

Mécanisme 6 barres

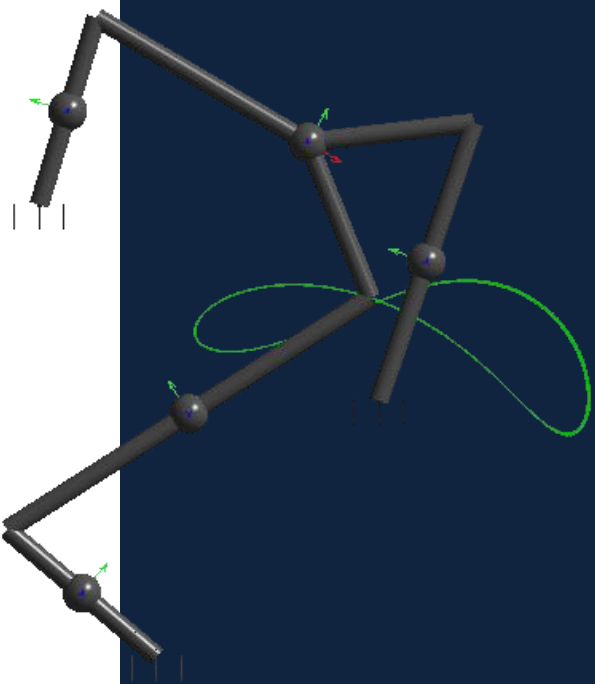
MATLAB

Sixbar.m

Fichier Matlab mettant en œuvre l'algorithme Newton-Raphson pour calculer les positions articulaires du mécanisme et afficher le mécanisme en mouvement.

Autres fichiers Matlab

- Circle.m
- Bushing.m



Florian Breut

1.1 Equations de contrainte du mécanisme

On part des équations vectorielles suivantes :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$	Pour le mécanisme 4 barres	(1) et (2)
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE}$	Position du point E	(3) et (4)
$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{FE}$	Autre relation vectorielle	(5) et (6)
$\dot{\phi}_2 = \omega$	Relation de pilotage	(7)

On en tire les équations de contrainte du mécanisme par projection sur les axes $\overrightarrow{x_0}$ et $\overrightarrow{y_0}$:

$$\begin{aligned}
 f1 &= l2.c2 + l3.c3 - l4.c4 - l1.c1 = 0 & (1) \\
 f2 &= l2.s2 - l3.s3 - l4.s4 + l1.s1 = 0 & (2) \\
 f3 &= l2.c2 + lc.c(3 + \beta) - Xe = 0 & (3) \\
 f4 &= l2.s2 - lc.s(3 + \beta) - Ye = 0 & (4) \\
 f5 &= l6.c6 + l5.c5 + l7.c7 - Xe = 0 & (5) \\
 f6 &= l6.c6 + l5.c5 - l7.s7 - Ye = 0 & (6) \\
 f7 &= \phi_2 - \omega.t - \phi_{20} & (7)
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow F(X) = 0 \quad \text{avec} \quad X = \begin{bmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \\ \phi_6 \\ Xe \\ Ye \end{bmatrix} \quad \text{On a 7 équations et 7 inconnues.}$$

$$\begin{cases} \phi_1 = -30^\circ \\ \phi_7 = -75,4^\circ \\ \beta = -30^\circ \end{cases} \quad \text{Données du problème}$$

1.2 Calcul de la jacobienne

$$J = \begin{bmatrix} -l2.s2 & -l3.s3 & l4.s4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l2.c2 & -l3.c3 & -l4.c4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -l2.s2 & -lc.s(3 + \beta) & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ l2.c2 & -lc.c(3 + \beta) & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -l5.s5 & -l6.s6 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l5.c5 & l6.c6 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

La condition de chute de rang de la matrice jacobienne (exprimée de la manière la plus simple pour ce problème) est la suivante :

$$l_3.l_4.l_5.l_6.(c_3.c_5.s_4.s_6 - c_3.c_6.s_4.s_5 + c_4.c_5.s_3.s_6 - c_4.c_6.s_3.s_5) = 0 \quad (9)$$

1.3 Calcul du Modèle Cinématique Direct

$$J.X = -\frac{\partial F(X)}{\partial t} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dF(X)}{dt} = 0$$

$$-l2.s2.\dot{\phi}_2 - l3.s3.\dot{\phi}_3 + l4.s4.\dot{\phi}_4 = 0 \quad (10.1)$$

$$l2.c2.\dot{\phi}_2 - l2.c3.\dot{\phi}_3 - l4.c4.\dot{\phi}_4 = 0 \quad (10.2)$$

$$-l2.s2.\dot{\phi}_2 - lc.s(3+\beta).\dot{\phi}_3 - \dot{X}e = 0 \quad (10.3)$$

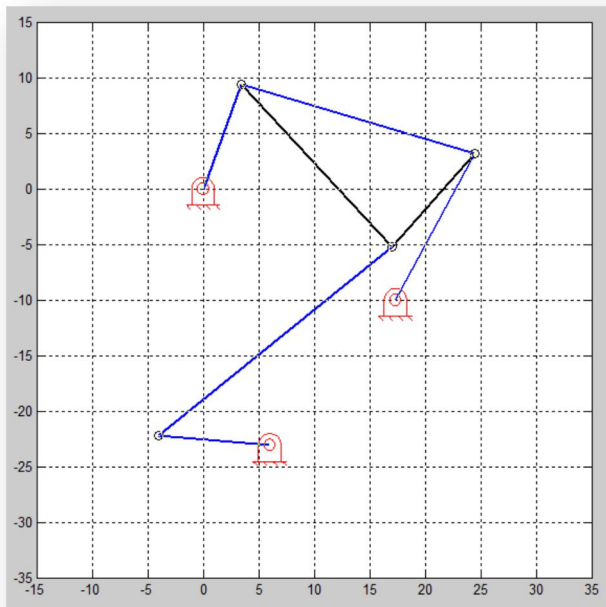
$$l2.c2.\dot{\phi}_2 - lc.c(3+\beta).\dot{\phi}_3 - \dot{Y}e = 0 \quad (10.4)$$

$$-l5.s5.\dot{\phi}_5 - l6.s6.\dot{\phi}_6 - \dot{X}e = 0 \quad (10.5)$$

$$l5.c5.\dot{\phi}_5 + l6.c6.\dot{\phi}_6 - \dot{Y}e = 0 \quad (10.6)$$

$$\dot{\phi}_2 - \omega = 0 \quad (10.7)$$

2.2 Solution calculé du mécanisme « monté »



2.3 Influence des conditions initiales sur la convergence et sa vitesse

Les conditions initiales si elles sont mal choisies entraînent la non convergence de la méthode de Newton-Raphson. Pour s'assurer d'un bon fonctionnement de la méthode, on choisira positions articulaires à l'initialisation, des valeurs proches de la position du mécanisme à $t=0$.

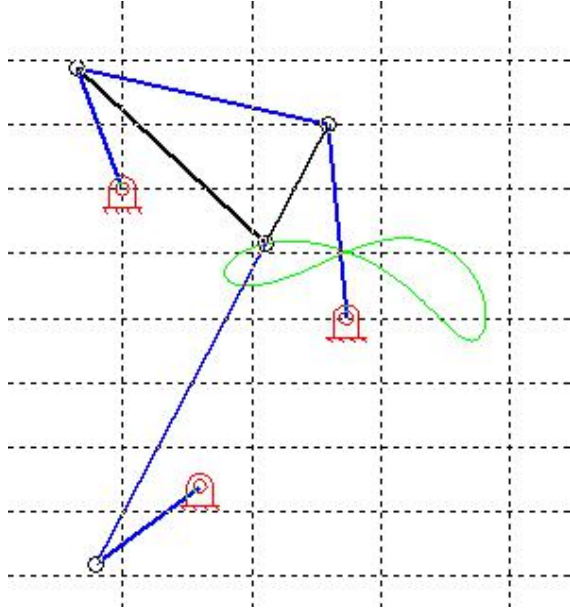
On pourra déterminer l'influence d'une condition initiale en modifiant sa valeur et en comptant le nombre d'itérations de la méthode nécessaire avant la convergence. Pour une valeur de $X0(1)$ égale à la valeur réelle + 30 degrés on passe de 5 itérations à 6 itérations, avec + 90 degré on passe à 7 itérations et à + 180 degrés, la méthode diverge systématiquement.

2.5 Influence de l'incrément de temps

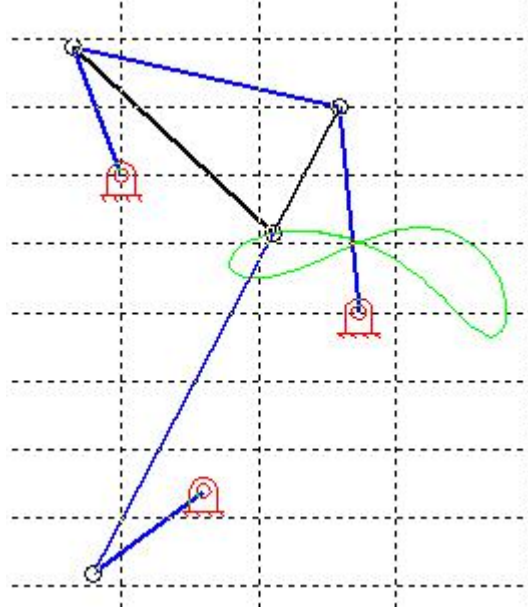
Lorsque l'on diminue l'incrément de temps, la résolution sur une durée totale de T_f est plus lente car on appelle la méthode de Newton-Raphson plus souvent. Cependant, la méthode permet une observation temporelle plus précise de la trajectoire.

Ci-dessous on peut voir la forme de la trajectoire pour plusieurs valeurs de cet incrément dt pour une durée de simulation de 7 secondes. On notera également le temps d'exécution total du programme à titre de comparaison.

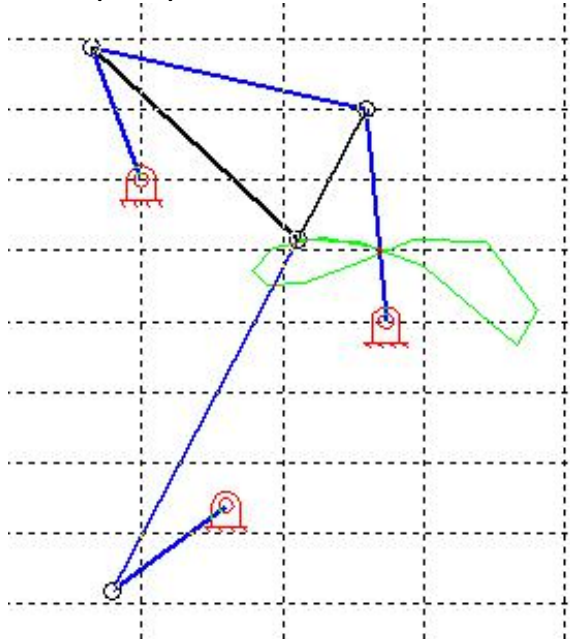
dt=0.01 (durée 16,9s)



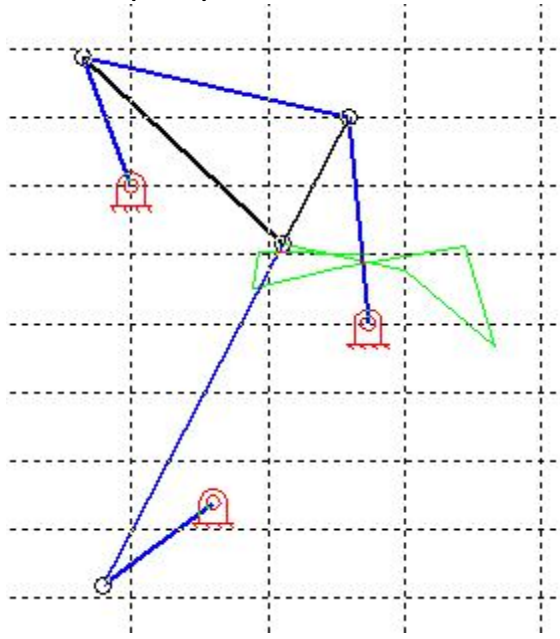
dt=0.05 (4,2s)



dt=0.5 (0.89s)



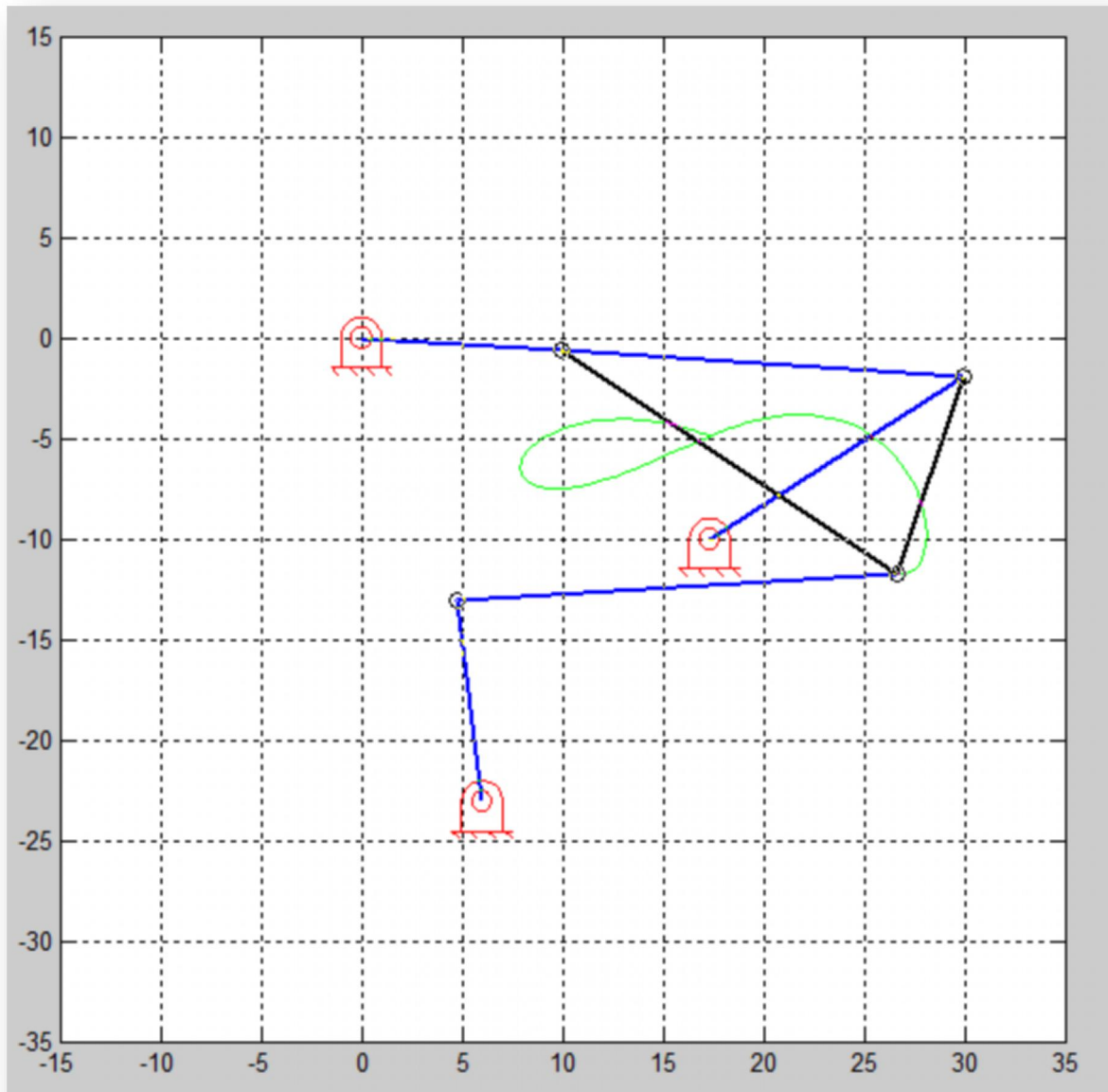
dt=1 (0.65s)



2.6 Tracés des trajectoires et vitesses

Trajectoire (en vert)

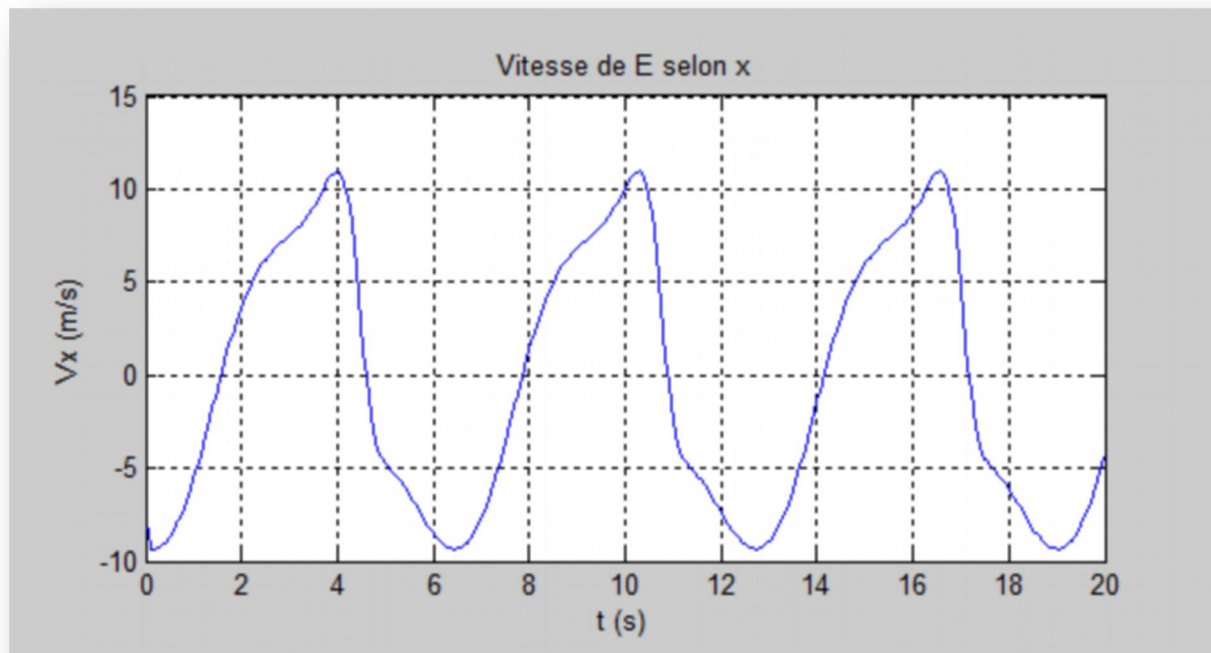
La trajectoire a été tracée pour un incrément de 0.05 et une durée totale de simulation de 5 secondes.



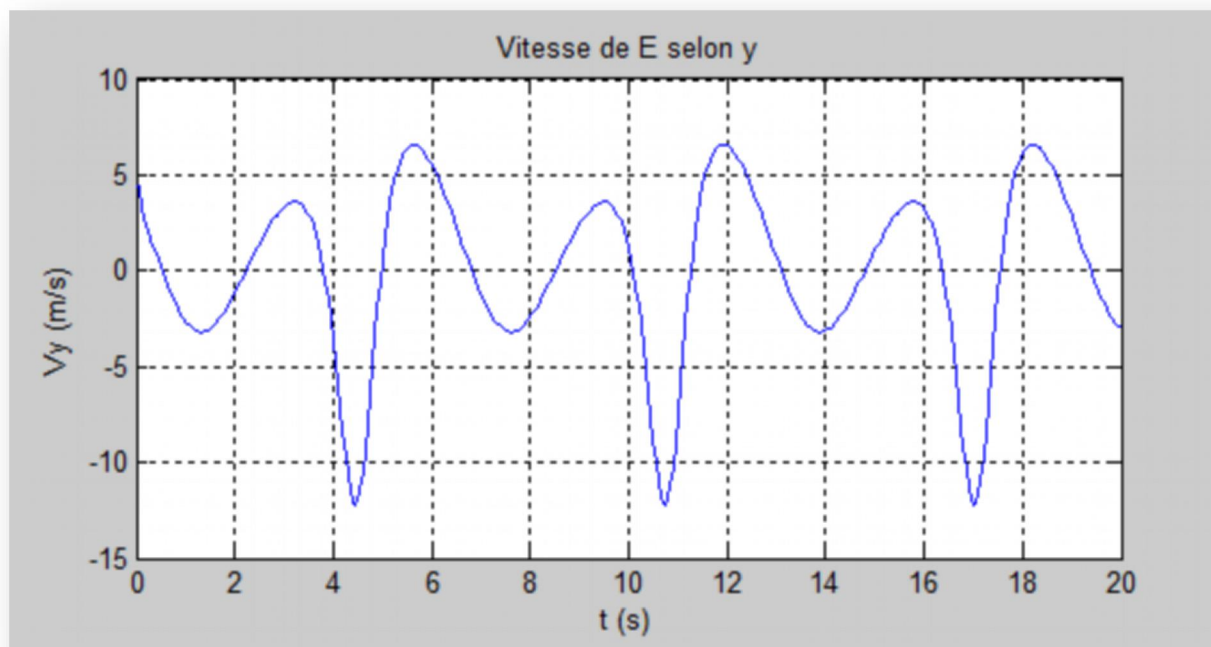
La position du point E dans le temps forme une trajectoire en forme de 8.

Les courbes suivantes ont été obtenues pour une durée de simulation de 3 secondes. On remarque que l'évolution des vitesses de E projetées sur x et y est périodique non sinusoïdale de période 2π .

Vitesse du point E projetée sur x

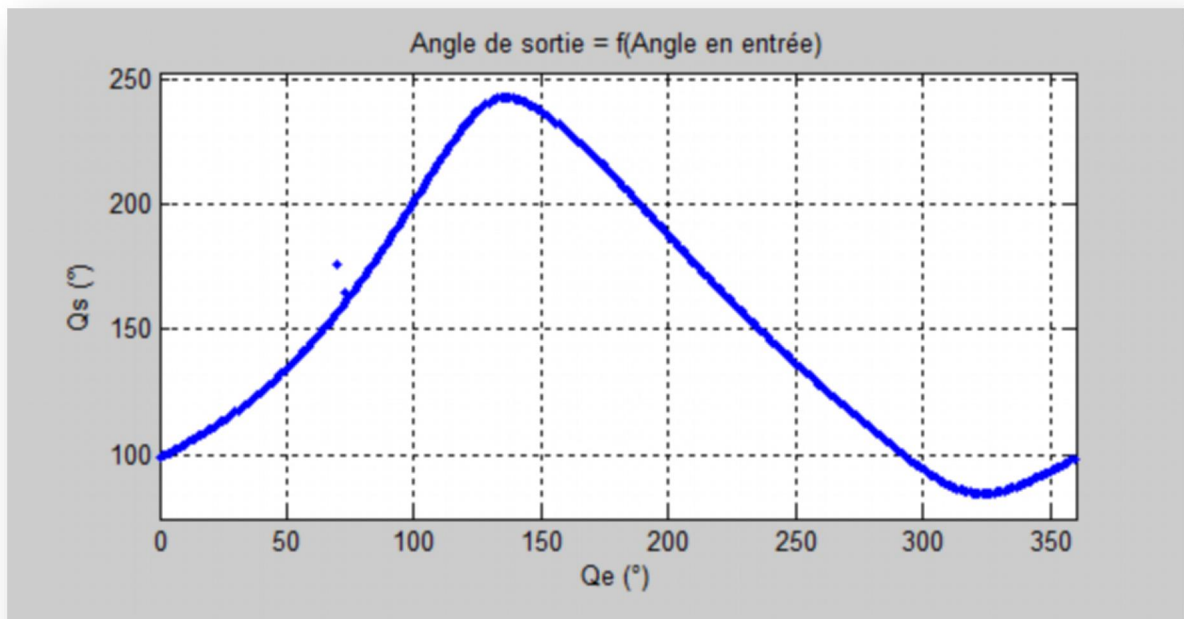


Vitesse du point E projetée sur y



2.7 Tracé angle de sortie et vitesse de sortie

Angle de sortie en fonction de l'angle d'entrée



Vitesse de sortie en fonction de l'angle d'entrée

