



Inhaltsverzeichnis

1. Vorbereitende Theorie	3
1.1. Paarkorrelationsfunktion und „Local Order“-Analyse	5
2. Versuchsaufbau	5
3. Versuchsdurchführung	6
4. Auswertung	6
4.1. Kristallbildung	6
4.2. Abmessung des Kristalls	7
4.3. Abschätzungen	9
4.4. Untersuchung mithilfe eines Laserscans	10
4.4.1. Ermitteln der Kristallstruktur	13
4.5. Abhängigkeit von Hochfrequenzleistung und Druck	18
Literatur	18
A. Untersuchung der idealen Kristallstrukturen	20
A.1. Teilchenabstand	20
A.2. Paarkorrelationsfunktion	23



In dem Versuch wurde in einer Kammer ein Niedertemperaturplasma erzeugt und Mikropartikel hineingegeben. So wurde ein Plasmakristall aus den Mikropartikeln erzeugt, der anschließend untersucht wurde.

1. Vorbereitende Theorie

Bei einem Plasma handelt es sich um ein ionisiertes Gas, in dem den Gasatomen ein oder mehrere Elektronen entrissen wurden und man somit frei bewegliche Elektronen und Ionen vorfindet. Es existieren verschiedene Arten von Plasma, wobei wir hier nicht auf alle eingehen wollen. In unserem Versuch handelt es sich um ein *schwach ionisiertes* (Ionisierungsgrad $\ll 1$), *klassisches* (De-Broglie Wellenlänge \ll Abstand der Teilchen), *nicht relativistisches* ($kT \ll mc^2$) und *stark gekoppeltes* (Coulomb Kopplungsparameter $\Gamma > 1$) Plasma. In der Natur und auch im Labor handelt es sich meist um ideale (schwach gekoppelte) Plasmen bei denen der Coulomb Kopplungsparameter zwischen 10^{-3} und 10^{-7} liegt, da die Coulomb Energie nur bei hohen Dichten und gleichzeitig hinreichend niedrigen Temperaturen die thermische Energie übertrifft, in diesem Zustand aber starke Rekombination auftritt.

Für unseren Versuch nutzen wir sogenannte komplexe Plasmen. In diesen befinden sich neben den Neutralgasatomen, Ionen und Elektronen auch Mikropartikel. Bei diesen Mikropartikeln handelt es sich um Mikrometer große Plastikkügelchen. Diese Partikel laden sich sehr schnell negativ auf, da die Elektronen viel beweglicher als die Ionen sind. Gleichzeitig sorgt das Auffangen von Elektronen aber dafür, dass Ionen stärker angezogen und weitere Elektronen abgestoßen werden. Innerhalb von Mikrosekunden stellt sich ein Gleichgewicht ein. Dabei werden Ladungen bis zu $Q = 105e$ erreicht. Für das Verständnis der Wechselwirkung zwischen den geladenen Partikeln benötigen wir den Begriff der *Debye-Abschirmung*. Gibt man eine Testladung in ein Plasma sammeln sich auf Grund der Coulomb Wechselwirkung entgegengesetzt geladene Teilchen um diese Testladung herum an und gleichnamige werden abgestoßen. Dadurch wird die Testladung abgeschirmt. Um das resultierende Potenzial zu bestimmen geht man davon aus, dass die Elektronen der Boltzmann-Verteilung gehorchen. Für die Elektronendichte ergibt sich

$$n_e(r) = n_e \cdot e^{\frac{e\Phi}{kT_e}}.$$

Analog gilt für (einfach geladene) Ionen

$$n_i(r) = n_i \cdot e^{-\frac{e\Phi}{kT_i}}.$$

Für die durch die Testladung gestörte Ladungsdichte erhalten wir

$$\rho(r) = -en_e(r) + en_e + en_i(r) - en_i.$$

Für große Abstände von der Testladung wird das Argument der Exponentialfunktion viel kleiner als 1 und die Ladungsdichte kann linearisiert werden:

$$\rho(r) = -\frac{e^2 n_e \Phi(r)}{kT_e} - \frac{e^2 n_i \Phi(r)}{kT_i}$$

Aus der Lösung der Poissongleichung ergibt sich das Yukawa-Potenzial

$$\Phi(r) = \frac{Q}{r} e^{-\frac{r}{\lambda_e}}$$

mit der Debye-Abschirmlänge

$$\lambda_d = \left(\frac{4\pi e^2 n_e}{kT_e} + \frac{4\pi e^2 n_i}{kT_i} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (1)$$

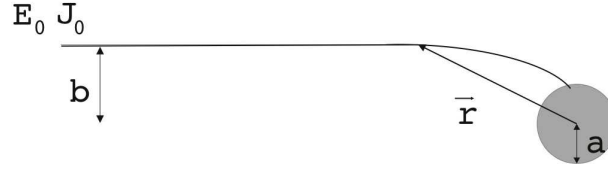


Abbildung 1: Ioneneinfang auf Partikel

Wie weiter oben bereits erwähnt laden sich die Partikel stark negativ auf. Für die Berechnung dieser Oberflächenladung betrachtet man zuerst ein einzelnes Partikel im Plasma. Mit der Elektronendichte $n_e(r)$ wie oben und dem abgeschirmten Potenzial des Partikels mit Radius a

$$V(r) = V(a) \cdot \frac{a}{r} e^{-\frac{a-r}{\lambda_d}}$$

gilt für den Elektronenfluss auf die Oberfläche

$$I_e = -e\pi a^2 n_e(a) \bar{v}_e$$

mit der mittleren Elektronengeschwindigkeit $\bar{v}_e = \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m}}$. Für ein Ion mit Anfangsenergie $E_0 = \frac{M}{2} v_0^2$ und Drehimpuls $J_0 = M v_0 b$ ergibt sich nach dem Energiesatz im Abstand r

$$E = M \frac{\dot{r}^2}{2} + \frac{J_0^2}{2Mr^2} + eV(r).$$

Bei einem Stoßparameter b_{\max} erreichen die Ionen gerade noch die Oberfläche des Partikel mit Geschwindigkeit $v = 0$. Dieser maximale Stoßparameter ergibt sich durch einsetzen von $V(r)$ und J_0 und umstellen nach b :

$$b_{\max} = a \sqrt{1 - \frac{eV(a)}{E_0}}$$

Der Ionenstrom auf die Partikeloberfläche lautet dann

$$I_i = en_i \bar{v}_i \sigma_{\max} = e\pi^2 n_i \bar{v}_i \left(1 - \frac{eV(a)}{kT_i}\right)$$

mit E_0 näherungsweise gleich kT_i . Im Gleichgewicht $I_i + I_e = 0$ und mit der Ladungsneutralität $n_i = n_e$ folgt

$$e^{\frac{eV(a)}{kT_e}} = \sqrt{\frac{T_i m}{T_e M}} \left(1 - \frac{eV(a)}{kT_i}\right).$$

Aus dieser Gleichung kann numerisch die Oberflächenladung und das Oberflächenpotenzial berechnet werden. Wir erhalten

$$Z \approx B \frac{4\pi\epsilon_0 a k T_e}{e^2} \ln \sqrt{\frac{T_e m}{T_i M}}. \quad (2)$$

Wie bereits erwähnt laden sich die Partikel sehr stark auf mit bis zu 105 e. Nur dadurch ist es überhaupt möglich, dass die Coulombenergie größer wird als die thermische Energie und sich geordnete Strukturen bilden können.

$$\Gamma_{\text{eff}} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 r k T_d} e^{-r/\lambda_d} \quad (3)$$

beschreibt den effektiven Coulomb Kopplungsparameter, den wir auf Grund der Debye Abschirmung verwenden müssen (Ladung Q , Abstand der Partikel r , Partikeltemperatur T_d). Rechnungen ergeben, dass bei reiner Coulomb Wechselwirkung dieser Parameter größer als 172 sein muss, dann ist eine geordnete Struktur der Partikel energetisch günstiger als der flüssige Zustand. Auf Grund von externen Kräften und der genannten Debye Abschirmung liegt der kritische Wert in der Praxis aber oberhalb von 1000.

1.1. Paarkorrelationsfunktion und „Local Order“-Analyse

Durch Senken des Druckes sinkt die Elektronentemperatur, wodurch sich die Partikelladung verringert und damit auch der Coulomb Kopplungsparameter. Ab einem gewissen Punkt beginnt das System zu schmelzen oder auch in den gasförmigen Zustand überzugehen. Für die Erfassung dieses Vorgangs kann die Paarkorrelationsfunktion verwendet werden.

$$g(r) = \left\langle \frac{1}{N} \sum_{i \neq j}^N \delta(\vec{r} - (\vec{r}_i - \vec{r}_j)) \right\rangle \quad (4)$$

mit zwei Partikelpositionen r_i und r_j sowie der Teilchenzahl N . Im Falle einer für den Kristallzustand charakteristischen Nah- und Fernordnung ergeben sich mehrere markante Spitzen für $g(r)$. Im flüssigen Zustand existiert nur noch eine Spitze, die dem nächsten Nachbar entspricht. Dann existiert nur noch eine Nahordnung. In der gasförmigen Phase, in der die Partikelbewegungen 200 mal größer sind als im festen Zustand, existiert keine Ordnung mehr. Beim Übergang zwischen fester und flüssiger Phase sieht man feste Bereiche in schon flüssigem Bereich schwimmen, ähnlich Eis, was auf Wasser schwimmt.

Eine zweite Möglichkeit ist die „Local Order“ Analyse. Hier wird die Ordnung des Systems nicht durch Teilchenabstände berechnet sondern mittels Kugelflächenfunktionen die Winkelbeziehungen der Nachbarn berechnet. Dies übernimmt in unserem Fall wieder das Computerprogramm.

2. Versuchsaufbau

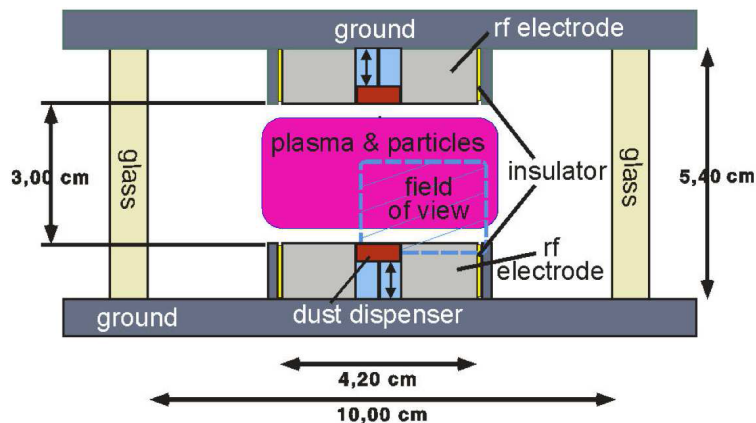


Abbildung 2: Schematischer Aufbau der Plasmakammer [1]

Der Kern des Versuchsaufbaus ist die Plasmakammer, eine schematische Darstellung ist in Abbildung 2 zu sehen. Am Boden und an der Decke der Kammer befanden sich kreisförmige Elektroden mit einer kapazitiven Ankopplung an einen Hochfrequenzgenerator mit einer Frequenz von 13,56 Mhz. Während den Untersuchungen am Plasmakristall wurde der Hochfrequenzgenerator mit einer Leistung von etwa 0,19 W betrieben. Als Mikropartikel wurden Melamin-Formaldehyd-Kügelchen mit einem Durchmesser von $2,0 \mu\text{m}$ verwendet. Diese wurden mit einem Dispenser in die Kammer injiziert. Zur Beobachtung hatte die Plasmakammer Glasfenster. Zu Evakuierung wurde ein Pumpstand mit Turbomolekularpumpe und integrierter Vorpumpe verwendet.

Die Kammer war mit einem 1L-Druckbehälter mit dem Füllgas Argon verbunden. Durch ein Ventilsystem wurde das Abpumpen und anschließend der Argondruck geregelt. Außerhalb der Plasmakammer

war ein Diodenlaser mit rotem 652-nm-Licht, das zu einer vertikalen Ebene aufgefächert wurde, angebracht. Das Licht wurde über einen Spiegel durch das Glas in die Kammer eingestrahlt. Durch die Streuung in eine vertikale Ebene wird etwa eine Kristallschicht von dem Laser beleuchtet. Vor der Kammer war eine HD-Kamera angebracht. Diese hatte einen Interferenzfilter, der nur das 652-nm-Licht hindurch lässt, sodass nur das an den Mikropartikeln gestreute Licht aufgenommen wurde. Durch das Bewegen des Lasers in der Tiefe, konnten verschiedene Kristallebenen angesehen werden. In x-Richtung konnte die Kameraposition mit einer Mikrometerschraube verstellt werden, in z-Richtung konnte die Kamera motorisiert verschoben werden.

Zur Ansteuerung des Lasers, der Ventile und des Dispensors sowie für die Druckanzeige und -regelung gab es eine Steuerelektronik. Diese wurde mit einem DOS-PC mit dem Programm *krilab* bedient. Zur Anzeige, Aufzeichnung und Auswertung der Kamerabilder sowie zur Steuerung des Scanmotors wurde ein weiterer Windows-PC verwendet.

3. Versuchsdurchführung

Vor dem Versuch wurde die Plasmakammer mit dem Pumpstand evakuiert. In die evakuierte Plasmakammer wurde das Argongas eingelassen. Danach wurde die Leistung des Hochfrequenzgenerators langsam hochgefahren, bei etwa 1,6 W zündete das Plasma. Danach wurde die Leistung wieder auf 0,19 W heruntergefahren, sodass das Plasma gerade noch sichtbar war. Es wurden die Mikropartikel in die Kammer gegeben. Durch den Laser und die Kamera waren sie gut zu sehen. Der Druck wurde variiert, sodass die Partikel nicht mehr schwingen. Der Plasmakristall wurde bei einem Druck von 0,34 mbar untersucht.

Zunächst wurde die Kamera mit der Mikrometer um eine bekannte Distanz seitlich verschoben und die Distanz, um die das Bild gewandert ist, am Bildschirm ausgemessen, um einen Umrechnungsfaktor von Pixel in μm zu erhalten. Nachdem sich der Plasmakristall gebildet hatte wurde die Ausdehnung des Kristalls und die Teilchenabstände auf dem Bildschirm ausgemessen.

Danach wurden mit dem Laser die verschiedenen Ebenen des Kristalls in der Tiefe durchgescannt und aus dem aufgenommenen Film mit Hilfe eines Programms ein dreidimensionales Bild des Plasmakristalls erstellt. An diesem Abbild konnte der Kristall untersucht werden. Schließlich wurde durch Beobachten des Kristalls im Echtzeitvideo qualitativ der Einfluss einer Änderung der Hochfrequenzleistung oder des Drucks auf den Kristall überprüft. Der Laserscan ergab am ersten Messtag aufgrund eines technischen Fehlers keine verwendbaren Ergebnisse. Daher musste der Laserscan an einem zweiten Messtag mit gleichem Aufbau wiederholt werden.

4. Auswertung

4.1. Kristallbildung

Nachdem die Mikropartikel in die Plasmakammer gegeben wurden, dauerte es etwa fünf Minuten bis der Plasmakristall auskristallisiert war, d.h. die Partikel ordneten sich in regelmäßigen Strukturen an. Der Vorgang konnte über das Videobild in Echtzeit beobachtet werden. Während der Auskristallisation waren an den seitlichen Rändern kreisförmige Strömungen der Partikel zu erkennen, was auf Randeffekte der Elektroden zurückzuführen ist. An den Rändern bildeten sich keine regelmäßigen

Kristallstrukturen aus. Die unteren Schichten des Kristalls sind etwas ausgeprägter, da sie aufgrund der Schwerkraft zusätzlichen Druck von den oberen Schichten erfahren. In Abbildung 3 ist ein Bild der Kamera zu sehen.

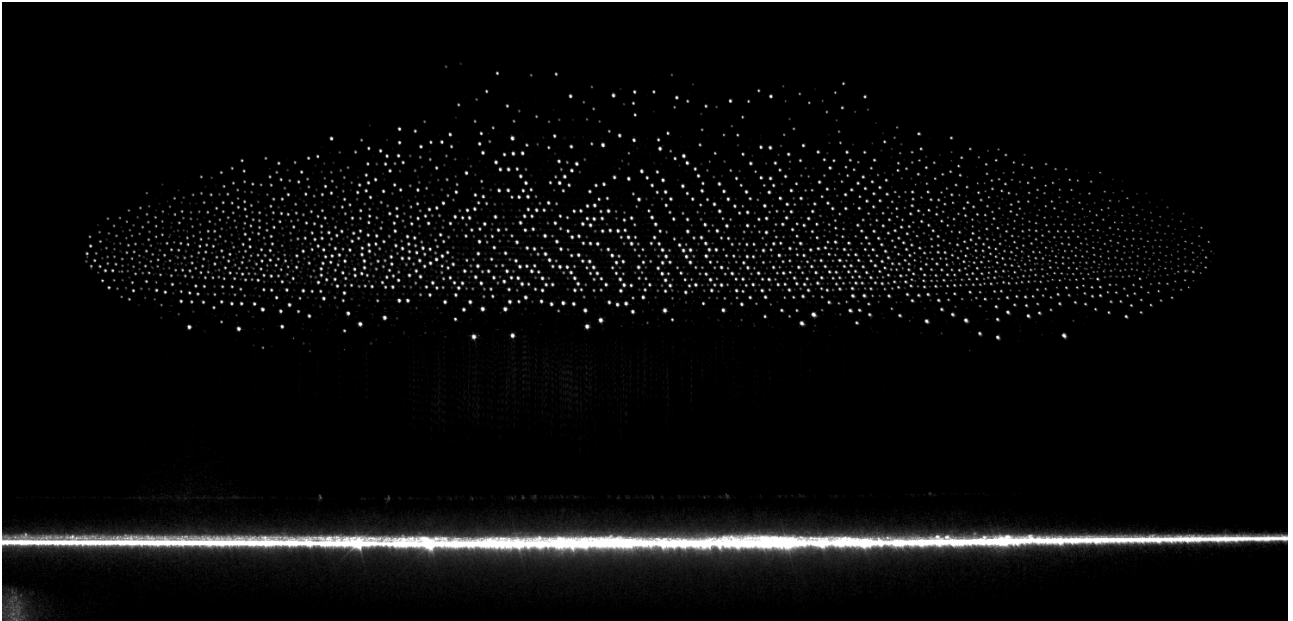


Abbildung 3: Bild des Plasmakristalls von der Videokamera vom ersten Messtag

4.2. Abmessung des Kristalls

Zunächst wurde der Abbildungsmaßstab A des Kamerasystems bestimmt. Die abgemessene Länge von 0,9507 " entsprach einem Abstand im Bild von 1075 Pixeln:

$$A = \frac{0,9507 \text{ "}}{1075 \text{ px}} = \frac{0,9507 \cdot 0,0254 \text{ m}}{1075 \text{ px}} = 22,46305 \frac{\mu\text{m}}{\text{px}} \quad (5)$$

Die gemessenen Teilchenabstände in horizontaler x-Richtung und vertikaler y-Richtung sind in Ta-

	x-Richtung		y-Richtung	
	Länge [px]	# Abstände	Länge [px]	# Abstände
Mitte unten	36	4	26	3
Mitte halbe Höhe	39	4	29	3
rechte Seite unten	49	5	28	4
rechte Seite halbe Höhe	48	5	35	3
mittlerer Partikelabstand	9,5375	1	9,25	1

Tabelle 1: An einem angehaltenem Videobild abgemessene Abstände der Mikropartikel und deren Mittelwerte

belle 1 aufgeführt. Aufgrund der wenigen Messwerte wird als Fehler die größte Abweichung vom



Mittelwert verwendet:

$$\begin{aligned} \text{x-Richtung: } \max \left| \text{mittlerer Partikelabstand} - \frac{\text{Länge}_i}{\text{Abstände}_i} \right| &= \left| 9,5375 \text{ px} - \frac{36 \text{ px}}{4} \right| = 0,5375 \text{ px} \quad (6) \\ \text{analog y-Richtung: } \left| 9,25 \text{ px} - \frac{35 \text{ px}}{3} \right| &= 2,41\bar{6} \text{ px} \end{aligned}$$

Mit dem Maßstab A aus (5) ergibt sich der Gitterabstand d :

$$\begin{aligned} d_x &= 9,5375 \text{ px} \cdot 22,4630 \frac{\mu\text{m}}{\text{px}} = 214,24134 \mu\text{m} \\ \Delta d_x &= 0,5375 \text{ px} \cdot 22,4630 \frac{\mu\text{m}}{\text{px}} = 12,0739 \mu\text{m} \\ \implies d_x &= (214 \pm 12) \mu\text{m} \\ d_y &= 9,25 \text{ px} \cdot 22,4630 \frac{\mu\text{m}}{\text{px}} = 207,78321 \mu\text{m} \\ \Delta d_y &= 2,41\bar{6} \text{ px} \cdot 22,4630 \frac{\mu\text{m}}{\text{px}} = 54,2857 \mu\text{m} \\ \implies d_y &= (207 \pm 54) \mu\text{m} \end{aligned} \quad (7)$$

Für die Abschätzungen wird noch ein Mittelwert bestimmt:

$$\begin{aligned} \bar{d} &= \frac{d_x + d_y}{2} = \frac{214,24134 + 207,78321}{2} \mu\text{m} = 211,012255 \mu\text{m} \\ \Delta \bar{d} &= \frac{12,0739 + 54,2857}{2} \mu\text{m} = 33,1798 \mu\text{m} \\ \implies \bar{d} &= (211 \pm 33) \mu\text{m} \end{aligned} \quad (8)$$

Auf dem angehaltenem Videobild wurde etwa ein größtmögliches Rechteck, indem noch die Kristallstruktur zu erkennen war, gewählt, und dessen Breite zu 600 px und dessen Höhe zu 190 px bestimmt. Mit dem Abbildungsmaßstab (5) ergibt sich die Breite b und die Höhe h des Kristalls:

$$\begin{aligned} b &= 1,347783 \text{ cm} \approx 1,35 \text{ cm} \\ h &= 0,42679795 \text{ cm} \approx 0,43 \text{ cm} \end{aligned} \quad (9)$$

Aus diesen Abmessungen wird die Gesamtteilchenzahl N des Kristalls abgeschätzt. Dazu wird der Kristall als Zylinder angenommen und mit $\frac{1}{2} \cdot \frac{b}{d_x}$ für den Radius und $\frac{h}{d_y}$ für die Höhe gerechnet:

$$\begin{aligned} N &= \pi \left(\frac{b}{2d_x} \right)^2 \cdot \frac{h}{d_y} = 63.846,21427 \\ \Delta N &= N \left(2 \frac{\Delta d_x}{d_x} + \frac{\Delta d_y}{d_y} \right) = 23.876,84446 \end{aligned}$$

In der linearen Fehlerfortpflanzung ist jedoch noch nicht berücksichtigt, dass der Kristall fälschlicherweise als Zylinder angenommen wurde. Insgesamt kann abgeschätzt werden:

$$N = 10.000 \text{ bis } 100.000 \quad (10)$$



4.3. Abschätzungen

Mit den folgenden Werten und einigen Formeln aus [1] sollen weitere Abschätzungen gemacht werden.

$$\begin{aligned}
 &\text{Partikelradius: } a = 1 \mu\text{m} \\
 &\text{Elektronentemperatur: } kT_e = 3 \text{ eV} \\
 &\text{Ionentemperatur: } kT_i = 0,03 \text{ eV} \\
 &\text{Dichte von Melamin-Formaldehyd: } \rho = 1510 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\
 &\text{kinetische Partikeltemperatur: } T_d = 300 \text{ K} \\
 &\text{Dichte der Ionen: } n_i = 10^9 \frac{1}{\text{cm}^3}
 \end{aligned} \tag{11}$$

Die Materialkonstante für die Oberflächenladung der Partikel von Argongas beträgt $B = 0,73$. Die Wechselwirkungskräfte der Partikel mit den Neutralgasatomen F_n , mit den Ionen F_i und die thermophoretische Kraft F_{th} können vernachlässigt werden: $F_n = F_i = F_{th} = 0$.

Partikelladung Q Mit $Q = Ze$, Formel (2) und der Atommasse von Argon $M = 39,948(1)$ u [2, S. 746] ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 Q &= 0,73 \frac{4\pi\epsilon_0 \cdot 1\mu\text{m} \cdot 3 \text{ eV}}{e} \ln \sqrt{\frac{3}{0,03} \cdot \frac{m_e \cdot N_A}{39,948 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}} \\
 &= -8,0296524 \cdot 10^{-16} \text{ C} = -5.011,7152e \approx -8 \cdot 10^{-16} \text{ C} \approx -5.000e
 \end{aligned} \tag{12}$$

Das zur Levitation der Partikel nötige elektrische Feld E Wegen $F_n = F_i = F_{th} = 0$ müssen Gewicht und elektrische Kraft betragsgleich sein:

$$\begin{aligned}
 |QE| &= mg, \quad m: \text{Partikelmasse} \\
 \Rightarrow E &= \left| \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi a^3 g}{Q} \right| \\
 &= \frac{1510 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{4}{3}\pi (1\mu\text{m})^3 \cdot g}{8,0296524 \cdot 10^{-16} \text{ C}} = 77,2483988 \frac{\text{V}}{\text{m}} \approx 77 \frac{\text{V}}{\text{m}}
 \end{aligned} \tag{13}$$

Debyelänge λ_D Da es sich um ein schwach ionisiertes Plasma handelt, ist $T_e \gg T_i$, und (1) vereinfacht sich:

$$\lambda_D \approx \sqrt{\frac{\epsilon_0 k T_i}{e^2 n_i}} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \cdot 0,03 \text{ eV}}{e^2 \cdot 10^9 \frac{1}{\text{cm}^3}}} = 40,7173785 \mu\text{m} \approx 40,7 \mu\text{m} \tag{14}$$

Coulomb-Kopplungsparameter Γ der Partikel

$$\Gamma = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 d k T} \tag{15}$$



Es wird eingesetzt $T = T_d$ und $d = \bar{d}$ aus (8):

$$\begin{aligned}\Gamma &= \frac{(-8,0296524 \cdot 10^{-16} \text{ C})^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 211,012255 \mu\text{m}} = 6.630,132513 \\ \Delta\Gamma &= \left| \frac{\partial\Gamma}{\partial\bar{d}} \cdot \Delta\bar{d} \right| = \Gamma \cdot \frac{\Delta\bar{d}}{\bar{d}} = 6.630,132513 \cdot \frac{33,1798 \mu\text{m}}{211,012255 \mu\text{m}} = 1.042,529358 \\ &\Rightarrow \Gamma = 6.630 \pm 1.043 > 1.000\end{aligned}\quad (16)$$

Dies bestätigt, dass eine Kristallisation möglich ist. [1, S. 16]

Effektiver Coulomb-Kopplungsparameter Γ_{eff} In (3) wird wieder $r = \bar{d}$ aus (8) eingesetzt:

$$\begin{aligned}\Gamma_{\text{eff}} &= \Gamma \cdot e^{-\frac{\bar{d}}{\lambda_D}} = 6.630,132513 \cdot e^{-\frac{211,012255 \mu\text{m}}{40,7173785 \mu\text{m}}} = 37,22634086 \\ \Delta\Gamma_{\text{eff}} &= \left| \frac{\partial\Gamma_{\text{eff}}}{\partial\bar{d}} \cdot \Delta\bar{d} \right| = \Gamma \cdot \Delta\bar{d} \cdot e^{-\frac{\bar{d}}{\lambda_D}} \left| \frac{1}{\bar{d}} - \frac{1}{\lambda_D} \right| \\ &= 6.630,132513 \cdot 33,1798 \mu\text{m} \cdot e^{-\frac{211,012255 \mu\text{m}}{40,7173785 \mu\text{m}}} \left| \frac{1}{211,012255 \mu\text{m}} - \frac{1}{40,7173785 \mu\text{m}} \right| \\ &= 24,48151048 \\ &\Rightarrow \Gamma_{\text{eff}} = 37 \pm 24\end{aligned}\quad (17)$$

4.4. Untersuchung mithilfe eines Laserscans

Mithilfe der Analysesoftware Octave konnten aus dem Laserscan die Teilchenkoordinaten der Teilchenwolke ermittelt werden. Eine Darstellung ist in Abbildung 4 zu sehen. Daraus wurde mit der Software eine Häufigkeitsverteilung der Abstände, die in Abbildung 5 zu sehen ist, ermittelt. Daraus lässt sich der Peak bei etwa $170 \mu\text{m}$ ablesen, d.h. der durchschnittliche Teilchenabstand ist etwas geringer als abgeschätzt (vgl. (8)).

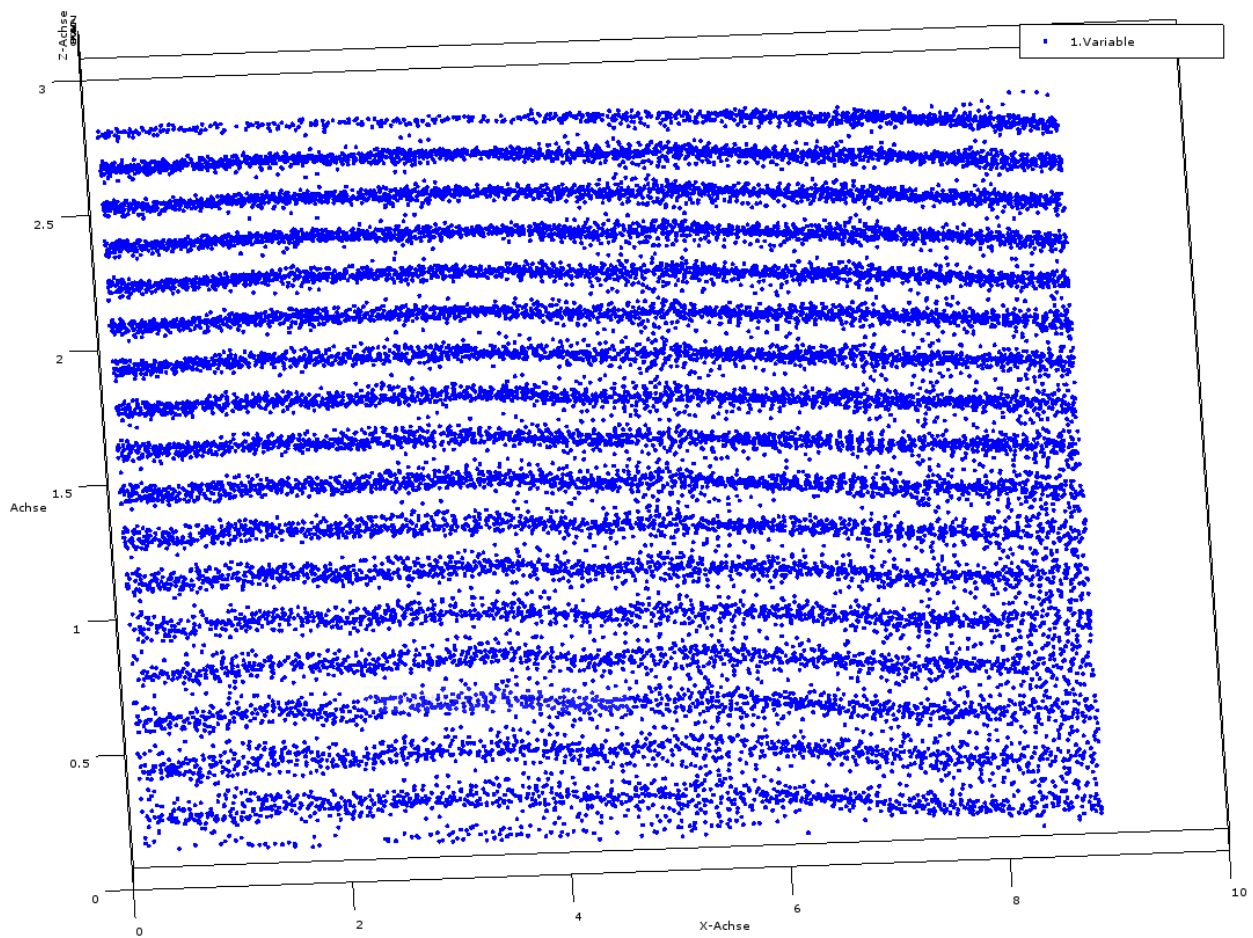


Abbildung 4: Darstellung des dreidimensionalen Rasters, das aus dem Laserscan ermittelt wurde

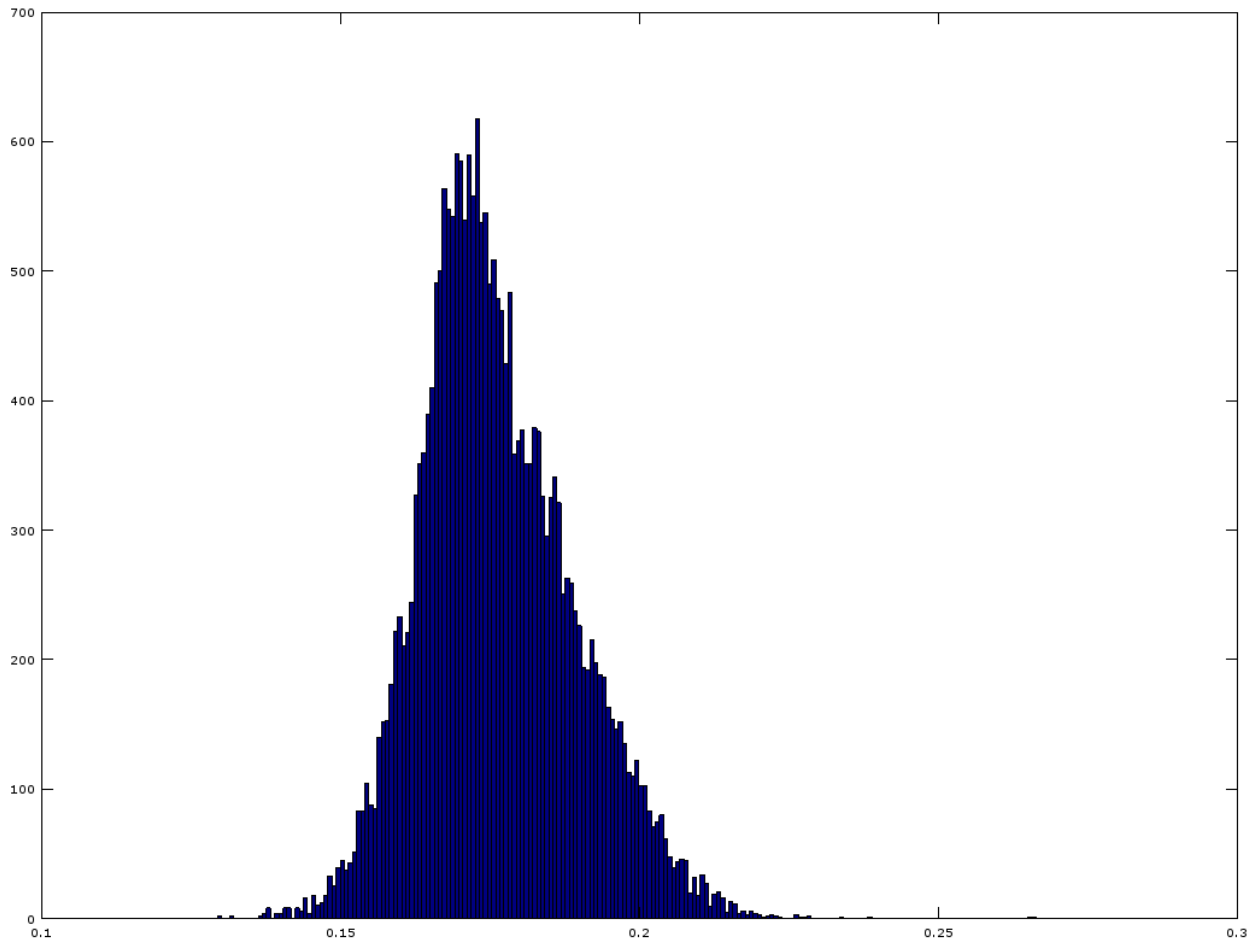


Abbildung 5: Verteilung der Teilchenabstände in der Teilchenwolke mit dem Teilchenabstand in mm auf der x-Achse und der Anzahl auf der y-Achse

Mit der Software konnte so auch die Paarkorrelationsfunktion (4) des Kristalls dargestellt werden zu sehen in Abbildung 6. Diese gibt uns Auskunft darüber in welchem Abstand r von einem Partikel weitere Partikel zu finden sind. Man kann vier Peaks erkennen (zwei davon sind etwas überlagert), d.h. es besteht eine Fernordnung im Kristall, er ist also im festen Aggregatzustand. Die Peaks des Graphen sind in Tabelle 2 extrahiert. Die Peakpositionen r_{mi} wurden auf die Position des ersten Peaks r_{m1} skaliert, um sie danach besser mit den idealen Kristallen zu vergleichen.

Außerdem wurden mit der Software die Rotationsinvarianten der Local-Order-Analyse q_4 und q_6 für jeweils acht und zwölf nächste Nachbarn berechnet. Die Rotationsinvarianten wurden für jedes Teilchen berechnet. Die Verteilung der Werte wurde als farbiges Histogramm dargestellt, zu sehen in Abbildung 8 und 7. In dem Histogramm für acht nächste Nachbarn in Abbildung 8 sieht man das stärkste Maximum etwa im Bereich um $(q_4 = 0,24|q_6 = 0,55)$, ein weiteres aber weniger starkes etwa im Bereich um $(q_4 = 0,37|q_6 = 0,57)$ und ein ganz schwaches Maximum etwa im Bereich um $(q_4 = 0,48|q_6 = 0,57)$. In dem Histogramm für zwölf nächste Nachbarn in Abbildung 7 sieht man zwei starke oder ein ausgedehntes Maximum in den Bereichen um etwa $(q_4 = 0,13|q_6 = 0,43)$ und um etwa $(q_4 = 0,13|q_6 = 0,48)$. Man sieht ein weiteres, schärferes Maximum im Bereich um etwa $(q_4 = 0,18|q_6 = 0,55)$. Es gibt also nicht ein scharfes Maximum, wie es bei einem idealen Kristall wäre, sondern mehrere ausgedehnte.

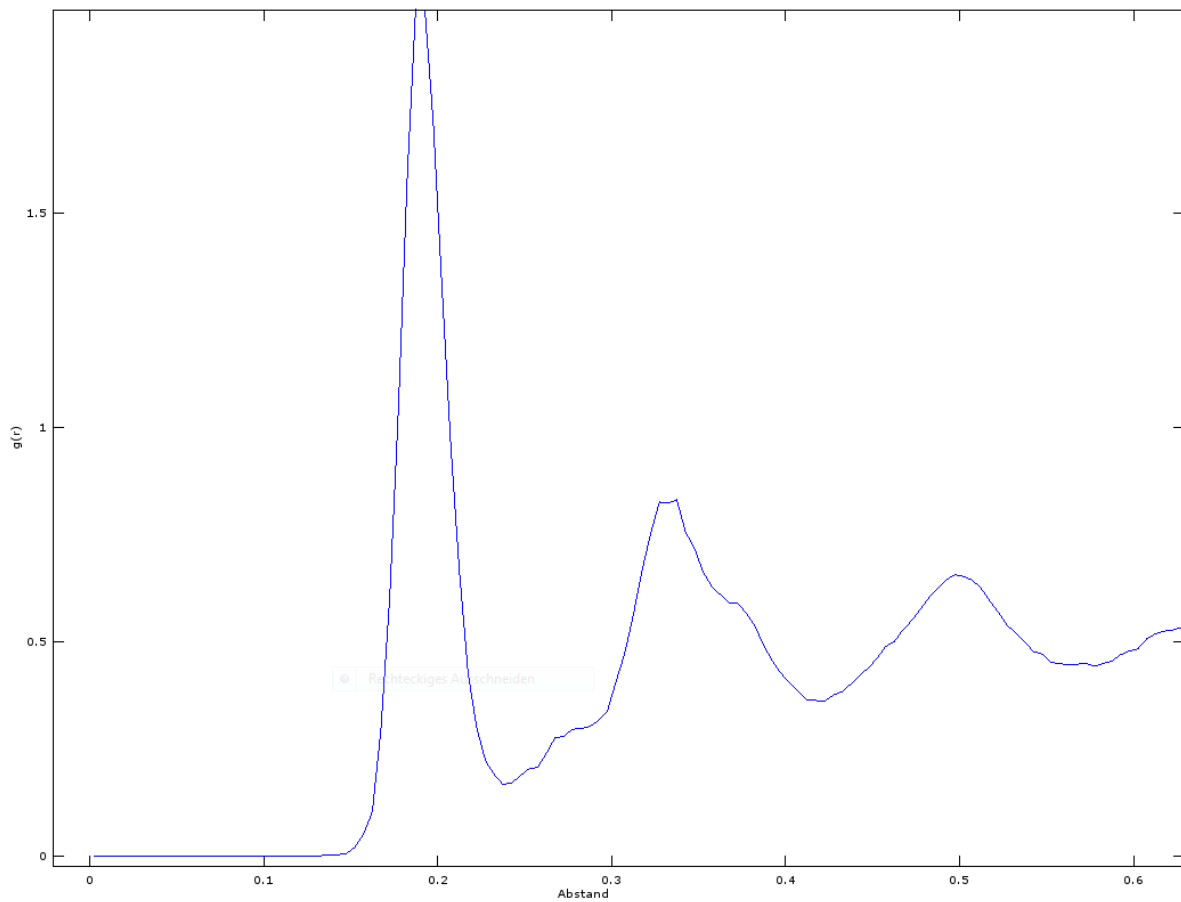


Abbildung 6: Paarkorrelationsfunktion $g(r)$ des Plasmakristalls aufgetragen gegen den Abstand r in mm

Peaknr.	r [mm]	$\frac{r}{r_{m1}}$	$g(r)$ ca.
m1	0,189	1	2
m2	0,328	1,74	0,8
m3	0,369	1,95	0,6
m4	0,495	2,62	0,7

Tabelle 2: die Peakpositionen der Paarkorrelationsfunktion des Plasmakristalls und etwa deren Funktionswert $g(r)$

4.4.1. Ermitteln der Kristallstruktur

Um herauszufinden, welche Kristallgitterarten in unserem Kristall vorhanden sind, wurden mit der Software ideale Raster der Kristallstrukturen BCC (kubisch Raumzentriert), FCC (kubisch Flächenzentriert) und HCP (hexagonale Struktur und dichteste Kugelpackung) generiert und deren Teilchenabstand, Paarkorrelationsfunktion $g(r)$ und Rotationsinvarianten q_4 und q_6 berechnet.

Die idealen Kristalle haben als Längeneinheit den Teilchenabstand, daher ergeben die Plots des Teilchenabstandes der idealen Kristalle, dargestellt in Anhang A.1, trivialerweise alle 1.



Im Gegensatz zur Messung besteht die Paarkorrelationsfunktionen $g(r)$ der idealen Kristalle, dargestellt in Anhang A.2, aus scharfen Peaks unterschiedlicher Höhe. Alle drei Funktionen haben (triviale) Peaks bei ganzzahligen Abständen r . Die Peaks wurden in Tabelle 3 extrahiert. Indem man die skalierten Peakpositionen $\frac{r_{mi}}{r_{m1}}$ der gemessenen Paarkorrelationsfunktion mit den den Peakpositionen der idealen Paarkorrelationsfunktionen vergleicht, lassen sich die Peaks zuordnen. Bei der BCC-Struktur lassen sich nur die Trivialen Peaks b1 und b5 zuordnen. Bei den BCC- und FCC-Strukturen lassen sich alle vier Peaks der Messung den höchsten vier Peaks der idealen Kristalle zuordnen (s. Tabelle 3). Dies spricht dafür, dass der Plasmakristall eine BCC-, FCC-Struktur oder eine Mischung aus beiden Strukturen hatte.

Peaknr.	r [mm]	$g(r)$ ca.	zugeordnet
BCC			
b1	1	100	m1
b2	1,15	75	
b3	1,63	75	
b4	1,91	110	
b5	2 = 2·b1	20	m3
b6	2,3 = 2·b2	20	
b7	2,51	65	
b8	2,58	65	
b9	2,82	50	
FCC			
f1	1	130	m1
f2	1,41	50	
f3	1,73	130	m2
f4	2 = 2·f1	30	m3
f5	2,24	80	
f6	2,44	20	
f7	2,64	110	m4
f8	2,83 \approx 2·f2	10	
HCP			
h1	1	75	m1
h2	1,41	40	
h3	1,63	10	
h4	1,73	85	m2
h5	1,91	45	m3
h6	2 = 2·h1	5	m3
h7	2,24	35	
h8	2,38	30	
h9	2,44	15	
h10	2,51	15	
h11	2,58	25	
h12	2,64	50	m4
h13	2,7	10	
h14	2,88 \approx 2·h2	20	
h15	3 = 3·h1	5	

Tabelle 3: die Peakpositionen der Paarkorrelationsfunktion der idealen Kristalle und etwa deren Funktionswert $g(r)$; Durch den Vergleich der Peakposition r mit der skalierten Peakposition des Plasmakristalls $\frac{r}{r_{m1}}$ lassen sich die größten Peaks der FCC- und HCP-Struktur zuordnen.



Die Rotationsinvarianten q_4 und q_6 ergeben für die idealen Kristalle jeweils genau einen Wert. Da in der BCC-Struktur ein Teilchen acht nächste Nachbarn hat, wurden q_4 und q_6 für acht nächste Nachbarn berechnet. Für die FCC- und HCP-Struktur wurden sie analog für zwölf nächste Nachbarn berechnet. Die Ergebnisse sieht man in Tabelle 4. Die Wertepaare wurden in die Histogramme der Rotationsinvariante des Plasmakristalls in Abbildung 7 und 8 eingetragen. In Abbildung 7 sieht man, dass die Maxima des Plasmakristalls etwas verschoben gegenüber den Wertepaaren der idealen Kristalle sind. Dennoch kann man sagen, dass das Maximum im Bereich um etwa $(q_4 = 0,18 | q_6 = 0,55)$ dem FCC-Wertepaar und das Maximum im Bereich um etwa $(q_4 = 0,13 | q_6 = 0,48)$ dem HCP-Wertepaar entspricht. Daraus lässt sich schließen, dass im Plasmakristall teilweise eine FCC- und teilweise eine HCP-Struktur vorlag, wie die Paarkorrelationsfunktion bereits vermuten ließ. In Abbildung 8 lässt sich höchstens noch das sehr schwache Maximum im Bereich um etwa $(q_4 = 0,48 | q_6 = 0,57)$ dem BCC-Wertepaar zuordnen.

Struktur	# nächste Nachbarn	q_4	q_6
BCC	8	0,50198	0,62854
FCC	12	0,19094	0,57452
HCP	12	0,097222	0,48476

Tabelle 4: Rotationsinvarianten der idealen Kristalle

Als Fazit kann man sagen, dass der Plasmakristall keine durchgehende Ordnung besaß, aber teilweise eine FCC- und teilweise eine HCP-Struktur aufwies. Sehr schwach waren teilweise auch BCC-Strukturen vorhanden.

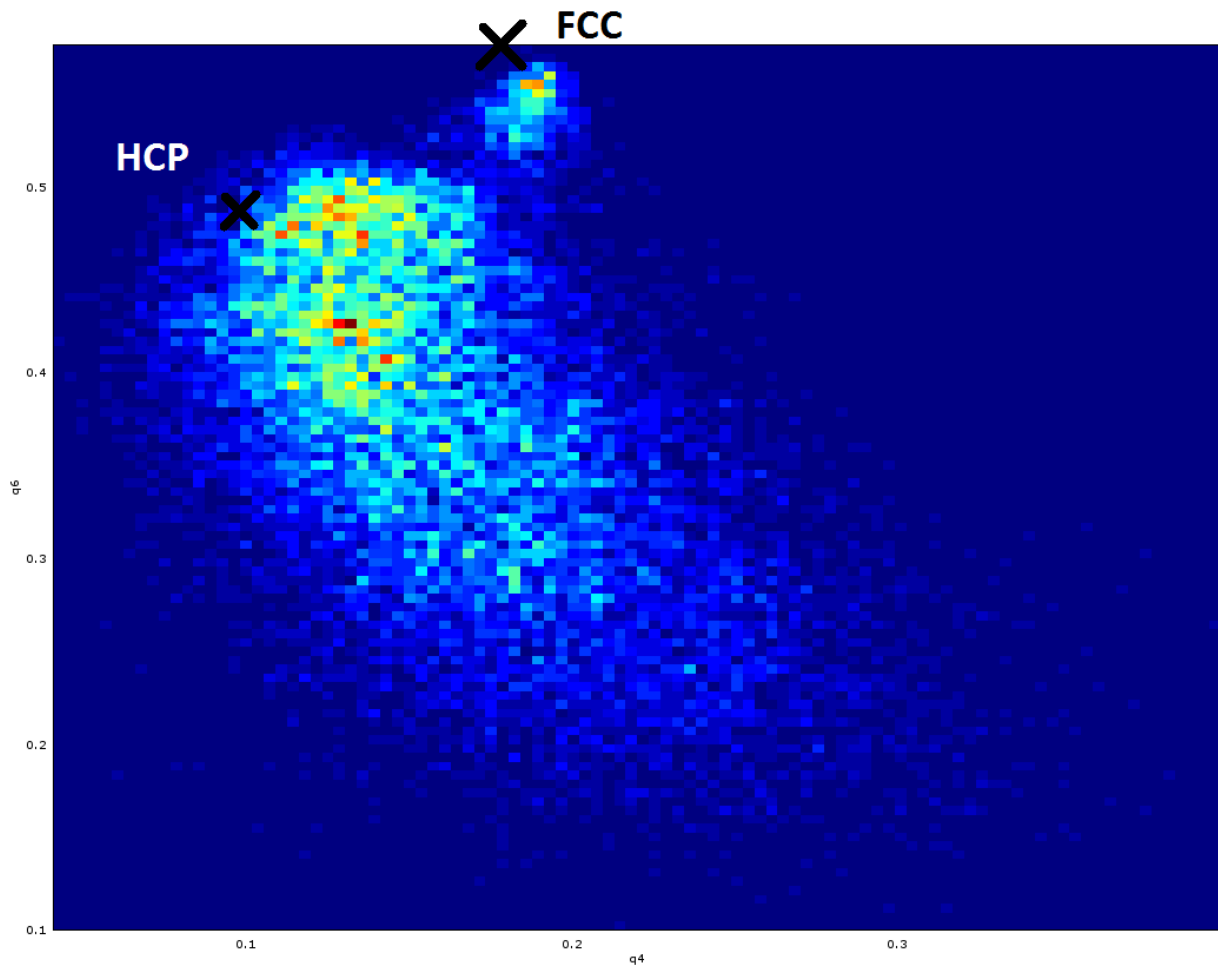


Abbildung 7: Histogramm der Verteilung der Rotationsinvarianten des Plasmakristalls für zwölf nächste Nachbarn; Zwei Maxima lassen sich den Wertepaaren des idealen FCC- und HCP-Kristalls zuordnen.

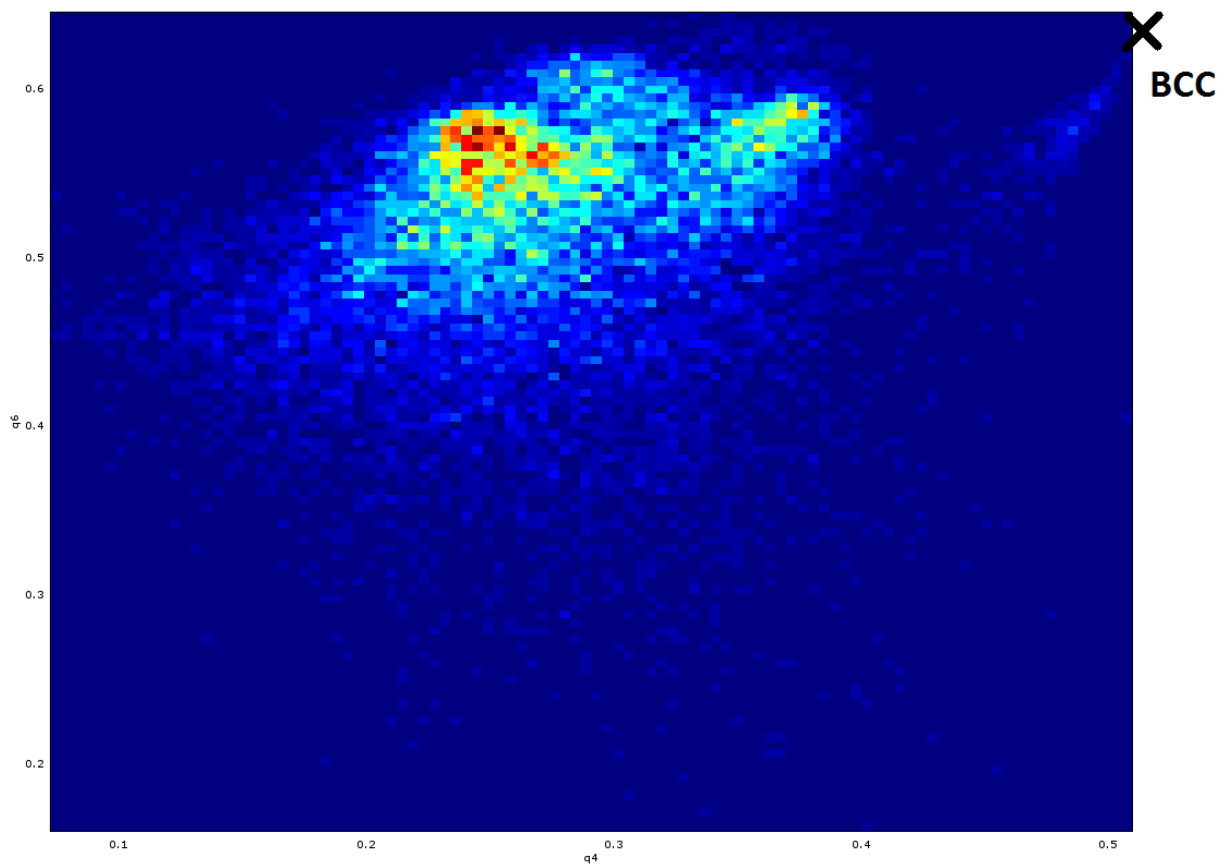


Abbildung 8: Histogramm der Verteilung der Rotationsinvarianten des Plasmakristalls für acht nächste Nachbarn; Ein schwaches Maximum könnte man dem Wertepaar des idealen BCC-Kristalls zuordnen.

4.5. Abhängigkeit von Hochfrequenzleistung und Druck

Es wurde schrittweise die Spannung der Elektroden von 0,075 V bis 2,5 V verändert. Dies entspricht einer Hochfrequenzleistung von 0,12 W bis 4 W. Beim Herunterfahren ging das Plasma bei einer Leistung von 0,12 W aus. Bei schrittweiser Erhöhung wurde der Kristall vertikal gestaucht, d.h. er wurde breiter und niedriger. In Abbildung 9 und 10 sieht man den Kristall bei 0,48 W und bei 4 W.



Abbildung 9: der Plasmakristall bei 0,48 W Hochleistungsleistungsfrequenz



Abbildung 10: der Plasmakristall bei 4 W Hochleistungsleistungsfrequenz

Der Kristall wurde bei 0,34 mbar untersucht. Bei Verringerung des Drucks beginnen die Partikel an der Unterseite des Kristalls zu schwingen. Je niedriger der Druck gestellt wird, desto mehr Partikel schwingen und desto heftiger schwingen sie. Der Kristall liegt dann also nicht mehr in der festen sondern flüssigen Phase vor. Abbildung 11 zeigt den Kristall bei 0,228 mbar. Bei niedrigerem Druck stoßen die Partikel weniger mit den Neutralgasatomen, sodass sich die kinetische Energie der Partikel erhöht. Gleichzeitig wird durch die Druckverringerng die Elektronentemperatur verringert, was wiederum die Ladung der Partikel Q verringert. Beide Effekte führen zu einer Verringerung des Coulomb-Kopplungsparameter, sodass das System schmilzt.

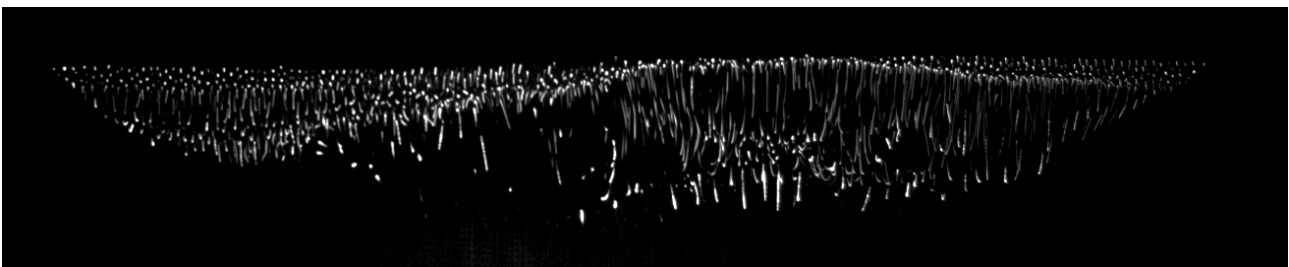


Abbildung 11: der Plasmakristall bei 0,228 mbar

Literatur

- [1] M. Thoma, M. Kretschmer, *Anleitung zum Versuch "Plasmakristall"*



- [2] J.R. de Laeter, J.K. Böhlke, P. De Bièvre, H. Hidaka, H.S. Peiser, K.J.R. Rosman und P.D.P. Taylor., *Atomic weights of the elements: Review 2000*, Pure Appl. Chem. 75, 683-800 (2000), <http://www.ciaaw.org/pubs/EXER-2000.pdf>

A. Untersuchung der idealen Kristallstrukturen

A.1. Teilchenabstand

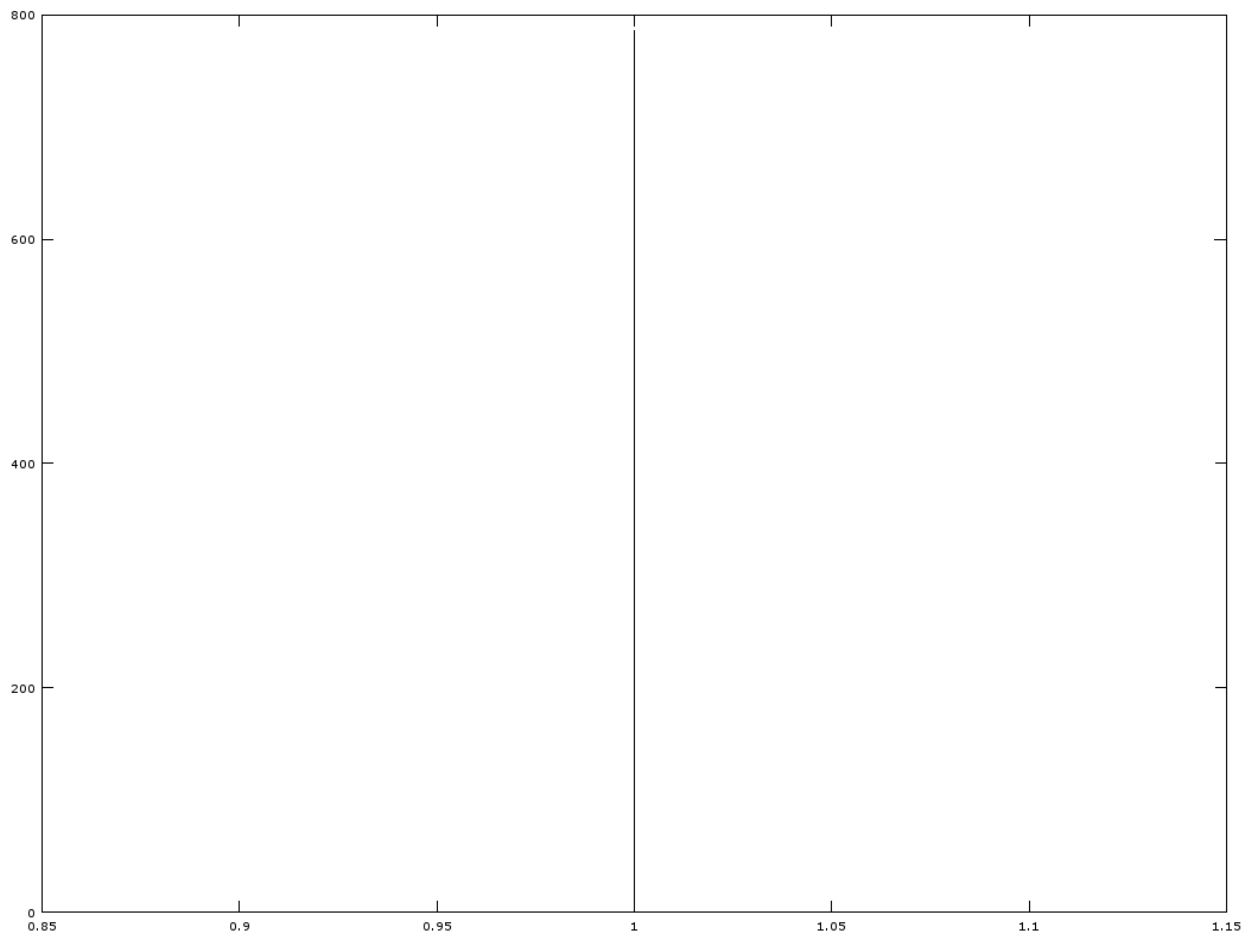


Abbildung 12: Teilchenabstand des idealen BCC-Kristalls

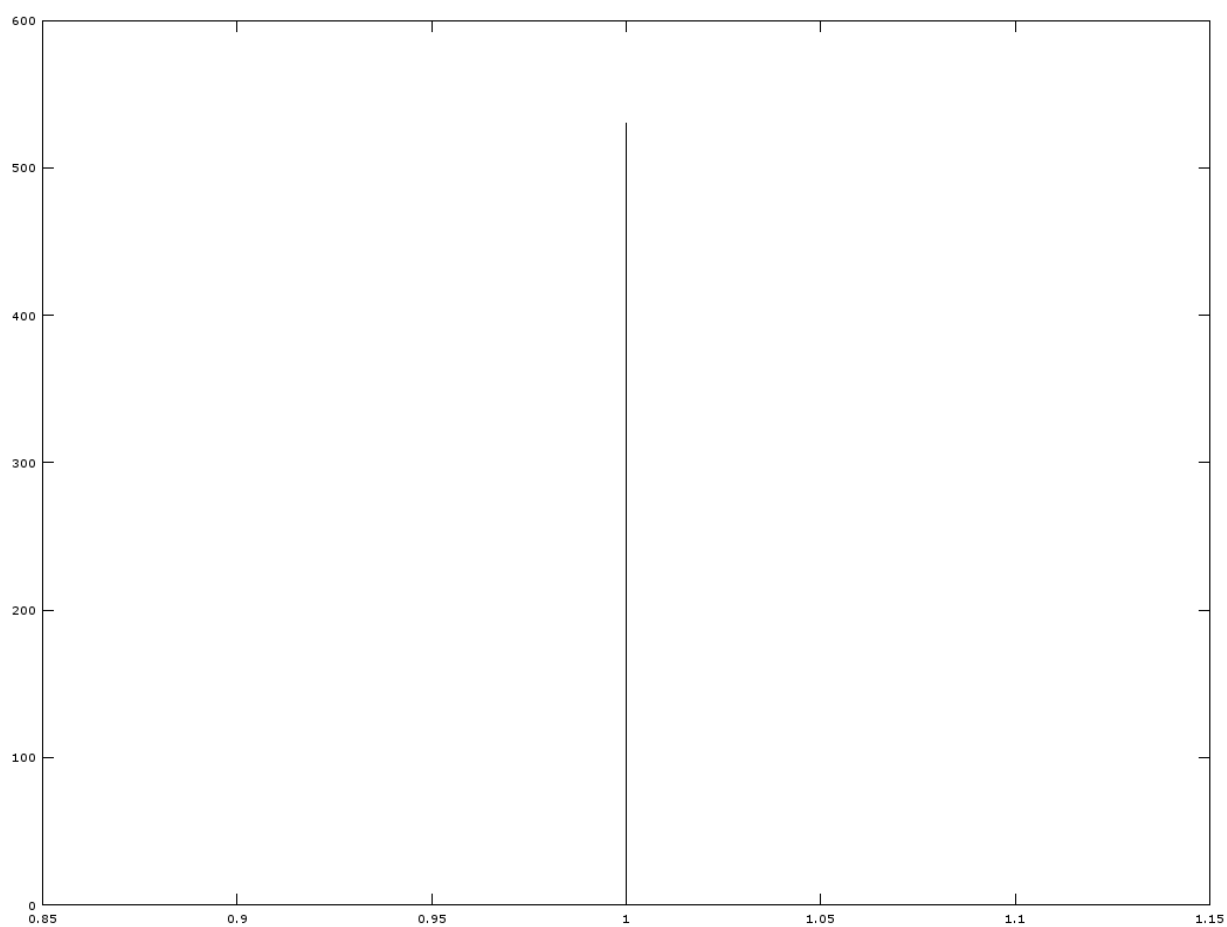


Abbildung 13: Teilchenabstand des idealen FCC-Kristalls

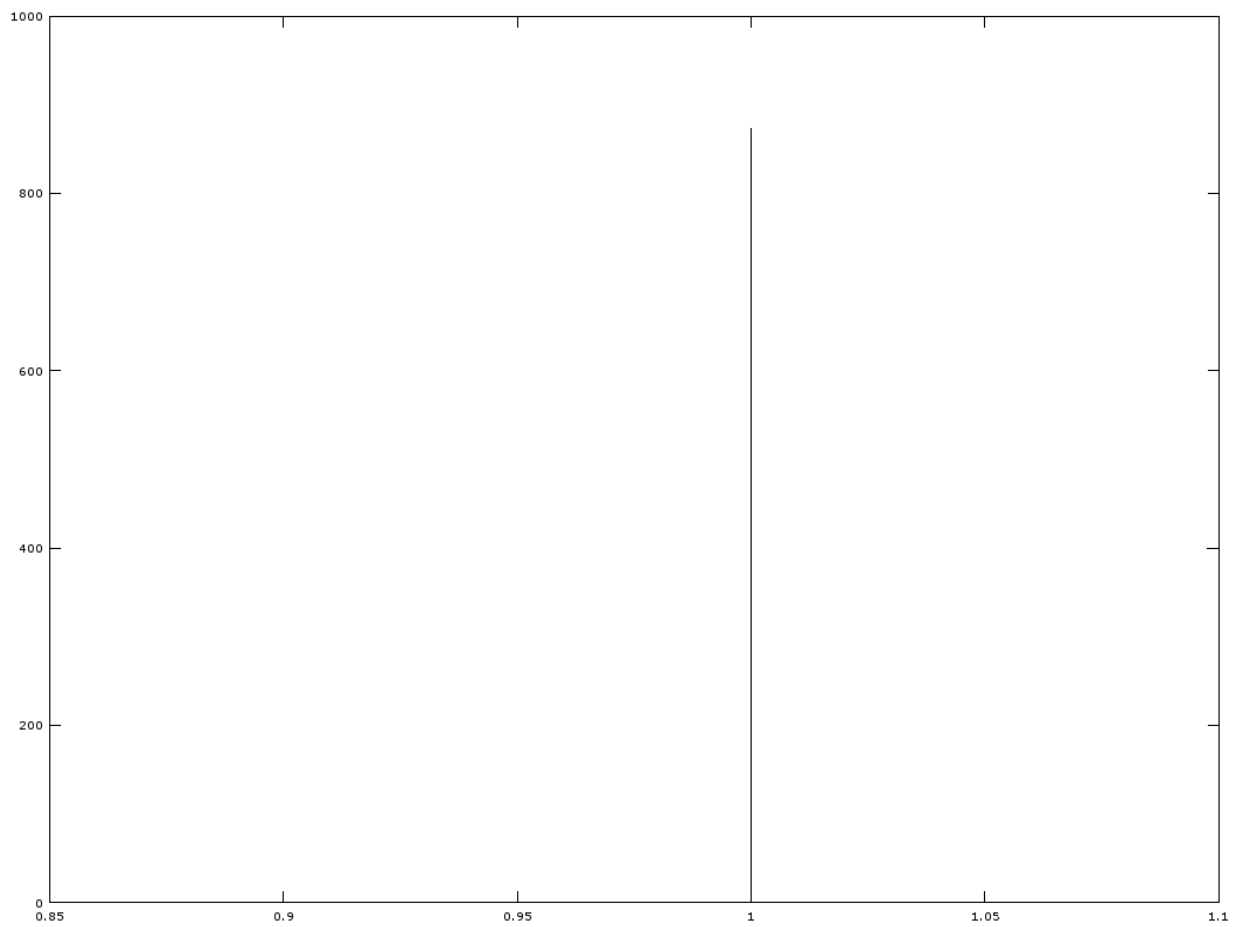


Abbildung 14: Teilchenabstand des idealen HCP-Kristalls



A.2. Paarkorrelationsfunktion

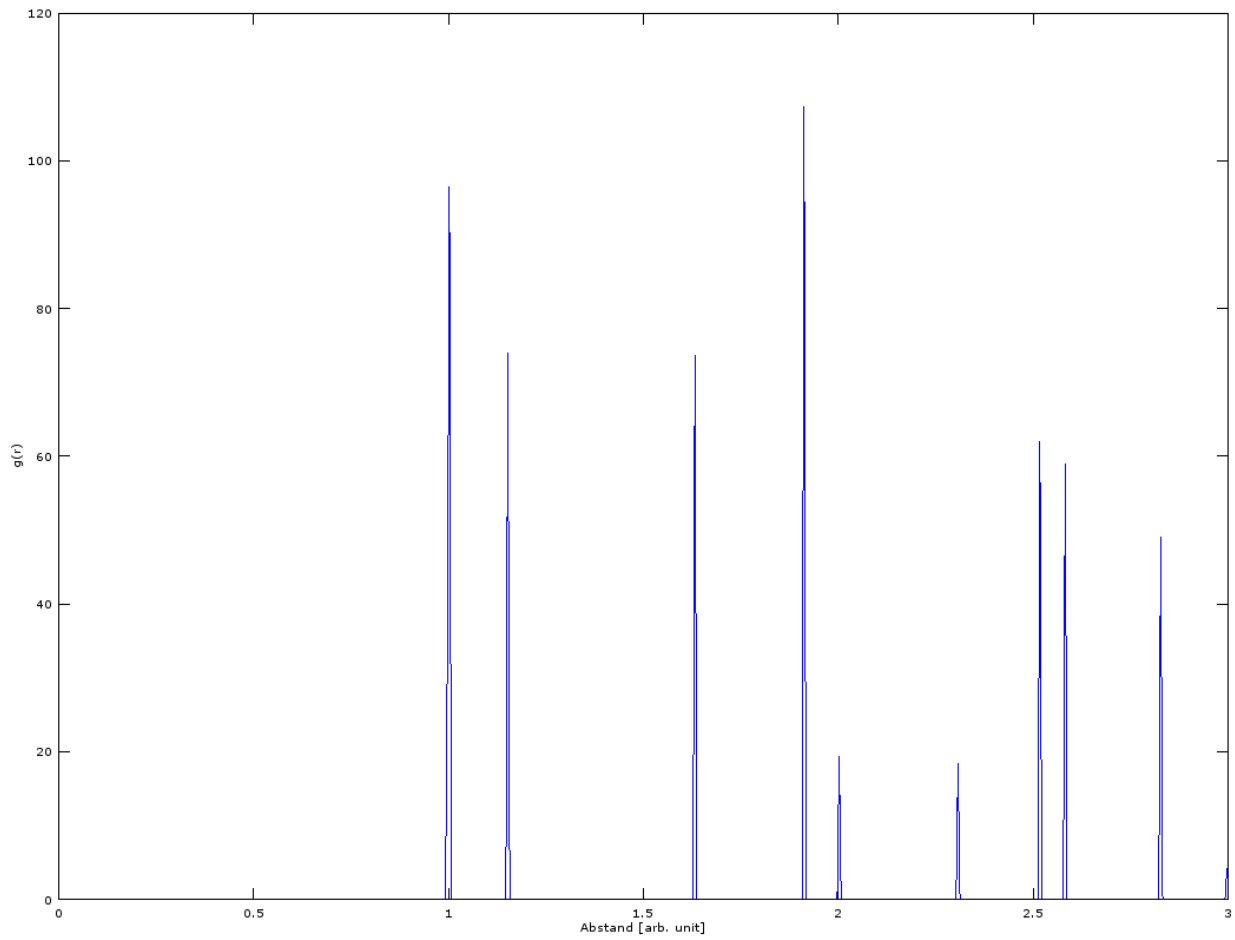


Abbildung 15: Paarkorrelationsfunktion $g(r)$ des idealen BCC-Kristalls; r ist in Einheiten des Teilchenabstandes.

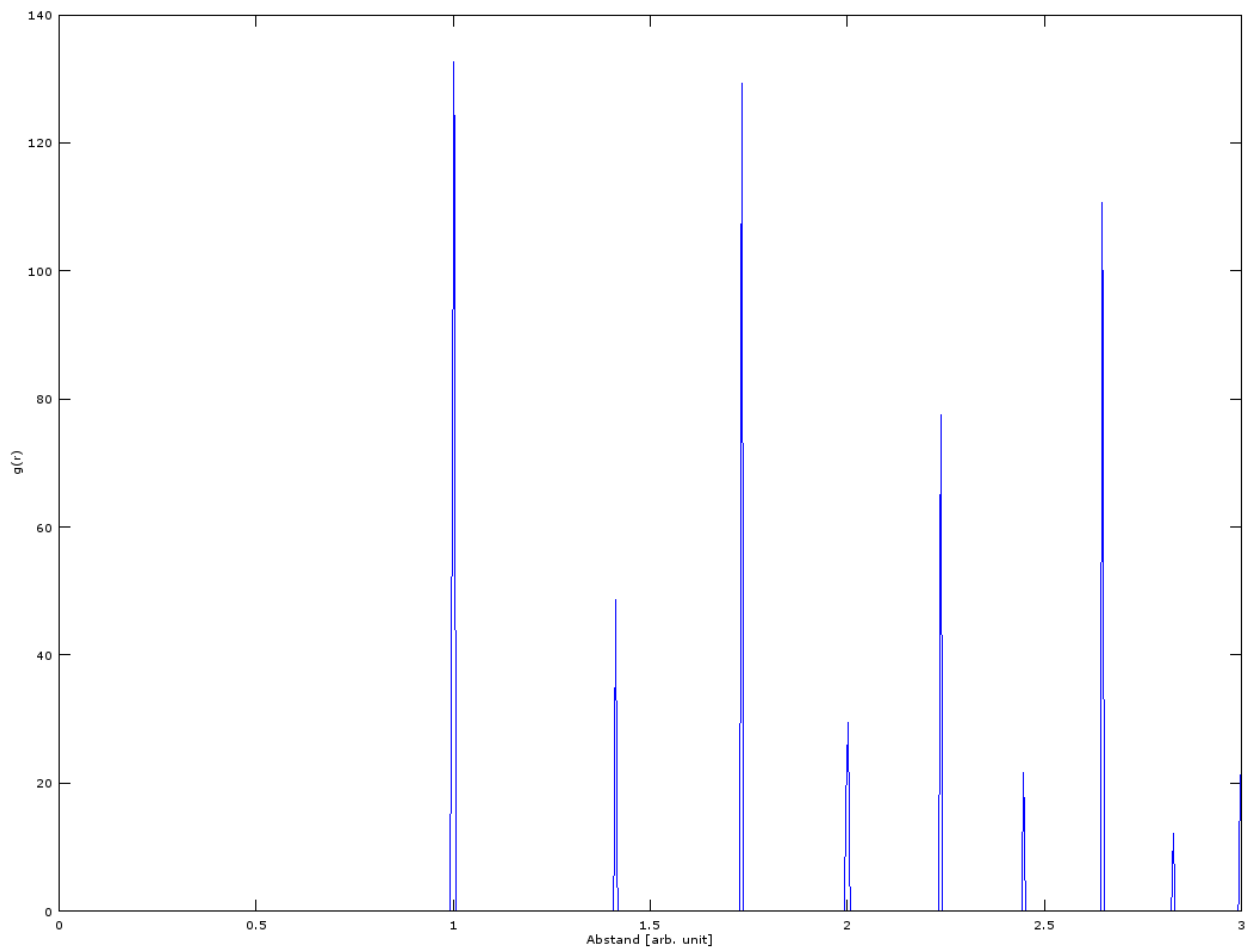


Abbildung 16: Paarkorrelationsfunktion $g(r)$ des idealen FCC-Kristalls; r ist in Einheiten des Teilchenabstandes.

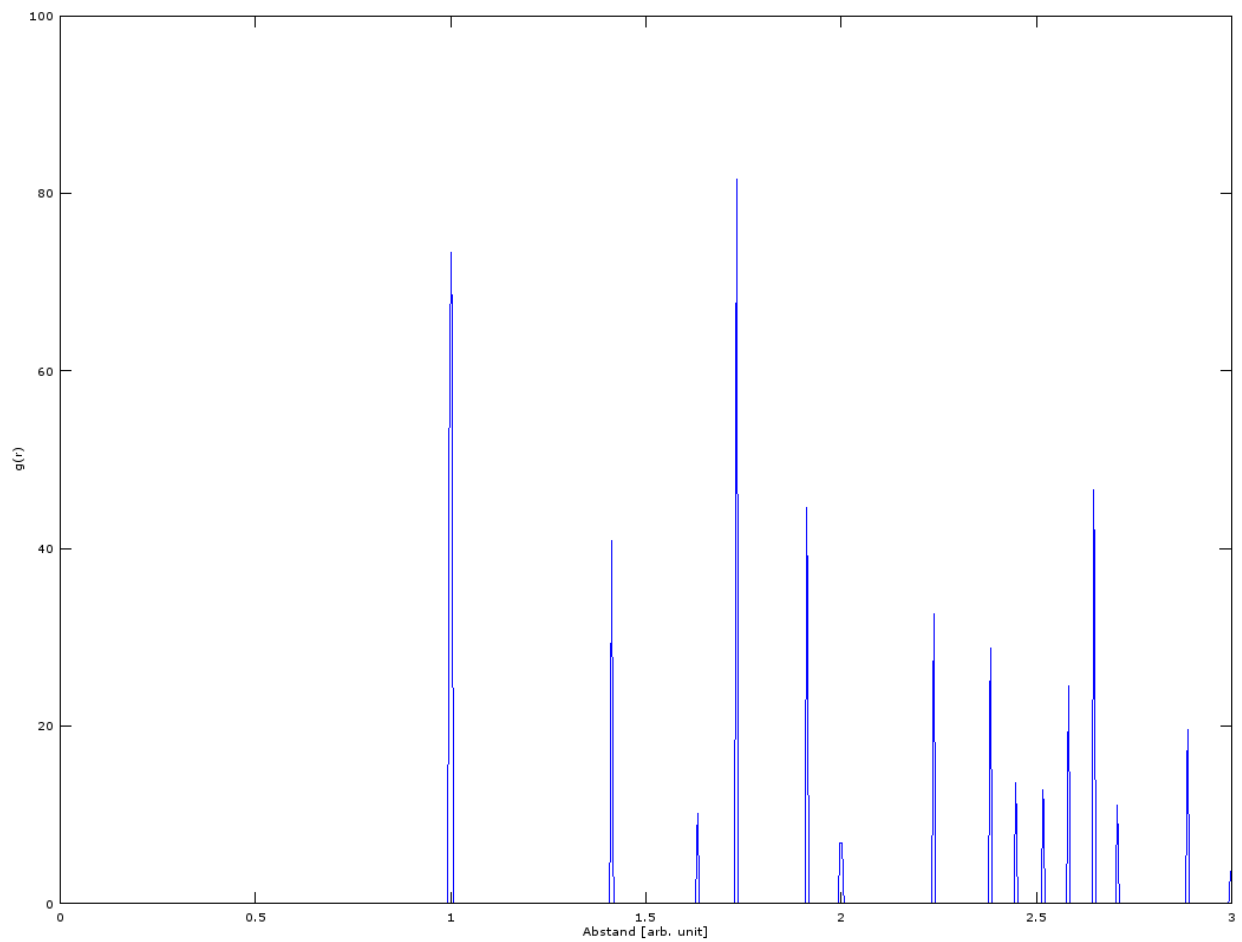


Abbildung 17: Paarkorrelationsfunktion $g(r)$ des idealen HCP-Kristalls; r ist in Einheiten des Teilchenabstandes.