

# Myonenzerfall

Dimitri Kana, Violetta Winkler

July 18, 2016

## 1 Theorie

### 1.1 Myonen

Myonen sind Elementarteilchen. Ihre Eigenschaften ähneln sehr denen eines Elektrons. Die Masse ist aber um etliches größer als die Elektronenmasse ( $m_\mu = 105,658 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_e = 0,511 \text{ MeV}/c^2$ ).

Beide gehören zur Klasse der Leptonen, nur dass das Elektron zur ersten der drei Familien gehört, das Myon zur zweiten. Sie unterliegen der schwachen, nicht aber der starken Wechselwirkung. Da der Spin  $1/2$  ist, handelt es sich um Fermionen.

Myonen entstehen in der oberen Erdatmosphäre durch den Aufprall kosmischer Strahlung auf Moleküle der oberen Luftschicht in ca. 10km Höhe. Sie entstehen als Sekundärteilchen. Die Zerfallsprozesse die auftreten sind:

$$\begin{aligned} p + p &\rightarrow p + n + \pi^+ \\ p + n &\rightarrow p + p + \pi^- \\ p + n &\rightarrow n + n + \pi^+ \end{aligned} \tag{1}$$

Die dort entstandenen Pionen zerfallen über folgende Prozesse der schwachen Wechselwirkung in Myonen:

$$\begin{aligned} \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \end{aligned} \tag{2}$$

Die Erhaltungssätze werden eingehalten. Zu beachten sind Vierer-Impulserhaltung, Drehimpulserhaltung, Ladungszahlerhaltung und Leptonenzahlerhaltung.

Myonen sind aber nicht sonderlich stabil. Sie zerfallen mit einer Halbwertszeit von  $t_{1/2} = 1,52 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ , was einer mittleren Lebensdauer  $\tau$  von ca.  $2,2 \mu\text{s}$  entspricht. Diese soll im Versuch experimentell bestätigt werden.

Der Zerfallsprozess lautet:

$$\begin{aligned} \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \\ \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \end{aligned} \tag{3}$$

mit der Zerfallsgleichung:

$$\begin{aligned} N &= N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \\ \tau &= \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \end{aligned} \tag{4}$$

Rechnet man mit der mittleren Lebensdauer die Flugstrecke der kosmischen Myonen (Energie ca. 1-3GeV) aus, kommt man zu dem Ergebnis, dass kein Myon die Erdoberfläche erreicht. Das liegt daran, dass man die relativistischen Effekte, welchen das Myon unterworfen ist, nicht beachtet hat. Die Lebensdauer gilt im Ruhesystem des Myons. Berücksichtigt man die Bewegung folgt auf Grund der Zeitdilation für die Lebensdauer in unserem System:

$$\tau_{\text{system}} = \tau_{\mu} \cdot \gamma \quad \text{mit : } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (5)$$

Bei einer Geschwindigkeit der Myonen von 0,999c errechnet sich eine Lebensdauer in unserem System von:  $\tau_{\text{System}} = 4,9 \cdot 10^{-5} \text{s}$ . Somit kann ein Myon durchaus die Erde erreichen.

## 1.2 Wechselwirkung mit der Materie

Bei Myonen handelt es sich um schwere geladene Teilchen. Die theoretische Beschreibung des Energieverlustes schwerer geladener Teilchen in Materie geht auf Bohr zurück, der im Rahmen der klassischen Physik eine Formel abgeleitet hat, die später von Bethe und Bloch für die Quantensysteme geeignet angepasst wurde. Der Energieverlust pro Wegstrecke kann somit durch die Bethe Bloch Formel beschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dx} &= 2\pi \frac{z^2(e^2/(4\pi\epsilon_0))^2}{m_e/m_{\alpha} E_{kin,\alpha}} n_e \left( \ln\left(\frac{1}{1-\beta^2} \frac{4m_e/m_{\alpha} E_{kin,\alpha}}{\Delta E_{min}}\right) - \beta^2 \right) \\ &= 4\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left( \ln\left(\frac{2m_e \gamma^2 v^2}{I}\right) - \beta^2 \right) \end{aligned} \quad (6)$$

mit  $4\pi N_a r_e^2 m_e c^2 = 0.307 \text{MeVcm}^2/\text{g}$ .

Dabei ist

c: Lichtgeschwindigkeit  $= 2.9979 \times 10^8 \text{ms}^{-1}$ ,

$m_e c^2$ : Elektronennruheenergie  $= 511 \text{keV}$ ,

$r_e$ : klassischer Elektronenradius  $= e^2/(4\pi\epsilon_0 m_e c^2) = 2.817 \times 10^{-13} \text{cm}$ ,

e: Elementarladung  $= 1.6022 \times 10^{-19} \text{C}$ ,

$N_a$ : Avogadro'sche Zahl  $= 6.022 \times 10^{23} \text{mol}^{-1}$ ,

I: mittlere Anregungsenergie des Absorbermaterials,

Z: Kernladungszahl des Absorbermaterials,

A: Atomare Massenzahl der Absorbermaterials,

$\rho$ : Dichte des Absorbermaterials,

z: Ladungszahl des einfallenden Teilchens,

v: Geschwindigkeit des einfallenden Teilchens,

$\beta$ :  $v/c$

$\gamma$ :  $1/\sqrt{1-\beta^2}$

Bis auf die mittlere Anregungsenergie I sind alle Parameter in der Bethe-Bloch-Gleichung gut bestimmt. In der Praxis benutzt man die Näherung:

$$\begin{aligned} I &= (12Z + 7) \text{eV} & \text{falls } Z < 13, \\ I &= (9.76Z + 58.8Z^{-0.19}) \text{eV} & \text{falls } Z \geq 13. \end{aligned} \quad (7)$$

Die Genauigkeit der Bethe-Bloch-Formel lässt für Energien unterhalb von 100keV stark nach, da dann nicht nur die Stöße mit den Elektronenhüllen eine entscheidende Rolle spielen. Die Effekte von Streuung an den Kernen führt zu bedeutenden Abweichungen. Durch die relativistische Korrekturen ist die Formel auch für Energien bis etwa  $10^5$  MeV gültig.

Falls die Myonen im Material gestoppt werden, können je nach Ladung der Myonen weitere Prozesse auftreten. Positive Myonen können Elektronen einfangen und Myonium bilden. Bei negativen Myonen ist es möglich, dass diese von einem Atomkern eingefangen werden, ähnlich dem K-Capture. Also:  $p + \nu^- \rightarrow n + \nu_\mu$ . Dieser Prozess hat eine kürzere Zeitkonstante als der normale Zerfall.

Das Zerfallsgesetz erweitert sich somit zu:

$$N = N_- e^{-\frac{t}{\tau}} e^{-\frac{t}{\tau_2}} + N_+ e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (8)$$

### 1.3 Szintillationsdetektor

Ein Szintillationsdetektor besteht aus zwei Hauptkomponenten. Einem Szintillator (hier NaI Szintillator) und einem Detektor (hier Photomultiplier).

Beim NaI Szintillator handelt es sich um ein Natrium-Iodid-Kristall, welcher mit Thallium dotiert ist. Mit Hilfe des Bänder-Modells lässt sich beschreiben, was passiert wenn ein Myon in den Szintillator trifft.

Man ordnet dem Kristall als ganzem ein Energie-Niveau-Schema zu, wobei dichtliegende Niveaus als Bänder bestimmter Breite betrachtet werden und unter Berücksichtigung des Pauli-Prinzips mit einer bestimmten Anzahl an Elektronen besetzt werden können. Das höchste vollständig besetzte Band wird als Valenzband bezeichnet und das darüber liegende als Leitungsband. Dieses ist bei niedrigen Temperaturen (Raumtemperatur zählt dazu) und ohne äußere Anregung unbesetzt. Trifft nun ein Myon in den Szintillator, regt dieses ein Elektron von dem Valenzband auf das Leitungsband an. Die Anzahl der Anregungen ist proportional zu der Energie des Myon, dieses gibt die Energie ab und wird abgebremst. Wäre der Kristall nicht dotiert, würden die Elektronen unter Abgabe eines Photons wieder zurück auf das Valenzband fallen. Das Photon hätte genug Energie um ein weiteres Elektron aus dem Valenzband anzuregen. Durch das zugesetzte Thallium entstehen Zwischenniveaus zwischen den beiden Bändern, sodass die angeregten Zustände über das Zwischenniveau zurück ins Valenzband fallen und Photonen mit einer Energie knapp unter der Bandlücke emittieren. Diese können keine neue Elektronen vom Valenzband auf das Leitungsband anregen.

Um die Ereignisse zu messen gibt es den Photomultiplier. Die entstandenen Photonen treffen auf die Photokathode des Photomultipliers. Es entstehen Elektronen. Da es aber zu wenige sind um etwas zu messen, werden diese über mehrere Dyoden beschleunigt. Dabei werden zusätzlich neue Elektronen herausgeschlagen (Verstärkung  $10^5$  bis  $10^8$ ). Diese kann man dann als Strom messen. Er ist direkt proportional zu der Anzahl der erzeugten Photonen und damit zur Energie des Myons.

Bei Myonen handelt es sich um geladene Teilchen.

Man kann einen Szintillationsdetektor auch zum Nachweis von Photonen benutzen. Diese wechselwirken aber anders im Detektor. Es wird zwischen drei verschiedenen Prozessen unterschieden.

Beim Photoeffekt wird die komplette Energie benötigt um das Elektron anzure-

gen. Beim Compton Effekt wird ein Teil der Energie des Photons auf das Elektron übertragen. Die restliche führt im Energiespektrum zum Compton Kontinuum. Handelt es sich um Photonen mit einer mindest Energie von der doppelten Ruheenergie eines Elektrons, kann es zum dritten Prozess kommen. Der Paarbildung. Diese dominiert bei hohen Energien. Hierbei wird ein Elektron Positron Paar erzeugt. Das Positron bindet sich mit einem Elektron und bildet ein Positronium. Dieses zerstrahlt zu zwei Photonen mit je 511 keV. Diese können wenn sie dem Detektor entkommen zu zwei weiteren Escape Peaks führen.

## **1.4 Abschätzungen**

Anhand der im Anhang des Vorbereitungsskripts beigelegten Diagrammen sollen verschiedene Werte abgeschätzt werden.

### **1.4.1 Zählrate**

Die Zählrate im Detektor mit einer Fläche von  $12 \times 12 \text{ cm}^2$  wird mit Hilfe von Abbildung 1 bestimmt.

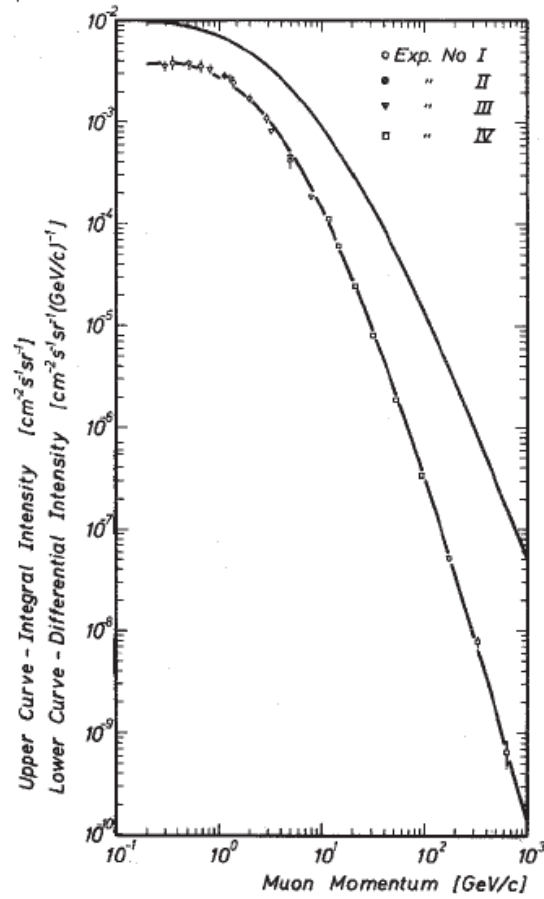


Figure 1: Absoluter vertikaler Myonenfluß auf Meereshöhe in Kiel [1]

Wir lesen aus der integralen Energieverteilungskurve eine integrale Intensität von  $10^{-2} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$  ab. Die Zählrate erhalten wir durch:

$$\text{Zählrate} = 10^{-2} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \cdot 144 \text{ cm}^2 \cdot 2\pi \text{ sr} = 9,0478 \frac{1}{\text{s}}. \quad (9)$$

#### 1.4.2 Grenzenergie

Aus Abbildung 2 soll die Grenzenergie bestimmt werden, bei der Myonen in 10cm NaI gestoppt werden.

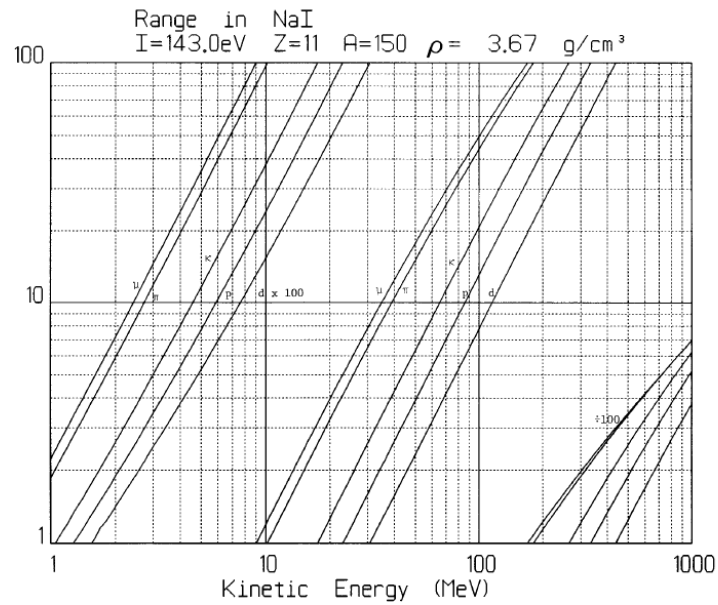


Figure 2: Reichweiten verschiedener Teilchen in NaI [1]

Die Dichte von NaI beträgt  $3,67 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ . Damit entsprechen 10cm einer Flächendichte von  $36,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$ . Man liest aus Abbildung 2 eine Grenzenenergie von ca. 80MeV ab.

#### 1.4.3 mittlere Energie

Zu letzt soll die mittlere Energie, die ein durchfliegendes minimal ionisierendes Myon im Detektor deponiert, bestimmt werden.

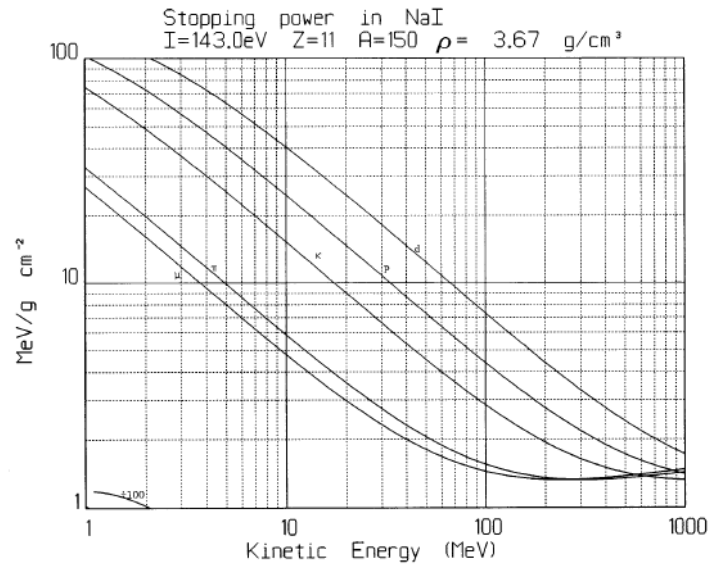


Figure 3: Bremsvermögen verschiedener Teilchen in NaI [1]

In Abbildung 3 sieht man bei der Kurve für Myonen ein Minimum bei  $1,5\text{MeV/g cm}^{-2}$ . Damit erhält man für die mittlere Energie:

$$E_{\text{mittler}} = 1,5\text{MeV/g cm}^{-2} \cdot 10\text{cm} \cdot 3,67 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 55,05\text{MeV}. \quad (10)$$

## 2 Versuchsaufbau

In Abbildung 4 ist eine Skizze des Versuchsaufbaus für die Lebensdauer von Myonen dargestellt. Als Detektor dient der bereits im Theorieteil erklärte Szintillationsdetektor. Das dort gemessene Signal wird weiter zum Timing Filter Amplifier (TFA) geleitet. Dieser verstärkt das Signal und löst es besser auf. Danach wandelt der Diskriminator das analoge Signal in ein Digitales, mit definierter Länge und Amplitude, um. Ein passiver Split teilt das Signal. Das eine Signal wird direkt zum Time to Pulse Height Converter (TPC) weitergeleitet und löst ein Stop aus. Das Zweite wird durch ein Kabel um 300ns verzögert. Es verliert jedoch dabei an Exaktheit. Deshalb wird es durch einen weiteren Diskriminator wieder zu einem "schönen" Rechtecksignal, mit den passenden Werten, "umgewandelt". Dieses löst dann ein Start beim TPC aus. Das jedes einfallende Signal sowohl als Start als auch Stop dient, liegt daran, dass es anders nicht möglich ist die ankommenden Signale nach Start und Stop zu differenzieren. Die Anzahl der abgebremsten Myonen und somit der zefallenen Myonen ist klein im Vergleich zur Gesamten. Die 300ns Verzögerung im Startzweig vermeidet die unnötige Digitalisierung von Zeitdifferenzen der durchfliegenden Myonen. Der Ausgang des TPC wird nun noch an den ADC gelegt und der true Ausgang an den Scaler, um die Startzahl zu zählen.

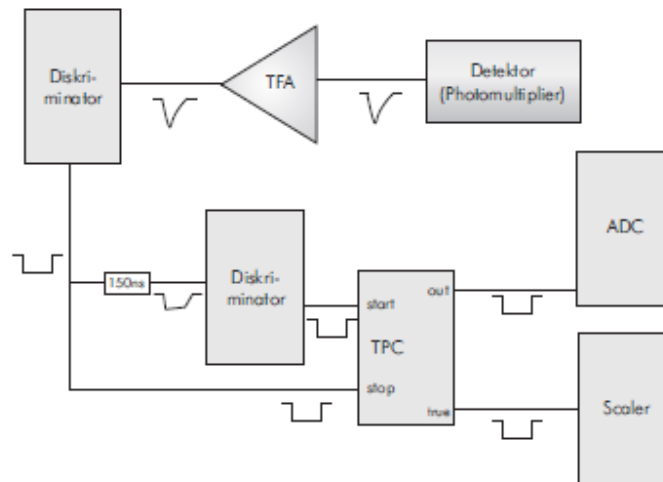


Figure 4: Schematischer Versuchsaufbau [1]



### 3 Auswertung

#### 3.1 Aufnahme des Energiespektrums einer $^{60}\text{Co}$ Quelle

Im ersten Teil des Versuchs wurde das Spektrum einer  $^{60}\text{Co}$  Quelle aufgenommen:

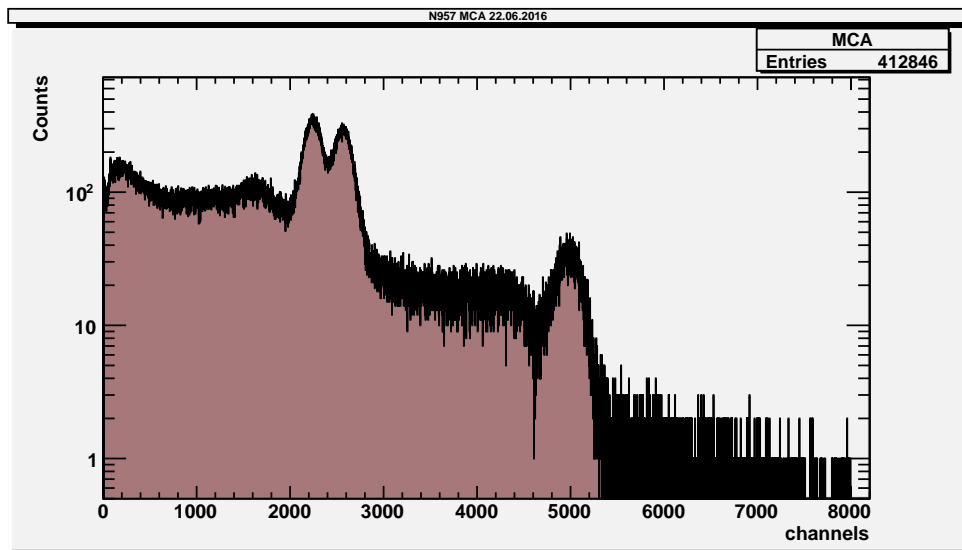


Figure 5:  $^{60}\text{Co}$  Spektrum

$^{60}\text{Co}$  hat Halbwertszeit von 5,27 Jahren. Das Gammaspektrum hat zwei signifikante Peaks, bei 1173.2 KeV und 1332.5 KeV. In Abbildung 5 sind beide gut zu erkennen (bei Channels ca.2200-3000). Rechts von den beiden ist ein weiterer Peak bei ca. Channels=5000 zu sehen. Dieser kommt durch Überlagerung der beiden Peaks zustande. Das Kontinuum entsteht durch die Comptonstreuung.

#### 3.2 Zeiteichung

Um den verschiedenen Channels die entsprechenden Verzögerungszeiten zuzuordnen zu können wurde eine Zeiteichung durchgeführt. Dazu wurden die Delayzeiten vor dem Stop in 150ns-Schritten variiert. In Abbildung 6 sind die Messergebnisse graphisch dargestellt.

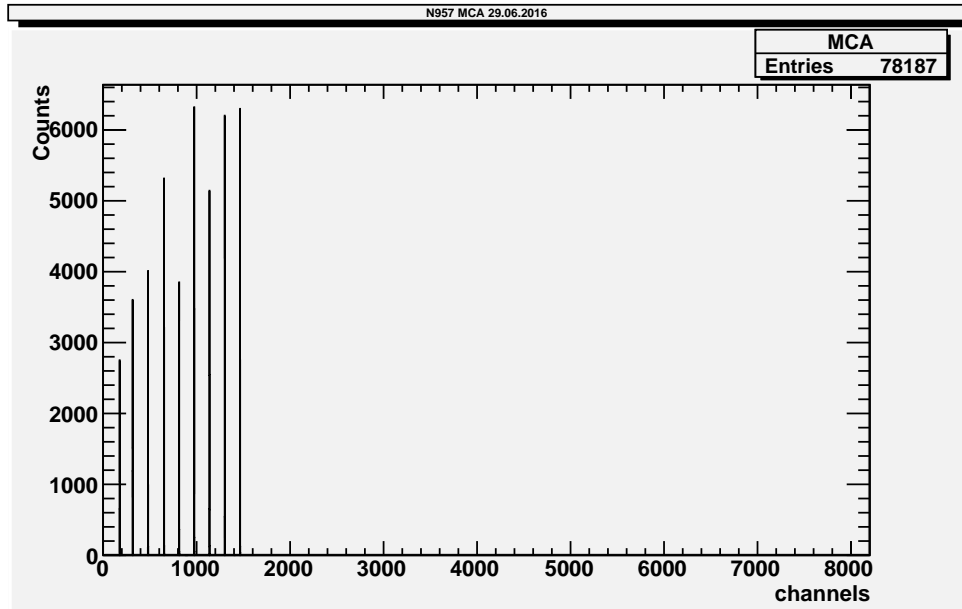


Figure 6: Messung Zeit

Tabelle 1 gibt die Messergebnisse numerisch wider

Channel	Verzögerung (in ns)
177	300
316	450
481	600
652	750
814	900
975	1050
1138	1200
1301	1350
1465	1500

Table 1: Messergebnisse

Diese Werte wurden gegeneinander in einem Graphen aufgetragen (Abbildung 7) und es wurde eine Ausgleichsgerade der Form  $Ax + B$  ermittelt:

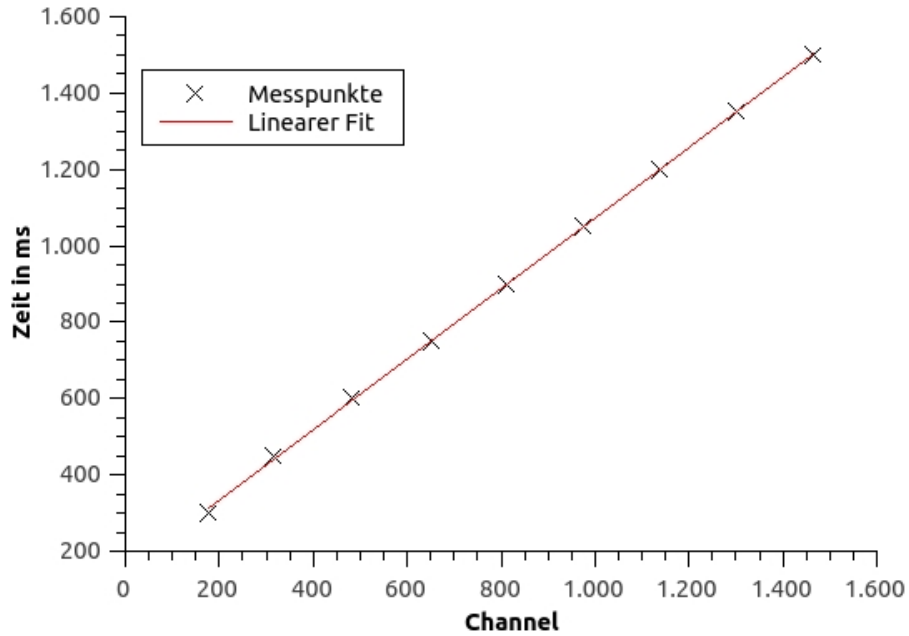


Figure 7: Fit Zeiteichnung

Man erhält für die Parameter A und B :

$$A = 0,923446 \pm 0,000513$$

$$B = 149,033381 \pm 4,6999$$
(11)

### 3.3 Bestimmung der mittleren Lebensdauer von Myonen

Um die mittlere Lebensdauer von Myonen zu messen wurde eine Woche lang (Start: 22.06. 12.30Uhr, Ende: 29.06. 10:36Uhr) alle Ereignisse im Detektor gemessen. Insgesamt zeigte der Zähler 3329461 Zerfälle an. In Abbildung 8 sind die Rohdaten der Messung dargestellt. Der Übersichts halber wurden die Channels rebinned. 16 Channels entsprechen einem Bin.

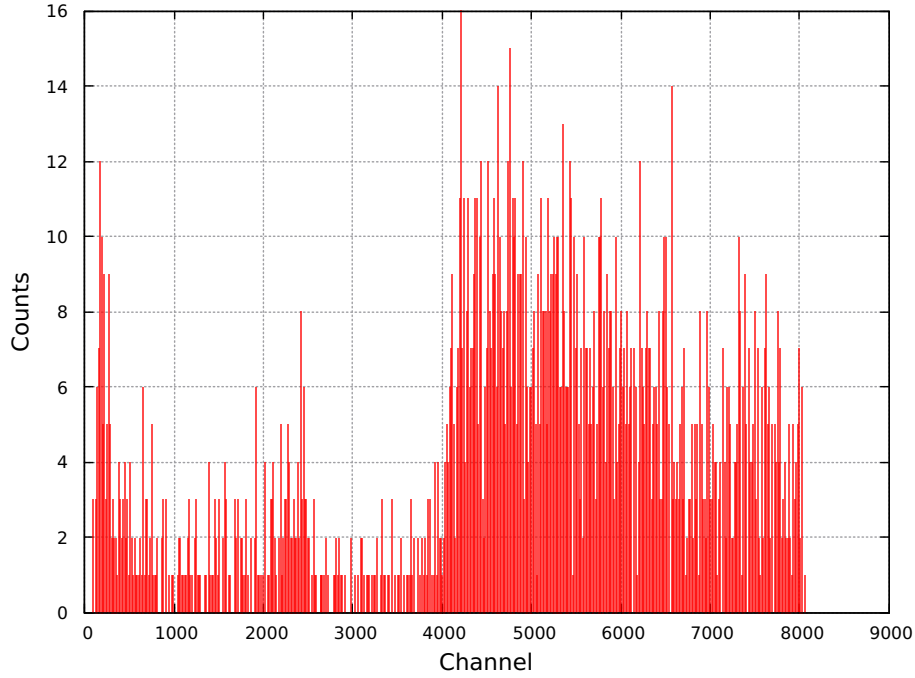


Figure 8: Lebensdauer Myonen

Um die tatsächliche Anzahl an Myonenzefälle zu messen muss die Untergrundstrahlung abgezogen werden. Diese kann mathematisch durch eine Poisson-Verteilung ausgedrückt werden:

$$P(n) = \frac{(\mu \Delta t)^n}{n!} \cdot e^{-\mu \Delta t} \quad (12)$$

Dabei ist  $\Delta t$  der betrachtete Zeitintervall,  $\mu$  die Ereignisrate und  $n$  die Anzahl der Ereignisse.

$\mu$  berechnet man indem man, die gesamte Anzahl der Ereignisse durch die gesamte Messdauer dividiert:

$$\mu = \frac{3329461}{[(6 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) + (22 \cdot 60 + 6) \cdot 60]s} = 5,5680 \frac{1}{s} \quad (13)$$

Dem Zeitintervall berechnet man, indem man die Steigung der Zeiteichungsgerade mit 16 (16Channels entsprechen 1Bin) multipliziert:

$$\begin{aligned} \Delta t &= A \cdot 16 = 0,923446 \cdot 16ns = 14,775136ns \\ \Delta(\Delta t) &= \Delta A \cdot 16 = 0,008208ns \end{aligned} \quad (14)$$

Die Wahrscheinlichkeit für mindestens ein Ereignis pro Zeitintervall berechnet sich anhand:

$$\begin{aligned}
 P(n \geq 1) &= \sum_{n=1} P(n) \\
 &= (e^{\mu\Delta t} - 1) \cdot e^{-\mu\Delta t} \\
 &= 1 - e^{-\mu\Delta t} \\
 &= 8,226795 \cdot 10^{-8}
 \end{aligned} \tag{15}$$

Somit kommt man auf Untergrundcounts pro Bin von:

$$U = 3329461 \cdot 8,226795 = 0,2739 \tag{16}$$

Abschließend zieht man die Untergrundcounts von den Rohdaten ab, logarithmiert diese und plottet sie gegen die Zeit (Abbildung 9). Die Zeit erhielt man, indem man die Channels in die Ausgleichsgerade der Zeiteichung eingesetzt hat.

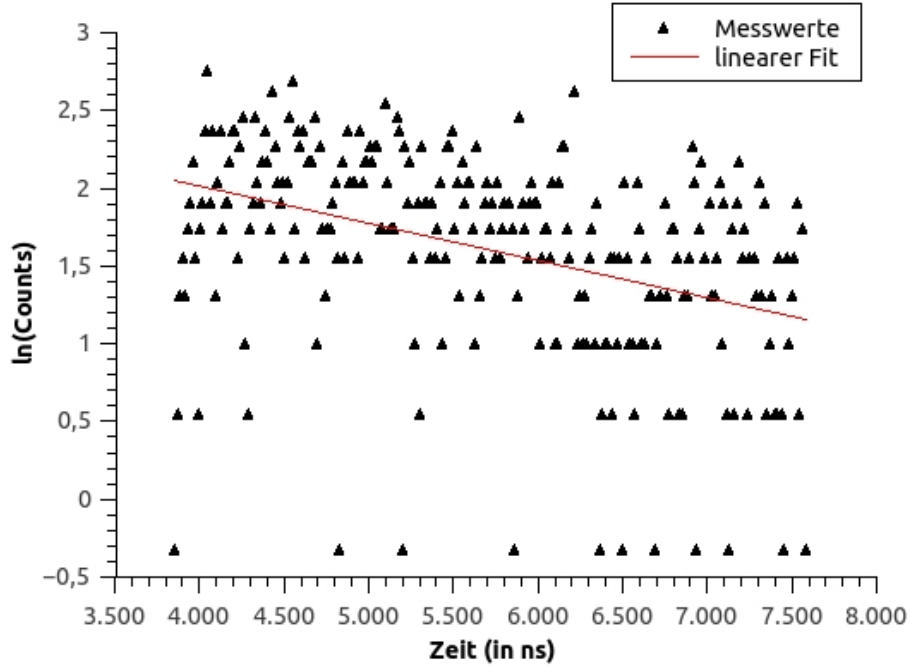


Figure 9: Lebensdauer Myonen

Der lineare Fit ( $f(x)=ax+b$ ) durch die erhaltenen Messdaten ergab folgende Werte:

$$\begin{aligned}
 a &= (0,00023884 \pm 3,5787 \cdot 10^{-5}) \frac{1}{ns} \\
 b &= 2,96739 \pm 2,0741 \cdot 10^{-1}
 \end{aligned} \tag{17}$$

Die Steigung  $a$  entspricht der Zerfallskonstante  $\lambda$ . Daraus ergibt sich eine mittlere Lebensdauer von:

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{1}{\lambda} = 4186,90ns \\ \Delta\tau &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = 627,35ns\end{aligned}\tag{18}$$

Der Literaturwert der Lebensdauer der Myonen  $\tau_{Lit} = (2196,9811 \pm 0,0000022)ns$  liegt nicht mehr im Fehlerbereich des Berechneten  $\tau = (4186,90 \pm 627,35)ns$ . Dies könnte daran liegen, dass es bei der von uns gestarteten Messung für die Lebensdauer von Myonen Probleme gab und wir deshalb andere Messwerte geschickt bekommen haben. Bei der Auswertung haben wir aber mit den Zeitwerten von unserer eigenen Messung gerechnet.

## 4 Quellen

[1] Bilder aus Vorbereitungsskript  
<http://www.chemie.de/lexikon/Myon.html>  
<http://www.gammaspectacular.com/Co-60-gamma-spectrum>