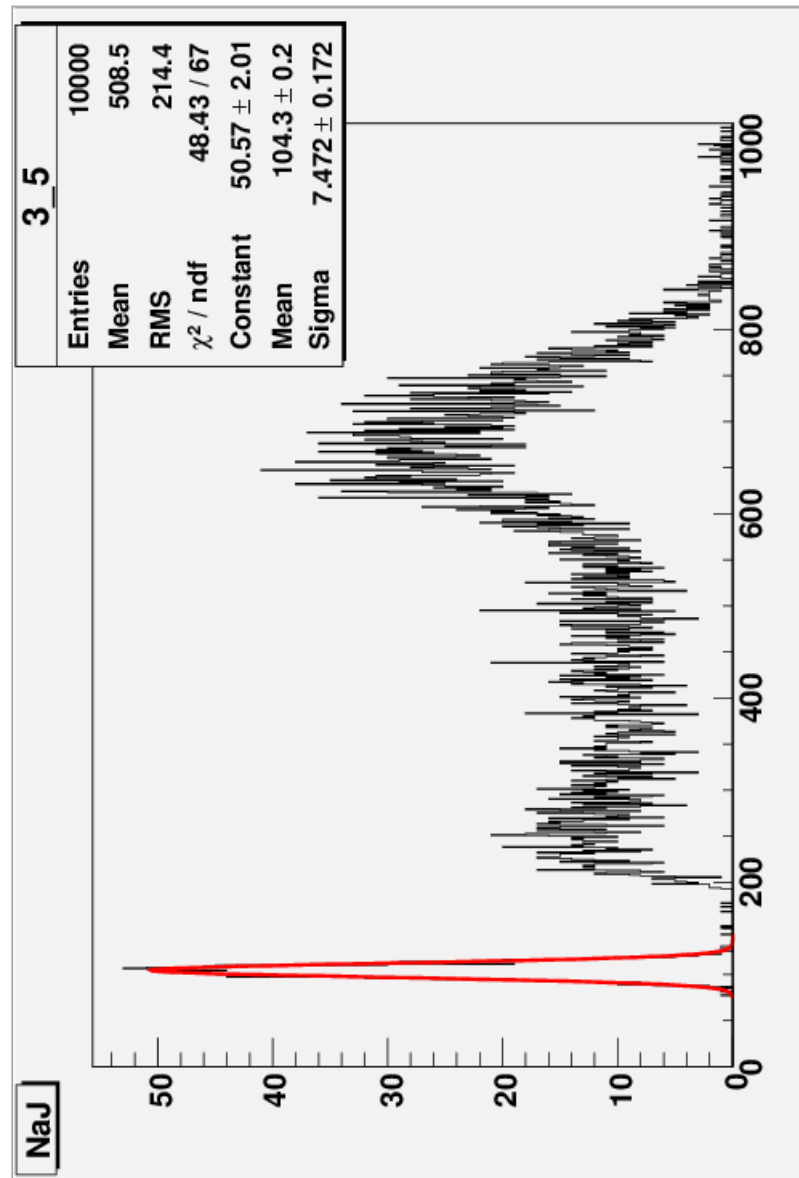
Leider ist die Natrium-Quelle nicht mehr besonders aktiv, sodass ihr Spektrum wenig Aussagekraft hat (vgl. Abb.5). Der Fit ergibt 468.2 ± 13.5 Skalenteile für $E_\gamma = 511 \text{ keV}$.

Abbildung 4: Energiespektrum von ^{137}Cs

Besser hingegen war der Pedestal zu sehen, also die Ereignisse vom Plastiks-zintillator, die der QDC liefert wenn kein Eingangssignal vorliegt. Der fit dazu ist in Abb.6 zu sehen und ergab als Position für den Nullpunkt 104.3 ± 0.2 Skalenteile.

Abbildung 5: Energiespektrum von ^{22}Na

An die 3 Punkte haben wir mit Gnuplot eine Gerade nach dem Schema $f(x) = m \cdot x + b$ gefittet. Als Ergebnis haben wir $m = 1.17058 \pm 0.01684 \text{ keV}$ und $b = -122.085 \pm 2.295 \text{ keV}$ erhalten. Abb.7 zeigt die 3 erwähnten Datenpunkte (violett) und die gefittete Gerade (grün).

Abbildung 6: Energiespektrum von ^{137}Cs Pedestal gefittet

4 Messung der 180° Streuung

Für sämtliche weiteren Messungen haben wir ^{137}Cs verwendet, da diese Quelle noch am meisten Aktivität aufwies. Bei 180° ergab sich das Spektrum in Abb.8 mit einer mittleren Photonenenergie von

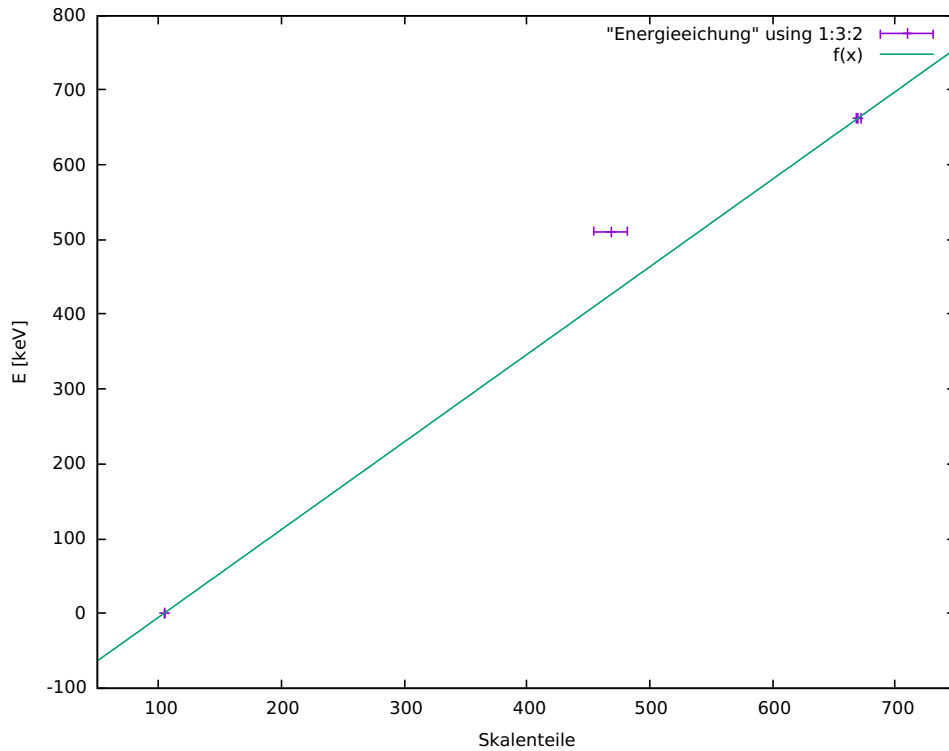


Abbildung 7: Plot der 3 Punkte zusammen mit der gefitten Funktion $f(x)$

$$E'_\gamma = f(266.4) \pm \Delta f(266.4) = (189.76 \pm 8.19) \text{keV} \quad (4.1)$$

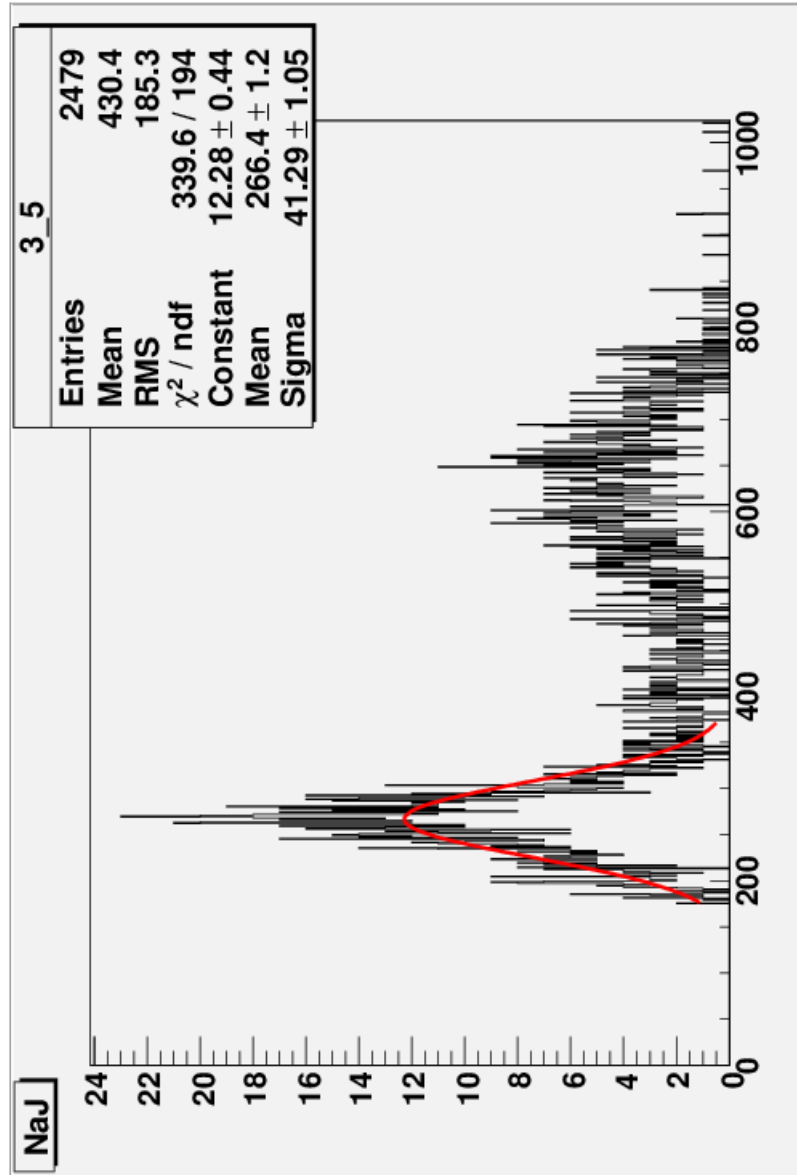
Da die Photonenenergie vor der Streuung 662keV beträgt, folgt für die Comptonwellenlänge

$$\frac{1}{2} \Delta \lambda = hc \left(\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} \right) = 2.330 \text{pm} \quad (4.2)$$

Mit einem Fehler von

$$\Delta \lambda_C = \frac{hc}{E_\gamma^2} \Delta E'_\gamma = 0.28 \text{pm} \quad (4.3)$$

Der bestimmte Wert für die Compton Wellenlänge beträgt somit $\lambda_C = (2.330 \pm 0.28) \text{pm}$. Der Wert von NIST für Elektronen beträgt $\lambda_C = 2.4263102367 \text{pm}$ [2], was innerhalb des Fehlerbereiches liegt.

Abbildung 8: ^{137}Cs Spektrum bei 180°

5 Bestimmung der Ruhemasse des Elektrons

Um die Masse des Elektrons zu bestimmen, wurde $\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma}$ gegen $1 - \cos(\theta)$ aufgetragen. So ergibt sich eine Gerade mit der Steigung $\frac{1}{mc^2}$. Ein linearer

Fit ergibt $\frac{1}{mc^2} = (1.478 \pm 0.122) \frac{1}{MeV}$ und damit

$$m = (0.677 \pm 0.056) MeV/c^2$$

Der Literaturwert von $0.511 MeV$ liegt somit nicht im Toleranzbereich.

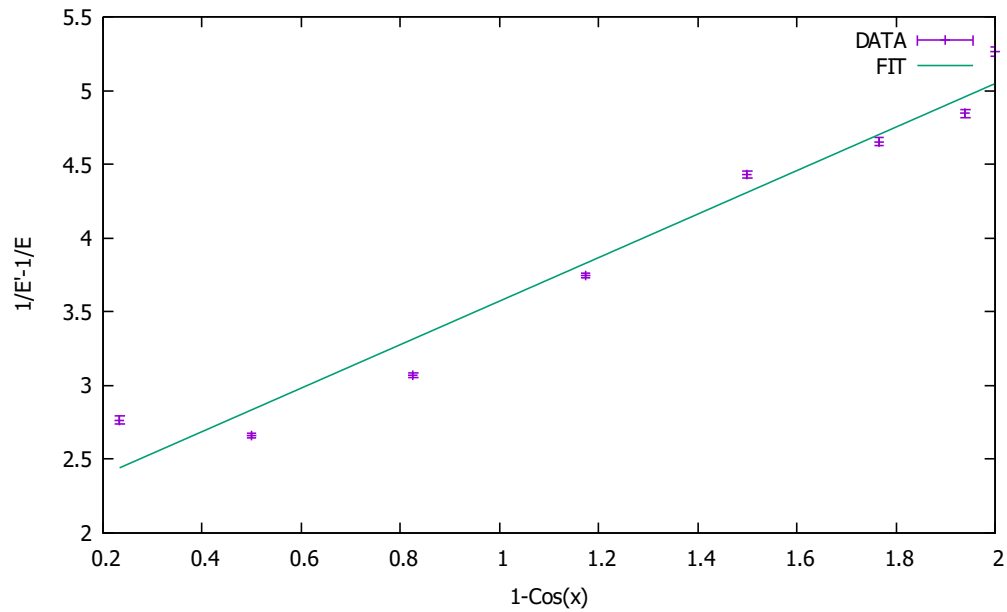


Abbildung 9: Die Steigung lässt auf die Elektronenmasse schließen

6 Überprüfung der Klein-Nishina Formel

Die Anzahl der gemessenen Compton Counts wurde anhand der gesamten Countzahl normiert (vgl.Tab.1) und in Abb.10 im Vergleich mit der Klein-Nishina-Formel aus Gl.1.7 aufgetragen. Dabei entsprechen die Counts des Plastik Szintillators, die separat von einem Zähler NIM-Modul gezählt wurden, den gesamten Counts. Die Counts des NaI-Szintillators wurden mit der in 2 beschriebenen Schaltung an den PC weitergeleitet. Für die Winkel von 40° bis 160° sind so die Spektren in Abb.12 bis Abb.18 aufgenommen worden. Das Spektrum für 180° ist bereits in Abb.8 dargestellt. Die Anzahl der Ereignisse, also Counts entspricht dem Wert 'Entries' in den Plots.

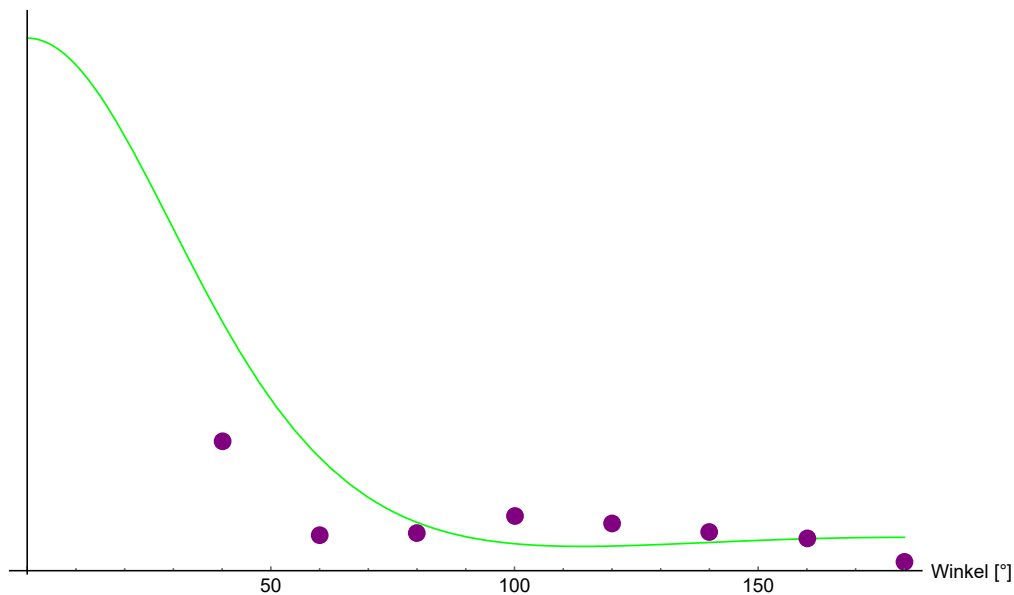


Abbildung 10: Vergleich der Klein-Nishina Formel (grün) mit den gemessenen Counts (violett)

Die Proportionalität der Messwerte zur Klein-Nishina-Formel ist in Abb.10 gut zu sehen. Vorallem, dass für Winkel $\geq 60^\circ$ der Wirkungsquerschnitt sehr klein wird und klein bleibt. Interessant wären allerdings noch Messungen für den Winkelbereich unterhalb von 40° gewesen.

Winkel [°]	Plastik	NaI	normiert
40	926211	4504	205.642
60	334176	2932	113.98
80	358146	3083	116.168
100	334564	2521	132.711
120	334315	2670	125.212
140	313277	2656	117.95
160	267584	2399	111.54
180	218794	2479	88.259

Tabelle 1: Counts der beiden Szintillatoren

7 Überprüfung der Energieerhaltung

Zur Überprüfung der Energieerhaltung wurden in Abb.11 die gezählten counts des NaI-Detektors gegen die des Plastik-Szintillators aus Tab.1 unter dem jeweiligen Winkel aufgetragen und anschließend eine Gerade nach $f(x) = m \cdot x + b$ angefitet. Die ermittelten Parameter der Geraden lauten $m = 0.00298554 \pm 0.0003022$ und $b = 1753.43 \pm 132.6$. Der Fehler der beiden Parameter beträgt 10.12% beziehungsweise 7.56%. Nach der Anleitung [1] bedeutet dies, dass die Energieerhaltung für alle aufgetretenen Ereignisse im einzelnen erhalten war.

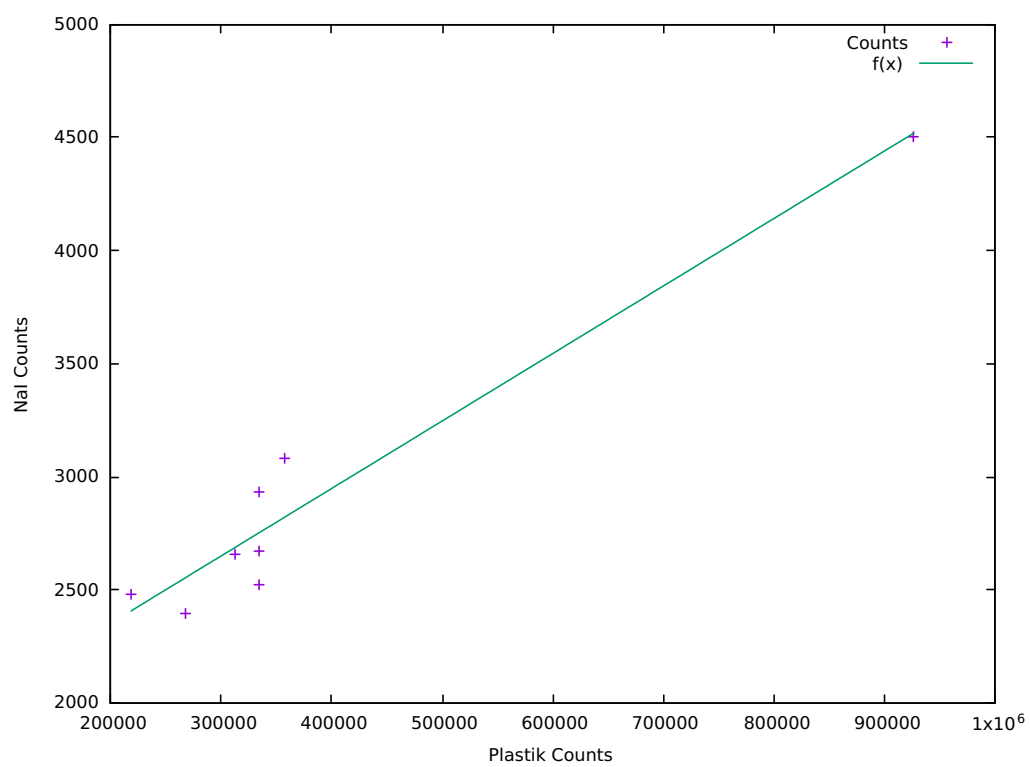


Abbildung 11: Fit einer Geraden $f(x)$ an die Counts der beiden Detektoren

8 Anhang

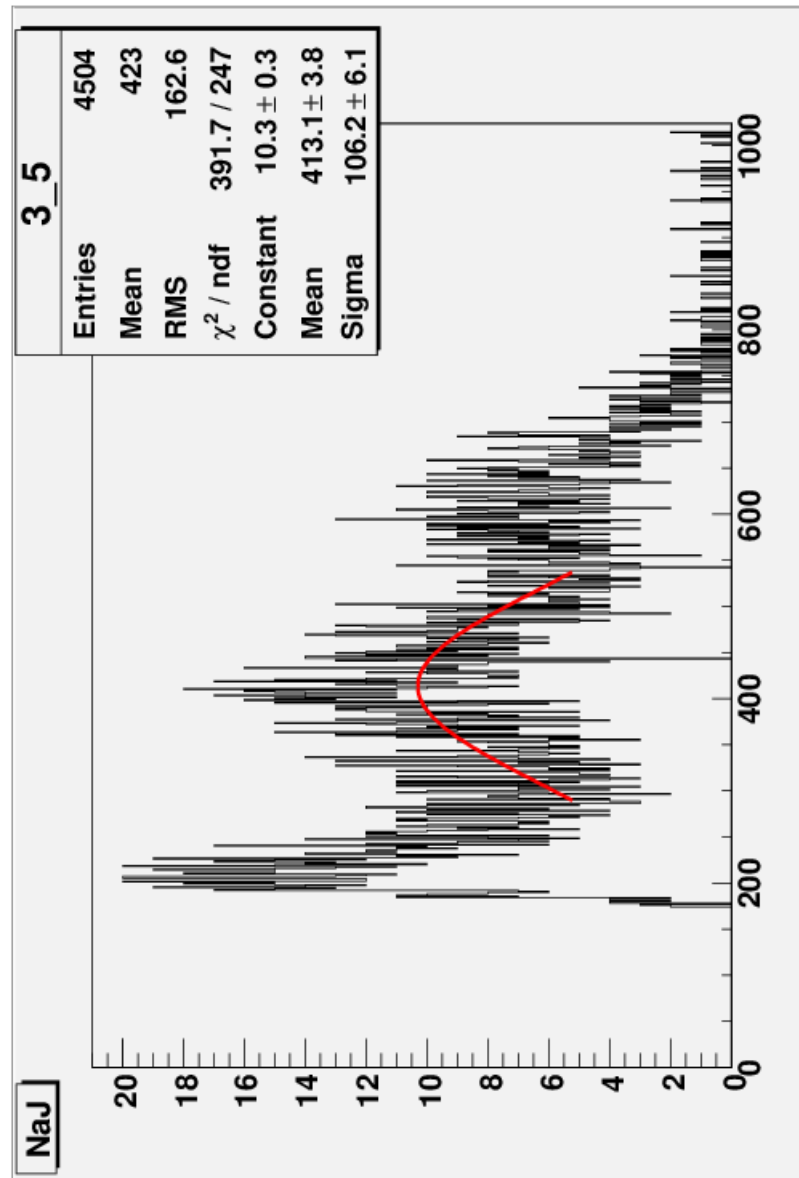
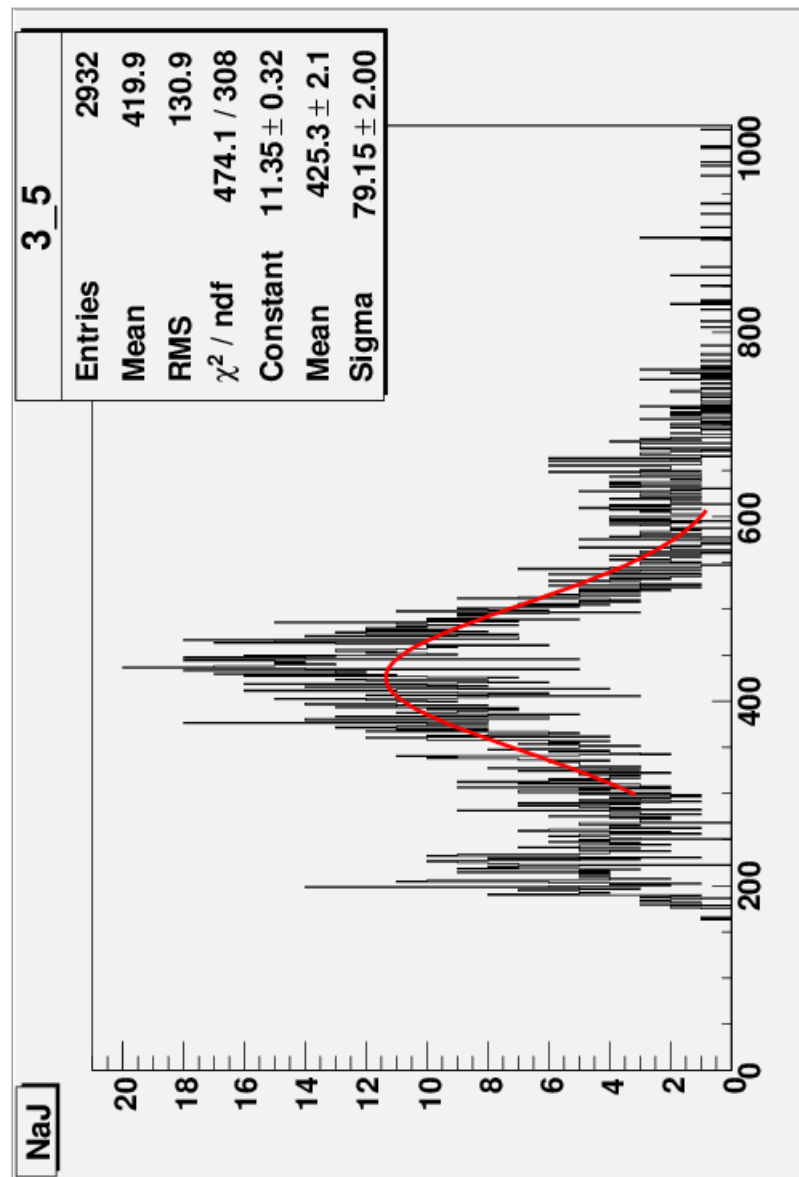
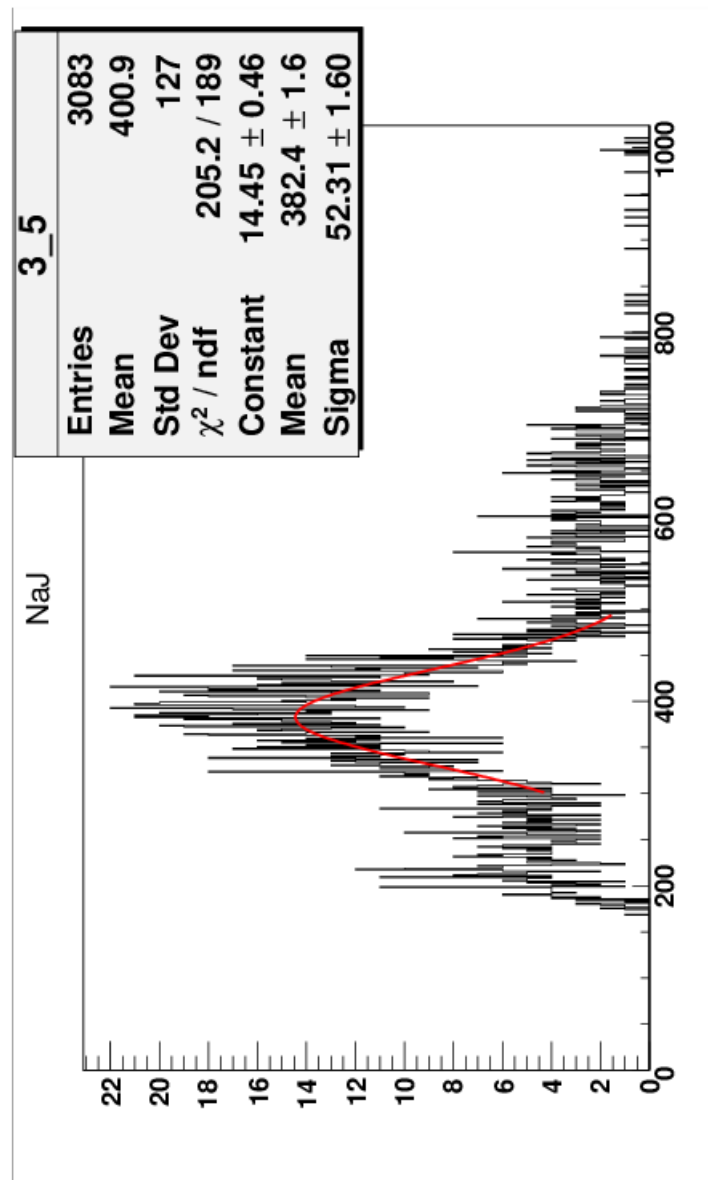


Abbildung 12: Spektrum bei 40°

Abbildung 13: Spektrum bei 60°

Abbildung 14: Spektrum bei 80°

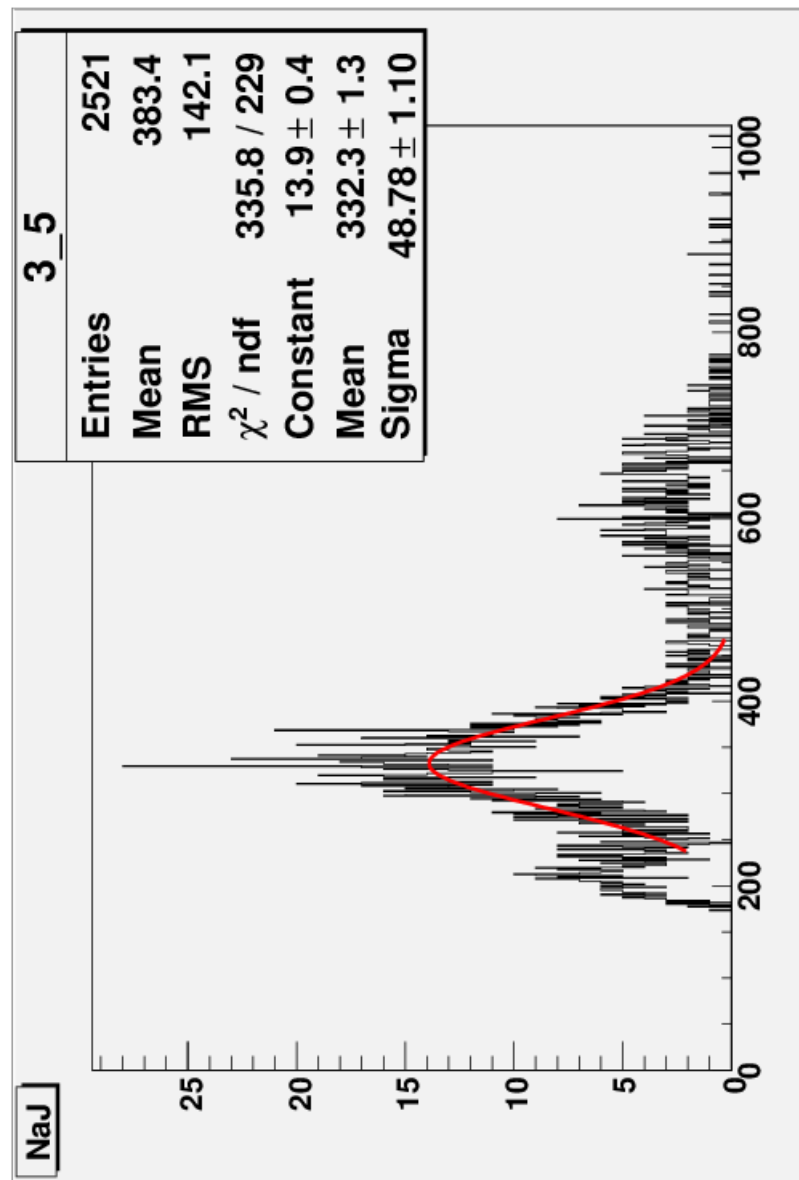


Abbildung 15: Spektrum bei 100°

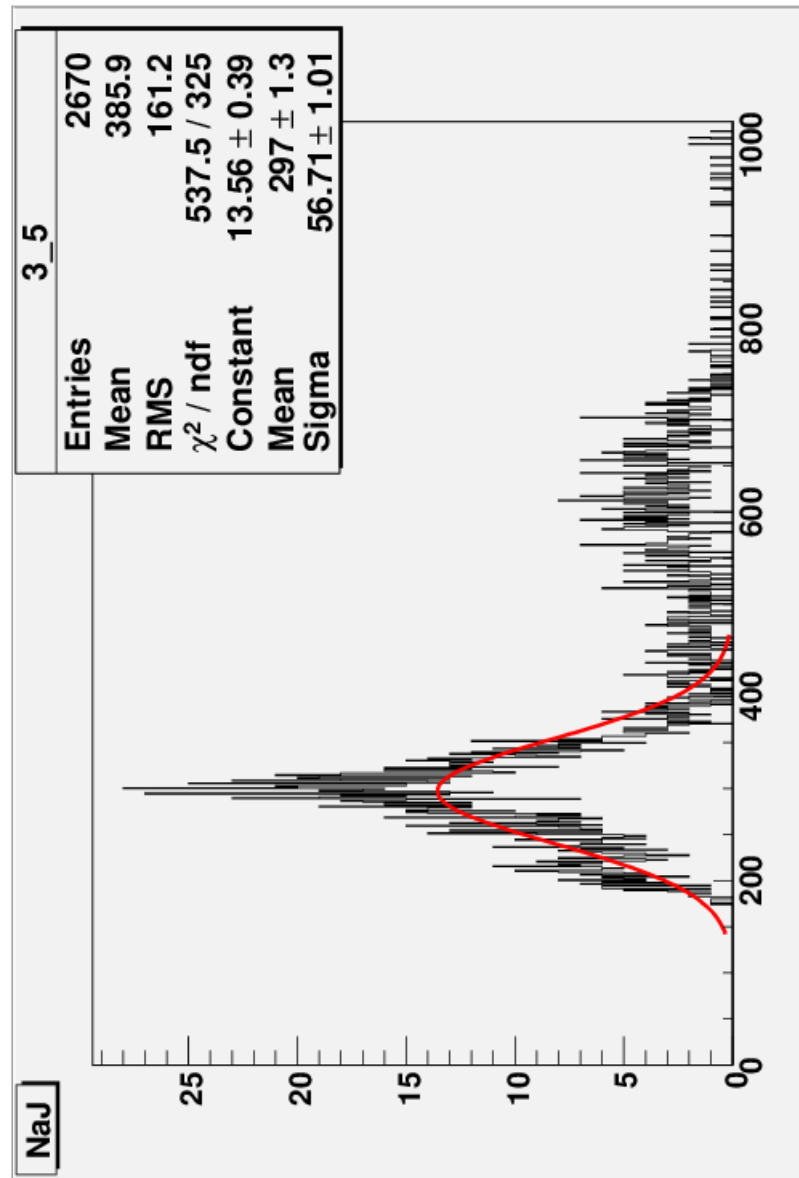
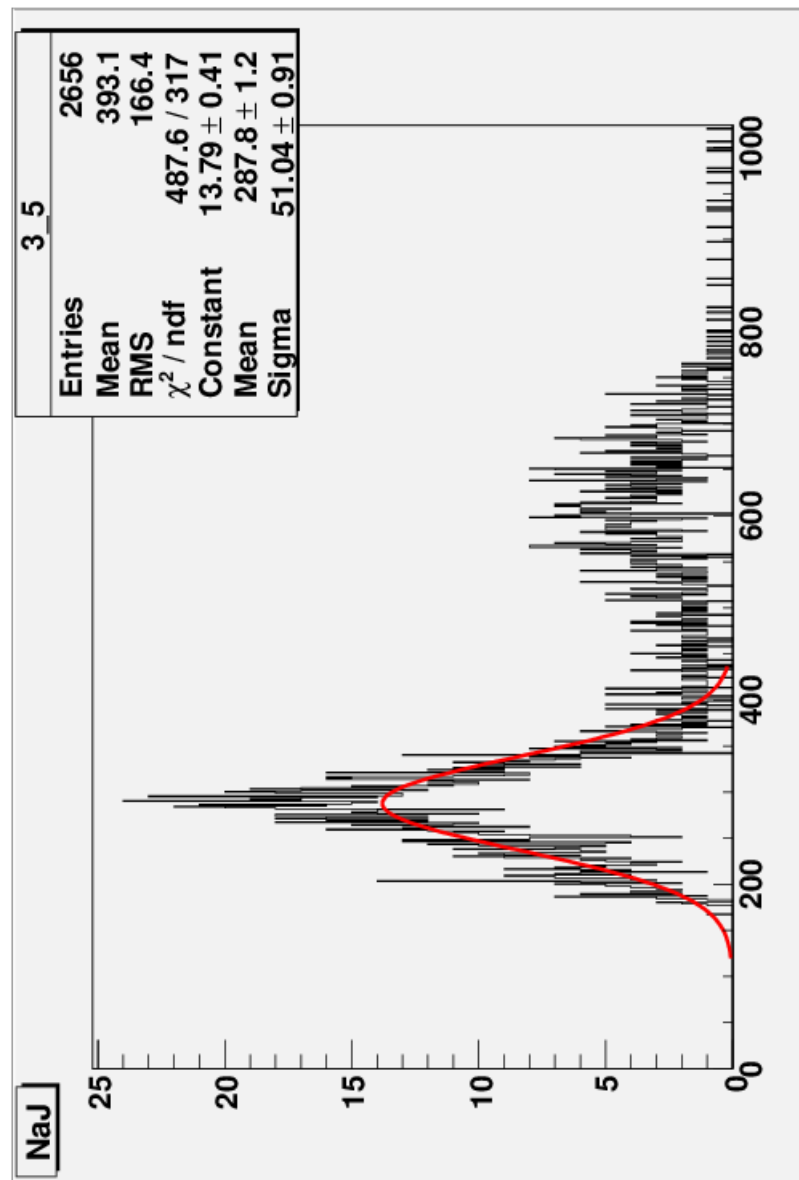
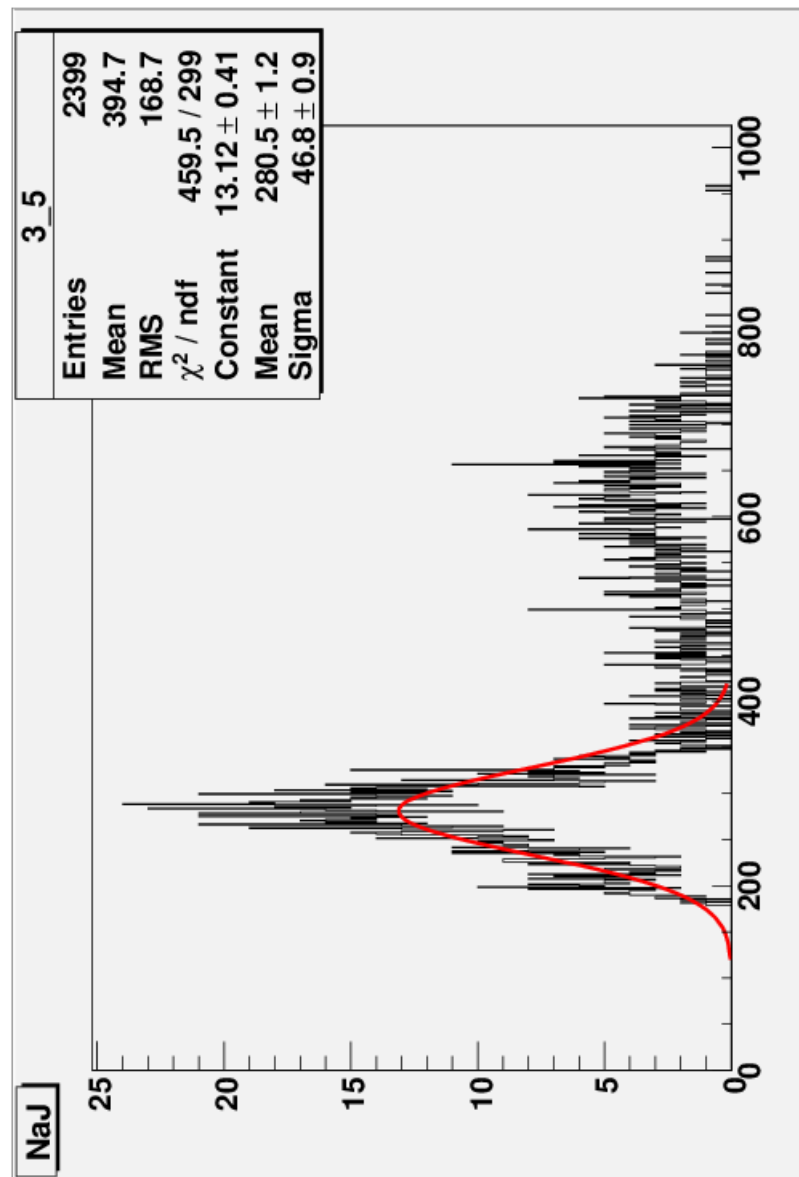


Abbildung 16: Spektrum bei 120°

Abbildung 17: Spektrum bei 140°

Abbildung 18: Spektrum bei 160°

Literatur

- [1] Versuchsanleitung
- [2] von http://www.physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?ecomwl|search_for=compton, 14.05.2016, 17:25 CEST