Analysis 1 - Hausaufgabe 2

Florian, Jan

October 24, 2024

Contents

1 Wachstum der Fakultät

2 Rechenregeln für Suprema

3 Cauchy-Schwarz Ungleichung

Beweis: Es gilt für alle $\mu, \lambda \in \mathbb{R}$

$$0 \leq \sum_i (\lambda x_i + \mu y_i)^2 \tag{1}$$

somit

$$0 \leq \lambda^2 \underbrace{\sum_i x_i^2}_{=A} + 2\lambda\mu \underbrace{\sum_i x_i y_i}_{=C} + \mu^2 \underbrace{\sum_i y_i^2}_{=B} \tag{2}$$

Sei A oder B null, dann sind x_i oder y_i null für alle i, somit ist $x_i y_i$ null für alle i. Dann ist

$$C^2 \leq AB \tag{3}$$

Sei $AB \neq 0$,
Wähle $\lambda = \sqrt{B}, \mu = \epsilon\sqrt{A}$ mit $\epsilon \in \{-1, 1\}$, $\epsilon C \leq 0$. Dann

$$0 \leq \lambda^2 A + 2\lambda\mu C + \mu^2 B \tag{4}$$

$$0 \leq BA + 2\sqrt{A}\epsilon\sqrt{B}C + \underbrace{\epsilon^2}_{=1} AB \tag{5}$$

$$0 \leq 2AB + 2\sqrt{A}\sqrt{B}\epsilon C \tag{6}$$

$$\tag{7}$$

Teile durch $2\sqrt{A}\sqrt{B} \neq 0$

$$0 \leq \sqrt{A}\sqrt{B} + \epsilon C \tag{8}$$

$$-\epsilon C \leq \sqrt{A}\sqrt{B} \tag{9}$$

$$C^2 \leq AB \tag{10}$$

in beiden Fällen gilt die Cauchy Schwartz Ungleichung. Dies endet den Beweis.

4 $\mathbb{C}$

5 Rechnen in $\mathbb{C}$

6 Möbiustransformation

6.1 a)

Wir nehmen aus der vorherigen aufgabe die Möbius trafo

$$\frac{z-a}{1-\bar{a}z} \tag{11}$$