



# Physik 2 - HAT

FS 2023 – Dr. David Sourlier

Autoren: Simone Stitz

<https://gitlab.com/sstitz/physik-2-hat>

V2.0.20260217

## Inhaltsverzeichnis

### I Hydrostatik / Hydrodynamik 2

#### 1 Hydrostatik 2

1.1 Festkörper, Flüssigkeit, Gas . . . . .	2
1.2 Druck / Schubspannung . . . . .	2
1.3 Kompression . . . . .	2
1.4 Dichte . . . . .	2
1.5 Boyle-Mariotte . . . . .	2
1.6 Hydrostatischer Druck (Schweredruck) . . . . .	2
1.7 Barometrische Höhenformel (Gase) . . . . .	2
1.8 Statischer Auftrieb (Fluid) . . . . .	2
1.9 Oberflächenspannung . . . . .	2
1.10 Kapillarität . . . . .	2
1.11 Druck in Seifenblase . . . . .	3

#### 2 Hydrodynamik - Ideale Fluide 3

2.1 Stromlinien-Modell . . . . .	3
2.2 Kontinuitätsgleichung . . . . .	3
2.3 Bernoulli-Gleichung . . . . .	3
2.4 Bernoulli-Gleichung und Energieerhaltung . . . . .	3

#### 3 Hydrodynamik - Reale Fluide 3

3.1 Newton'sches Reibungs-Gesetz . . . . .	3
3.2 Stokes'sche Reibung . . . . .	3
3.3 Hagen-Poiseuille . . . . .	3
3.4 Reynolds-Zahl . . . . .	4
3.5 Turbulente / Laminare Rohrströmung . . . . .	4
3.6 Prandl'sche Grenzschicht-Dicke . . . . .	4
3.7 Bernoulli-Gleichung mit innerer Reibung . . . . .	4
3.8 Druckwiderstand . . . . .	4
3.9 Auftriebskraft nach Kutta-Jukowski . . . . .	4
3.10 Dynamischer Auftrieb . . . . .	4
3.11 Induzierter Widerstand . . . . .	4
3.12 Gleitwinkel . . . . .	5
3.13 Helmholtz'sche Wirbelsätze . . . . .	5

### II Thermodynamik 5

#### 4 Temperatur – Dehnung / Streckung 5

4.1 Absolute Temperatur . . . . .	5
4.2 Thermische Ausdehnung . . . . .	5
4.3 Thermische Spannung . . . . .	5

#### 5 Ideales Gas 5

5.1 Modell des idealen Gases . . . . .	5
5.2 Universelle Gasgleichung . . . . .	5
5.3 Universelle Gasgleichung für ideale Gase . . . . .	6
5.4 Mechanische Arbeit von Gasen . . . . .	6
5.5 Gesetz von Avogadro . . . . .	6
5.6 Molmasse / Molvolumen . . . . .	6
5.7 Dichte eines Gases . . . . .	6
5.8 Phänomene von idealen Gasen . . . . .	6
5.9 Partialdruck . . . . .	6
5.10 Gesetz von Dalton . . . . .	6
5.11 Volumen- und Massenkonzentration (Gasgemisch) . . . . .	6
5.12 Mol-Masse Gasgemisch . . . . .	7

#### 6 Reales Gas 7

6.1 Van der Waals-Gleichung (1 mol) . . . . .	7
6.2 Van der Waals-Gleichung (n Mol) . . . . .	7

#### 7 Wärmelehre 7

7.1 Wärme $Q$ . . . . .	7
7.2 Erster Hauptsatz der Wärmelehre . . . . .	7
7.3 Mechanische Wärmeäquivalente . . . . .	7
7.4 Wärmekapazität . . . . .	7
7.5 Latente Wärme (Schmelz-/ Verdampfungswärme) . . . . .	8
7.6 Wärmebilanz . . . . .	8

#### 8 Phasen und Phasenübergänge 8

8.1 Phasen . . . . .	8
8.2 Dampfdruck . . . . .	8
8.3 Dampfdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron) . . . . .	8
8.4 Schmelzdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron) . . . . .	8
8.5 Gasdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron) . . . . .	8
8.6 Formeln von Magnus . . . . .	8
8.7 Umkehrformeln von Magnus . . . . .	8
8.8 Luftfeuchtigkeit . . . . .	9
8.9 Taupunkts-Temperatur . . . . .	9
8.10 Relative Innen-Feuchte . . . . .	9

#### 9 Kinetische Gas-Theorie 9

9.1 Aequipartitionsgesetz . . . . .	9
9.2 Geschwindigkeiten . . . . .	9
9.3 Maxwell-Boltzmann-Verteilung . . . . .	9
9.4 Mittlere freie Weglänge . . . . .	9
9.5 Dichtefunktion . . . . .	9
9.6 Transportvorgänge . . . . .	9

#### 10 Temperaturstrahlung 9

10.1 Strahlungs-Gesetze . . . . .	10
10.2 Wärmetransport (an Beispiel Hauswand) . . . . .	10
10.3 Wärme-Bedarf (Heizleistung) . . . . .	10
10.4 Wärmeverlust durch Abstrahlung . . . . .	10
10.5 Zustandsänderungen . . . . .	10

#### 11 Rückwandlung innerer Energie 11

11.1 Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre . . . . .	11
11.2 Kreisprozess (reversibler Prozess) . . . . .	11
11.3 Carnot-Wirkungsgrad . . . . .	11
11.4 Adiabaten-Gleichung (Kreisprozess) . . . . .	11
11.5 Kreisprozesse (Vorgänge) . . . . .	11
11.6 Beispiel Kreisprozess . . . . .	11
11.7 Entropie-Zunahme . . . . .	11

### III Anhang 12

#### 12 Molmassen wichtiger Atome 12

#### 13 Ansätze zu Aufgaben 12

13.1 Barometer . . . . .	12
13.2 Pitotrohr . . . . .	12
13.3 Pumpe . . . . .	12
13.4 Bewegungen . . . . .	12
13.5 U-Rohr . . . . .	12
13.6 Wasser mit Dampf erhitzen . . . . .	12
13.7 Eis in Wasser schmelzen . . . . .	12

# I Hydrostatik / Hydrodynamik

## 1 Hydrostatik

### 1.1 Festkörper, Flüssigkeit, Gas

#### 1.1.1 Festkörper

- Kein Fluid
- Festes Volumen; feste Gestalt
- Moleküle / Atome befinden sich in regelmässiger Gitter-Anordnung
- Inkompressibel (sehr schlecht komprimierbar)
- Kraft: Weiterleitung (längs ihrer Wirkungslinie)
- Druck: Verstärkung

#### 1.1.2 Ideale Flüssigkeit

- Fluid
- Festes Volumen; keine feste Gestalt
- Moleküle / Atome bewegen sich chaotisch aneinander vorbei
- Moleküle / Atome füllen den Raum aus / berühren sich
- Inkompressibel (schlecht komprimierbar)
- Reibungsfrei (keine Scherkräfte)
- Kraft: Verstärkung
- Druck: Weiterleitung (gleichmässig)

#### 1.1.3 Gas

- Fluid
- Kein festes Volumen; keine feste Gestalt
- Moleküle / Atome fliegen mit hoher Geschwindigkeit durch den Raum
- Es gibt sehr viel Zwischenraum
- Moleküle / Atome führen bei Zusammenstoss unter sich oder mit Gefässwand elastische Stösse aus
- Kompressibel (gut komprimierbar)
- Reibungsfrei (keine Scherkräfte)

## 1.2 Druck $p$ / Schubspannung $\tau$

Druck ist eine skalare Grösse (hat keine Richtung)

$$p = \frac{F_{\perp}}{A} \qquad \tau = \frac{F_{\parallel}}{A}$$

$p$	Druck	$[p] = \text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
$\tau$	Schubspannung (Scherkraft)	$[\tau] = \text{N}$
$F_{\perp}$	Kraft senkrecht zu $A$	$[F_{\perp}] = \text{N}$
$F_{\parallel}$	Kraft parallel zu $A$	$[F_{\parallel}] = \text{N}$
$A$	Fläche	$[A] = \text{m}^2$

In abgeschlossenen, miteinander verbundenen Systemen herrscht ein Druck-Gleichgewicht!

$$p_1 = p_2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

#### 1.2.1 Weitere Einheiten von Druck

<b>1 bar = 10<sup>5</sup> Pa</b>	Absolutdruck: Vergleich zu Vakuum
1 hPa	= 100 Pa = 1 mbar
1 at	= 1 kp · cm <sup>-2</sup> = 9.81 · 10 <sup>4</sup> Pa
1 atü	= 1 at (Überdruck; Vergleich zu normalem Luftdruck)
1 Torr	= $\frac{1}{760}$ at (1 mm-Hg-Säule)

## 1.3 Kompression

$$\text{Flüssigkeiten:} \quad \Delta p = \frac{1}{\kappa} \cdot - \frac{\Delta V}{V} = K \cdot - \frac{\Delta V}{V}$$

$$\text{Gase:} \quad \Delta p = p(h) - p_0 = \frac{1}{\kappa_T} \cdot - \frac{\Delta V}{V}$$

$\Delta p$	Druckerhöhung	$[\Delta p] = \text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
$\kappa$	Kompressibilität (Flüssigkeit)	$[\kappa] = \frac{1}{\text{Pa}}$
$K = \frac{1}{\kappa}$	Kompressionsmodul	$[K] = \text{Pa}$
$\kappa_T$	Kompressibilität (Gas)	$[\kappa_T] = \frac{1}{\text{Pa}}$
$-\frac{\Delta V}{V}$	relative Volumen-Abnahme	$\left[\frac{\Delta V}{V}\right] = 1$

## 1.4 Dichte $\rho$

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \Leftrightarrow \quad m = \rho \cdot V$$

$\rho$	Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$m$	Masse	$[m] = \text{kg}$
$V$	Volumen	$[V] = \text{m}^3$

#### 1.4.1 Wichtige Dichten

$$\rho_{\text{Wasser}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \qquad \rho_{\text{Luft}} = 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

## 1.5 Boyle-Mariotte

Das Gesetz von Boyle-Mariotte beschreibt die Kompressibilität von Gasen.  
=> Das Gesetz gilt nur bei konstanter Temperatur!

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = \text{const} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

$\rho_x$	Gas-Dichte	$[\rho_x] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$p_x$	Gas-Druck	$[p_x] = \text{Pa}$
$V_x$	Volumen	$[V_x] = \text{m}^3$

## 1.6 Hydrostatischer Druck (Schweredruck)

Gilt nur für Flüssigkeiten!

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

$\rho$	Dichte der Flüssigkeit	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$h$	Höhe <b>unter</b> der Flüssigkeits-Oberfläche	$[h] = \text{m}$
$g$	Erdbeschleunigung $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$[g] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Der Druck ist nur von der Höhe der darüberliegenden Flüssigkeit abhängig, nicht von deren Volumen oder Gewicht.

## 1.7 Barometrische Höhenformel (Gase)

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0}{p_0} \cdot g \cdot h}$$

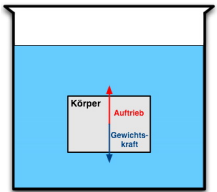
$p(h)$	Schweredruck des Gases bei Höhe $h$	$[p(h)] = \text{Pa}$
$p_0$	Luftdruck auf Meereshöhe $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$	$[p_0] = \text{Pa}$
$\rho_0$	Luft-Dichte auf Meereshöhe $\rho_0 = 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$[\rho_0] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$h$	Höhe über Meer	$[h] = \text{m}$
$g$	Erdbeschleunigung $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$[g] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

## 1.8 Statischer Auftrieb (Fluid)

Der Auftrieb eines Körpers entspricht dem Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeit (Archimedes).

$$F_A = \rho_{\text{Fl}} \cdot V_K \cdot g$$

$$F_A = F_{\text{G,Fl}} = m_{\text{Fl}} \cdot g = \rho_{\text{Fl}} \cdot V_K \cdot g$$



$F_A$	Auftriebskraft	$[F_A] = \text{N}$
$\rho_{\text{Fl}}$	Dichte <b>verdrängtes Fluid</b>	$[\rho_{\text{Fl}}] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$V_K$	Verdrängtes Fluid-Volumen	$[V_K] = \text{m}^3$
$g$	Erdbeschleunigung $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$[g] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
$m_{\text{Fl}}$	Masse des <b>verdrängten Fluids</b>	$[m_{\text{Fl}}] = \text{kg}$
$F_{\text{G,Fl}}$	Gewichtskraft <b>verdrängtes Fluid</b>	$[F_{\text{G,Fl}}] = \text{N}$

## 1.9 Oberflächenspannung $\sigma$

$\sigma := \frac{F}{l}$	$\sigma$	Oberflächenspannung	$[\sigma] = \frac{\text{N}}{\text{m}}$
	$F$	Kraft	$[F] = \text{N}$
	$l$	Länge	$[l] = \text{m}$

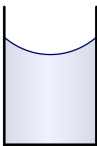
Die Länge  $l$  entspricht der gesamten Berührungslänge zwischen Flüssigkeit und Festkörper / Gas

$$\text{Zylinder} \quad l = 2\pi r \quad | \quad \text{Lamellen} \quad l = 2b \text{ (beidseitig!)}$$

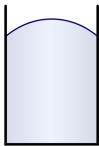
## 1.10 Kapillarität $h$

$$h = \frac{2 \cdot \sigma}{\rho \cdot g \cdot r} = \frac{\sigma}{\rho \cdot g \cdot d}$$

$\sigma$	Totale Grenzflächenspannung	$[\sigma] = \frac{\text{N}}{\text{m}}$
$\rho$	Dichte der Flüssigkeit	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$r$	Radius der Kapillare	$[r] = \text{m}$
$d$	Durchmesser der Kapillare	$[r] = \text{m}$



benetzend



nicht benetzend

## 1.11 Druck in Seifenblase $p$

$$p = \frac{2 \cdot \sigma}{r}$$

$\sigma$  Oberflächenspannung  $[\sigma] = \frac{\text{N}}{\text{m}}$   
 $r$  Radius der Seifenblase  $[r] = \text{m}$

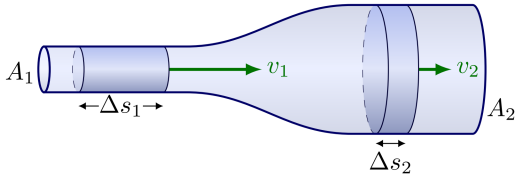
## 2 Hydrodynamik - Ideale Fluide

Ideale Fluide nehmen keine Scherkräfte auf (keine Reibung) und sind inkompressibel.

### 2.1 Stromlinien-Modell

- Stromlinien zeigen Geschwindigkeit des Fluids
- Dichte** Stromlinien bedeutet **hohe** Geschwindigkeit
- Dünne** Stromlinien bedeutet **niedrige** Geschwindigkeit
- Stationär: Stromlinien schneiden sich nicht

### 2.2 Kontinuitätsgleichung



$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \dot{V} = A \cdot v = \text{const} \quad \Leftrightarrow \quad A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \dot{V}$$

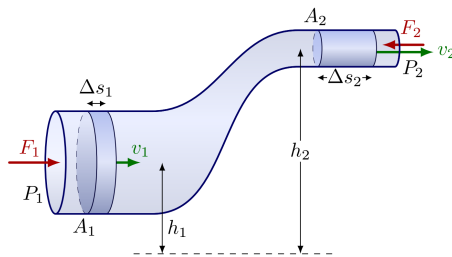
$\Delta V$	Volumenänderung	$[\Delta V] = \text{m}^3$
$\Delta t$	Zeitänderung	$[\Delta t] = \text{s}$
$\dot{V}$	Volumenstrom (Volumen pro Zeit)	$[\dot{V}] = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$
$A_x$	Querschnittsfläche	$[A_x] = \text{m}^2$
$v_x$	Geschwindigkeit der Flüssigkeit	$[v_x] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

⇒ Gilt auch für Gase, wenn  $v \ll v_{\text{Schall}}$

### 2.3 Bernoulli-Gleichung

Die Bernoulli-Gleichung beschreibt ein bewegtes Fluid

$$\underbrace{p + \rho \cdot g \cdot h}_{\text{statisch}} + \underbrace{\frac{1}{2} \rho \cdot v^2}_{\text{dynamisch}} = \text{const}$$



$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

#### 2.3.1 Spezialfall: Horizontal

$$p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{const}$$

#### 2.3.2 Spezialfall: Statik

$$p + \rho \cdot g \cdot h = \text{const}$$

### 2.3.3 Hydrodynamisches Paradoxon

Je größer die Strömungsgeschwindigkeit, desto kleiner der Druck  
 ⇒ Gegen jede Intuition!

### 2.4 Bernoulli-Gleichung und Energieerhaltung

Die in der Bernoulli-Gleichung vorkommenden Terme können als Energie pro Volumen betrachtet werden.

$$E_{\text{Mech}} = \text{Elastische Energie} + \text{pot. Energie} + \text{kin. Energie}$$

$$= p \cdot V + m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \text{const}$$

Wenn durch das Volumen dividiert wird erhält man:

$$\frac{E_{\text{Mech}}}{\text{Volumen}} = \frac{\text{elastische Energie}}{\text{Volumen}} + \frac{\text{pot. Energie}}{\text{Volumen}} + \frac{\text{kin. Energie}}{\text{Volumen}}$$

$$= p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{const}$$

Bei einer horizontalen Strömung entfällt die pot. Energie (pro Volumen)

$$\frac{E_{\text{Mech}}}{\text{Volumen}} = \frac{\text{elastische Energie}}{\text{Volumen}} + \frac{\text{kin. Energie}}{\text{Volumen}}$$

$$= p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{const}$$

## 3 Hydrodynamik - Reale Fluide

Reale Fluide nehmen Scherkräfte auf (Reibung)

### 3.1 Newton'sches Reibungs-Gesetz

$$\tau = \eta \cdot \frac{v}{d}$$

$$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dz}$$

$\tau$	Schubspannung	$[\tau] = \text{N}$
$\eta$	Dynmatische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = \text{Pa s}$
$v$	Geschwindigkeitsdifferenz zw. Auflagen	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$z$	Richtung senkrecht zur Verschiebung	$[z] = \text{m}$
$d$	Distanz zwischen den Auflagen	$[d] = \text{m}$
$\frac{dv}{dz}$	Geschwindigkeits-Gradient in z-Richtung	$[\frac{dv}{dz}] = \frac{1}{\text{s}}$

Werte für  $\eta$ :

$\eta_{\text{Luft}}$	$:= 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$	$\eta_{\text{Öl}}$	$:= 0.1 \text{ Pa s}$ bis $1 \text{ Pa s}$
$\eta_{\text{Wasser}}$	$:= 10^{-2} \text{ Pa s}$		

#### 3.1.1 Kinematische Zähigkeit $\nu$

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

$\nu$	Kinematische Zähigkeit	$[\nu] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
$\rho$	Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

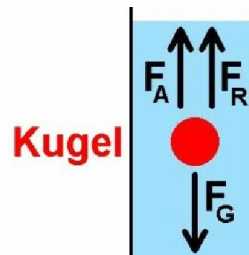
### 3.2 Stokes'sche Reibung $F_R$

Verwendet für z.B. Kugel in Öl oder fallende Wassertropfen

$$F_R = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot R \cdot v$$

$F_R$	Reibungskraft	$[F_R] = \text{N}$
$\eta$	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = \text{Pa s}$
$R$	Kugelradius	$[R] = \text{m}$
$v$	Geschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

#### 3.2.1 Kugelfall-Viskosimeter



Auf eine Kugel, welche in einer Flüssigkeit hinabgleitet wirken folgende Kräfte:

$F_G$	Gewichtskraft
$F_A$	statischer Auftrieb
$F_R$	Stokes'sche Reibung

Ansatz zum Lösen von Aufgaben:  
**Kräftegleichgewicht**

### 3.3 Hagen-Poiseuille

Beschreibung von laminaren Strömungen in einem runden Rohr → Schichtströmung

#### 3.3.1 Gesetz von Hagen-Poiseuille

$$\dot{V} = \frac{\pi \cdot \Delta p \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot l}$$

#### 3.3.2 Geschwindigkeitsverteilung von $r = 0$ bis $R$

$$v(r) = \frac{1}{4 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta p}{l} (R^2 - r^2)$$

$v(r)$	Fließgeschwindigkeit beim Radius $r$	$[v(r)] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$r$	betrachteter Radius	$[r] = \text{m}$
$\eta$	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = \text{Pa s}$
$R$	Rohr-(Innen)Radius	$[R] = \text{m}$
$\Delta p$	Druckdifferenz	$[\Delta p] = \text{Pa}$
$\dot{V} = \frac{dV}{dt}$	Volumenstrom	$[\dot{V}] = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$
$l$	Länge des Rohrs	$[l] = \text{m}$

3.4 Reynolds-Zahl Re

Die Reynoldszahl ist ein Richtmass für die Wirbelbildung.

- Druck-Differenz (Bernoulli) begünstigt Wirbelbildung
- Innere Reibung (Schubspannung) verhindert Wirbelbildung

$$\text{Re} = \frac{\Delta p}{\tau} = \frac{\rho \cdot \bar{v} \cdot d}{\eta}$$

mit  $\bar{v} = \frac{\dot{V}}{A}$

Re	Reynolds-Zahl	[Re] = 1
$\eta$	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = \text{Pa s}$
$\bar{v}$	Mittlere Geschwindigkeit	$[\bar{v}] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$d$	Typische Dimension (Rohrdurchmesser)	$[d] = \text{m}$
$\Delta p$	Druckdifferenz	$[\Delta p] = \text{Pa}$
$\tau$	Schubspannung	$[\tau] = \text{N}$

Sobald die Reynolds-Zahl Re grösser ist als ein kritischer Wert bilden sich Wirbel.  
⇒ Rohr:  $\text{Re}_{\text{kritisch}} \approx 2320$

3.4.1 Ähnlichkeitsgesetz

- Reynolds-Zahl dient auch richtigem Vergleich von Modellversuchen  
⇒ Gleiche Reynolds-Zahl bedeutet gleiches Verhalten
- Gleiche Reynolds-Zahl bedeutet auch gleiche relative Grenzschicht-Dicke  $D$  (siehe Abschnitt 3.6)

3.5 Turbulente / Laminare Rohrströmung

3.5.1 Hilfe, um Reynoldszahl zu bestimmen (laminar)

$$\Delta p = 32 \cdot \eta \cdot l \cdot \frac{v}{d^2}$$

3.5.2 Druckunterschied in laminare / turbulente Strömung

$$\lambda_{\text{turbulent}} = \frac{0.316}{\sqrt[4]{\text{Re}}} \qquad \lambda_{\text{laminar}} = \frac{64}{\text{Re}}$$

$$\Rightarrow \Delta p_x = \lambda_x \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$$

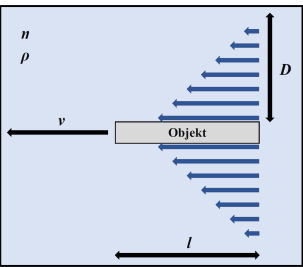
$\Delta p_x$	Druckdifferenz (laminar / turbulent)	$[\Delta p] = \text{Pa}$
$\eta$	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = \text{Pa s}$
$l$	Rohr-Länge	$[l] = \text{m}$
$v$	Fliess-Geschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$d$	Rohr-Durchmesser	$[d] = \text{m}$
$\rho$	Dichte des Fluids	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Re	Reynolds-Zahl	$[\text{Re}] = 1$

3.5.3 Unbekannt / Gemischt (Pratische Anwendung)

Vorgehen, wenn man nicht weiss, ob sich Wirbel bilden oder nicht

1. Laminar rechnen (um fehlenden Parameter  $\rho$ ,  $v$ ,  $d$ , oder  $\eta$  zu bestimmen)
2. Aus Resultat Reynolds-Zahl Re berechnen
3. Mit kritischer Reynolds-Zahl  $\text{Re}_{\text{kritisch}}$  vergleichen
4. Beim **Überschreiten** → Turbulent rechnen!

3.6 D



Prandl'sche Grenzschicht-Dicke  $D$  beschreibt, in welcher **Distanz** die **Geschwindigkeit** eines laminar bewegten Teils (z.B. ein Flugzeugflügel) **Null** ist.

Die Geschwindigkeit innerhalb der Grendschicht  $D$  nimmt von Teil bis hin zum äussersten Rand **linear** ab.

$$D = \sqrt{\frac{\eta}{\rho} \cdot \frac{l}{v}}$$

$D$	Prandl'sche Grenzschicht-Dicke	$[D] = \text{m}$
$\eta$	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = \text{Pa s}$
$\rho$	Dichte des Fluids	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$l$	Länge des bewegten Teils (in Richtung von $v$ )	$[l] = \text{m}$
$v$	Geschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

3.7 Bernoulli-Gleichung mit innerer Reibung

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \alpha_2 \cdot \rho \cdot v_2^2 + \Delta p_v$$

	laminar	turbulent
Korrekturfaktoren	$\alpha_1 = \alpha_2 = 2$	$\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx 1$
Druckverlust $\Delta p_v$	$\Delta p_v = \lambda_x \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$	
	$\lambda_{\text{laminar}} = \frac{64}{\text{Re}}$	$\lambda_{\text{turbulent}} = \frac{0.316}{\sqrt[4]{\text{Re}}}$

3.8 Druckwiderstand  $F_D$

Beschreibt die turbulente Luftreibungskraft  $F_R$  und wird meist als Luftwiderstand bezeichnet.

$$F_D = \Delta p \cdot A_s = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A_s \cdot c_W$$

$F_D$	Druckwiderstand	$[F_D] = \text{N}$
$\Delta p$	Druckdifferenz	$[\Delta p] = \text{Pa}$
$\rho$	Luft-Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$c_W$	Widerstandsbeiwert / Widerstandszahl	$[c_W] = 1$
$v$	Strömungs-Geschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$A_s$	Projizierte Fläche senkrecht zur Strömung	$[A_s] = \text{m}$

⇒ Der Widerstandsbeiwert  $c_W$  ist **geometrieabhängig**!

3.9 Auftriebskraft  $F_A$  nach Kutta-Jukowski

Beschreibt die Proportionalität zwischen dynamischem Auftrieb und Zirkulation.

$$F_A = \rho \cdot v \cdot l \cdot \Gamma$$

$F_A$	Dynamischer Auftrieb	$[F_A] = \text{N}$
$\rho$	Dichte des Fluids	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$v$	Geschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$l$	Länge quer zur Strömung	$[l] = \text{m}$
$\Gamma$	Zirkulation	$[\Gamma] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

3.9.1 Zirkulation  $\Gamma$

Die Zirkulation ist ein Mass für die **Rotation** im Strömungsfeld

$$\Gamma = \oint \vec{v} \bullet d\vec{s}$$

$\Gamma$	Zirkulation	$[\Gamma] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
$\vec{v} \bullet \Longleftrightarrow \vec{s}$	Geschwindigkeit entlang dem Weg	$[\vec{v}] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Skalarprodukt: $\vec{v} \bullet d\vec{s} = a \cdot b \cdot \cos(\varphi)$		

3.10 Dynamischer Auftrieb  $F_A$

$$F_A = c_A \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2}_{\Delta p} \cdot A_{\parallel}$$

$F_A$	Dynamischer Auftrieb	$[F_A] = \text{N}$
$c_A$	Auftriebskoeffizient	$[c_A] = 1$
$\rho$	Luft-Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$v$	Strömungsgeschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$A_{\parallel}$	Projizierte Fläche <b>parallel</b> zur Strömung	$[A_{\parallel}] = \text{m}^2$

3.10.1 Wissenswertes zum dynamischen Auftrieb

- Ein gerade ausgerichtetes, symmetrisches Stromlinienprofil erzeugt **keinen** dynamischen Auftrieb
- An einem asymmetrischen Flügelprofil entsteht dynamischer Auftrieb

3.11 Induzierter Widerstand  $F_W$

Kommt durch Energieverlust (Wirbelbildung) zu Stande, welcher entsteht, wenn die Umgebungsluft in Bewegung gesetzt wird.

$$F_W = c_W^* \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A_{\parallel}$$

$F_W$	Induzierter Widerstand	$[F_W] = \text{N}$
$\rho$	Luft-Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$c_W^*$	Widerstands-Koeffizient	$[c_W^*] = 1$
$v$	Strömungsgeschwindigkeit	$[v] = \text{fracms}$
$A_{\parallel}$	Projizierte Fläche <b>parallel</b> zur Strömung	$[A_{\parallel}] = \text{m}^2$

3.12 Gleitwinkel  $\varphi$

Gibt die zurückgelegte Strecke pro verbrauchte Höhe an. Im Luft-Kanal ist dies der Anstell-Winkel.

$$\tan(\varphi) = \frac{F_W}{F_A} = \frac{c_W^*}{c_A} = \frac{v_V}{v_H}$$

$\varphi$	Gleitwinkel	$[\varphi] = ^\circ$
$F_W$	Widerstandskraft	$[F_W] = \text{N}$
$F_A$	Auftriebskraft	$[F_A] = \text{N}$
$c_W^*$	Widerstands-Koeffizient	$[c_W^*] = 1$
$c_A$	Auftriebs-Koeffizient	$[c_A] = 1$
$v_V$	Vertikal-Geschwindigkeit	$[v_V] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$v_H$	Horizontal-Geschwindigkeit	$[v_H] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

3.13 Helmholtz’sche Wirbelsätze

1. Wirbel hat kein Anfang und kein Ende
2. Wirbel besteht immer aus denselben Fluidteilchen
3. Zirkulation zeitlich konstant

II Thermodynamik

4 Temperatur – Dehnung / Streckung

4.1 Absolute Temperatur  $T$

$$T = \theta + 273.15 \text{ K} = \theta - \theta_0$$

$T$	Absolute Temperatur <b>gemessen in Kelvin</b>	$[T] = \text{K}$
$\theta$	Temperatur gemessen in $^\circ\text{C}$	$[\theta] = ^\circ\text{C}$
$\theta_0$	Absoluter Nullpunkt: $= -273.15\text{ }^\circ\text{C} = 0 \text{ K}$	$[\theta_0] = \text{K}$

4.2 Thermische Ausdehnung

4.2.1 Längenausdehnung  $\Delta l$

$$l' = l + \Delta l = l + \alpha \cdot l \cdot \Delta T = l(1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

$l'$	Länge nach Ausdehnung	$[l'] = \text{m}$
$l$	Anfangslänge	$[l] = \text{m}$
$\Delta l$	Längenänderung	$[\Delta l] = \text{m}$
$\alpha$	Längenausdehnungskoeffizient	$[\alpha] = \frac{1}{\text{K}}$
$\Delta T$	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$

4.2.2 Flächenausdehnung  $\Delta A$

$$A' = A + \Delta A = A + \underbrace{\beta}_{\approx 2\alpha} \cdot A \cdot \Delta T = A(1 + \beta \cdot \Delta T)$$

$A'$	Länge nach Ausdehnung	$[A'] = \text{m}^2$
$A$	Anfangslänge	$[A] = \text{m}^2$
$\Delta A$	Längenänderung	$[\Delta A] = \text{m}^2$
$\beta$	Flächenausdehnungskoeffizient	$[\beta] = \frac{1}{\text{K}}$
$\Delta T$	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$

4.2.3 Volumenausdehnung  $\Delta V$

$$V' = V + \Delta V = V + \underbrace{\gamma}_{\approx 3\alpha} \cdot V \cdot \Delta T = V(1 + \gamma \cdot \Delta T)$$

$V'$	Volumen nach Ausdehnung	$[A'] = \text{m}^3$
$V$	Anfangsvolumen	$[A] = \text{m}^3$
$\Delta V$	Volumenänderung	$[\Delta V] = \text{m}^3$
$\gamma$	Volumenausdehnungskoeffizient	$[\beta] = \frac{1}{\text{K}}$
$\Delta T$	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$

4.3 Thermische Spannung  $\sigma$

$$p = \sigma = \varepsilon \cdot E = E \cdot \frac{\Delta l}{l} = E \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$\sigma$	Thermische Spannung	$[\sigma] = \text{Pa}$
$\varepsilon$	Dehnung	$[\varepsilon] = 1$
$E$	Elastizitätsmodul	$[E] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
$\alpha$	Längenausdehnungskoeffizient	$[\alpha] = \frac{1}{\text{K}}$
$\Delta T$	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$
$p$	Druck	$[p] = \text{Pa}$

5 Ideales Gas

5.1 Modell des idealen Gases

Jedes Gas ist gleich!

1. Moleküle sind Massepunkte (keine Ausdehnung)
2. Stösse sind elastisch (keine zwischenmolekularen Kräfte)  
Kein Volumen bei  $T = 0$   
Kein Druck bei  $T = 0$

5.1.1 Thermische Ausdehnung von Gasen

- Ausdehnung von Gasen ist sehr gross
- Bei **allen** Gasen ist die Ausdehnung **gleich**
- Volumen beim Nullpunkt ist **Null**

5.2 Universelle Gasgleichung

Alle Gase verhalten sich gleich, insbesondere bei gleicher Anzahl Moleküle

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{const} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$p_x$	<b>Absolut</b> -Druck $p_0 + p$	$[p_x] = \text{Pa}$
$V_x$	Volumen	$[V_x] = \text{m}^3$
$T_x$	<b>Absolut</b> -Temperatur	$[T] = \text{K}$

5.2.1 Boyle-Mariotte

Das Gesetz gilt nur bei konstanter Temperatur!  
=> isotherme Zustandsänderung

p · V = const ⇔ p1 · V1 = p2 · V2

5.2.2 Gay-Lussac

Das Gesetz gilt nur bei konstantem Druck!  
=> isobare Zustandsänderung

V / T = const ⇔ V1 / T1 = V2 / T2

5.2.3 Gay-Lussac und Amontons

Das Gesetz gilt nur bei konstantem Volumen!  
=> isochore Zustandsänderung

p / T = const ⇔ p1 / T1 = p2 / T2

5.3 Universelle Gasgleichung für ideale Gase

p · V = n · R · T = N · k · T

p	Absolut-Druck p0 + p	[p] = Pa
V	Volumen	[V] = m³
n	Mol-Zahl	[n] = mol
R	Universelle Gaskonstante R = 8.314 J/mol K	[R] = J/mol K
T	Absolut-Temperatur	[T] = K
N	Anzahl Moleküle	[N] = 1
k	Boltzmann-Konstante k = 1.381 · 10 <sup>-23</sup> J/K	[k] = J/K

5.3.1 Zusammenhänge zwischen den Konstanten

R = k · NA = (N · k) / n

n = N / NA = m / M = (N · k) / R

R	Universelle Gaskonstante R = 8.314 J/mol K	[R] = J/mol K
k	Boltzmann-Konstante k = 1.381 · 10 <sup>-23</sup> J/K	[k] = J/K
N	Anzahl Moleküle	[N] = 1
NA	Avogadrokonstante: NA = 6.022 · 10 <sup>23</sup> 1/mol	[NA] = 1/mol
n	Mol-Zahl	[n] = mol
m	Masse	[m] = kg
M	Mol-Masse	[M] = kg/mol

5.4 Mechanische Arbeit ΔW von Gasen

Folgende Formel ist für Flüssigkeiten nicht gültig, da diese inkompressibel sind (ΔV = 0)

ΔW = F · Δs = p · A · Δs = p · ΔV

ΔW	Mechanische Arbeit von Gas	[ΔW] = J
F	Kraft	[F] = N
Δs	Wegänderung	[Δs] = m
p	Druck	[p] = Pa
A	Fläche	[A] = m²
ΔV	Volumenänderung	[ΔV] = m³

5.5 Gesetz von Avogadro

Ein Mol eines Gases nimmt bei Normalbedingungen immer das gleiche Volumen ein (=Molvolumen)

Ideale Gase enthalten bei gleichem Druck p und gleicher Temperatur T immer gleich viele Moleküle (im Molvolumen)

5.6 Molmasse M, Molvolumen Vm

Für 1 Mol Teilchen gilt:

p · V = R · T = NA · k · T

5.6.1 Molmasse

Entspricht der Ordnungszahl im Periodensystem

n = m / M = N / NA

5.6.2 Molvolumen

Vm = V / n

p	Absolut-Druck p0 + p	[p] = Pa
V	Volumen	[V] = m³
R	Universelle Gaskonstante R = 8.314 J/mol K	[R] = J/mol K
T	Absolut-Temperatur	[T] = K
NA	Avogadrokonstante: NA = 6.022 · 10 <sup>23</sup> 1/mol	[NA] = 1/mol
k	Boltzmann-Konstante k = 1.381 · 10 <sup>-23</sup> J/K	[k] = J/K
n	Mol-Zahl	[n] = mol
m	Masse	[m] = kg
M	Mol-Masse	[M] = kg/mol
N	Anzahl Moleküle	[N] = 1
Vm	Mol-Volumen	[Vm] = m³/mol

5.7 Dichte eines Gases ρ

ρ = m / V = M / Vm = p · M / R · T

ρ	Gas-Dichte	[ρ] = kg/m³
m	Masse	[m] = kg
V	Volumen	[V] = m³
M	Mol-Masse	[M] = kg/mol
Vm	Mol-Volumen (22.4 L bei 0 °C und 1000 hPa)	[Vm] = m³/mol
p	Absolut-Druck p0 + p	[p] = Pa
R	Universelle Gaskonstante R = 8.314 J/mol K	[R] = J/mol K
T	Absolut-Temperatur	[T] = K

5.8 Phänomene von idealen Gasen

5.8.1 Anomalie des Wassers

Die feste Form (Eis) ist leichter als die flüssige Form (Wasser)  
Die grösste Dichte weist Wasser bei 4 °C auf, nicht beim Gefrierpunkt von 0 °C  
=> Ein See gefriert somit nur an der Oberfläche. Am Grund des Sees beträgt die Wassertemperatur 4 °C

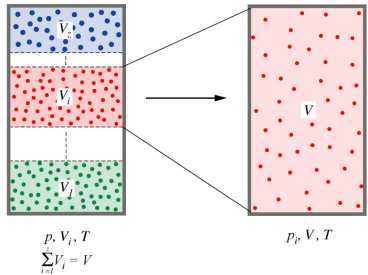
5.8.2 Osmotischer Druck (Zelldruck)

Grosse Moleküle innerhalb von vielen kleinen Molekülen in einer Flüssigkeit verhalten sich ähnlich wie die Moleküle eines idealen Gases, wenn die Flüssigkeit von einer für die Moleküle halb-durchlässigen (semi-permeabel) Membran umgeben ist.

Osmotischer Druck: p = (n / V) · R · T (ideale Gasgleichung)

5.9 Partialdruck pi

Ausgangslage: Gasgemisch (z.B. Luft: Sauerstoff-Stickstoff)



Der Partialdruck pi ist der Druck, welcher die i-te Gaskomponente erzeugen würde, wenn ihr das gesamte Volumen zur Verfügung stehen würde.

5.10 Gesetz von Dalton

In einem Gas ist die Summe der Partialdrücke pi gleich dem Gesamtdruck

Σ pi = p

pi	Partialdruck	[pi] = Pa
p	(Gesamt-) Druck	[p] = Pa

5.11 Volumen- und Massenkonzentration (Gasgemisch)

5.11.1 Volumen-Konzentrationen (Volumen-Anteile)

qi = Vi / V = ni / n = pi / p

qi	Volumen-Konzentration	[qi] = 1
Vi	Volumen der i-ten Gas-Komponente	[Vi] = m³
V	Gesamt-Volumen	[V] = m³
ni	Molzahl der i-ten Gas-Komponente	[ni] = mol
n	Gesamt-Molzahl des Gemischs	[n] = mol
pi	Partialdruck der i-ten Gaskomponente	[pi] = Pa
p	Druck des Gemischs	[p] = Pa



5.11.2 Massen-Konzentration (Massen-Anteile)

$\mu_i = \frac{m_i}{m} = \frac{M_i}{M} \cdot q_i$		
$\mu_i$	Volumen-Konzentrationen	$[\mu_i] = 1$
$m_i$	Masse der $i$ -ten Gas-Komponente	$[m_i] = \text{kg}$
$m$	Masse der Gemischs	$[m] = \text{kg}$
$M_i$	Mol-Masse der $i$ -ten Gas-Komponente	$[M_i] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
$M$	Mol-Masse des Gemischs	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
$q_i$	Volumen-Konzentration	$[q_i] = 1$

5.12 Mol-Masse Gasgemisch

Die Mol-Masse des Gas-Gemischs kann als gewichteter Mittelwert berechnet werden, gewichtet mit den jeweiligen Volumen-Anteilen.

$M = \sum_{i=1}^n q_i \cdot M_i$		
$M$	Mol-Masse Gasgemisch	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
$q_i$	Volumen-Konzentration der $i$ -ten Gas-Komponente	$[q_i] = 1$
$M_i$	Mol-Masse der $i$ -ten Gas-Komponente	$[M_i] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$

6 Reales Gas

Im vergleich zum idealen Gas müssen zwei Dinge berücksichtigt werden:

- Eigen-Volumen:** Ideales Gas hat **kleineres** Volumen als gemessen  
( $\Rightarrow$  Ideal-Gas-Volumen um das Molekül-Eigenvolumen reduzieren)  
**Binnen-Druck:** Ideales Gas hat **grösseren** Druck als gemessen  
( $\Rightarrow$  Ideal-Gas-Druck um Binnendruck erhöhen)

6.1 Van der Waals-Gleichung (1 mol)

$\Rightarrow$  Für nicht-ideale Gase!

$p' \cdot V'_m = R \cdot T$			$p' = p + \frac{a}{V_m^2}$			$V'_m = V_m - b$		
$p'$	Korrigierter Druck	$[p'] = \text{Pa}$	$p'$	Korrigierter Druck	$[p'] = \text{Pa}$	$V'_m$	Korrigiertes Mol-Volumen	$[V'_m] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
$V'_m$	Korrigiertes Mol-Volumen	$[V'_m] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$	$R$	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$	$T$	<b>Absolut</b> -Temperatur	$[T] = \text{K}$
$R$	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$	$p$	Druck des Gemischs	$[p] = \text{Pa}$	$a$	Eigenvolumen	$[a] = \frac{\text{J m}^3}{\text{mol}^2}$
$T$	<b>Absolut</b> -Temperatur	$[T] = \text{K}$	$a$	Eigenvolumen	$[a] = \frac{\text{J m}^3}{\text{mol}^2}$	$b$	Binnendruck	$[b] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
$p$	Druck des Gemischs	$[p] = \text{Pa}$	$b$	Binnendruck	$[b] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$	$V_m$	Mol-Volumen	$[V_m] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
$a$	Eigenvolumen	$[a] = \frac{\text{J m}^3}{\text{mol}^2}$						
$b$	Binnendruck	$[b] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$						
$V_m$	Mol-Volumen	$[V_m] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$						

6.2 Van der Waals-Gleichung (n mol)

$\left(p + \frac{n^2 \cdot a}{V^2}\right) \cdot (V - n \cdot b) = n \cdot R \cdot T$		
$p$	Druck des Gemischs	$[p] = \text{Pa}$
$n$	Mol-Zahl	$[n] = \text{mol}$
$a$	Eigenvolumen	$[a] = \frac{\text{J m}^3}{\text{mol}^2}$
$V$	Volumen	$[V] = \text{m}^3$
$b$	Binnendruck	$[b] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
$R$	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$
$T$	<b>Absolut</b> -Temperatur	$[T] = \text{K}$

6.2.1 Van der Waals-Parameter

$a = \frac{9}{8} \cdot R \cdot T_k \cdot V_{mk}$			$b = \frac{V_{mk}}{3}$		
$V_{mk} = 3 \cdot b$			$T_k = \frac{8 \cdot a}{27 \cdot R \cdot b}$		
$p_k = \frac{a}{27 \cdot b^2}$					
$a$	Eigenvolumen	$[a] = \frac{\text{J m}^3}{\text{mol}^2}$	$R$	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$
$R$	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$	$T_k$	Kritische <b>Absolut</b> -Temperatur	$[T_k] = \text{K}$
$T_k$	Kritische <b>Absolut</b> -Temperatur	$[T_k] = \text{K}$	$V_{mk}$	Kritisches Mol-Volumen	$[V_{mk}] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
$V_{mk}$	Kritisches Mol-Volumen	$[V_{mk}] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$	$b$	Binnendruck	$[b] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
$b$	Binnendruck	$[b] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$	$p_k$	Kritischer Druck	$[p_k] = \text{Pa}$
$p_k$	Kritischer Druck	$[p_k] = \text{Pa}$			

7 Wärmelehre

7.1 Wärme Q

Wärme ist Energie, welche stets (**von allein**) von höherer zu niedrigerer Temperatur fließt.

$$\Delta U \xleftarrow[2 \text{ HS } 100\%]{1. \text{ HS } 100\%} = \Delta W + \Delta Q$$

7.2 Erster Hauptsatz der Wärmelehre

Nicht nur durch Wärmezufuhr, sondern auch durch mechanische Arbeit lässt sich die Temperatur und damit die innere Energie  $U$  erhöhen.

$\Delta U = \Delta W + \Delta Q$		
$\Delta U$	Zu-/Abgeführte Innere Energie	$[\Delta U] = \text{J}$
$\Delta W$	Zu-/Abgeführte Arbeit z.B. $E_{\text{kin}}$ , $E_{\text{pot}}$ , $W_{\text{Gas}}$ , $W_{\text{reib}}$	$[\Delta W] = \text{J}$
$\Delta Q$	Zu-/Abgeführte Wärme	$[\Delta Q] = \text{J}$

7.2.1 Ansätze für 1. HS

$$\Delta Q = E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$\Delta Q = E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$$

$$\Delta \dot{Q} = \Delta P$$

7.2.2 Mechanische Arbeit eines Gases

Für mehr Details, siehe Abschnitt 5.4

$$\Delta W = p \cdot \Delta V$$

7.3 Mechanische Wärmeäquivalente

1 Kalorie = 4,1868 J (cal)  
 $\Rightarrow$  Energie, um 1 Gramm Wasser um 1 Grad zu erwärmen

1 kcal = 4186,8 J  
 $\Rightarrow$  Energie, um 1 Kilogramm Wasser um 1 Grad zu erwärmen

7.3.1 Elektrisches Wärmeäquivalent c

Elektrische Energie = Wärme

$U \cdot I \cdot t = c \cdot m \cdot \Delta T \Leftrightarrow c = \frac{U \cdot I \cdot t}{m \cdot \Delta T}$		
$c$	Elektrisches Wärmeäquivalent	$[c] = \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$
$U$	Spannung	$[U] = \text{V}$
$I$	Strom	$[I] = \text{A}$
$t$	Zeit	$[t] = \text{s}$
$m$	Masse	$[m] = \text{kg}$
$\Delta T$	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$

7.4 Wärmekapazität

Die Wärmekapazität drückt das Energiespeicher-Vermögen aus.

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T = n \cdot C_m \cdot \Delta T = C \cdot \Delta T$$

7.4.1 Absolute Wärmekapazität C

Energiespeicher-Vermögen eines **Gegenstands**

$$\Delta Q = C \cdot \Delta T$$

7.4.2 Spezifische Wärmekapazität c

Energiespeicher-Vermögen einer **Substanz**

$$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

$$c_{\text{Wasser}} = 4187 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

7.4.3 Molare Wärmekapazität C<sub>m</sub>

Energiespeicher-Vermögen einer **Anzahl Moleküle**

$C_m = \frac{C}{n} = M \cdot c$		
$\Delta Q$	Zu-/Abgeführte Wärme	$[\Delta Q] = \text{J}$
$c$	Spezifische Wärmekapazität	$[c] = \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$
$C$	Absolute Wärmekapazität	$[C] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
$C_m$	Molare Wärmekapazität	$[C_m] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$
$m$	Masse	$[m] = \text{kg}$
$\Delta T$	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$
$n$	Mol-Zahl	$[n] = \text{mol}$
$M$	Mol-Masse	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$

7.4.4 Molare Wärmekapazität von Gasen

Cmp - Cmv = R

Cmp	Isobare Wärme-Kapazität (p = const)	[Cmp] = Jmol K
Cmv	Isochore Wärme-Kapazität (V = const)	[Cmv] = Jmol K
R	Universelle Gaskonstante R = 8.314 Jmol K	[R] = Jmol K

7.4.5 Molare Wärmekapazität von Festkörpern

T > ΘD : Cm ≈ 3 R ≈ 25 Jmol

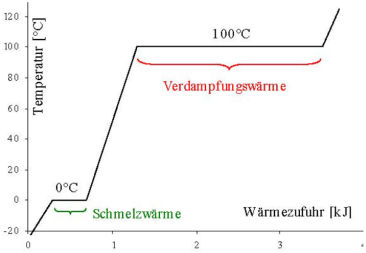
(Dulong-Petit)

T << ΘD : Cm = 12 · π^4 · R · (T / ΘD)^3

(Debye)

T	Absolut-Temperatur	[T] = K
ΘD	Debye-Temperatur ΘD ≈ 200 K	[ΘD] = K
Cm	Molare Wärmekapazität	[Cm] = Jmol K
R	Universelle Gaskonstante R = 8.314 Jmol K	[R] = Jmol K

7.5 Latente Wärme (Schmelz-/ Verdampfungswärme)



Beim Schmelzen und Verdampfen findet keine Temperaturerhöhung statt. Beim Gefrieren und oder Kondensieren wird diese versteckte Wärme wieder frei, ohne Abnahme der Temperatur

→ Die Schmelz-/ Verdampfungswärme ist stark druckabhängig

Qf = qf · m, Qs = qs · m, qfWasser := 334 kJ/kg, qsWasser := 2256 kJ/kg

Qf	Schmelz-/Erstarrungs-Wärme	[Qf] = J
qf	Spezifische Schmelzwärme	[qf] = J/kg
Qs	Verdampfungs-/Kondensations-Wärme	[Qs] = J
qs	Spezifische Verdampfungs-Wärme	[qs] = J/kg
m	Masse	[m] = kg

7.6 Wärmebilanz

Wärmeaustausch zwischen verschiedenen Materialien In einem abgeschlossenen System (nach aussen isoliert) muss gelten: Zugeführte Wärme = Abgeführte Wärme

sum from i=1 to n of (ΔQi + ΔQfi + ΔQsi) = 0

ΔQi	i-te Wärme-Menge aus Temperatur-Zu-/Abnahme	[ΔQi] = J
ΔQfi	i-te Wärme-Menge aus Schmelz-/Erstarrungs-Vorgang	[ΔQfi] = J
ΔQsi	i-te Wärme-Menge aus Verdampfungs-/Kondensations-Vorgang	[ΔQsi] = J
+	Zugeführte Wärme-Menge	
-	Abgeführte Wärme-Menge	

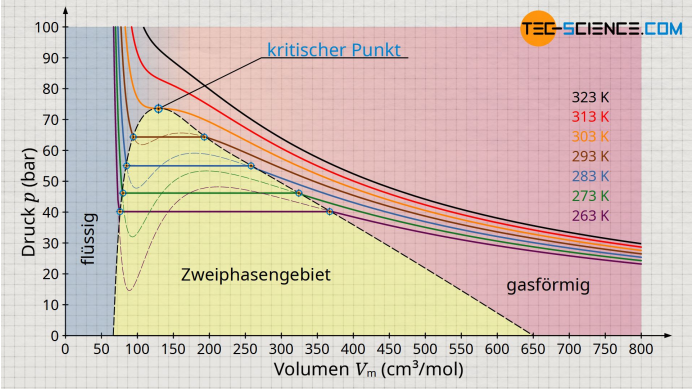
8 Phasen und Phasenübergänge

8.1 Phasen

- Fest: feste Gestalt; festes Volumen
- Flüssig: keine feste Gestalt; festes Volumen
- Gasförmig: keine feste Gestalt; kein festes Volumen
- Plasma: bei sehr hoher Temperatur ist Materie ionisiert (Elektronengas)

8.2 Dampfdruck ps(T)

- Der Dampfdruck bedeutet das Gleichgewicht der Flüssigkeit mit ihrer Dampfphase
- Der Dampfdruck ist das Niveau des konstanten Drucks im 2-Phasengebiet eines realen Gases nach van der Waals
- Der Dampfdruck ist nur temperaturabhängig
- Bei Kompression oder Expansion ändert sich der Dampfdruck nicht, sondern der Anteil Flüssigkeit zu Gas muss ändern



- Verdunsten → Schnellste Teilchen treten aus Flüssigkeit aus
- Sieden/Verdampfen → Dampfdruck = Umgebungsdruck

8.3 Dampfdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron)

Kondensieren ↔ Verdampfen flüssig ↔ gasförmig

dp\_s/dT = qs / (T \* (1/p\_g - 1/p\_f))

8.3.1 Dampfdruck ps(T) von Wasser (Clausius-Clapeyron)

ps(T) = ps0 \* exp(qs \* MW / (R \* (1/T0 - 1/T)))

ps0 = 610.7 Pa, T0 = 273 K, qs = 2420 kJ/kg, MW = 18.02 g/mol

8.4 Schmelzdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron)

Erstarren ↔ Schmelzen fest ↔ flüssig

dp\_f/dT = qf / (T \* (1/p\_f - 1/p\_s))

8.5 Gasdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron)

Desublimieren ↔ Sublimieren fest ↔ gasförmig

dp\_sub/dT = (qs + qf) / (T \* (1/p\_g - 1/p\_s))

qs	Spezifische Verdampfungs-Wärme	[qs] = J/kg
qf	Spezifische Schmelz-Wärme	[qf] = J/kg
qs + qf	Spezifische Sublimations-Wärme	
ps	Dampfdruck	[ps] = Pa
pf	Schmelzdruck	[pf] = Pa
pg	Schmelzdruck	[pg] = Pa
ρg	Dichte Gas	[ρg] = kg/m^3
ρf	Dichte Flüssigkeit	[ρf] = kg/m^3
ρs	Dichte Festkörper	[ρs] = kg/m^3

8.6 Formeln von Magnus

Die Formeln von Magnus dienen der vereinfachten Berechnung des Dampfdrucks von Wasser = Sättigungsdruck

8.6.1 Dampfdruck von Wasser ps(θ) (θ ≥ 0 °C)

ps(θ) = ps0 \* 10^(7.5 \* θ / (237 + θ))

8.6.2 Schmelzdruck von Wasser ps(θ) (θ ≤ 0 °C)

ps(θ) = ps0 \* 10^(9.5 \* θ / (265.5 - θ))

ps	Dampfdruck / Schmelzdruck	[ps] = Pa
ps0	Dampfdruck bei 0 °C	ps0 = 610.7 Pa
θ	Temperatur	[θ] = °C

8.7 Umkehrformeln von Magnus

8.7.1 θ(ps) für ps ≥ ps0

θ(ps) = (237 \* log(ps/ps0)) / (7.5 - log(ps/ps0))

8.7.2 θ(ps) für ps ≤ ps0

θ(ps) = (265.5 \* log(ps/ps0)) / (9.5 - log(ps/ps0))



8.8 Luftfeuchtigkeit

8.8.1 Abs. Luftfeuchtigkeit  $f$

$f = \frac{m_W}{V}$

8.8.2 Rel. Luftfeuchtigkeit  $f_r$

$f_r = \frac{m_W}{m_S} = \frac{p_D}{p_S} = \frac{p_D}{p_S(\theta)}$

$f$	Absolute Luftfeuchtigkeit	$[f] = 1$
$f_r$	Relative Luftfeuchtigkeit	$[f_r] = 1$
$m_W$	Masse Wasserdampf	$[m_W] = \text{kg}$
$m_S$	Masse Wasserdampf bei Sättigung	$[m_S] = \text{kg}$
$V$	Volumen	$[V] = \text{m}^3$
$p_D$	Partialdruck Wasserdampf	$[p_D] = \text{Pa}$
$p_S$	Dampfdruck = Sättigungsdruck Wasserdampf	$[p_S] = \text{Pa}$
$\theta$	Temperatur	$[\theta] = ^\circ\text{C}$

8.8.3 Feuchte vs. trockene Luft

Feuchte Luft ist leichter als trockene Luft!

$\rho_F < \rho_T$

 (da  $M_W < M_L$ )

$\rho_F$	Dichte feuchte Luft	$[\rho_F] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$\rho_T$	Dichte trockene Luft	$[\rho_F] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$M_W$	Molmasse $H_2O$	$[M_W] = \frac{\text{g}}{\text{mol}}$
$M_S$	Molmasse Luft	$[M_W] = \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

8.9 Taupunkts-Temperatur  $\theta_d$

Temperatur, bei welcher 100% Luftfeuchtigkeit herrscht.

Wenn die Taupunkt-Temperatur **unterschritten** wird, dann kondensiert Wasser.

$$\theta_d(\theta, f_r) = \frac{237 \cdot \left( \log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237} \right)}{7.5 - \left( \log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237} \right)}$$

$$\theta_d(x) = \frac{237 \cdot x}{7.5 - x} \quad \text{mit} \quad x(\theta, f_r) = \log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237}$$

$\theta_d$	Taupunkts-Temperatur	$[\theta_d] = ^\circ\text{C}$
$f_r$	Relative Luftfeuchtigkeit	$[f_r] = 1$
$\theta$	Temperatur	$[\theta] = ^\circ\text{C}$

8.10 Relative Innen-Feuchte  $f_{ri}$

$f_{ri} = \frac{p_s(\theta_a)}{p_s(\theta_i)} \cdot f_{ra}$

$f_{ri}$	Relative Feuchte im Inneren	$[f_{ri}] = 1$
$f_{ra}$	Relative Feuchte der Aussenluft	$[f_{ra}] = 1$
$p_s(\theta_i)$	Dampfdruck bei Innentemperatur	$[p_s(\theta_i)] = \text{Pa}$
$p_s(\theta_a)$	Dampfdruck bei Aussentemperatur	$[p_s(\theta_a)] = \text{Pa}$

9 Kinetische Gas-Theorie

9.1 Aequipartitionsgesetz

Mittlere kinetische Energie

Idealisierte Annahmen:

- Moleküle = Massenpunkte
- Keine (bzw.) elastische Zusammenstöße
- Keine Kräfte zwischen den Molekülen
- Elastischer Stoss gegen Wand
- Alle Moleküle haben gleiche Geschwindigkeit
- $\frac{1}{6}$  aller Moleküle fliegen gegen eine einzelne Wand

$\overline{E} = f \cdot \frac{k \cdot T}{2}$

$f = 3$	1-atomiges Gas
$f = 5$	2-atomiges Gas
$f = 6$	3-atomiges Gas

$\overline{E}$	Mittlere kinetische Energie	$[\overline{E}] = \text{J}$
$f$	Freiheitsgrade	$[f] = 1$
$k$	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
$T$	Absolute Temperatur	$[T] = \text{K}$

9.2 Geschwindigkeiten

9.2.1 Mittlere quadratische Geschwindigkeit  $u$

$$u = \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot R \cdot T}{M}}$$

9.2.2 Mittlere Geschwindigkeit  $\bar{v}$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot k \cdot T}{\pi \cdot m}} = \sqrt{\frac{8 \cdot R \cdot T}{\pi \cdot M}}$$

9.2.3 Wahrscheinlichste Geschwindigkeit  $v_0$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot T}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot T}{M}}$$

$k$	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
$T$	Absolute Temperatur	$[T] = \text{K}$
$m$	Masse des Teilchens	$[m] = \text{kg}$
$M$	Mol-Masse	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
$R$	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$

9.3 Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$f(m, T, v) = \sqrt{\frac{2 \cdot m^3}{\pi \cdot k^3 \cdot T^3}} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{m \cdot v^2}{2 \cdot k \cdot T}}$$

$m$	Masse des Teilchens	$[m] = \text{kg}$
$k$	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
$T$	Absolute Temperatur	$[T] = \text{K}$
$v$	Geschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

9.4 Mittlere freie Weglänge  $\bar{\lambda}$

Gibt an, um welche Strecke sich ein Molekül im Mittel bis zum nächsten Zusammenstoss fortbewegen kann.

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{n \cdot (\pi \cdot d^2)}$$

 mit Wirkungsquerschnitt  $\sigma = \pi \cdot d^2$

$n$	Molekül-Dichte	$[n] = \frac{1}{\text{m}^3}$
$d$	Molekül-Durchmesser	$[d] = \text{m}^2$

9.5 Dichtefunktion

Verteilungsfunktion der mittleren, freien Weglänge

$$f(x) = \frac{1}{\lambda} \cdot e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

9.6 Transportvorgänge

9.6.1 Wärmeleitung

Transport von **kinetischer Energie** (als Wärme wahrgenommen)

$$j_Q = -\lambda_Q \cdot \frac{\text{dT}}{\text{dx}} \quad \lambda_Q = \frac{1}{6} \cdot n \cdot \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \cdot f \cdot k$$

9.6.2 Diffusion

Transport von **Masse**

$$j_D = -D \cdot \frac{\text{dn}}{\text{dx}} \quad D = \frac{1}{3} \cdot \bar{v} \cdot \bar{\lambda}$$

9.6.3 Viskosität

Transport von **Impuls**

$$\tau = -\eta \cdot \frac{\text{dv}}{\text{dx}} \quad \eta = \frac{1}{3} \cdot n \cdot \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \cdot \rho$$

$j_Q$	Wärmestrom
$\lambda_Q$	Wärmeleitfähigkeit
$j_D$	Diffusionsstrom
$D$	Diffusionskonstante
$\tau$	Schubspannung
$\eta$	Viskosität
$n$	Molekül-Dichte
$\bar{v}$	Mittlere Geschwindigkeit
$\bar{\lambda}$	Mittlere freie Weglänge
$f$	Anzahl Freiheitsgrade
$k$	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$
$T$	Absolute Temperatur
$\rho$	Dichte

$[j_Q] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
$[\lambda_Q] = \frac{\text{W}}{\text{K}}$
$[j_D] = ?$
$[D] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
$[\tau] = \text{N}$
$[\eta] = \text{Pa s}$
$[n] = \frac{1}{\text{m}^3}$
$[\bar{v}] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$[\bar{\lambda}] = \text{m}$
$[f] = 1$
$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
$[T] = \text{K}$
$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

10 Temperaturstrahlung

- Wärmestahlung = Berührungslose Übertragung von Wärme
- In Form von elektromagnetischen Wellen ( $\lambda$  @ IR)
- Körper absorbiert elektromagn. Strahlung und erhöht seine Temperatur
- Jeder Körper mit  $T > 0 \text{ K}$  strahlt Wärme ab (Temp-strahlung)
- Für jede Wellenlänge muss ein Körper gleich viel Energie abstrahlen, wie er zuvor aufgenommen hat!

10.1 Strahlungs-Gesetze

10.1.1 Stefan-Boltzmann-Gesetz

- Idealer schwarzer Körper (Hohlraum) absorbiert **alle Wellenlängen zu 100 %**
- Je mehr ein Körper absorbiert, desto mehr muss er emittieren (**Energie-Gleichgewicht**)

Ein schwarzer Körper (=Hohlraumstrahler) der Temperatur  $T$  hat eine totale Abstrahlungs-Leistung **pro Oberfläche**  $K_S$  von:

$K_S = \sigma \cdot T^4$

$K_S$	Schwarzkörper-Emission	$[K_S] = \frac{W}{m^2}$
$\sigma$	Stefan-Boltzmann-Konstante $\sigma = 5.671 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$	$[\sigma] = \frac{W}{m^2 K^4}$
$T$	<b>Absolute</b> Temperatur	$[T] = K$

10.1.2 Wien'sches Verschiebungsgesetz

Verschiebung der maximalen Wellenlänge:

$\lambda_{max} \cdot T = const = b$

$\lambda_{max}$	Wellenlängen-Maximum (Planck)	$[\lambda_{max}] = m$
$T$	<b>Absolute</b> Temperatur	$[T] = K$
$b$	Konstante: $b = 2.898 \cdot 10^{-3} m K$	$[b] = m K$

10.1.3 Planck'sches Gesetz der Quantenmechanik

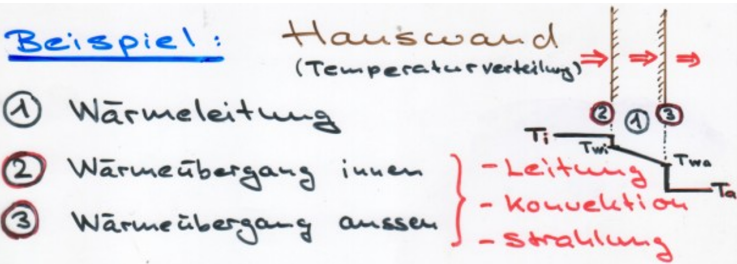
Ein Oszillator, welcher auf ein anderes Energieniveau (=Elektronen-Kreisbahnen nach Bohr) wechselt, setzt die Energiedifferenz  $\Delta E$  in ein Lichtquant (Photon) mit entsprechen-der Frequenz  $f$  um.

Je nach Vorzeichen von  $\Delta E$  wird das Photon emittiert oder absorbiert.

$\Delta E = h \cdot f$

$\Delta E$	spektrale Abstrahlung (Energie)	$[\Delta E] = J$
$h$	Panck'sches Wirkungsquantum $h = 6.628 \cdot 10^{-34} J s$	$[h] = J s$
$f$	Frequenz des Photons	$[f] = \frac{1}{s} = Hz$

10.2 Wärmetransport (an Beispiel Hauswand)



10.2.1 Wärmeleitung

$j = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}$

$j$	Wärmestromdichte	$[j] = \frac{W}{m^2}$
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit	$[\lambda] = \frac{W}{m K}$
$\frac{dT}{dx}$	Wärmeabnahme / Gradient	$[\frac{dT}{dx} Big] = \frac{K}{m}$

10.2.2 Wärmeübergang

innen :  $j = \alpha_i \cdot (T_i - T_{wi})$  mit  $\alpha_i = 8 \frac{W}{m^2 K}$

aussen :  $j = \alpha_a \cdot (T_{wa} - T_a)$  mit  $\alpha_a = 20 \frac{W}{m^2 K}$

10.2.3 Wärmedurchgang

Material + Dicke zusammengefasst

$j = k \cdot (T_i - T_a) = k \cdot \Delta T$  mit  $k = \frac{\lambda}{d}$

$P = \dot{Q} = j \cdot A$

$j$	Wärmestromdichte	$[j] = \frac{W}{m^2}$
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit	$[\lambda] = \frac{W}{m K}$
$\alpha_i$	Wärmeübergangszahl innen	$[\alpha_i] = \frac{W}{m^2 K}$
$\alpha_a$	Wärmeübergangszahl aussen	$[\alpha_a] = \frac{W}{m^2 K}$
$T_{wa}$	Temperatur Wand aussen	$[T_{wa}] = K$
$T_a$	Aussentemperatur	$[T_a] = K$
$T_{wi}$	Temperatur Wand innen	$[T_{wi}] = K$
$T_i$	Innentemperatur	$[T_i] = K$
$k$	Wärmedurchgangszahl	$[k] = \frac{W}{m^2 K}$
$d$	Dicke der Wand	$[d] = m$

10.2.4 Wärmedurchgang komplett

Der komplette Wärmedurchgang leitet sich her durch die **Erhaltung der Wärmestrom-dichte**  $j$  und errechnet sich mit:

n Schichten:  $\frac{1}{k_{tot}} = \frac{1}{\alpha_i} + \sum_x \frac{1}{k_x} + \frac{1}{\alpha_a}$

zylindrisch:  $\frac{1}{k_{tot}} = r_a \left( \frac{1}{\alpha_i \cdot r_i} + \sum_x \frac{1}{\lambda_x} \cdot \ln \left( \frac{r_{xa}}{r_{xi}} \right) + \frac{1}{\alpha_a} \cdot \frac{1}{r_a} \right)$

$k_x$	Wärmedurchgangszahl $x$ -te Schicht	$[k_x] = \frac{W}{m^2 K}$
$\alpha_i$	Wärmeübergangszahl innen	$[\alpha_i] = \frac{W}{m^2 K}$
$\alpha_a$	Wärmeübergangszahl aussen	$[\alpha_a] = \frac{W}{m^2 K}$
$r_i$	Innenradius Rohr	$[r_i] = m$
$r_a$	Aussenradius Rohr	$[r_a] = m$
$\lambda_x$	Wärmeleitfähigkeit	$[\lambda] = \frac{W}{m K}$

10.3 Wärme-Bedarf (Heizleistung)

Der Wärme-Bedarf (=Heizleistung) setzt sich zusammen aus **Wärmeverlust durch Wärmeleitung** und durch **Wärmeverlust durch Luftaustausch**:

$\underbrace{\text{Wärmeverlust}}_{\dot{Q}} = \underbrace{\text{Heizleistung}}_P$

$P = \dot{Q}_{tot} = \dot{Q}_W + \dot{Q}_L$

$\dot{Q}_W = A \cdot j = A \cdot k \cdot \Delta T$

$\dot{Q}_L = c_L \cdot \rho_L \cdot \dot{V} \cdot \Delta T$

allgemein:  $\dot{Q}_{tot} = \sum_{i=1}^n \left[ (A_i \cdot k_i + c_L \cdot \rho_L \cdot \dot{V}) \cdot \Delta T \right]$

$\dot{Q}_{tot}$	Totaler Wärmeverlust	$[\dot{Q}_{tot}] = \frac{J}{s} = W$
$\dot{Q}_W$	Wärmeleitung	$[\dot{Q}_W] = \frac{J}{s} = W$
$\dot{Q}_L$	Luftaustausch	$[\dot{Q}_L] = \frac{J}{s} = W$
$k_i$	Wärmedurchgangszahl $i$ -te Schicht	$[k_i] = \frac{W}{m^2 K}$
$\dot{V}$	Volumenstrom	$[\dot{V}] = \frac{m^3}{s}$
$\rho_L$	Dichte der Luft: $\rho_L = 1.2 \frac{kg}{m^3}$	$[\rho_L] = \frac{kg}{m^3}$
$c_L$	Wärmekapazität Luft: $c_L = 1000 \frac{J}{kg K}$	$[c_L] = \frac{J}{kg K}$
$A$	Fläche der Wärmeleitung	$[A] = m^2$
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	$[\Delta T] = K$

10.4 Wärmeverlust durch Abstrahlung

Durch Strahlung kann auch Wärme übertragen werden.

$j_{12} = c_{12} \cdot (T_1^4 - T_2^4) = \sigma \cdot \varepsilon \cdot (T_1^4 - T_2^4)$

$j_{12}$	Wärme-Transport durch Strahlungsaustausch	$[j_{12}] = \frac{W}{m^2}$
$c_{12}$	Strahlungsaustauschzahl	$[c_{12}] = \frac{W}{m^2 K^4}$
$\sigma$	Stefan-Boltzmann-Konstante $\sigma = 5.671 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$	$[\sigma] = \frac{W}{m^2 K^4}$
$\varepsilon$	Emissionsverhältnis	$[\varepsilon] = 1$

10.5 Zustandsänderungen

Erinnerung 1. Hauptsatz :  $\Delta U = \Delta W + \Delta Q$

10.5.1 Isotherm

bei konstanter Temperatur

$W_{ab} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right)$

$\Delta Q_{zu} = W$  ( $\Delta U = 0$ )

10.5.2 Isobar

bei konstantem Druck

$W_{ab} = p \cdot (V_2 - V_1)$

$\Delta Q_{zu} = n \cdot C_{mp} \cdot \Delta T$

10.5.3 Isochor

bei konstantem Volumen

$W = 0$

$\Delta Q_{zu} = n \cdot C_{mV} \cdot \Delta T$  ( $\Delta U = \Delta Q$ )

10.5.4 Adiabatisch

ohne Wärme-Austausch

W\_{ab} = n \cdot C\_{mV} \cdot \Delta T

\Delta Q = 0

C_{mp}	Isobare Wärme-Kapazität (p = const)	[C_{mp}] = \frac{J}{mol K}
C_{mV}	Isochore Wärme-Kapazität (V = const)	[C_{mV}] = \frac{J}{mol K}
R	Universelle Gaskonstante R = 8.314 \frac{J}{mol K}	[R] = \frac{J}{mol K}
n	Mol-Zahl	[n] = mol
T	Absolute Temperatur	[T] = K
V_x	Volumen	[V_x] = m^3

11 Rückwandlung innerer Energie

11.1 Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre

- Innere Energie kann **nicht zu 100 %** in Arbeit umgesetzt werden  
=> Carnot-Wirkungsgrad ist der theoretisch höchstmögliche
- Wärme kann niemals von selbst von einem kälteren Ort zu einem wärmeren Ort fließen (Clausius)
- Es gibt keine periodisch wirkende Maschine, die nichts anderes bewirkt als Erzeugung mechanischer Arbeit und Abkühlung eines Wärme-Reservoirs (Kelvin)  
=> Es gibt kein Perpetuum mobile 2. Art

11.2 Kreisprozess (reversibler Prozess)

Anfangszustand = Endzustand

Rechtslaufender Kreisprozess

- Gibt Arbeit ab
- Wärmekraftmaschine
- Bei hoher Temperatur wird Wärme aus Prozess **zugeführt**
- Nur Bruchteil der Wärme in Arbeit verwandelbar
- Obergrenze: Carnot-Wirkungsgrad

Linkslaufender Kreisprozess

- Verbraucht Arbeit
- Wärmepumpe
- Bei hoher Temperatur wird dem Prozess Wärme **abgeführt**
- Erzeugt mehrfaches an Wärme
- Obergrenze: Inv. Carnot-Wirkungsgrad

11.3 Carnot-Wirkungsgrad

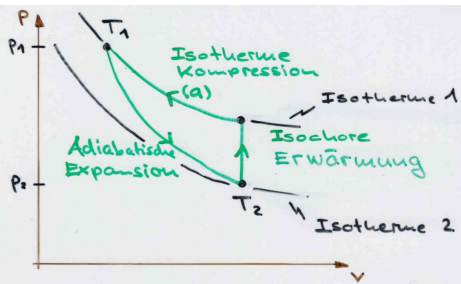
Wärmekraftmaschine: n\_C = \frac{W\_{ab}}{Q\_{zu}} = \frac{T\_{hoch} - T\_{tief}}{T\_{hoch}}

Wärmepumpe: n\_{iC} = \frac{Q\_{zu}}{W\_{ab}} = \frac{T\_{hoch}}{T\_{hoch} - T\_{tief}}

n_C	Carnot-Wirkungsgrad	[n_C] = 1
n_{iC}	Inverset Carnot-Wirkungsgrad	[n_{iC}] = 1
T_{tief}	Temperatur des Warm-Reservoirs	[T_{tief}] = K
T_{hoch}	Temperatur des Kalt-Reservoirs	[T_{hoch}] = K
Q_{zu}	zugeführte Wärme	[Q_{zu}] = J
W_{ab}	abgeführte Energie	[W_{ab}] = J

11.4 Adiabaten-Gleichung (Kreisprozess)

Adiabate wird beschrieben im pV- / TV- / Tp-Diagramm



p \cdot V^\kappa = const

T \cdot V^{\kappa-1} = const

T^\kappa \cdot p^{1-\kappa} = const

\kappa = \frac{C\_{mp}}{C\_{mV}}

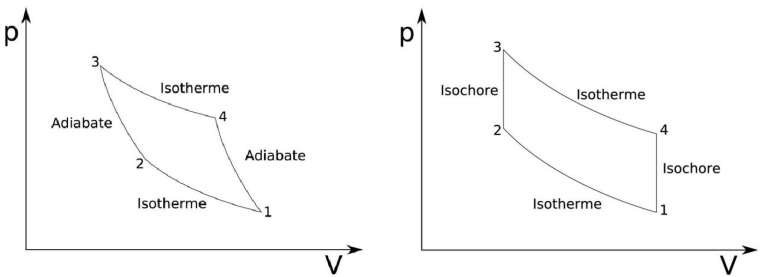
C\_{mp} - C\_{mV} = R

C_{mp}	Molare Wärmekapazität @ p = const	[C_{mp}] = \frac{J}{mol K}
C_{mV}	Molare Wärmekapazität @ V = const	[C_{mV}] = \frac{J}{mol K}
\kappa	Adiabaten-Exponent	[\kappa] = 1
R	Universelle Gaskonstante R = 8.314 \frac{J}{mol K}	[R] = \frac{J}{mol K}

11.5 Kreisprozesse (Vorgänge)

isotherme Expansion	liefert Wärme	benötigt Energie
isotherme Kompression	benötigt Wärme	liefert Energie
adiabatische Expansion	liefert Arbeit	ohne Wärme
adiabatische Kompression	benötigt Arbeit	ohne Wärme
isochore Erwärmung	ohne Arbeit	benötigt Wärme
isochore Abkühlung	ohne Arbeit	liefert Wärme

11.6 Beispiel Kreisprozess



11.7 Entropie-Zunahme

11.7.1 Definition der Entropie-Zunahme

\Delta S = S\_1 + S\_2 = \int \frac{1}{T} dQ

11.7.2 Boltzmann-Gleichung für Entropie-Zunahme

\Delta S = k \cdot \ln(W)

\Delta S	Entropie	[\Delta S] = \frac{J}{K}
k	Boltzmann-Konstante k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}	[k] = \frac{J}{K}
W	Wahrscheinlichkeit eines Zustands	[W] = 1

11.7.3 Abgeschlossenes System

\Delta S \ge 0	Entropie kann nur zunehmen in abgeschlossenem System
\Delta S > 0	Irreversibler Prozess
\Delta S = 0	Reversibler Prozess

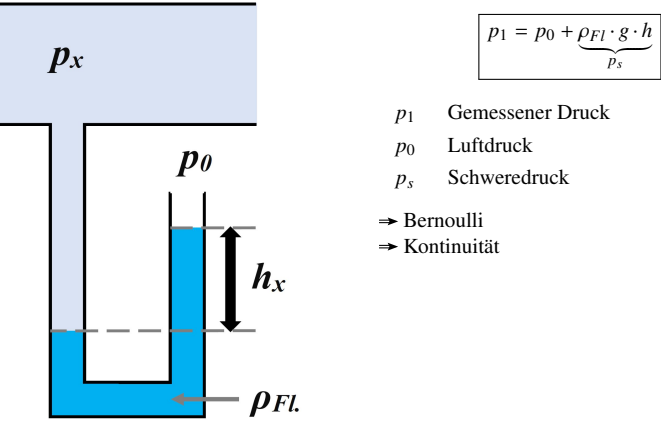
III Anhang

12 Molmassen wichtiger Atome

Symbol	Molekül	Molmasse
H	Wasserstoff	1.008 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
C	Kohlenstoff	12.011 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
N	Stickstoff	14.007 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
O	Sauerstoff	15.999 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
Al	Aluminium	26.982 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
Si	Silicium	28.982 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$

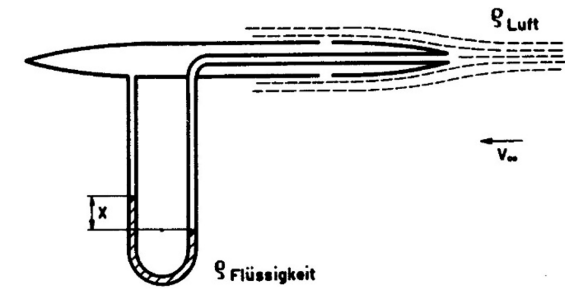
13 Ansätze zu Aufgaben

13.1 Barometer



13.2 Pitotrohr

Prandtl'sches Staurohr; Staudruckmesser  
Zur Messung von Strömungsgeschwindigkeiten



Bernoulli horizontal:  $\underbrace{p_1}_{p_L} + \frac{1}{2} \rho_1 \cdot \underbrace{v_1^2}_0 = \underbrace{p_2}_{p_L - \Delta p} + \frac{1}{2} \underbrace{\rho_2}_{\rho_L} \cdot v_2^2$

$0 = -\Delta p + \frac{1}{2} \rho_L \cdot v_2^2 \Rightarrow \Delta p = \frac{1}{2} \rho_L \cdot v_2^2$

Gleichsetzen:  $\Delta p = \rho_{Fl} \cdot g \cdot h$

13.3 Pumpe

$W = P \cdot t = F \cdot \Delta s = p \cdot A \cdot \Delta s = p \cdot \Delta V$

$F = p \cdot A$

$P = \frac{W}{t} = \frac{p \cdot V}{t} = p \cdot \dot{V}$

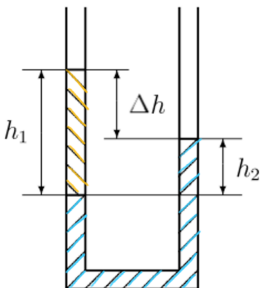
13.4 Bewegungen

$P = F \cdot v$

$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

13.5 U-Rohr

Ansatz: Druckgleichgewicht



$p_1 = p_2$

$\rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2$

13.6 Wasser mit Dampf erhitzen

Ein Tasse mit  $m_W = 200 \text{ g}$  Wasser mit einer Temperatur von  $T_K = 20^\circ\text{C}$  wird an der Wasserdampfdüse einer Kaffeemaschine mittels Wasserdampf erhitzt.  
Der aus der Kaffeemaschine ausströmende Wasserdampf ist  $T_H = 96^\circ\text{C}$  heiss.  
Am Schluss haben Sie 10 % mehr Wasser in der Tasse. (entspricht  $m_D$ )  
Wie warm ist das Wasser nun?

Ansatz: 1. Hauptsatz  $\Delta Q_{\text{zu}} = \Delta Q_{\text{ab}}$

$m_W \cdot c_W (T_M - T_K) = q_s \cdot m_D + m_D \cdot c_W (T_H - T_M)$

13.7 Eis in Wasser schmelzen

In einem Gefäss befinden sich  $m_W = 1 \text{ kg}$  Wasser.  
Dazu wird ein Eiswürfel von  $m_E = 20 \text{ g}$  gegeben.  
Das Eis hat eine Temperatur von  $T_E = -5^\circ\text{C}$  und das Wasser hat eine Temperatur  $T_W$ . Die Temperatur  $T_0$  steht für  $0^\circ\text{C}$  bzw.  $273.15 \text{ K}$   
Gesucht ist die Mischtemperatur  $T_M$

$\Delta Q_{\text{ab}} = \Delta Q_{\text{zu}}$

$m_W \cdot c_W \cdot (T_W - T_M) = m_E \cdot c_E \cdot (T_0 - T_E) + q_f \cdot m_E + m_E \cdot c_W \cdot (T_M - T_0)$