

# **Protokoll „Plasmakristall“**

**Fortgeschrittenen-Praktikum  
JLU Gießen**

---

**Clemens P. Heil  
Nelson B. Gonzalez  
Silvan J. Schulz**

**22. Mai 2016**

**Betreut durch Michael Kretschmer**

## Inhaltsverzeichnis

Einleitung .....	2
Grundlagen zur Plasmakristallherstellung .....	3
Aufgaben.....	4
Aufgabe 0 Abbildungsmaßstab .....	4
Aufgabe 1 Kristall herstellen und beobachten .....	5
Aufgabe 2 Dimension des Kristalls (vorzugsweise in $\mu\text{m}$ ) bestimmen .....	6
Aufgabe 3.....	9
Aufgabe 4.....	11
Aufgabe 5.....	18
Fazit .....	19
Quellen .....	20

## Einleitung

Die folgende Auswertung des Versuchs "Plasmakristall" beschreibt die Herstellung und Untersuchung eines Plasmakristalls. Dieser Kristall wurde in einer HF-Kammer erzeugt und mithilfe eines Systems aus Kamera und Laser beobachtet. Ziel des Versuches ist es die Kristallstruktur, Kristallgrößen (Abstände) und den Übergang zur flüssigen Phase zu bestimmen. Dazu werden die Messergebnisse unter anderem mit den Werten von perfekten Kristallen verglichen.

## Grundlagen zur Plasmakristallherstellung

Im Praktikumsversuch wurde eine Hochfrequenz(HF) – Kammer zur Erzeugung eines Plasmakristalls (komplexes Plasma) verwendet. Von einem komplexen Plasma spricht man, wenn sich in einem physikalischen Plasma zusätzlich Mikroteilchen befinden.

Eine derartige Vakuumkammer besteht aus zwei Elektroden zur Anlegung eines Hochfrequenzfeldes, einem Gaseinlass zur Einleitung eines reaktionsträgen Edelgases (Argon) und einem Dispensor zum Einbringen sphärischer Mikropartikel aus Melamin-Formaldehyd. Eine Anordnung aus Kamera und Laser dient der Beobachtung des Experiments.

Nachdem ein Vakuum in der Kammer erzeugt wurde, leitete man Argon ein und legte einen Druck von 40 Pascal an. Anschließend wurde die Spannung des HF-Feldes schrittweise erhöht, bis das Plasma zündete. Die Zündung erkennt man an dem plötzlich einsetzenden Leuchten des Argongases. Dieses setzt nur ein, wenn die beschleunigten Elektronen genug Energie für eine Stoßionisation des Argons erhalten. Durch Rekombination leuchtet das Gas. Anschließend wurden so viele Plastikpartikel durch den Dispensor eingestreut, bis sich eine gut sichtbare Struktur ausbilden konnte. Diese regelmäßige Anordnung entstand, da die Mikropartikel durch die Wechselwirkung mit den Elektronen negativ aufgeladen wurden. Die geladenen Partikel ordneten sich nun im Feld zwischen fließenden Ionen und den zwischen den Platten wechselnden Elektronen bzw. dem angelegten E-Feld an (da die Elektronen leicht und daher sehr beweglich sind, im Vergleich zu den Ionen, wechselten sie immer zur positiven Platte und daher erschien es für Ionen und Partikel, dass es immer zwei negativ geladene Platten gab). Insgesamt muss zwischen den auf die Partikel wirkenden Kräften: Gravitation, Elektrische Kraft, Neutralgasreibung, Wechselwirkung mit Ionen und Thermophoretische Kraft ein Gleichgewicht herrschen, damit diese eine stabile Position einnehmen können.

Hauptsächlich lassen sich Plasmen nach drei Kriterien unterteilen. Es gibt eine Unterteilung in relativistische und nicht-relativistische Plasmen, bei einem relativistischen Plasma liegen die thermischen Geschwindigkeiten der leichtesten Plasmakomponenten im relativistischen Bereich.

Eine weitere Unterscheidung ist die Einteilung in klassische und quantenmechanische Plasmen. Von einem quantenmechanischen Plasma spricht man, wenn die de-Broglie-Wellenlänge der Plasmateilchen (Elektronen) größer als der Abstand zwischen den Teilchen wird.

Das letzte Kriterium ist die Unterscheidung zwischen idealen und nicht-idealen/ stark gekoppelten Plasmen. Bei idealen Plasmen ist die Coulomb-Energie zwischen den Plasmateilchen viel schwächer als die thermische Energie der Teilchen. Das Verhältnis dieser Energien ist im stark gekoppelten Fall größer eins.

Bei dem im Praktikum erzeugten Plasma handelt es sich um ein komplexes, also nicht-relativistisches, klassisches, stark gekoppeltes Plasma.

Die Anordnung der Partikel war größtenteils kristallgitterartig, während Partikel von unten nach oben kleiner/ leichter wurden. Ein Teil der größeren Partikel ordneten sich in Ketten an, da sich unter ihnen Ladungswolken aus positiv geladenen Ionen sammelten.

## Aufgaben

### Aufgabe 0 Abbildungsmaßstab

#### Mikrometerschraube

$$0,7 \text{ Zoll} = 1,778 \text{ cm} = 1,778 * 10^4 \mu\text{m}$$

$$0,3 \text{ Zoll} = 0,762 \text{ cm} = 0,762 * 10^4 \mu\text{m}$$

$$\text{Mikrometerdifferenz: } 1,778 * 10^4 \mu\text{m} - 0,762 * 10^4 \mu\text{m} = 1,016 * 10^4 \mu\text{m}$$

#### Kameraposition in Pixel

(127/857)

(569/864)

$$\text{Pixeldifferenz: } 569 \text{ Pixel} - 127 \text{ Pixel} = 442 \text{ Pixel}$$

$$\text{Abbildungsmaßstab } (\mu\text{m/Pixel}) = A = 1,016 * 10^4 \mu\text{m} / 442 \text{ Pixel} \approx 22,986 \mu\text{m/Pixel}$$

Zündspannung: 1,1 V

## Aufgabe 1 Kristall herstellen und beobachten

Wie stellt er sich ein?

Von unten nach oben werden die Partikel kleiner (leichter). Große Teile des Kristalls weisen eine regelmäßige Struktur auf. Stellenweise treten kleine Bereiche ohne Partikel auf.

Wie lange dauert es?

Die Ausbildung der zusehenden Struktur (Abb. 1) dauerte ca. 5 Minuten.

Wie sieht die Struktur aus?

Im mittleren Bereich bilden sich Partikelreihen aus und die Partikel sind regelmäßig in horizontale und vertikale Richtung angeordnet. Zudem sind die Partikel relativ in Ruhe.

Was passiert am Rand?

Die Partikel am Rand sind nicht regelmäßig angeordnet und bewegen sich durcheinander.

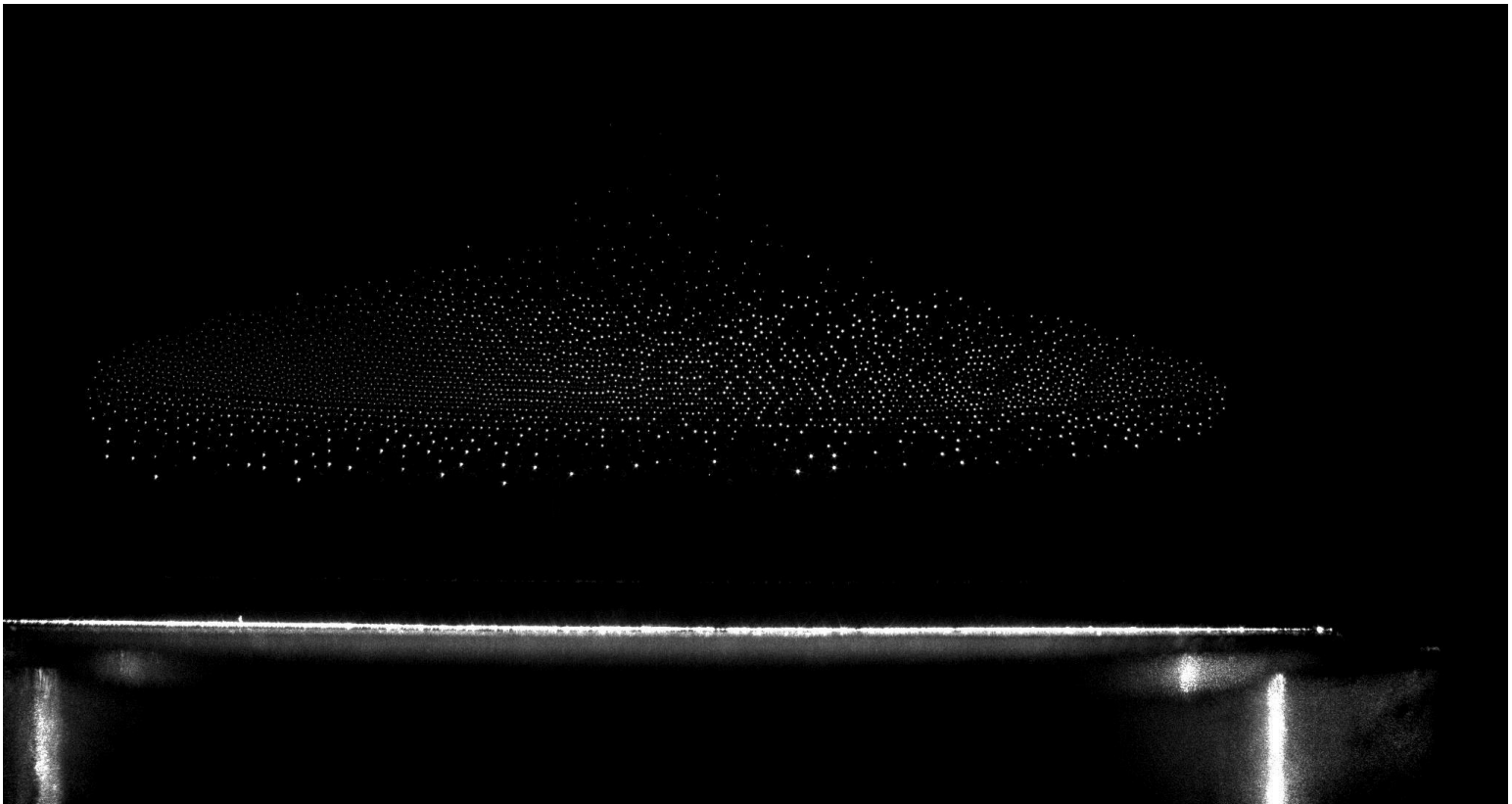


Abb. 1: Der Plasmakristall in der Vakuumkammer

## Aufgabe 2 Dimension des Kristalls (vorzugsweise in $\mu\text{m}$ ) bestimmen

Anmerkung (gilt für x- und y-Messung):

4 Abstände (. . .) wurden gemessen, deshalb wurde auch durch 4 geteilt.

Abbildungsmaßstab ( $\mu\text{m}/\text{Pixel}$ ) =  $A \approx 22,986 \mu\text{m}/\text{Pixel}$

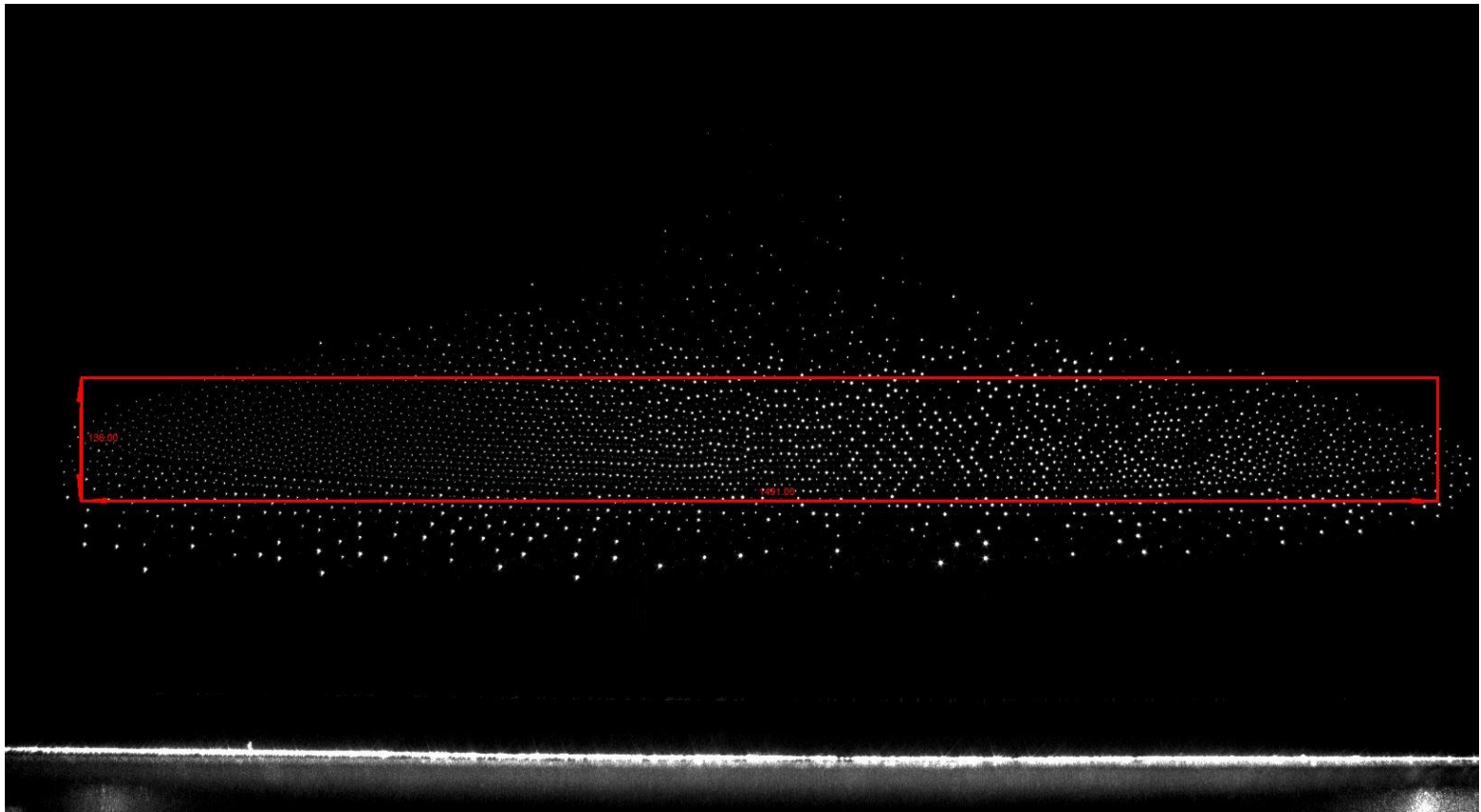


Abb. 2: Rechteckbereich, in dem die folgenden Messungen durchgeführt wurden

### a) Gitterabstand in horizontaler (x) Richtung

Mitte unten: (792/552)                      (753/553)

$$792 - 753 = 39$$

$$39 \cdot A \cdot 1/4 \approx 224,118 \mu\text{m}$$

Unten- halber Radius: (542/552) (505/551)

$$542 - 505 = 37$$

$$37 \cdot A^{1/4} \approx 212,624 \mu\text{m}$$

Mitte- halbe Höhe: (959/485) (924/485)

$$959 - 924 \approx 35$$

$$35 \cdot A^{1/4} \approx 201,128 \mu\text{m}$$

Halbe Höhe- Halber Radius: (530/684) (494/485)

$$530 - 494 = 36$$

$$36 \cdot A^{1/4} \approx 206,874 \mu\text{m}$$

### **Gitterabstand in vertikaler (y) Richtung**

Mitte unten: (838/554) (838/526)

$$554 - 526 = 28$$

$$28 \cdot A^{1/4} \approx 160,902 \mu\text{m}$$

Unten- halber Radius: (505/542) (510/515)

$$542 - 515 = 27$$

$$27 \cdot A^{1/4} \approx 155,156 \mu\text{m}$$

Mitte- halbe Höhe: (901/477) (900/446)

$$477 - 446 \approx 31$$

$$31 \cdot A^{1/4} \approx 178,142 \mu\text{m}$$

Halbe Höhe- Halber Radius: (530/432) (530/465)

$$465 - 432 = 33$$



$$33 \cdot A^{1/4} \approx 189,635 \mu\text{m}$$

### b) Breite und Höhe des Kristalls

Breite: 1491 Pixel  $\approx 34.272,126 \mu\text{m}$

Höhe: 136 Pixel  $\approx 3.126,096 \mu\text{m}$

### c) Gesamtteilchenzahl

$$\begin{aligned} \text{Volumen (zylindersymmetrische Teilchenwolke)} &= V \\ &= \pi \cdot r^2 \cdot h \\ &= \pi \cdot (34.272,126 \mu\text{m} / 2)^2 \cdot 3.126,096 \mu\text{m} \\ &= 2,884 \cdot 10^{12} \mu\text{m}^3 \end{aligned}$$

$$\bar{x} = (224,118 \mu\text{m} + 212,624 \mu\text{m} + 201,128 \mu\text{m} + 206,874 \mu\text{m}) / 4 \approx 211,186 \mu\text{m}$$

$$\bar{y} = (160,902 \mu\text{m} + 155,156 \mu\text{m} + 178,142 \mu\text{m} + 189,635 \mu\text{m}) / 4 \approx 170,959 \mu\text{m}$$

(berechnet mithilfe der x- und y- Werte aus Aufgabenteil a))

Volumen der Einheitszelle mit  $z = x$

$$\begin{aligned} V_{\text{kubische Einheitszelle}} &= x \cdot y \cdot z \\ &= x^2 \cdot y \\ &\approx 7.624.690,467 \mu\text{m}^3 \end{aligned}$$

Annahme: 1 Teilchen pro Zelle

$$\begin{aligned} \Rightarrow V / V_{\text{kubische Einheitszelle}} &= 2,884 \cdot 10^{12} \mu\text{m}^3 / 7.624.690,467 \mu\text{m}^3 \\ &\approx 378.245 \text{ (Gesamtteilchenzahl)} \end{aligned}$$

### Aufgabe 3

Nun schätzen wir die Partikelladung  $Q$  mit der Formel aus der Anleitung ab. Dafür geben wir zuerst die Massen  $m$  und  $M$  der Partikel und der Ionen an:

$$m = \rho \cdot V = 1510 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{4}{3} \pi (10^{-6} \text{m})^3 \approx 6,33 \cdot 10^{-12} \text{g}$$

$$M = M_{\text{Argon}} - m_e \approx 39,9481 \text{u} - 5,49 \cdot 10^{-4} \text{u} \approx 39,9476 \text{u} \approx 6,63 \cdot 10^{-23} \text{g}$$

$$Q = Z \cdot e \approx \frac{B4 \pi \varepsilon_0 a k T_e}{e^2} \ln \sqrt{\frac{T_e m}{T_i M}} \cdot e$$

$$\approx \frac{0,73 \cdot 4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{Vm}} \cdot 10^{-6} \text{m} \cdot 3 \text{eV}}{e} \ln \sqrt{\frac{3 \text{eV} \cdot 6,33 \cdot 10^{-12} \text{g}}{0,03 \text{eV} \cdot 6,63 \cdot 10^{-23} \text{g}}}$$

$$\approx 3,64 \cdot 10^{-15} \text{C} \approx 22719e$$

Dabei wurden für  $M_{\text{Argon}}$ ,  $m_e$ ,  $u$  und  $\varepsilon_0$  Werte aus Wikipedia benutzt (siehe Quellen).

Als nächstes bestimmen wir das elektrische Feld  $E$  zur Levitation der Partikel. Dazu stellen wir zunächst die Kräftegleichung im Gleichgewicht auf um mit der Kraft die elektrische Feldstärke auszurechnen:

$$F_E + F_g + F_n + F_i + F_{th} = 0 \Rightarrow F_E = -F_g = -mg = -6,33 \cdot 10^{-15} \text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\approx -6,21 \cdot 10^{-14} \text{N}$$

$$E = \frac{F_E}{Q} \approx \frac{-6,21 \cdot 10^{-14} \text{N}}{3,64 \cdot 10^{-15} \text{C}} \approx -17,06 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Danach errechnen wir die Debye-Länge  $\lambda_D$  mit einer vereinfachten Formel aus Wikipedia (siehe Quellen), wenn die Elektronentemperatur höher ist als die Ionentemperatur, was bei uns der Fall war:

$$\lambda_D \approx \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k T_i}{e^2 n_i}} \approx \sqrt{\frac{8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{Vm}} \cdot 0,03 \text{J} \cdot e}{e^2 4 \pi 10^{15} \text{m}^{-3}}} \approx 40,72 \mu\text{m}$$

Mit den vorher berechneten Werten können wir jetzt den Coulomb-Kopplungsparameter  $\Gamma$  und den effektiven Parameter  $\Gamma_{eff}$  mit den Formeln aus der Anleitung bestimmen:

$$\Gamma = \frac{Q^2}{4 \pi \epsilon_0 d k T_d} \approx \frac{(3,64 \cdot 10^{-15} C)^2}{4 \pi \cdot 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{C}{Vm} \cdot 162 \cdot 10^{-6} m \cdot 8,6173 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{K} \cdot 300 K}$$

$$\approx 177470,32$$

$$\Gamma_{eff} = \frac{Q^2}{4 \pi \epsilon_0 \Delta k T_d} \cdot e^{-\frac{\Delta}{\lambda_D}}$$

$$\approx \frac{(3,64 \cdot 10^{-15} C)^2}{4 \pi \cdot 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{C}{Vm} \cdot 162 \cdot 10^{-6} m \cdot 8,6173 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{K} \cdot 300 K} \cdot e^{-\frac{162 \mu m}{40,72 \mu m}}$$

$$\approx 3321,49$$

Dafür haben wir  $d = \Delta \approx 162 \mu m$  aus dem Plot der Teilchenabstände abgelesen und bei  $k$  den Wert auf Wikipedia nachgeschlagen(siehe Quellen).

## Aufgabe 4

Es wurde ein Laserscan durchgeführt, um die Gitterstruktur zu analysieren.

### Gitterstruktur des analysierten Bereichs

Auf den beiden folgenden Abbildungen sieht man die Struktur des gescannten Bereichs. An der Abb. Schichtstruktur lässt sich erkennen, dass der Kristall eine regelmäßig wiederkehrende Struktur hat.

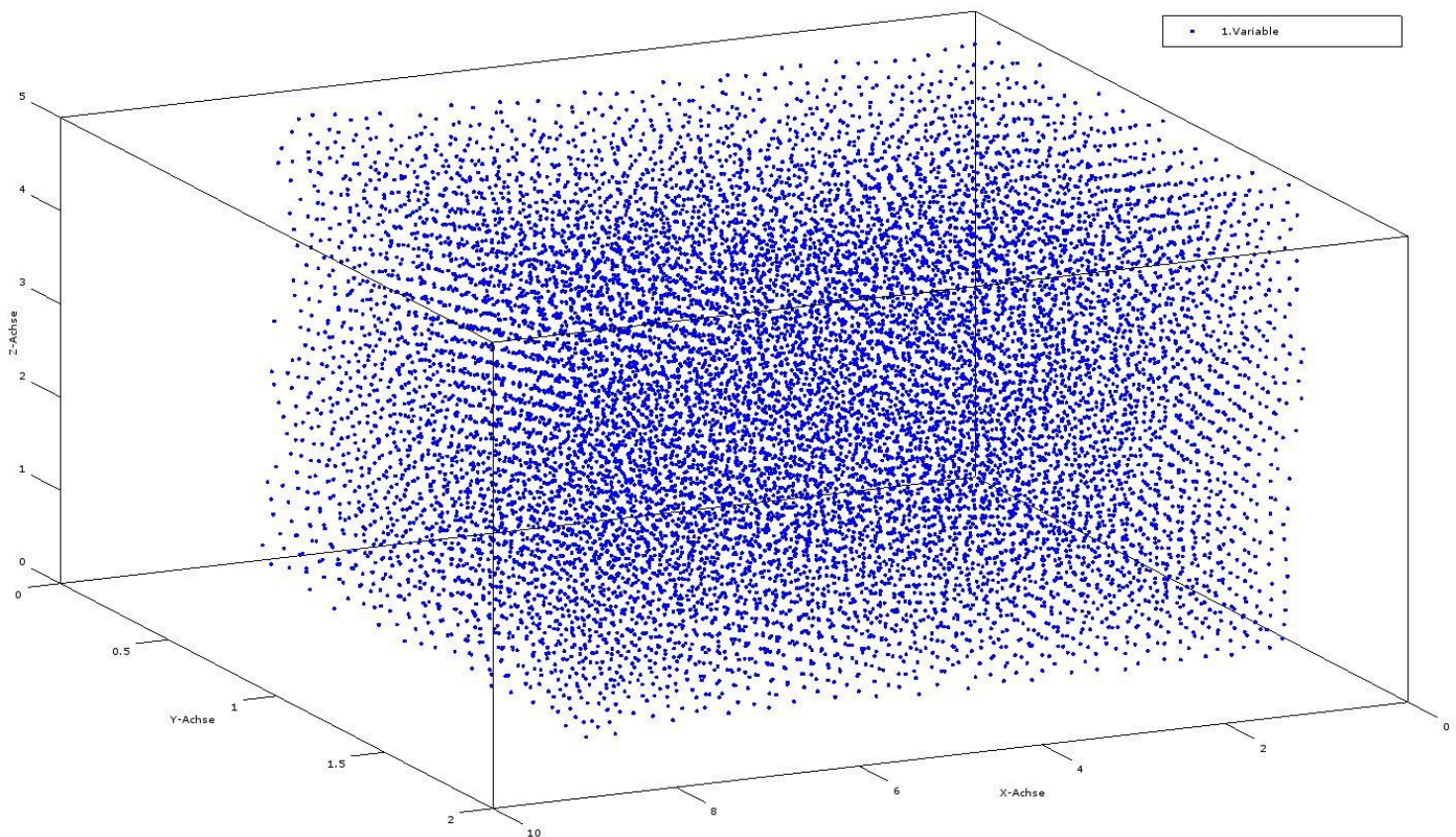


Abb. 3: Struktur-Gesamtansicht

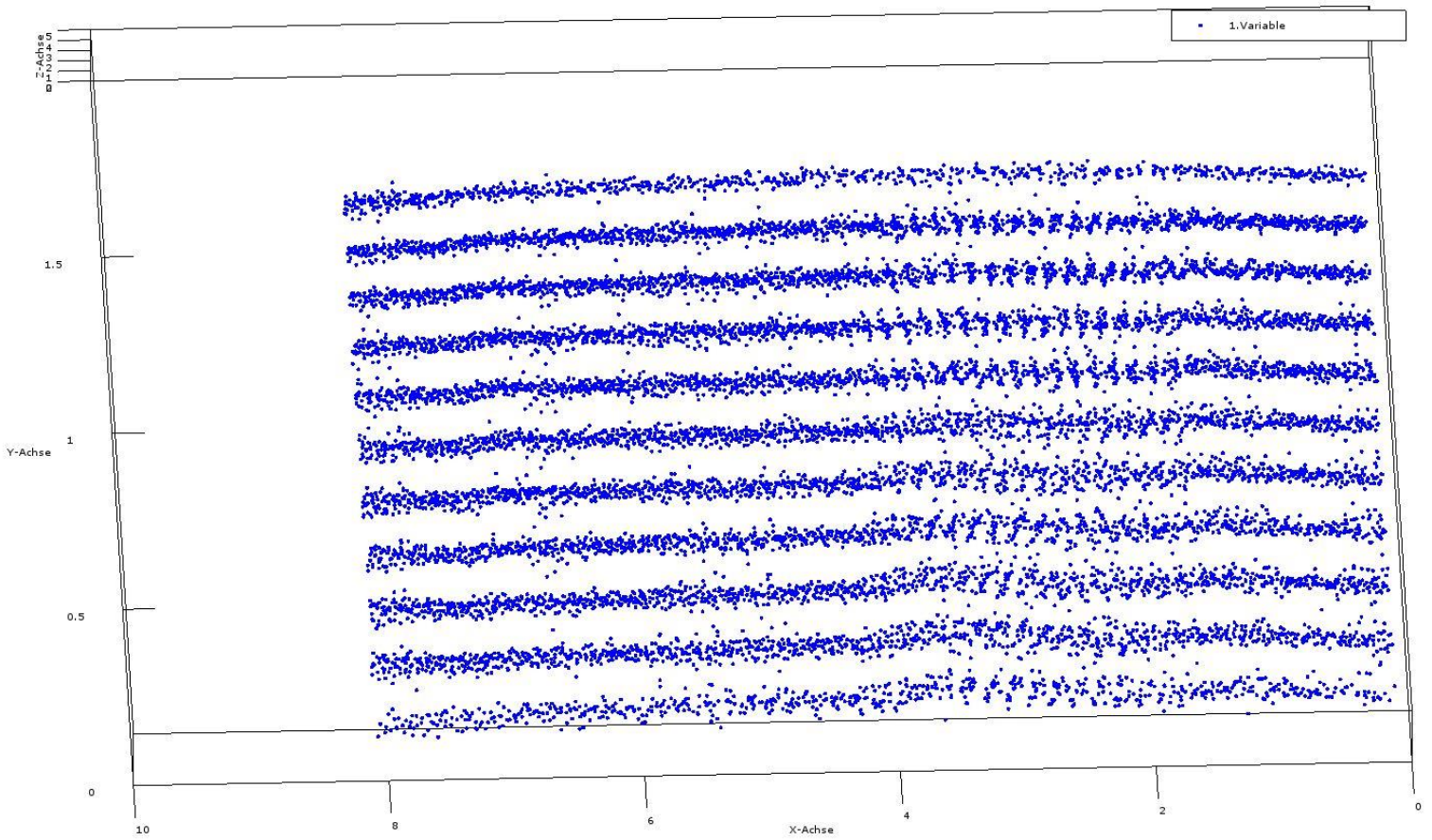


Abb. 4: Schichtstruktur

## Teilchenabstände

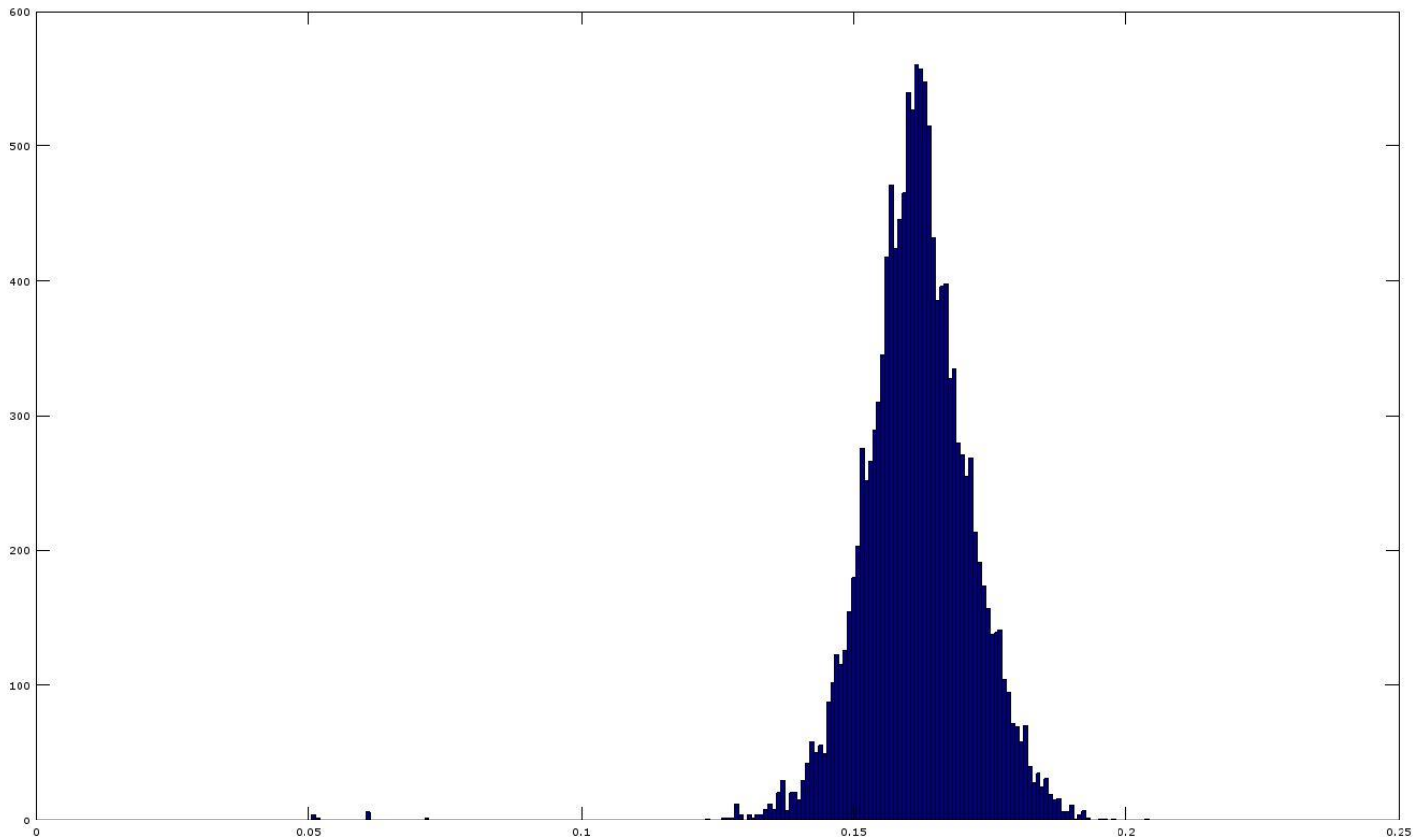


Abb. 5: Histogramm der Teilchenabstände

Aus dem Histogramm lässt sich schließen, dass die meisten Teilchen einen Abstand von etwa  $0,162 \text{ mm} = 162 \mu\text{m}$  (siehe Aufgabe. 3) haben.

Selbstgemessene Teilchenabstände:

$$\bar{x} = 224,118 \mu\text{m} + 212,624 \mu\text{m} + 201,128 \mu\text{m} + 206,874 \mu\text{m} \approx 211,186 \mu\text{m}$$

$$\bar{y} = 160,902 \mu\text{m} + 155,156 \mu\text{m} + 178,142 \mu\text{m} + 189,635 \mu\text{m} \approx 170,959 \mu\text{m}$$

$$\begin{aligned} \text{Mittlerer selbstgemessener Teilchenabstand} &= (211,186 \mu\text{m} + 170,959 \mu\text{m}) / 2 \\ &= 191,0725 \mu\text{m} \end{aligned}$$

$$\text{Verhältnis Histogramm zu eigener Messung: } 162 \mu\text{m} / 191,0725 \mu\text{m} \approx 0.848$$

$$1 - 0,848 = 0,152$$

Der selbstgemessene Teilchenabstand weicht in etwa 15,2 % vom Wert des Histogramms (Laserscan) ab. Die Messung ist somit noch hinreichend genau gewesen und wurde durch den Laserscan bestätigt.

### Paarkorrelationsfunktion

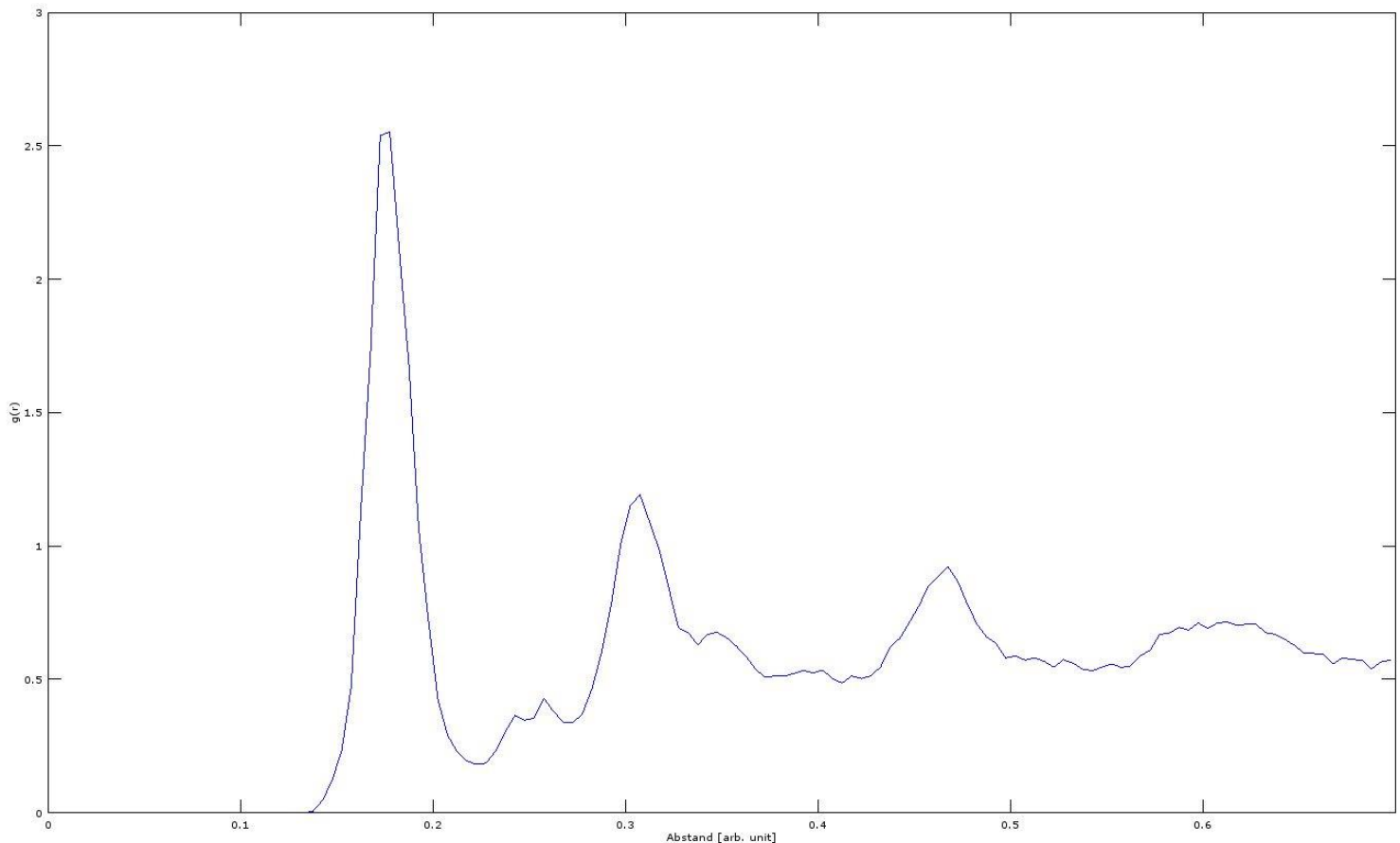


Abb. 6: Paarkorrelationsfunktion des Plasmakristalls

Wenn man diese Paarkorrelationsfunktion (Abb. 6) betrachtet, lässt sich bei einem Abstand von ca. 0,18 der größte Peak erkennen. Die nächsten beiden Peaks folgen bei Abständen von ca. 0,31 und ca. 0,47, danach lassen sich keine weiteren deutlichen Peaks erkennen. Im Vergleich dazu findet man bei den Paarkorrelationsfunktionen der perfekten Kristallstrukturen schon Peaks bei einem Abstand von 1 und es sind viel mehr und schärfere Peaks zu sehen. Die beste Übereinstimmung lässt sich anscheinend mit der Paarkorrelationsfunktion der FCC-Struktur (Abb. 7) entdecken, allerdings entspricht keine der perfekten Funktionen wirklich unserer Funktion.



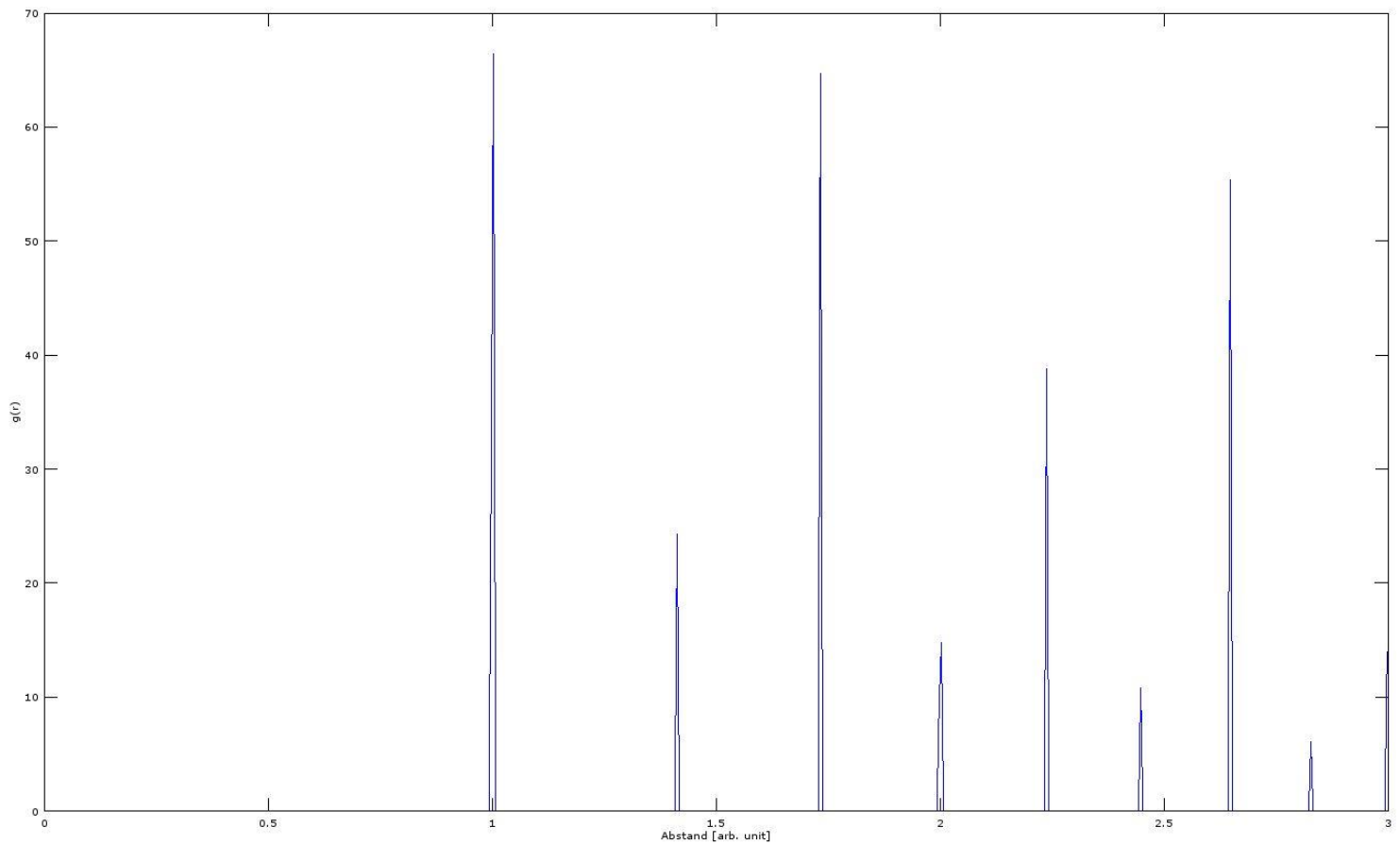


Abb. 7: Paarkorrelationsfunktion der FCC-Struktur

### Gittertypen

Mittelwerte der Rotationsinvarianten 2. Ordnung für perfekte Kristallstrukturen:

HCP:	$q_4 = 0,097222$	$q_6 = 0,48476$
FCC:	$q_4 = 0,19094$	$q_6 = 0,57452$
BCC:	$q_4 = 0,50918$	$q_6 = 0,62854$



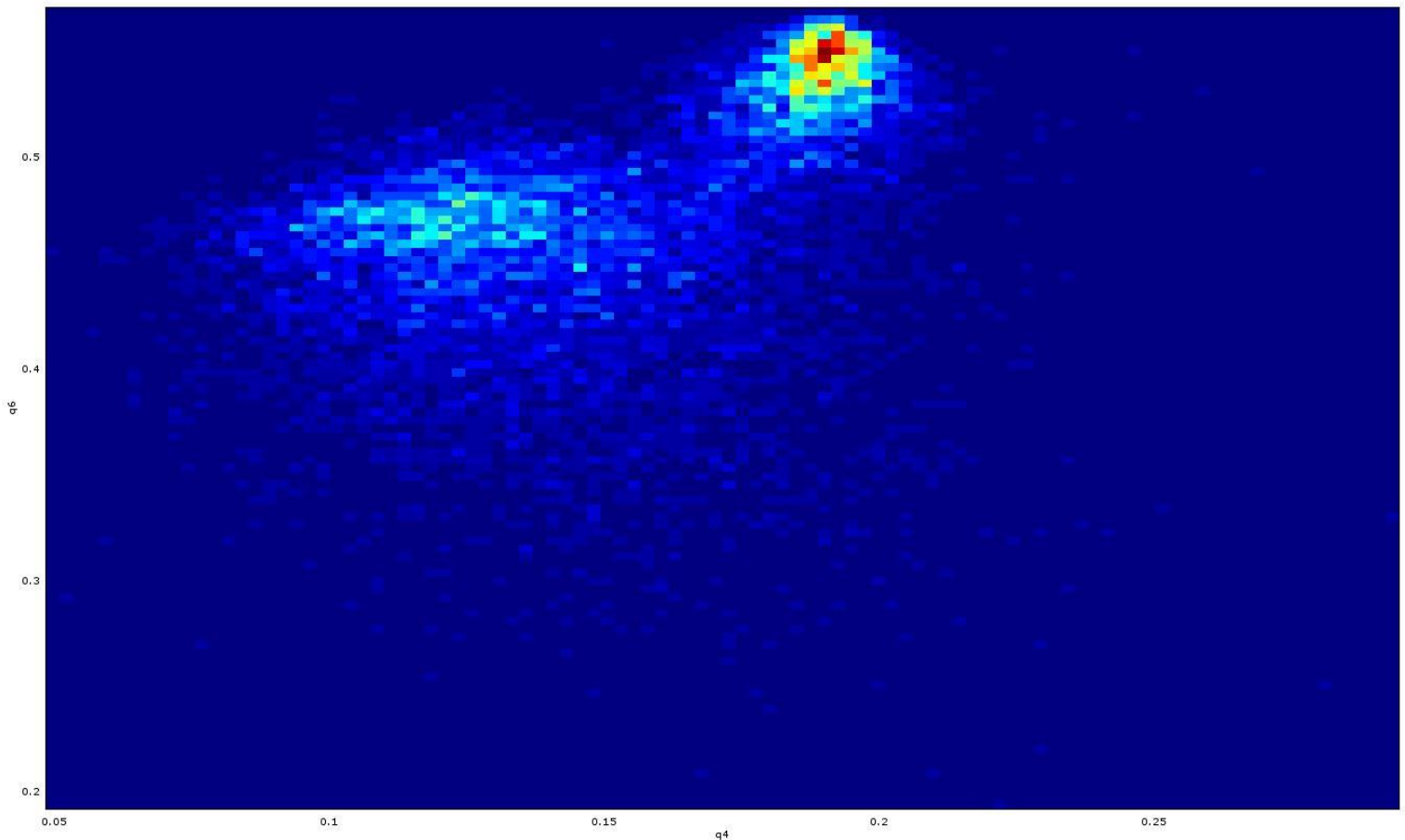


Abb. 8: 2D-Histogramm der Rotationsinvarianten mit 12 nächsten Nachbarn

Wenn man die oben errechneten Mittelwerte der perfekten Kristallstrukturen HCP und FCC nun mit dem Histogramm für 12 nächste Nachbarn (Abb. 8) abgleicht, sieht man für HCP gegenüber dem Hintergrund nur eine etwas hellere Farbe, was einer recht geringen Häufigkeit der HCP-Struktur in diesem Kristallabschnitt entspricht. Für FCC dagegen findet man eine deutliche Verfärbung bis hin zu dunkelrot, was darauf hindeutet, dass ein großer Teil des untersuchten Kristalls die FCC-Struktur besitzt.

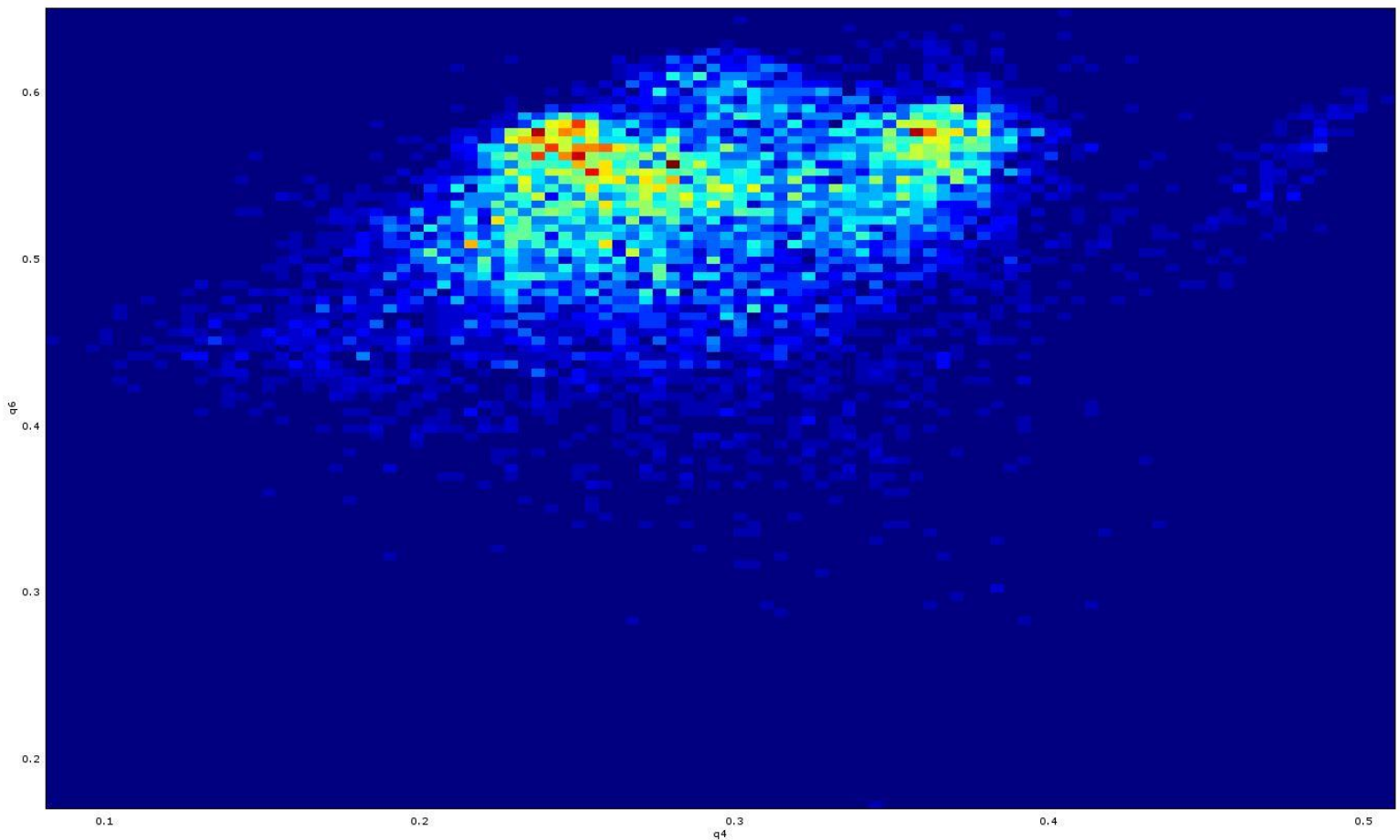


Abb. 9: 2D-Histogramm der Rotationsinvarianten mit 8 nächsten Nachbarn

Nun gleichen wir die oben errechneten Mittelwerte der perfekten Kristallstruktur BCC mit dem Histogramm für 8 nächste Nachbarn (Abb. 9) ab. Hier kann man gegenüber dem Hintergrund fast gar keine Veränderung der Farbe feststellen. So lässt sich daraus schließen, dass die BCC-Struktur in dem Kristall praktisch nicht vorhanden ist.

## Aufgabe 5

a)

Betrachtung bei niedrigem Druck:

Partikel im unteren Bereich fangen an gleichzeitig zu schwingen. Mit abnehmendem Druck schwingen immer mehr Teilchen. Insgesamt wird der Kristall unruhiger und die Schwingungsamplituden werden mit sinkendem Druck immer größer. Bei dem niedrigsten eingestellten Druck schwingt die gesamte Kristallstruktur.

b)

Spannung erhöht bis 0,5V und Teilchenabstände erneut bestimmt:

x-Wert:  $30,02 \text{ Pixel} \cdot A \cdot \frac{1}{4} \approx 172,51 \mu\text{m}$

y-Wert:  $22,02 \text{ Pixel} \cdot A \cdot \frac{1}{4} \approx 126,538 \mu\text{m}$

Wie ändert sich die Höhe des Kristalls? Ändert sich der Teilchenabstand entsprechend?

Da durch die höhere Spannung der Ionenfluss steigt, wird der Kristall stärker "zusammengedrückt" aufgrund der Wechselwirkung zwischen den negativ geladenen Partikeln und den positiv geladenen Ionen und daher verringert sich die Höhe des Kristalls. Entsprechend nimmt auch der Teilchenabstand ab.

Was passiert, wenn die Spannung ab 0,15V in 0,01V- Schritten erniedrigt wird und wann erlischt das Plasma?

Mit abnehmender Spannung wird die Kristallstruktur immer breiter und die Teilchenabstände nehmen zu, dies liegt an der abnehmenden Wechselwirkung zwischen Ionen und Partikeln. Das Plasma erlosch bei 0,08V.

## Fazit

Nach relativ kurzer Zeit hat sich bei unserem Versuch ein Plasmakristall gebildet, den wir anhand seiner Gitterstruktur erkannt haben. Es war uns möglich, wichtige Eigenschaften des Kristalls, wie den Teilchenabstand und den Gittertyp direkt zu messen oder mithilfe des Computers und Nachbearbeitung herausfinden. Zum Schluss konnten wir als eine dynamische Eigenschaft den Phasenübergang bei Druckveränderung deutlich erkennen. Zusammengefasst lässt sich sagen, dass wir durch den Praktikumsversuch einen Einblick in das Gebiet der komplexen Plasmen erhalten haben und es geschafft haben, einen Plasmakristall herzustellen und zu untersuchen.

## Quellen

Versuchsanleitung

<https://de.wikipedia.org/wiki/Argon> (23.03.2016)

<https://de.wikipedia.org/wiki/Elektron> (23.03.2016)

[https://de.wikipedia.org/wiki/Atomare\\_Masseneinheit](https://de.wikipedia.org/wiki/Atomare_Masseneinheit) (23.03.2016)

[https://de.wikipedia.org/wiki/Elektrische\\_Feldkonstante](https://de.wikipedia.org/wiki/Elektrische_Feldkonstante) (23.03.2016)

<https://de.wikipedia.org/wiki/Debye-L%C3%A4nge> (23.03.2016)

<https://de.wikipedia.org/wiki/Boltzmann-Konstante> (23.03.2016)