Template LaTeX Wiki von BAzubis für BAzubis

Projektarbeit 1 (T2_2000)

im Rahmen der Prüfung zum

Bachelor of Science (B.Sc.)

des Studienganges Informatik

an der Dualen Hochschule Baden-Württemberg Karlsruhe

von

Vorname Nachname

Abgabedatum:	01. Februar 2018
Bearbeitungszeitraum:	01.10.2017 - 31.01.2018
Matrikelnummer, Kurs:	0000000, TINF15B1
Ausbildungsfirma:	SAP SE Dietmar-Hopp-Allee 16 69190 Walldorf, Deutschland
Betreuer der Ausbildungsfirma:	B-Vorname B-Nachname
Gutachter der Dualen Hochschule:	DH-Vorname DH-Nachname

Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere hiermit, dass ich meine Projektarbeit 1 (T2_2000) mit dem Thema:

Template LaTeX Wiki von BAzubis für BAzubis

gemäß § 5 der „Studien- und Prüfungsordnung DHBW Technik“ vom 29. September 2017 selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Die Arbeit wurde bisher keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch nicht veröffentlicht.

Ich versichere zudem, dass die eingereichte elektronische Fassung mit der gedruckten Fassung übereinstimmt.

Karlsruhe, den 5. Januar 2023

Nachname, Vorname

Sperrvermerk

Die nachfolgende Arbeit enthält vertrauliche Daten der:

SAP SE
Dietmar-Hopp-Allee 16
69190 Walldorf, Deutschland

Der Inhalt dieser Arbeit darf weder als Ganzes noch in Auszügen Personen außerhalb des Prüfungsprozesses und des Evaluationsverfahrens zugänglich gemacht werden, sofern keine anderslautende Genehmigung vom Dualen Partner vorliegt.

Abstract

- English -

This is the starting point of the Abstract. For the final bachelor thesis, there must be an abstract included in your document. So, start now writing it in German and English. The abstract is a short summary with around 200 to 250 words.

Try to include in this abstract the main question of your work, the methods you used or the main results of your work.

Abstract

- Deutsch -

Dies ist der Beginn des Abstracts. Für die finale Bachelorarbeit musst du ein Abstract in deinem Dokument mit einbauen. So, schreibe es am besten jetzt in Deutsch und Englisch. Das Abstract ist eine kurze Zusammenfassung mit ca. 200 bis 250 Wörtern.

Versuche in das Abstract folgende Punkte aufzunehmen: Fragestellung der Arbeit, methodische Vorgehensweise oder die Hauptergebnisse deiner Arbeit.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis **VI**

Abbildungsverzeichnis **VII**

Tabellenverzeichnis **VIII**

Table of Code **IX**

0.1 Heat Equation 1

0.2 Finite Element Method 3

Bibliography **X**

List of abbreviations

DFT	Discrete Fourier Transform
FT	Fourier Transform
FFT	Fast Fourier Transform
IDFT	Inverse Discrete Fourier Transform
IFFT	Inverse Fast Fourier Transform
ODE	Ordinary Differential Equation
PDE	Partial Differential Equation

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Table of Code

0.1 Heat Equation

The heat conduction within a medium can be described using the following partial differntial equation (PDE):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u \tag{0.1}$$

With u being a function of space and time and α being a positive constant. For this paper u will be defined in terms of one spacial dimension:

$$u := u(x,t) \tag{0.2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{0.3}$$

$$x \in \chi \subset \mathbb{R} \quad t \in \tau \subset \mathbb{R} \tag{0.4}$$

$$x_0 \leq x \leq x_n \quad t_0 \leq t \leq t_n \tag{0.5}$$

[1]
In order to not only model the conduction of heat within a medium but also a heating process, a new function $h : \chi \times \tau \to \mathbb{R}$ is introduced:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + h(x,t) \tag{0.6}$$

For this paper it is assumed that intial and boundary values are known:

$$a, b \in \mathbb{R} \tag{0.7}$$

$$f : \chi \to \mathbb{R} \tag{0.8}$$

$$u(x_0, t) = a \quad u(x_n, t) = b \tag{0.9}$$

$$u(x, t_0) = f(x) \tag{0.10}$$

Applying the fourier transform (FT) w.r.t x to 0.6 yields the inhomogeneous ordinary differential equation (ODE):

$$\hat{u} = \mathfrak{F}(u) \quad \hat{h} = \mathfrak{F}(h) \tag{0.11}$$

$$\frac{d}{dt}\hat{u} = -\alpha \omega^2 \hat{u} + \hat{h} \tag{0.12}$$

A solution to 0.12 is given by:

$$\hat{u} = \hat{u}_0 + \hat{u}_p \tag{0.13}$$

Where $\hat{u}_0$ is the homogenous solution and $\hat{u}_p$ is the particular integral. In order to solve this ODE for the particular integral $\hat{h}$ has to be known. [2] The choice of h is, except to some restrictions, arbitrary. Therefore an approximate solution to 0.12 $\hat{u}_a$ is optained by the forward euler scheme:

$$\frac{d}{dt}\hat{u} \approx \frac{\Delta \hat{u}}{\Delta t} \tag{0.14}$$

$$\hat{u}_{t+1} = \hat{u}_t + \Delta t(-\alpha\omega^2\hat{u} + \hat{h}) \tag{0.15}$$

$$\hat{u}_a = [\hat{u}_{t_0}, ..., \hat{u}_{t_n}] \tag{0.16}$$

In order to apply the euler scheme successfully an initial condition $\hat{u}_0$ has to be known. This initial condition is optained by applying the discrete fourier transform (DFT) to an initial temperature distribution along x:

$$\hat{u}_0 = \mathfrak{F}(f(x)) \tag{0.17}$$

[3]
The forward euler scheme is used here because it is fairly easy to implement. By applying the inverse discrete fourier transform (IDFT) to $\hat{u}_a$ an approximate solution to 0.6 can be obtained. To decrease computing time, the fast fourier transform (FFT) and inverse fast fourier transform (IFFT) is used instead of the DFT and IDFT.

0.2 Finite Element Method

The finite element method (FEM) is a method to approximate solutions for PDEs within a certain domain Γ. Assume that a PDE is given by:

$$k, n \in \mathbb{N} \quad n \neq 1,\ 1 \leq k \leq n \tag{0.18}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \zeta_k} - g(y) = 0 \tag{0.19}$$

This approximation is obtained by taking a basisfunction ϕ_k from a set of basisfunctuins ϕ and require it to be orthogonal to the PDE:

$$\int_\Gamma (\frac{\partial y}{\partial \zeta_k} - g(y))\phi_k \, d\zeta = 0 \tag{0.20}$$

The goal is to find an approximate solution to 0.6. Since this equation is time depended and changes over x

Bibliography

[1] Gustafsson, B. „Heat Conduction“. In: *Fundamentals of Scientific Computing.* Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011, S. 255–262. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-642-19495-5_16.

[2] Papula, L. „Gewöhnliche Differentialgleichungen“. In: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 2: Ein Lehr- und Arbeitsbuch für das Grundstudium.* Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2015, S. 343–541. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-658-07790-7_4.

[3] Gustafsson, B. „Finite Element Methods“. In: *Fundamentals of Scientific Computing.* Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011, S. 173–192. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-642-19495-5_11.