

Lebensdauer von Myonen

Benjamin Bürger & Philipp Riedl

22. Juni 2016

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Theorie | 2 |
| 1.1 | Myonen im Standardmodell | 2 |
| 1.2 | Entstehung und Zerfall | 2 |
| 1.3 | Wechselwirkung in Materie | 3 |
| 1.4 | Szintillationsdetektoren | 4 |
| 1.5 | Abschätzungen | 5 |
| 2 | Versuchsaufbau | 6 |
| 3 | Aufnahme des Energiespektrums einer ^{60}Co Quelle | 9 |
| 4 | Messung minimal ionisierender Myonen | 9 |
| 5 | Zeiteichung | 11 |
| 6 | Messung der mittleren Lebensdauer von Myonen | 13 |

1 Theorie

1.1 Myonen im Standardmodell

Myonen sind fundamentale Teilchen, ähnlich den Elektronen. Sie sind ebenso Leptonen nur in der zweiten, schwereren Familie einzuordnen. Ihr Spin ist somit ebenfalls $1/2$ und ihre Ladung die Elementarladung, während ihre Masse jedoch mit ca. 105.658MeV mehr als 200 mal so groß ist wie die des Elektrons. Es existiert ebenso ein entsprechendes Antiteilchen, das Antimyon mit positiver Elementarladung.

1.2 Entstehung und Zerfall

Die in diesem Versuch gemessenen Myonen stammen aus der kosmischen Strahlung. Diese besteht zu großen Teilen aus Protonen und leichten Kernen welche aus der Sonne stammen. Trifft diese Primärstrahlung auf die Atome der Atmosphäre in ca. 10km Höhe können folgende Prozesse auftreten:

$$\begin{aligned} p + p &\rightarrow p + n + \pi^+ \\ p + n &\rightarrow p + p + \pi^- \\ p + n &\rightarrow n + n + \pi^+ \end{aligned}$$

Die so entstandenen Pionen zerfallen daraufhin über folgende Prozesse der schwachen Wechselwirkung in Myonen:

$$\begin{aligned} \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \end{aligned}$$

Dabei sind Drehimpuls-, Ladungs- und die Familienzahlerhaltung entscheidend.

Myonen zerfallen in Elektronen bzw. Positronen.

$$\begin{aligned} \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \\ \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \end{aligned}$$

Der Prozess folgt dem Zerfallsgesetz

$$\begin{aligned} N &= N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \\ \tau &= \frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2} \end{aligned}$$

Hierbei ist τ die mittlere Lebensdauer und $t_{\frac{1}{2}}$ die Halbwertszeit des Myons. Wenn man mit Hilfe dieser mittleren Lebensdauer naiv die Flugstrecke der kosmischen Myonen mit einer Energie von ca. $1 - 3\text{GeV}$ berechnet kommt man zu dem Ergebnis, dass keine Myonen die Erdoberfläche erreichen sollten. Die Lösung ist, dass die Myonen relativistischen Effekten unterworfen sind, also der Zeitdillatation, wodurch die Lebensdauer im System der Erde um ein Vielfaches größer erscheint. Eine explizite Rechnung liefert für $E_\mu = 3\text{GeV}$

$$\gamma = \frac{E_\mu}{m_\mu} \approx 28.4$$

Damit ist die Lebensdauer um diesen Faktor größer und die Myonen haben mit einer mittleren Flugstrecke von ca. 18km die Möglichkeit die Erde vor ihrem Zerfall zu erreichen.

1.3 Wechselwirkung in Materie

Treffen Myonen in Materie ist der hauptsächliche Prozess die Ionisation von Atomen. Im Gegensatz zu Elektronen ist auf Grund der Hohen Masse der Beitrag durch Bremsstrahlung sehr gering. Der Energieverlust pro Wegstrecke kann somit durch die Bethe Bloch Formel beschrieben werden.

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi n z^2}{m_e c^2 \beta^2} \cdot \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \cdot \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{I(1 - \beta^2)} \right) - \beta^2 \right]$$

Hierbei ist I das mittlere Anregungspotential des Materials. Der Verlauf der Formel hat aufgetragen gegen die Energie ein Minimum und steigt dann für höhere Energien aufgrund von relativistischen Effekten wieder an (vgl. Abb.1). Teilchen mit Energien innerhalb des Minimums heißen minimal ionisierend.

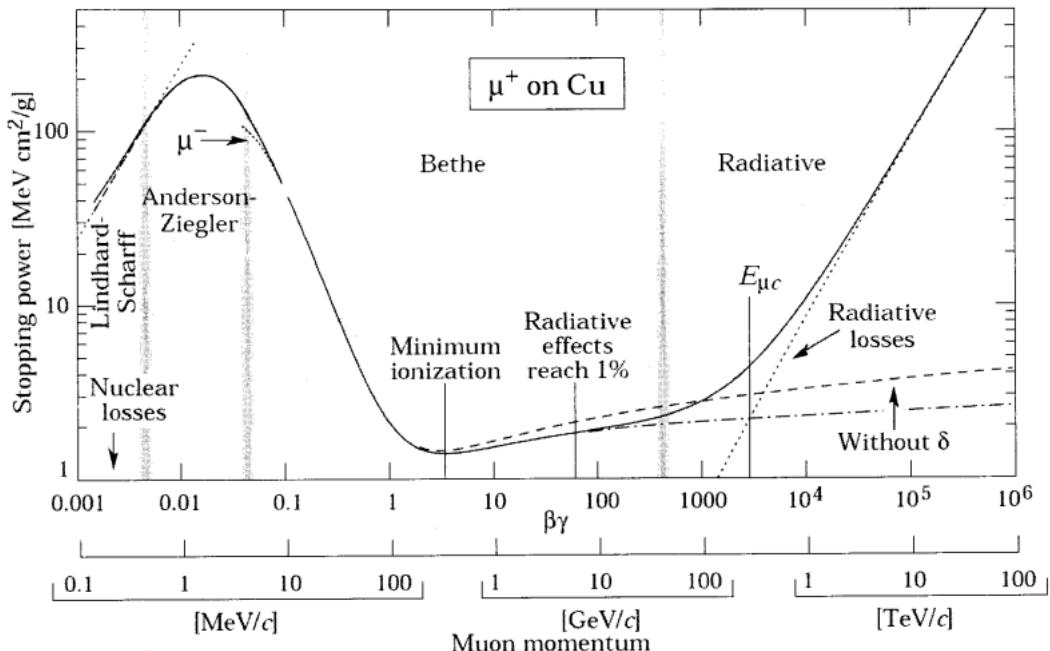


Abbildung 1: Verlauf des Energieverlusts nach der Bethe Bloch Formel [2]

Falls die Myonen im Material gestoppt werden, können je nach Ladung der Myonen weitere Prozesse auftreten. Für negative Myonen ist es möglich, dass diese von einem Atomkern eingefangen werden, ähnlich dem K -Capture. Also $p + \mu^- \rightarrow n + \nu_\mu$ Dieser Prozess hat eine kürzere Zeitkonstante als der normale Zerfall. Positive Myonen können Elektronen einfangen und Myonium bilden. Das Zerfalls Gesetz müsste somit wie folgt lauten

$$N = N_- e^{\frac{t}{\tau}} e^{\frac{t}{\tau_2}} + N_+ e^{\frac{t}{\tau}}$$

1.4 Szintillationsdetektoren

Der Verwendete NaI Szintillator ist ein Kristall, das heißt hier sind die Energieniveaus durch das Bändermodell zu beschreiben. Trifft ein Myon in den Detektor, regt dieses Elektronen aus dem Valenzband ins Leitungsband an. Die Anzahl der Anregungen ist proportional zur Energie des Myons. Da der Kristall mit Thallium dotiert ist, zerfallen diese Angeregten Zustände über Zwischen niveaus zurück ins Valenzband, wobei Photonen mit einer Energie knapp unter der Bandlücke emittiert werden. Der Zerfall über Zwischen niveaus ist wichtig, damit der Kristall "durchsichtig" für die entstandenen Photonen wird und diese nicht direkt neue Anregungen erzeugen. Die entstandenen

Photonen treffen auf die Photokatode des Photomultipliers. Hier entstehen Elektronen welche über mehrere Dynoden beschleunigt werden und bei jedem Auftreffen auf die Dynode neue Elektronen herausschlagen. Dadurch kann eine Verstärkung von 10^5 bis 10^8 erzeugt werden. Die Ladung die letztendlich aus dem Photomultiplier fließt ist direkt Proportional zur Anzahl der eintreffenden Photonen und damit zur Energie des Myons.

Im ersten Schritt des Versuchs wird ein Gamma Spektrum von ^{60}Co aufgenommen. Die Gamma Quanten Wechselwirken jedoch etwas anders im Detektor. Es muss zwischen drei Prozessen unterschieden werden. Zum einen können die Gamma Quanten über den Photoeffekt ihre komplette Energie auf ein Elektron des Materials übertragen, welches dann wie das Myon Anregungen proportional zur Energie des Quants erzeugt. Zum anderen kann nur ein Teil der Energie über den Compton Effekt auf ein Elektron übertragen werden. Das führt im späteren Energiespektrum zum Compton Kontinuum. Bei Energien ab der doppelten Elektronen Ruheenergie kann zudem Paarbildung eintreten, welche bei sehr hohen Energien dominiert. Hierbei wird ein Elektron Positron Paar erzeugt, wobei das Positron sich mit einem Elektron bindet und Positronium bildet. Dieses kann dann zu zwei Photonen mit je 511keV zerstrahlen wovon eins oder beide aus dem Detektor entkommen können und somit zwei weitere Escape Peaks entstehen.

1.5 Abschätzungen

Mit einer Detektorfläche von ca 144cm^2 und einer integralen Stromdichte von $10^{-2} \frac{1}{\text{cm}^2\text{sr}}$ kann die erwartete Zählrate im Detektor berechnet werden.

$$\dot{N} \approx 2\pi \text{sr} \cdot 144\text{cm}^2 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{cm}^2\text{sr}} \approx 9 \frac{1}{\text{s}}$$

Aus dem Diagramm "Reichweite verschiedener Teilchen in NaI" kann die maximale Myonenenergie abgelesen werden, bei der diese noch gestoppt werden können. Für einen 10cm tiefen Detektor erhält man eine Flächenbelegungsdichte von $36.7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$ und damit eine maximale Energie von ca. 80MeV .

Für den gleichen 10cm tiefen Detektor beträgt die mittlere deponierte Energie minimal ionisierender Myonen ca. 48MeV was aus dem Diagramm "Bremsvermögen verschiedener Teilchen in NaI" abgelesen werden kann.

2 Versuchsaufbau

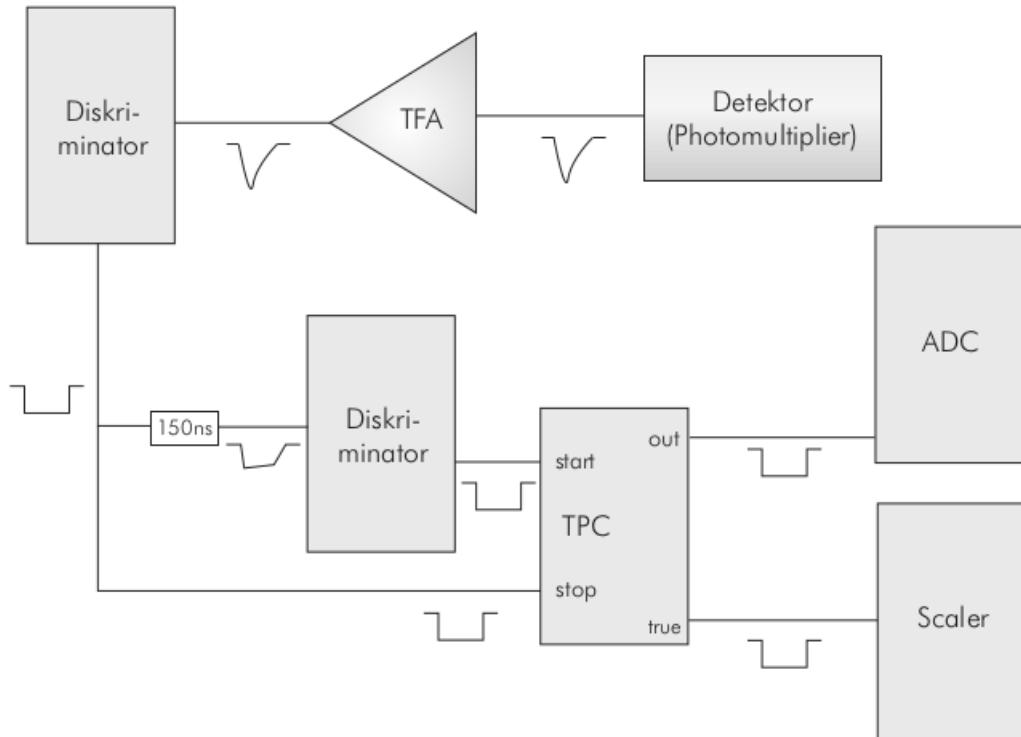


Abbildung 2: Skizze des Versuchsaufbaus

Abb.2 zeigt eine Skizze des Versuchsaufbaus [1]. Als Detektor diente ein NaI Kristall mit angeschlossenem Photomultiplier (PMT). Das Signal direkt am Ausgang des PMT wurde mit einem Oszilloskop dargestellt und abfotografiert. Es handelt sich dabei um Signale einer ^{60}Co Quelle, die zu diesem Zeitpunkt auf dem Kristall lag. Der Verlauf ist in Abb.3 zu sehen. Anschließend durchlief das Signal den Timing Filter Amplifier (TFA) (vgl. Abb.4). Bei dem verstärkten Signal kann man die beiden Signale der Peaks von der ^{60}Co Quelle trennen und auflösen. Außerdem kann der Summen Peak bei doppelter Signalstärke identifiziert werden.

Danach war ein CFD geschaltet, der das analoge Signal in ein digitales definierter Länge und Amplitude überführt hat. Dahinter wurde das Signal über einen passiven Split geteilt. Das eine Signal hat am Time to Pulse Height Converter (TPC) ein 'Stop' ausgelöst. Das Zweite wurde um 150ns verzögert, um dann am TPC ein 'Start' auszulösen. Dieses Delay ist notwendig, damit nicht alle zufälligen und uninteressanten Ereignisse mitgeschrieben werden.

Es führt zu einer unteren Schranke der Lebensdauermessung.

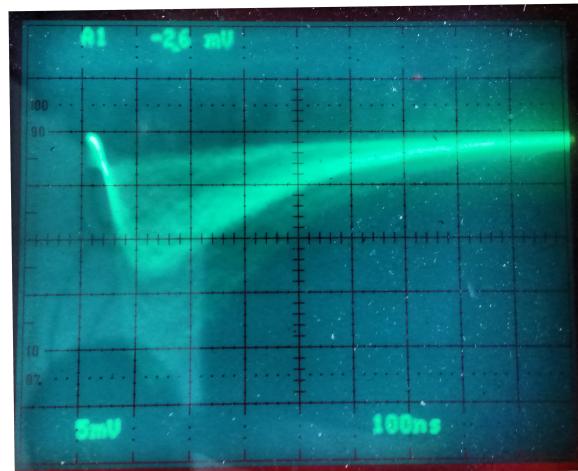


Abbildung 3: Signal direkt hinter dem PMT

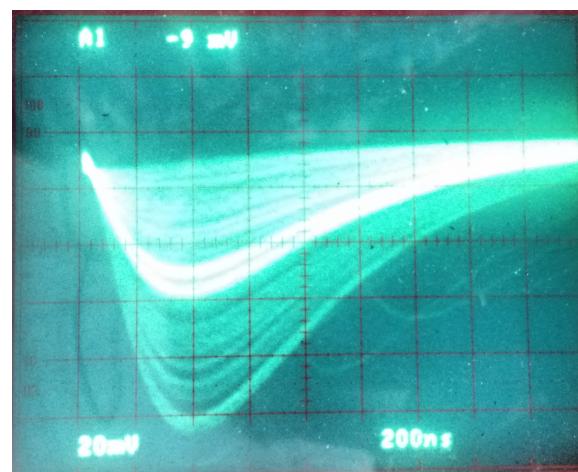


Abbildung 4: Signal nach dem TFA

Der Ausgang des TPC wurde über einen ADC mit dem PC verbunden und dort mit ROOT weiterverarbeitet. Das Ausgangssignal des TPC ist unipolar (vgl. Abb.5). Der TRUE START Ausgang des TPC war mit einem Zähler verbunden.

Für die Messung der Energie wurde statt des TFA ein 'normaler' Verstärker benutzt, der das Signal gleichzeitig Invertierte. Abb.6 zeigt das Signal nach dem Verstärker. Man sieht wieder deutlich die beiden Signale der ^{60}Co Quelle

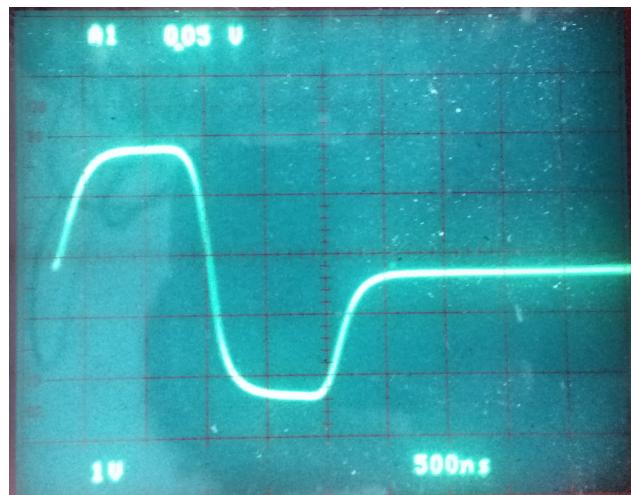


Abbildung 5: Unipolare Signal nach dem TPC

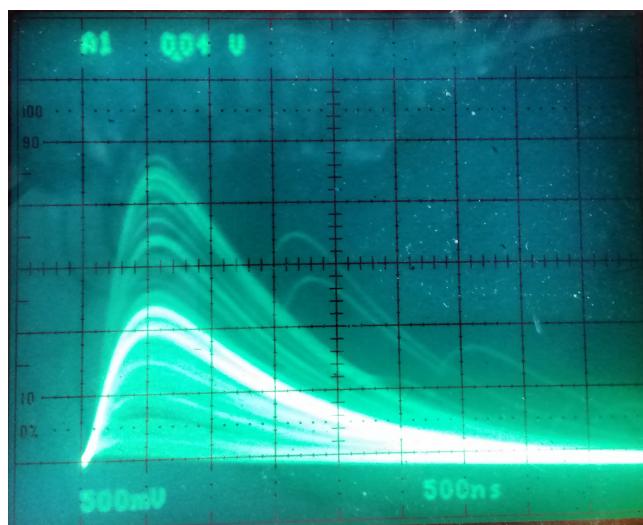


Abbildung 6: Signal nach dem Hauptverstärker

und den Summen Peak weiter oben. Nach dem Verstärker ging das Signal über einen ADC direkt zum PC für die weitere Auswertung (siehe unten).

3 Aufnahme des Energiespektrums einer ^{60}Co Quelle

Zuerst wurde mittels der MCA Software das Spektrum der ^{60}Co Quelle erfasst. in Abb.7 kann man gut die beiden Gammapeaks sehen.

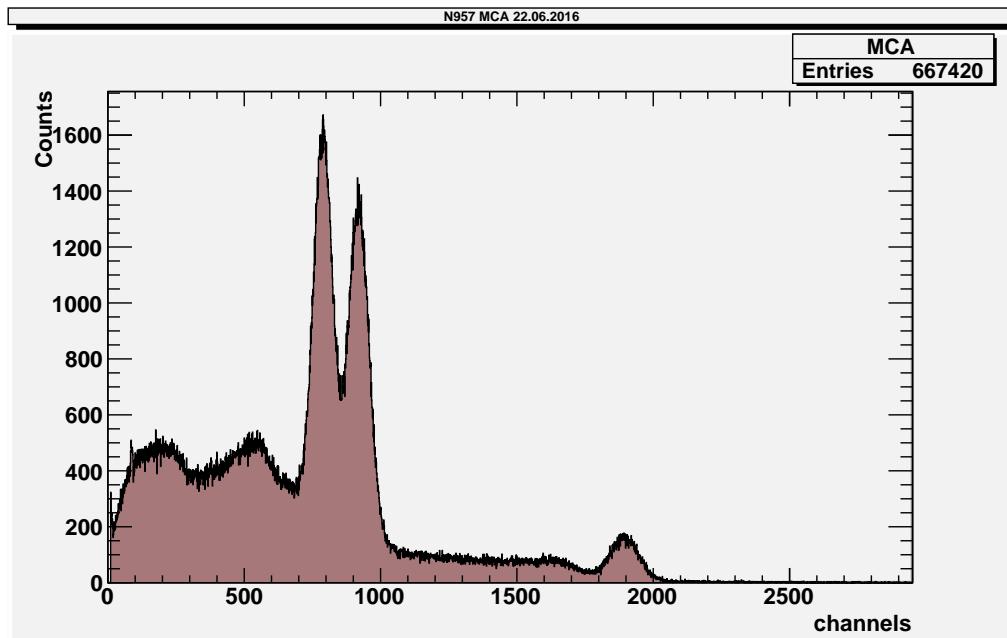


Abbildung 7: Spektrum der ^{60}Co Quelle

Laut Karlsruher Nuklidkarte [3] liegt der linke Peak bei 1,173keV und der rechte bei 1,332keV. Zusätzlich sieht man weiter rechts im Spektrum eine kleine Erhöhung, die der Summe beider γ -Quanten entspricht. Treffen zwei Gammas innerhalb kurzer Zeit in den Kristall, werden die beiden Signale nicht mehr getrennt aufgelöst, sondern addiert. Links von den beiden Peaks sieht man das Compton-Spektrum.

4 Messung minimal ionisierender Myonen

Anschließend ist die Verstärkung so eingestellt worden, dass die beiden hauptsächlichen Peaks aus dem Spektrum in Abb.7 am linken Rand waren. Dies ist notwendig, da wir Myonen erwarten, die Energien bis 80MeV im Detektor deponieren und das MCA nur eine Auflösung von 8,000 Channels hat. Das Spektrum dieser Myonen ist in Abb.8 zu sehen.

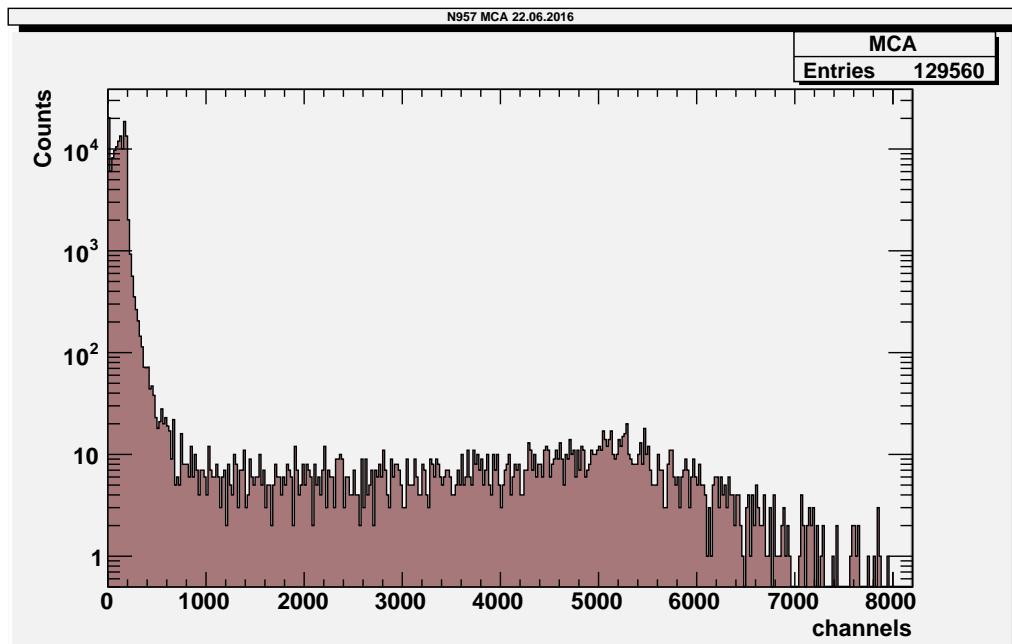


Abbildung 8: Spektrum der minimal ionisierenden Myonen

Danach musste noch die Schwelle des CFD so eingestellt werden, dass die interessanten Energien richtig erfasst und kleinere weggescchnitten wurden. Dazu ist das Signal des Detektors zusammen mit dem Signal des CFD auf dem Oszilloskop betrachtet worden (vgl. Abb.9). Die Schwelle wurde so gewählt, dass die Summenlinie gerade verschwand.

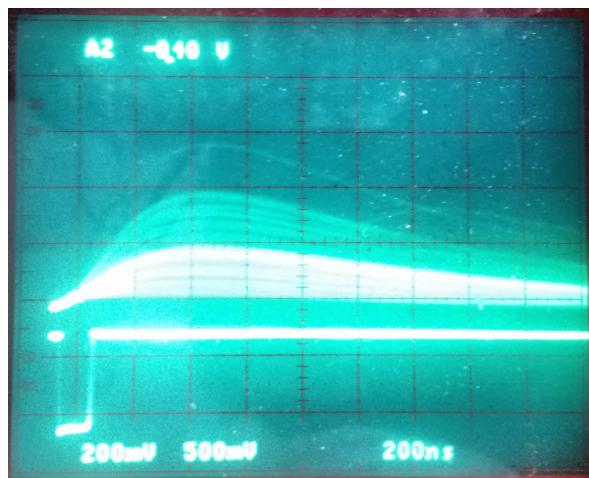


Abbildung 9: Signal des Detectors (oben) und des CFD (unten)

5 Zeiteichung

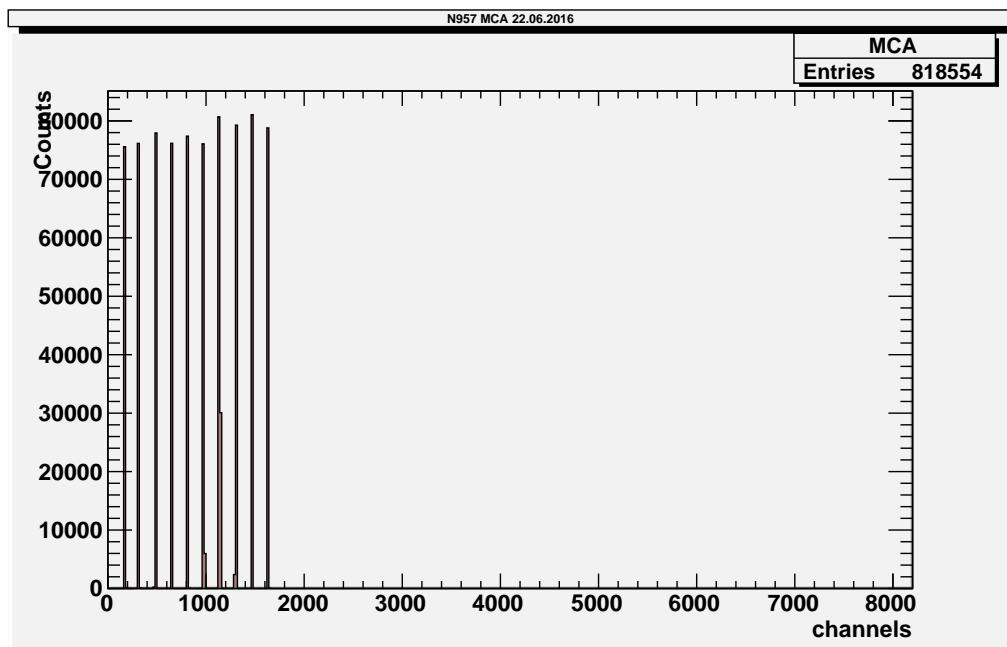


Abbildung 10: Spektrum der Zeiteichung

Danach wurde eine Zeiteichung durchgeführt, um zu ermitteln welche Channel Nummer welcher Zeit zuzuordnen ist. Dazu sind die Delayzeiten vor dem Stop in 150ns Schritten variiert worden. In Abb.10 ist die Messung grafisch dargestellt. Aus den Messwerten wurden die Channelnummern der Peaks herausgesucht und gegen $k \cdot 150\text{ns}$ mit $k \in \mathbb{N}$ in Tab.1 aufgetragen. Anschließend wurde ein linearer Fit durchgeführt nach dem Schema $Y = b + m \cdot X$. Es folgt:

$$m = 0.921761 \pm 0.003864$$

$$b = -0.437104 \pm 3.902960$$

In Abb.11 sind die Peaks und er Fit zusammen dargestellt.

Tabelle 1: Positionen der Peaks

| Channel | $k \cdot 150\text{ns}$ |
|---------|------------------------|
| 176 | 150 |
| 315 | 300 |
| 486 | 450 |
| 652 | 600 |
| 814 | 750 |
| 976 | 900 |
| 1138 | 1050 |
| 1301 | 1200 |
| 1466 | 1350 |
| 1631 | 1500 |

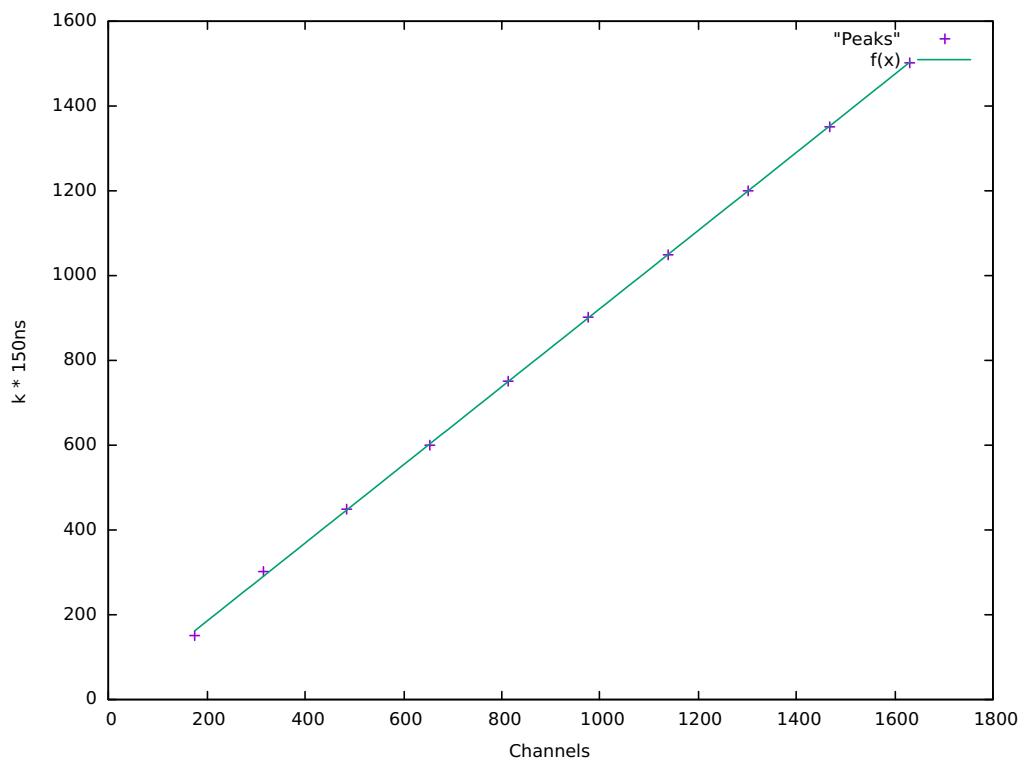


Abbildung 11: Peaks der Zeiteichung mit Fit

6 Messung der mittleren Lebensdauer von Myonen

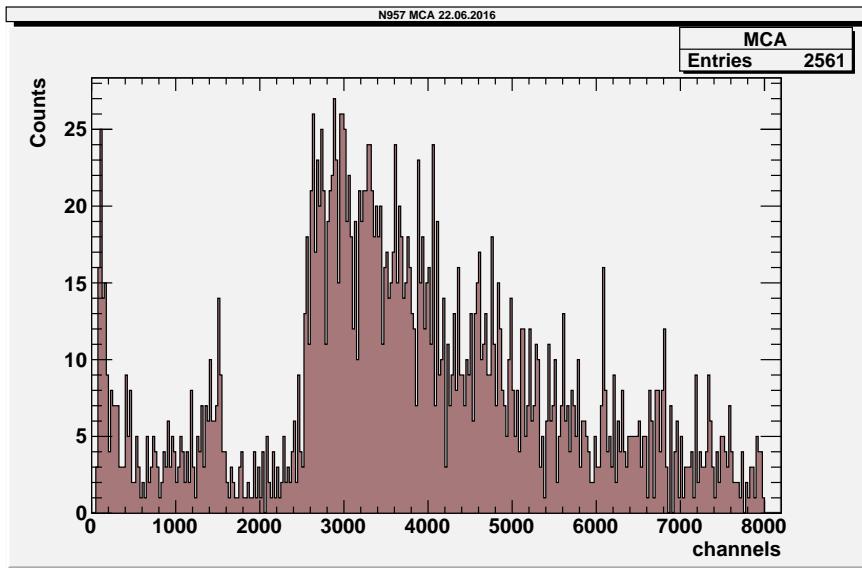


Abbildung 12: Rohdaten der Lebendauermessung

In Abb.12 sind die Rohdaten der Messung dargestellt. Als erste wurde der zeitzufällige Untergrund berechnet und abgezogen. Das Experiment lief 598,560 s. Da der Untergrund hier einer Poisson-Verteilung entspricht, kann

$$P(n) = \frac{(\mu\delta t)^n}{n!} \cdot e^{-\mu\delta t} \quad (6.1)$$

verwendet werden. δt entspricht dem betrachteten Zeitintervall, n der Anzahl der Ereignisse in δt und μ ist die Ereignisrate. Die Ereignisrate ist das Verhältnis der gesamten Ereignisse zur Messdauer. Es folgt

$$\mu = \frac{3,329,461}{598,560s} = 5.562 \text{ Hz} \quad (6.2)$$

Die Rohdaten wurden zur besseren Darstellung rebinned, sodass 18 Channels auf einen Bin kommen. Dies führt zu einem Zeitintervall von

$$\delta t = m \cdot 18 = 16.591698 \pm 0.069552 \frac{ns}{Bin} \quad (6.3)$$

Dabei ist das m vom Fit der Zeiteichung (s.o.). Nun kann der Untergrund für ein Ereignis innerhalb von δt angeben werden.

$$P(n \geq 0) = 1 - P(0) = 1 - e^{-\mu \delta t} = 9.228 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1} \quad (6.4)$$

Für den Untergrund je Channel folgt dann

$$U(\text{Channel}) = P(n \geq 0) \cdot 3,329,461 = 0.307 \quad (6.5)$$

Abb.13 zeigt die logarithmierten Messwerte nach Abzug des Untergrunds und der nicht relevanten Ereignisse unterhalb von 2000 ns. Die x-Achse ist dabei schon in Nanosekunden gemäß der Zeiteichung skaliert. Außerdem ist der lineare Fit bereits mit geplottet. Dieser Fit ergab für die Zerfallskonstante λ der Myonen:

$$\lambda = 0.000500818 + / - 2.35138 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{ns}} \quad (6.6)$$

Es folgt für die mittlere Lebensdauer

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = 1996.73 \text{ ns} \quad (6.7)$$

Den Fehler erhält man über

$$\Delta\tau = \left| \frac{\partial\tau}{\partial\lambda} \right| \Delta\lambda = \tau^2 \Delta\lambda \quad (6.8)$$

$$= 93.7484 \text{ ns} \quad (6.9)$$

$$\Rightarrow \tau = 1996.73 \pm 93.7484 \text{ ns} \quad (6.10)$$

Der Literaturwert von $\tau = 2196.9811 \pm 0.0000022$ ns konnte damit nicht erreicht werden [4].

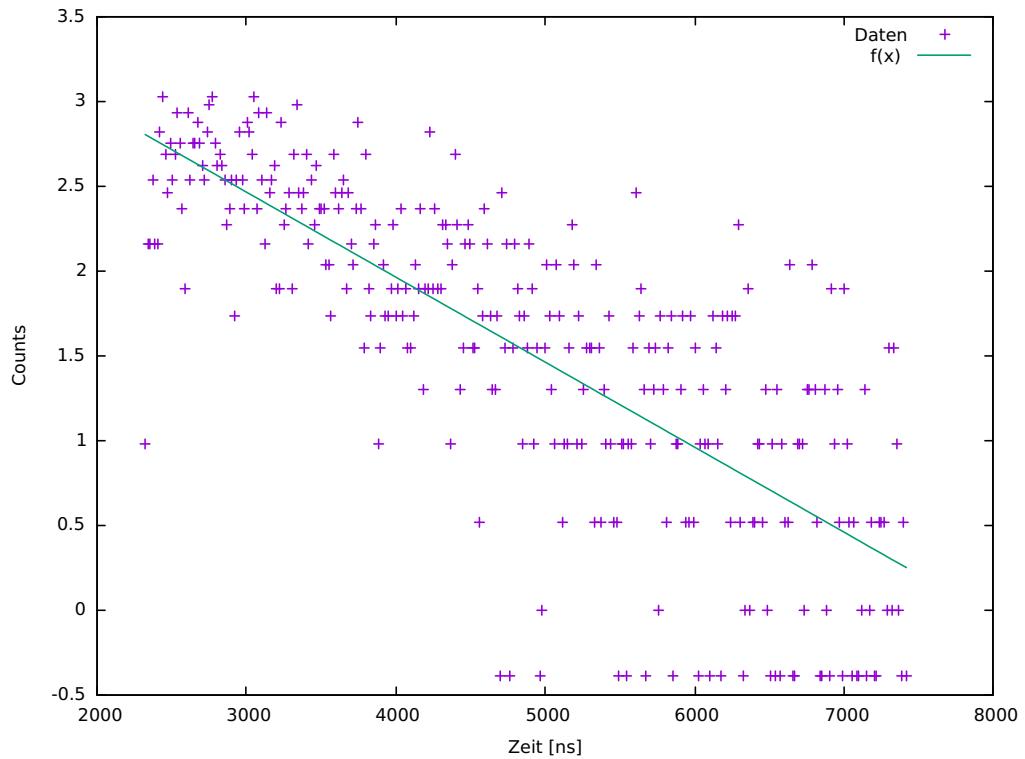


Abbildung 13: Daten (violett) nach Abzug des Untergrunds in logarithmischer Darstellung gegen die Zeit und Fit (grün)

Literatur

- [1] Versuchsanleitung
- [2] Skript zu "Kernphysikalische Messmethoden in Medizin und Technik", Teil 2, WS2015/2016, Hans-Georg Zaunick
- [3] Karlsruher Nuklidkarte, 8. Auflage 2012
- [4] Particle Physics Booklet, PDG, July 2014