

Justus-Liebig-Universität Gießen

Fortgeschrittenes Praktikum

Myonenzerfall

Eva Westenfelder Gil (3005599),
eva.westenfelder-gil@physik.uni-giessen.de

Wafaa Al Nachwati (8102531),
wafaa.al.nachwati@physik.uni-giessen.de

Betreuer: Dr. Hans Georg Zaunick

Datum der Versuchsdurchführung: 08.12.2023

Protokoll eingereicht am: 29.05.2024

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Theorie	2
2.1	Myonen	2
2.2	Messung von gestoppten Myonen	4
3	Messaufbau und Messprinzip	5
4	Durchführung	5
4.1	Energieeichung	5
4.2	Lebensdauerermessung	6
5	Auswertung	7
5.1	Zeiteichung	7
5.2	Bestimmung der Lebensdauer	8
6	Fazit	9
7	Anhang	10

1 Einleitung

Das Standardmodell der Teilchenphysik umfasst ein besonders interessantes Teilchen für die Hochenergiephysik. Aufgrund seiner kurzen Lebensdauer und seiner Fähigkeit, bis zur Erdoberfläche vorzudringen, erweist sich das Myon aus der Leptonenfamilie (der gleichen Familie wie das Elektron) als faszinierendes Objekt für physikalische Untersuchungen. Das Myon hat eine Masse, die ungefähr dem 200-fachen der Elektronenmasse entspricht. Das Ziel dieses Versuchs besteht darin, die Lebensdauer dieses Teilchens zu bestimmen. Hierbei dient kosmische Strahlung als Quelle für die Myonen. Für die Messung der Lebensdauer wird am Anfang eine Energieeichung gemacht und dann die Energiedeposition minimal ionisierender Myonen in dem verwendeten NaI-Szintillationsdetektor bestimmt.

2 Theorie

2.1 Myonen

Myonen μ^- sind Fermionen (Spin $\frac{1}{2}$) mit einer Ladung von $-e$ und einer Masse von $105,658\,3755(23)\,\text{MeV}/c^2$. Als Elementarteilchen verfügen sie über keine innere Struktur. Das Antiteilchen des Myons ist das Antimyon μ^+ , das die gleiche Masse und Spin, jedoch entgegengesetzte Ladung besitzt. Myonen tragen sowohl eine elektromagnetische als auch eine schwache Ladung, zeigen jedoch keine starke Wechselwirkung [1]. Aufgrund ihrer kurzen Lebensdauer stellt sich die Frage, wie Myonen, ausgehend von der klassischen Kinematik, aus der kosmischen Strahlung die Erdoberfläche erreichen können. Im Ruhesystem beträgt die durchschnittliche Lebensdauer eines Myons lediglich etwa $2,2\,\mu\text{s}$. Relativistische Effekte aufgrund der Zeitdilatation gemäß der speziellen Relativitätstheorie (SRT) verlangsamen jedoch die interne Uhr der Myonen, wodurch sie in Bezug auf die Erdoberfläche eine verlängerte Lebensdauer aufweisen können. Dieser Aspekt ermöglicht es den Myonen, Strecken von mehreren Kilometern zurückzulegen, bevor sie zerfallen.

Ein weiterer entscheidender Effekt relativistischer Physik ist die Lorentz-Kontraktion. Myonen, die mit relativistischen Geschwindigkeiten durch die Atmosphäre bewegt werden, erfahren eine Kontraktion in ihrer Längenrichtung. Diese Kontraktion erhöht die Wahrscheinlichkeit, dass die Myonen die dichte Atmosphäre durchdringen und die Erdoberfläche erreichen können. Somit spielt die kosmische Strahlung, die Myonen erzeugt, eine entscheidende Rolle bei der Bereitstellung hochenergetischer Myonen.

Die kosmische Strahlung entsteht durch Kollisionen zwischen hochenergetischen Teilchen aus dem Weltraum und den Gasmolekülen in der Erdatmosphäre. Hauptsächlich bestehend aus hochenergetischen Protonen, stoßen diese Teilchen mit den Atomkernen der Gasmoleküle zusammen und lösen somit Kernreaktionen aus. Diese Reaktionen führen zur Entstehung von Pionen π , welche anschließend in Myonen und Myonenneutrinos ν_μ zerfallen können.

In diesem Experiment wird das Zerfallsprinzip der Myonen genutzt, da die Zerfallsprodukte mit einer einfachen Apparatur gemessen werden können. Die Myonen unterliegen einem Zerfall durch die schwache Wechselwirkung unter Austausch eines W-Bosons. Dabei entstehen ein Elektron und ein Antielektron-Neutrino (siehe Abb. 1).

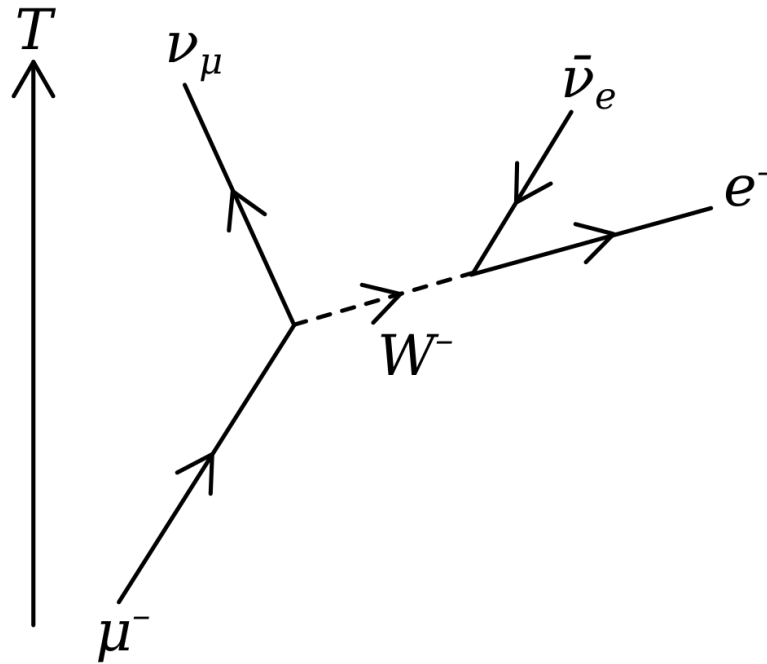


Abbildung 1: Myonenzerfall im Feynman-Diagramm

Die entsprechende Zerfallsreaktion lautet:

$$\mu^- \longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad (1)$$

Gelegentlich wird auch ein Gammaquant (Photon) emittiert, was zu der erweiterten Zerfallsreaktion führt:

$$\mu^- \longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu + \gamma \quad (2)$$

Analog kann der Zerfall von Antimyonen wie folgt beschrieben werden:

$$\mu^+ \longrightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (3)$$

Die oben beschriebenen Zerfälle treten sowohl im Vakuum als auch in Materie auf. Hingegen verfügt das negative Myon in Materie über einen zusätzlichen Zerfallskanal. Ein Myon kann mit einem Atomkern interagieren und ein sogenanntes myonisches Atom bilden. Da Myon und Elektron im Wesentlichen nur durch ihre Masse unterschieden werden, können auch sie sich an Atomkerne binden.

Aufgrund ihrer deutlich höheren Masse sind Myonen jedoch erheblich stärker an den Kern gebunden und haben somit eine etwa siebenfach höhere Wahrscheinlichkeit, sich im Kernbereich aufzuhalten. Diese erhöhte Bindung führt dazu, dass ein Myon analog zum Elektronen-Einfang vom Kern absorbiert werden kann. Dabei wird ein Proton zu einem Neutron umgewandelt, und ein Myonneutrino wird emittiert.

Dieser zusätzliche Zerfallskanal hat zur Konsequenz, dass die experimentell bestimmte durchschnittliche Lebensdauer von negativen Myonen in Materie kürzer ist als im Vakuum.

2.2 Messung von gestoppten Myonen

Gemäß den Gesetzen der Quantenmechanik (QM) lässt sich nun für ein spezifisches Messergebnis lediglich eine Wahrscheinlichkeit (oder Amplitude) angeben. Wenn das Ziel darin besteht, die Lebensdauer des Myons zu messen, wird der Zustandsraum durch die Vektoren „Myon ist noch nicht zerfallen“ und „Myon ist zerfallen“ aufgespannt. Für jeden dieser Vektoren gibt es eine komplexe Amplitude, die die Wahrscheinlichkeit bei einer Messung bestimmt.

Es ist sinnvoll, anstelle einer Wahrscheinlichkeit für den Zerfall des Myons eine zeitliche Wahrscheinlichkeitsdichte oder eine Zerfallskonstante λ anzugeben. Diese gibt an, wie wahrscheinlich es ist, dass das Myon innerhalb eines bestimmten Zeitintervalls zerfällt (Einheit: s^{-1}). Wenn man ein Zeitintervall dt betrachtet, ändert sich die Zahl der Myonen um $-N(t)\lambda dt$, wobei $N(t)$ die Gesamtzahl der Myonen zum Zeitpunkt t angibt.

Das resultierende Zerfallsgesetz lautet:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N(t) \quad (4)$$

Die allgemeine Lösung dieses Zerfallsgesetzes ist

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (5)$$

Die mittlere Lebensdauer wird als das Zeitintervall τ definiert, nach dem voraussichtlich noch $\frac{1}{e}$ der ursprünglichen Myonenanzahl N_0 vorhanden ist. Setzt man diese Definition in das Zerfallsgesetz ein, ergibt sich $\tau = \frac{1}{\lambda}$. Die Halbwertszeit $T_{1/2}$ ist die Zeit, nach der erwartungsgemäß noch die Hälfte der Myonen vorhanden ist. Setzt man diese Definition wiederum in das Zerfallsgesetz ein, ergibt sich:

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \tau \cdot \ln(2) \quad (6)$$

Für die Detektion der Myonen werden sie in einem NaI-Detektor eingefangen und die Zerfallsprodukte werden gemessen. Die Grenzenergie, bei der Myonen in einem 10 cm dicken NaI-Material gestoppt werden können, lässt sich aus Abbildung 7 in der Anleitung [2] ablesen. Mit einer Dichte von $\rho = 3,67 \text{ g cm}^{-3}$ entspricht eine Dicke von $l = 10 \text{ cm}$ einem Wert von $\rho l = 36,7 \text{ g cm}^{-2}$. Myonen, deren Reichweite (die durch ihre Energie bestimmt wird) über diesem Wert liegt, werden nicht mehr gestoppt, was die Grenzenergie definiert. In Abbildung 7 ist ersichtlich, dass diese Reichweite für eine Grenzenergie von etwa $E_{\max} \approx 90 \text{ MeV}$ bis 100 MeV erreicht ist.

Da die Energiedeposition minimal ionisierender Myonen gemessen wird, muss der Begriff „minimal ionisierend“ erklärt werden.

Ein Teilchen wird als minimal ionisierend charakterisiert, wenn es genau den Impuls aufweist, für den die Änderung der übertragenen Energie pro zurückgelegter Strecke, $\langle \frac{-dE}{dx} \rangle$, minimal ist. Die Analyse von Abbildung 6 in der Anleitung verdeutlicht, dass dieses Minimum im Bereich von $200 \text{ GeV}/c$ bis $300 \text{ GeV}/c$ liegt und einen Wert von $1,2 \text{ MeV cm}^2 \text{ g}^{-1}$ bis $1,3 \text{ MeV cm}^2 \text{ g}^{-1}$ erreicht.

3 Messaufbau und Messprinzip

Die Messung der Lebensdauer der Myonen basiert, wie im theoretischen Teil erklärt, darauf, dass die gestoppten Myonen im NaI-Szintillator zerfallen und die Energie der zerfallenden Produkte gemessen wird. Es ist daher entscheidend, die Funktionsweise eines Szintillators zu verstehen.

Ein Szintillationsdetektor ist ein Instrument, das auf dem Prinzip der Szintillation beruht und zur präzisen Bestimmung der Energie und Intensität ionisierender Strahlung eingesetzt wird. Typischerweise besteht der Aufbau des Detektors darin, dass sich im oberen Teil des Instruments ein Szintillator befindet, der vor Licht und Feuchtigkeit geschützt ist. Dieser Szintillator erzeugt durch die ionisierende Strahlung indirekt Lichtblitze, deren Anzahl von der Energie der einfallenden Strahlung abhängt.

Die erzeugten Photonen können in einer Photokathode, die sich hinter dem Szintillator befindet, Elektronen freisetzen (Photoeffekt). Diese Elektronen werden dann durch Stöße an den Elektroden im Photomultiplier in einer lawinenartigen Reaktion vervielfacht. An der Anode des Photomultipliers kann anschließend ein messbarer Stromimpuls abgegriffen werden, dessen Amplitude von der Energie der einfallenden Strahlung abhängt.

Die emittierten Photonen werden in einem Photomultiplier gemessen. Das entscheidende Signal für die Lebensdauerermessung wird im nächsten Schritt in einen Time to Pulse Height Converter (TPC) überführt. Dieser gibt sofort ein „Stop“-Signal an einen Analog-Digital Converter (ADC) weiter. Nach 150 ns erfolgt vom TPC ein zusätzliches „Start“-Signal an den ADC. Dieser zeitliche Abstand wurde gewählt, da zunächst keine Unterscheidung zwischen den Ereignissen „Myon wird gestoppt“ und „Myon zerfällt“ möglich ist.

Die Strategie besteht darin, sowohl das Stop-Signal weiterzugeben (für den Fall, dass das Myon zerfallen ist und somit die Zeitdifferenz zum letzten Start-Signal genau der Lebensdauer entspricht), als auch das Start-Signal (für den Fall, dass das Myon nicht zerfallen ist, sondern gebremst wurde). Auch wenn ein durchfliegendes Myon diesen Prozess auslöst, gibt es kein zweites Stop-Signal, wodurch diese Ereignisse in der Auswertung herausgefiltert werden können.

4 Durchführung

4.1 Energieeichung

Für die Messung der Myonen ist eine genaue Anpassung des Energiebereichs erforderlich. Da mehrere Peaks mit dem NaI-Szintillator detektiert werden, ist es wichtig zu wissen, wie jeder einzelne Peak zu interpretieren ist. Aus diesem Grund ist eine präzise Energieeichung notwendig. Hierbei wird eine radioaktive Quelle, in diesem Fall ^{60}Co , verwendet, deren Spektrum aus der Literatur bekannt ist. ^{60}Co zeigt zwei charakteristische Linien aus dem γ -Zerfall bei 1173,2 keV und 1332,5 keV.

Die radioaktive Quelle wird unter dem Detektor platziert, und die Messung wird gestartet. Der hochenergetische Peak im Spektrum entspricht der Summenlinie beider Energien und liegt bei etwa 2,5 MeV (siehe Abb. 2). Anschließend wird die Verstärkung zwischen dem Photomultiplier und dem ADC so eingestellt, dass Myonen im Energiebereich von 90 bis 100 MeV erfasst werden können. Die Summenlinie dient dabei als Orientierungspunkt.

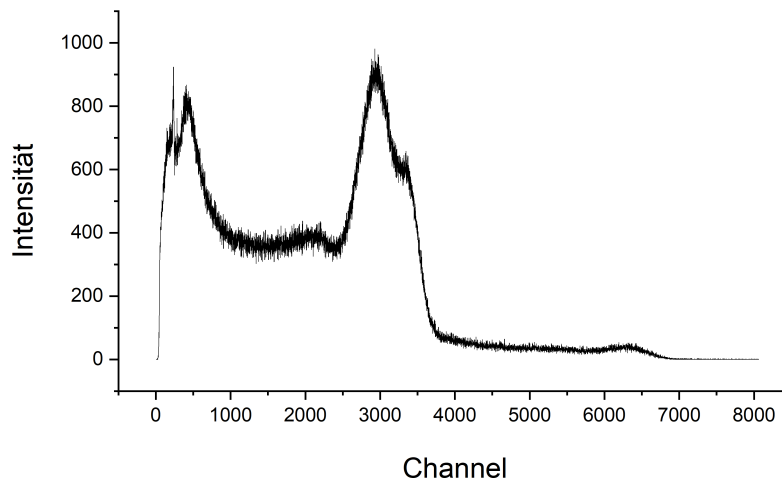


Abbildung 2: ^{60}Co -Spektrum. Der schwache Peak rechts ist die Summenlinie

4.2 Lebensdauermessung

Gemäß der zuvor beschriebenen Versuchsanordnung werden die Myonen in einem Szintillationsdetektor gestoppt, wobei die erzeugten Lichtsignale durch einen Photomultiplier in elektrische Signale umgewandelt werden. Anschließend werden diese Signale an eine Time Projection Chamber (TPC) weitergeleitet und schließlich an einen Analog-Digital-Konverter (ADC), wo die Zählraten in Kanälen quantifiziert werden. Jedes eintreffende Signal fungiert sowohl als „Stop“ als auch als „Start“, da ohne Weiteres nicht zwischen „Myon wird gestoppt“ und „Myon zerfällt“ unterschieden werden kann. Zwischen den Signalen „Stop“ und „Start“ wird das Signal durch ein ausreichend langes Kabel um 150 Nanosekunden verzögert, um zu verhindern, dass durchfliegende Myonen zusätzlich als Messdaten digitalisiert werden.

Für die Digitalisierung der Signale des Photomultipliers wird ein Diskriminator eingesetzt. Die Schwelle dieses Diskriminators wird so eingestellt, dass die Summenlinie der ^{60}Co -Quelle gerade verschwindet. Das Hauptargument hierbei liegt darin, dass die Myonen allein aufgrund ihrer hohen Energie von anderen Zerfällen und Strahlungen auf der Erde unterschieden werden können.

Zur weiteren Auswertung werden zusätzliche Zeitverzögerungen gemessen, um die erfassten Signale in Zeiteinheiten umrechnen zu können. Ein Spektrum wurde im Bereich von 300 ns in Schritten von 150 ns gemessen.

Nach Abschluss dieser Schritte erstreckt sich die Messung über etwa eine Woche. Der Beginn erfolgte am Freitag um 13:21 Uhr, und das Ende wurde am Freitag um 15:26 Uhr erreicht.

5 Auswertung

5.1 Zeiteichung

Für die Zeitkalibrierung wurde die Abfolge von Start- und Stopp-Signalen invertiert, um stets eine konstante Zeitdauer zu erfassen. Mittels einer bekannten, variablen Verzögerung zwischen Start- und Stopp-Signalen lässt sich eine Konvertierungsfunktion zwischen dem Kanal, in dem das Ereignis auftrat, und der Zeit ableiten. Aufgrund statistischer Schwankungen sind die Zählungen für einen Kanal gaussverteilt, was eine präzise Auswertung durch eine Anpassung an eine Normalverteilung der Form

$$P(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(k-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

nahelegt. Hierbei repräsentiert k den Kanal, μ den Erwartungswert und σ die Standardabweichung. Angesichts der Annahme einer exakten zeitlichen Zuordnung wird eine (lineare, s.Abb.3) Beziehung $\mu \pm \Delta\mu \rightarrow t$ definiert, durch die Kanäle in Zeiten und umgekehrt umgerechnet werden können. Die präzisen Anpassungen sind in den Abbildungen 5 und 6 im Anhang dargestellt. Es resultiert die Relation

$$t(k) = (0.8945 \pm 0.0178) \text{ s} \cdot k + (148.4783 \pm 9.94109) \text{ s} \quad (7)$$

für den Kanal k .

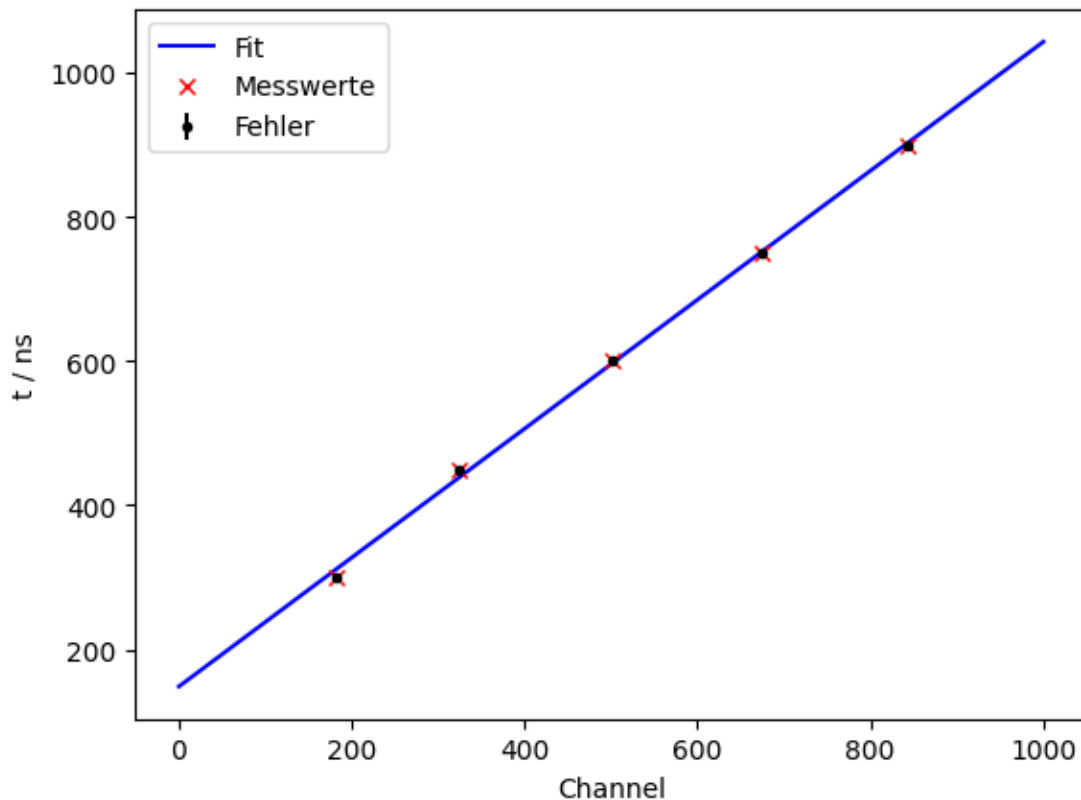


Abbildung 3: Zeitkalibrierung, wo die Zeit t gegen den Kanal k aufgetragen wird. Die Fehlerbalken repräsentieren die Unsicherheit des Anpassungsfehlers $\Delta\mu$ des Erwartungswerts μ der Normalverteilung. Es ist anzumerken, dass die Fehler im Verhältnis zur Größe des Graphen derart gering sind, dass sie visuell nicht erkennbar sind.

5.2 Bestimmung der Lebensdauer

Die vorliegenden Daten vom Messgerät repräsentieren die Anzahl der aufgetretenen Ereignisse für jeden Kanal. Um die Lebensdauer extrahieren zu können, erfordert es eine entsprechende Datenaufbereitung. Ein naheliegender Schritt besteht darin, die Kanäle mithilfe der Zeitkalibrierung in entsprechende Zeitwerte umzuwandeln. Dieser Prozess ist jedoch fehleranfällig, da die Konvertierungsfunktion selbst Unsicherheiten aufweist. Nachfolgend wird festgestellt, dass die Kanäle nicht kontinuierlich Daten enthalten; sie sind teilweise gefüllt, und es gibt leere Stellen dazwischen. Dies erschwert die Analyse der Daten durch einen Fit. Um dieses Problem zu lösen, werden die Daten in „Pakete“ gebündelt, wobei die Anzahl der Kanäle auf etwa $8000/N_p$ reduziert wird. Jedes Paket stellt am Ende einen (fehlerbehafteten) Messpunkt dar.

Die Größe N_p wird so gewählt, dass zwischen den Paketen keine Stellen auftreten, an denen die Zählrate verschwindet, um eine stetige Reihe von Messpunkten zu erhalten. Es wurde festgestellt, dass $N_p = 100$ diese Anforderung erfüllt. Die Gesamtzählrate pro Paket ergibt sich aus der Summe der enthaltenen Zählraten, wobei der Fehler der Zählrate durch den statistischen Fehler von Zählraten \sqrt{N} gegeben ist.

Die zugeordnete Zeitkoordinate eines Pakets wird als Durchschnitt der enthaltenen Zeiten definiert, wobei der Fehler die Standardabweichung dieser Zeiten ist. Es bleibt die Berücksichtigung von Myonen, die den Detektor passieren, ohne gestoppt zu werden. Diese lösen dennoch ein Signal aus, und es kann vorkommen, dass zwei durchfliegende Myonen den Detektor in einem so kurzen Zeitabstand passieren, dass dies als Zerfall eines Myons detektiert wird. Solche „unwahrscheinlichen“ Ereignisse sind Poisson-verteilt.

Es wird angenommen, dass ein durchfliegendes Myon den Detektor passiert und somit eine „Stopp-Start“-Sequenz auslöst. Eine Fehlmessung würde nun auftreten, wenn ein weiteres Myon den Detektor innerhalb der Toleranzgrenze von $T_{max} = t(k) = 8 \mu s$ passiert, unabhängig davon, ob es durchfliegt oder gestoppt wird. Die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis wird als p bezeichnet. Die mittlere Rate $R = \frac{N}{T}$, mit der die Myonen den Detektor passieren, ist bekannt, wobei N die Gesamtzahl der in der Messdauer T (ungefähr eine Woche) detektierten Myonen ist. Außerdem kann der Erwartungswert λ von detektierten Myonen in der Toleranz T_{max} berechnet werden.

$$\lambda = RT_{max} = \frac{T_{max}}{T} \cdot N \approx 3.277 \cdot 10^{-8} \quad (8)$$

Angenommen, dass diese Ereignisse „selten“ sind, ist die restliche Wahrscheinlichkeitsverteilung durch die Poisson-Verteilung festgelegt.

$$p(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} \quad (9)$$

wobei n die Anzahl der im Zeitraum T_{max} detektierten Myonen ist. Da die Fehlmessung bei genau einem noch eintreffenden Myon stattfindet, ergibt sich die Wahrscheinlichkeit dafür zu:

$$p(n = 1) = \lambda e^{-\lambda} \approx 3.277 \cdot 10^{-8} \quad (10)$$

Multipliziert man diese Wahrscheinlichkeit nun mit der Anzahl der detektierten Zerfälle N_{ges} und dividiert durch die Anzahl der Kanäle k , so ergibt sich als mittlerer Untergrund U pro Kanal:

$$U = \frac{p(n = 1)N_{ges}}{k} = 1.0188 \cdot 10^{-8} \quad (11)$$

welcher nun von jedem Kanal noch abgezogen wird. Auf die Pakete der Größe $N_p = 100$ umgerechnet, ergibt sich ein Untergrund Up pro Paket von:

$$U_p = N_p U = 1.0188 \cdot 10^{-6} \quad (12)$$

Nach diesen Vorbereitungen werden die Datenpunkte $(t + \Delta t, N + \Delta N)$ betrachtet, die dem Verlauf gemäß dem Zerfallsgesetz (Formel 5) folgen sollten. Diese Datenpunkte werden logarithmisch entlang der N-Achse dargestellt (Abb. 4), was einen linearen Verlauf ergeben sollte, wie im Zerfallsgesetz erwartet. Es werden deutliche Abweichungen vom erwarteten exponentiellen Verlauf für Zeiten $t < 2500 \mu s$ festgestellt (s. Abb. 7), die möglicherweise auf Reflexionen im ADC-Kabel zurückzuführen sind. Um die Genauigkeit des Fits zu maximieren, wird nur der Bereich $t > 2500 \mu s$ berücksichtigt. Da die Steigung des Fits gerade die negative reziproke Lebensdauer darstellt, lässt sich diese direkt ausrechnen:

$$\tau = (2.2377 \pm 0.1580) \mu s \quad (13)$$

Der Fehler wurde durch (Maximal-)Fehlerfortpflanzung des Fitfehlers bestimmt.

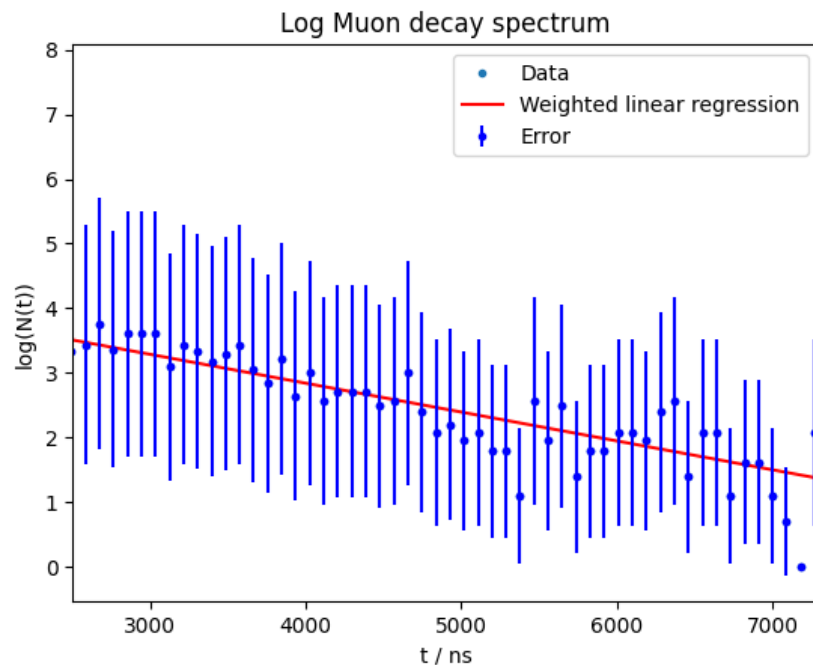


Abbildung 4: Gewichteter Fit einer linearen Funktion $Ax + B$ (mit $x \equiv t$) an die logarithmischen Messdaten. Die genauen Werte sind $A = (-0.000447 \pm 0.000032) ns^{-1}$ und $B = 4.6256 \pm 0.1342$.

6 Fazit

Die experimentell ermittelte Lebensdauer der Myonen beträgt

$$\tau_{\text{exp}} = (2.2377 \pm 0.1580) \mu s$$

Im Vergleich dazu liegt der Literaturwert bei $\tau_{\text{lit}} = 2.197 \mu s$ [1]. Dies zeigt, dass der experimentelle Wert lediglich um 2% vom Literaturwert abweicht. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass der Versuch mit vergleichsweise geringem Aufwand erfolgreich war und die Lebensdauer dieser faszinierenden Myonen mit hoher Genauigkeit bestimmt wurde.

7 Anhang

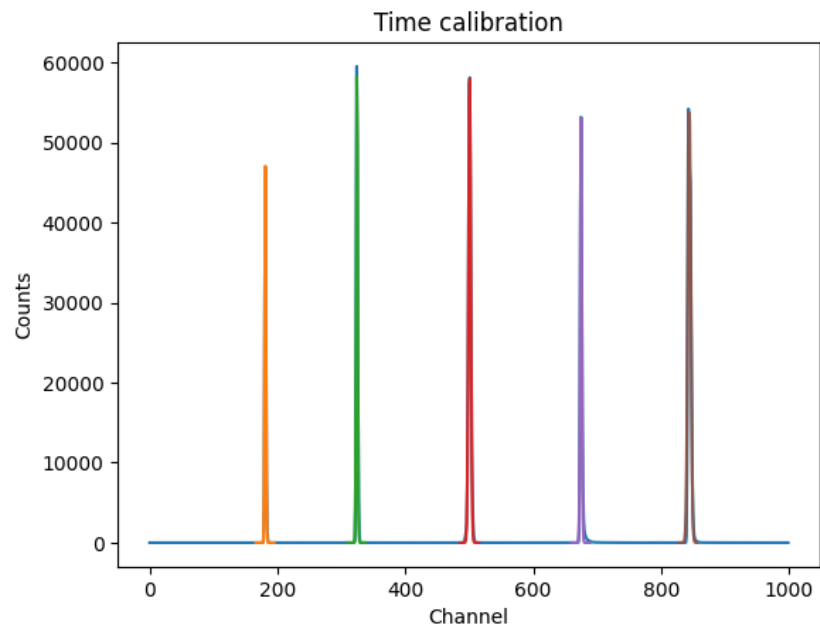


Abbildung 5: gemessene Peaks für die Zeitkalibrierung. Aufsteigende Reihenfolge beginnend bei 300 ns in 150 ns Schritten.

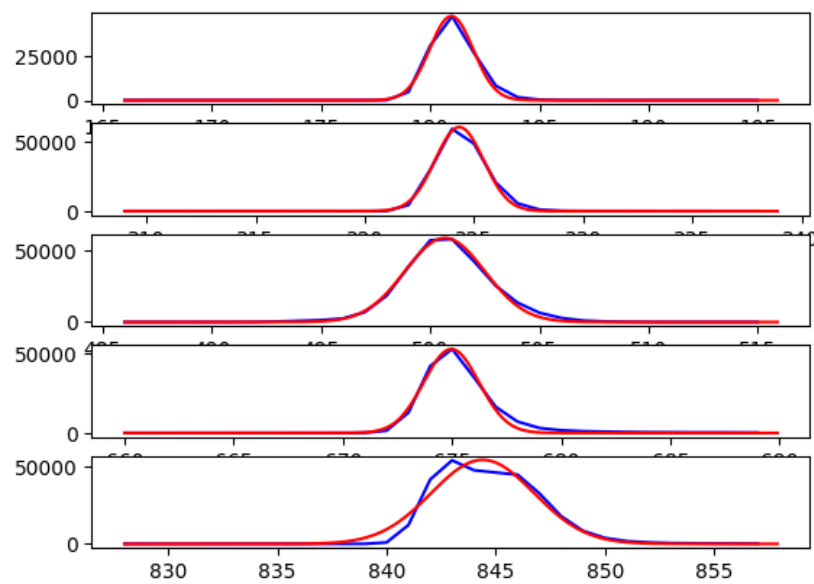


Abbildung 6: Gauß-Fit der gemessenen Peaks für die Zeitkalibrierung

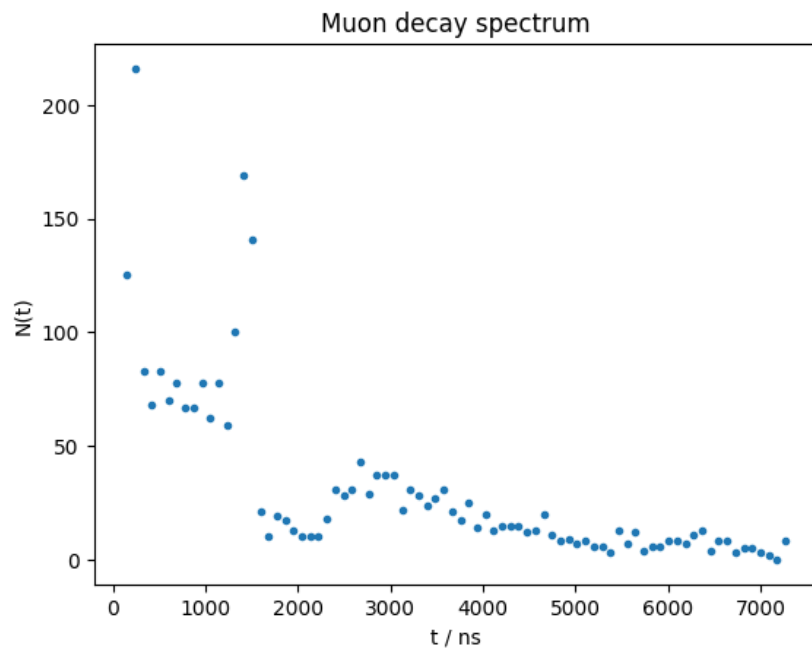


Abbildung 7: Die Pakete $N(t)$ der Größe $N_p = 100$ gegen die Zeit aufgetragen.

Literatur

- [1] PDG. „Leptons“. In: *Review of Particle Physics* (2023). URL: <https://pdglive.lbl.gov/Particle.action?node=S004&init=0>.
- [2] Dr. Hans Georg Zaunick Stefan Diehl. „Myonenzerfall“. In: *II. Physikalisches Institut Uni Gießen* (2023).