



Physik 2 - HAT

FS 2023 – Dr. David Sourlier

Autoren: Simone Stitz

<https://gitlab.com/sstitz/physik-2-hat>

V2.0.20260217

Inhaltsverzeichnis

I Hydrostatik / Hydrodynamik

1 Hydrostatik

1.1 Festkörper, Flüssigkeit, Gas	2
1.2 Druck / Schubspannung	2
1.3 Kompression	2
1.4 Dichte	2
1.5 Boyle-Mariotte	2
1.6 Hydrostatischer Druck (Schweredruck)	2
1.7 Barometrische Höhenformel (Gase)	2
1.8 Statischer Auftrieb (Fluid)	2
1.9 Oberflächenspannung	2
1.10 Kapillarität	2
1.11 Druck in Seifenblase	3

2 Hydrodynamik - Ideale Fluide

2.1 Stromlinien-Modell	3
2.2 Kontinuitätsgleichung	3
2.3 Bernoulli-Gleichung	3
2.4 Bernoulli-Gleichung und Energieerhaltung	3

3 Hydrodynamik - Reale Fluide

3.1 Newton'sches Reibungs-Gesetz	3
3.2 Stokes'sche Reibung	3
3.3 Hagen-Poiseuille	3
3.4 Reynolds-Zahl	4
3.5 Turbulente / Laminare Rohrströmung	4
3.6 Prandl'sche Grenzschicht-Dicke	4
3.7 Bernoulli-Gleichung mit innerer Reibung	4
3.8 Druckwiderstand	4
3.9 Auftriebskraft nach Kutta-Jukowski	4
3.10 Dynamischer Auftrieb	4
3.11 Induzierter Widerstand	4
3.12 Gleitwinkel	5
3.13 Helmholtz'sche Wirbelsätze	5

II Thermodynamik

4 Temperatur – Dehnung / Streckung

4.1 Absolute Temperatur	5
4.2 Thermische Ausdehnung	5
4.3 Thermische Spannung	5

5 Ideales Gas

5.1 Modell des idealen Gases	5
5.2 Universelle Gasgleichung	5
5.3 Universelle Gasgleichung für ideale Gase	6
5.4 Mechanische Arbeit von Gasen	6
5.5 Gesetz von Avogadro	6
5.6 Molmasse / Molvolumen	6
5.7 Dichte eines Gases	6
5.8 Phänomene von idealen Gasen	6
5.9 Partialdruck	6
5.10 Gesetz von Dalton	6
5.11 Volumen- und Massenkonzentration (Gasgemisch)	6
5.12 Mol-Masse Gasgemisch	7

6 Reales Gas	7
6.1 Van der Waals-Gleichung (1 mol)	7
6.2 Van der Waals-Gleichung (n Mol)	7
7 Wärmelehre	7
7.1 Wärme Q	7
7.2 Erster Hauptsatz der Wärmelehre	7
7.3 Mechanische Wärmeäquivalente	7
7.4 Wärmekapazität	7
7.5 Latente Wärme (Schmelz-/ Verdampfungswärme)	8
7.6 Wärmebilanz	8
8 Phasen und Phasenübergänge	8
8.1 Phasen	8
8.2 Dampfdruck	8
8.3 Dampfdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron)	8
8.4 Schmelzdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron)	8
8.5 Gasdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron)	8
8.6 Formeln von Magnus	8
8.7 Umkehrformeln von Magnus	8
8.8 Luftfeuchtigkeit	9
8.9 Taupunkts-Temperatur	9
8.10 Relative Innen-Feuchte	9
9 Kinetische Gas-Theorie	9
9.1 Aequipartitionsgesetz	9
9.2 Geschwindigkeiten	9
9.3 Maxwell-Boltzmann-Verteilung	9
9.4 Mittlere freie Weglänge	9
9.5 Dichtefunktion	9
9.6 Transportvorgänge	9
10 Temperaturstrahlung	9
10.1 Strahlungs-Gesetze	10
10.2 Wärmetransport (an Beispiel Hauswand)	10
10.3 Wärme-Bedarf (Heizleistung)	10
10.4 Wärmeverlust durch Abstrahlung	10
10.5 Zustandsänderungen	10
11 Rückwandlung innerer Energie	11
11.1 Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre	11
11.2 Kreisprozess (reversibler Prozess)	11
11.3 Carnot-Wirkungsgrad	11
11.4 Adiabaten-Gleichung (Kreisprozess)	11
11.5 Kreisprozesse (Vorgänge)	11
11.6 Beispiel Kreisprozess	11
11.7 Entropie-Zunahme	11
III Anhang	12
12 Molmassen wichtiger Atome	12
13 Ansätze zu Aufgaben	12
13.1 Barometer	12
13.2 Pitotrohr	12
13.3 Pumpe	12
13.4 Bewegungen	12
13.5 U-Rohr	12
13.6 Wasser mit Dampf erhitzen	12
13.7 Eis in Wasser schmelzen	12

I Hydrostatik / Hydrodynamik

1 Hydrostatik

1.1 Festkörper, Flüssigkeit, Gas

1.1.1 Festkörper

- Kein Fluid
- Festes Volumen; feste Gestalt
- Moleküle / Atome befinden sich in regelmässiger Gitter-Anordnung
- Inkomprimibel (sehr schlecht komprimierbar)
- Kraft: Weiterleitung (längs ihrer Wirkungslinie)
- Druck: Verstärkung

1.1.2 Ideale Flüssigkeit

- Fluid
- Festes Volumen; keine feste Gestalt
- Moleküle / Atome bewegen sich chaotisch aneinander vorbei
- Moleküle / Atome füllen den Raum aus / berühren sich
- Inkomprimibel (schlecht komprimierbar)
- Reibungsfrei (keine Scherkräfte)
- Kraft: Verstärkung
- Druck: Weiterleitung (gleichmässig)

1.1.3 Gas

- Fluid
- Kein festes Volumen; keine feste Gestalt
- Moleküle / Atome fliegen mit hoher Geschwindigkeit durch den Raum
- Es gibt sehr viel Zwischenraum
- Moleküle / Atome führen bei Zusammenstoss unter sich oder mit Gefäßwand elastische Stöße aus
- Kompressibel (gut komprimierbar)
- Reibungsfrei (keine Scherkräfte)

1.2 Druck p / Schubspannung τ

Druck ist eine skalare Grösse (hat keine Richtung)

$$p = \frac{F_{\perp}}{A}$$

$$\tau = \frac{F_{\parallel}}{A}$$

p	Druck	$[p] = \text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
τ	Schubspannung (Scherkraft)	$[\tau] = \text{N}$
F_{\perp}	Kraft senkrecht zu A	$[F_{\perp}] = \text{N}$
F_{\parallel}	Kraft parallel zu A	$[F_{\parallel}] = \text{N}$
A	Fläche	$[A] = \text{m}^2$

In abgeschlossenen, miteinander verbundenen Systemen herrscht ein Druck-Gleichgewicht!

$$p_1 = p_2 \Leftrightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

1.2.1 Weitere Einheiten von Druck

1 bar = 10^5 Pa Absolutdruck: Vergleich zu Vakuum

1 hPa	= 100 Pa = 1 mbar
1 at	= $1 \text{ kp} \cdot \text{cm}^{-2} = 9.81 \cdot 10^4 \text{ Pa}$
1 atü	= 1 at (Überdruck; Vergleich zu normalem Luftdruck)
1 Torr	= $\frac{1}{760}$ at (1 mm-Hg-Säule)

1.3 Kompression

$$\text{Flüssigkeiten: } \Delta p = \frac{1}{\kappa} \cdot -\frac{\Delta V}{V} = K \cdot -\frac{\Delta V}{V}$$

$$\text{Gase: } \Delta p = p(h) - p_0 = \frac{1}{\kappa T} \cdot -\frac{\Delta V}{V}$$

Δp	Druckerhöhung	$[\Delta p] = \text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
κ	Kompressibilität (Flüssigkeit)	$[\kappa] = \frac{1}{\text{Pa}}$
$K = \frac{1}{\kappa}$	Kompressionsmodul	$[K] = \text{Pa}$
κ_T	Kompressibilität (Gas)	$[\kappa_T] = \frac{1}{\text{Pa}}$
$-\frac{\Delta V}{V}$	reative Volumen-Abnahme	$\left[\frac{\Delta V}{V} \right] = 1$

1.4 Dichte ρ

$$\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = \rho \cdot V$$

$$\begin{array}{lll} \rho & \text{Dichte} & [\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ m & \text{Masse} & [m] = \text{kg} \\ V & \text{Volumen} & [V] = \text{m}^3 \end{array}$$

1.4.1 Wichtige Dichten

$\rho_{\text{Wasser}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$\rho_{\text{Luft}} = 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

1.5 Boyle-Mariotte

Das Gesetz von Boyle-Mariotte beschreibt die Kompressibilität von Gasen.
→ Das Gesetz gilt nur bei konstanter Temperatur!

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = \text{const} \Leftrightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

$$\begin{array}{lll} \rho_x & \text{Gas-Dichte} & [\rho_x] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ p_x & \text{Gas-Druck} & [p_x] = \text{Pa} \\ V_x & \text{Volumen} & [V_x] = \text{m}^3 \end{array}$$

1.6 Hydrostatischer Druck (Schweredruck)

Gilt nur für Flüssigkeiten!

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

$$\begin{array}{lll} \rho & \text{Dichte der Flüssigkeit} & [\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ h & \text{Höhe unter der Flüssigkeits-Oberfläche} & [h] = \text{m} \\ g & \text{Erdbeschleunigung } g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} & [g] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{array}$$

Der Druck ist nur von der Höhe der darüberliegenden Flüssigkeit abhängig, nicht von deren Volumen oder Gewicht.

1.7 Barometrische Höhenformel (Gase)

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0}{p_0} \cdot g \cdot h}$$

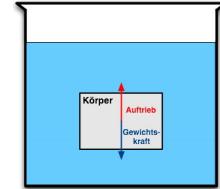
$$\begin{array}{lll} p(h) & \text{Schweredruck des Gases bei Höhe } h & [p(h)] = \text{Pa} \\ p_0 & \text{Luftdruck auf Meereshöhe } p_0 = 10^5 \text{ Pa} & [p_0] = \text{Pa} \\ \rho_0 & \text{Luft-Dichte auf Meereshöhe } \rho_0 = 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} & [\rho_0] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ h & \text{Höhe über Meer} & [h] = \text{m} \\ g & \text{Erdbeschleunigung } g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} & [g] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{array}$$

1.8 Statischer Auftrieb (Fluid)

Der Auftrieb eines Körpers entspricht dem Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeit (Archimedes).

$$F_A = \rho_{\text{Fl}} \cdot V_K \cdot g$$

$$F_A = F_{G,\text{Fl}} = m_{\text{Fl}} \cdot g = \rho_{\text{Fl}} \cdot V_K \cdot g$$



$$\begin{array}{lll} F_A & \text{Auftriebskraft} & [F_A] = \text{N} \\ \rho_{\text{Fl}} & \text{Dichte verdrängtes Fluid} & [\rho_{\text{Fl}}] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ V_K & \text{Verdrängtes Fluid-Volumen} & [V_K] = \text{m}^3 \\ g & \text{Erdbeschleunigung } g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} & [g] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ m_{\text{Fl}} & \text{Masse des verdrängten Fluids} & [m_{\text{Fl}}] = \text{kg} \\ F_{G,\text{Fl}} & \text{Gewichtskraft verdrängtes Fluid} & [F_{G,\text{Fl}}] = \text{N} \end{array}$$

1.9 Oberflächenspannung σ

$$\sigma := \frac{F}{l}$$

$$\begin{array}{lll} \sigma & \text{Oberflächenspannung} & [\sigma] = \frac{\text{N}}{\text{m}} \\ F & \text{Kraft} & [F] = \text{N} \\ l & \text{Länge} & [l] = \text{m} \end{array}$$

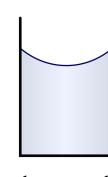
Die Länge l entspricht der gesamten Berührungsstrecke zwischen Flüssigkeit und Festkörper / Gas

Zylinder $l = 2\pi r$ | Lamellen $l = 2b$ (beidseitig!)

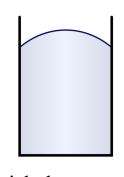
1.10 Kapillarität h

$$h = \frac{2 \cdot \sigma}{\rho \cdot g \cdot r} = \frac{\sigma}{\rho \cdot g \cdot d}$$

$$\begin{array}{lll} \sigma & \text{Totale Grenzflächenspannung} & [\sigma] = \frac{\text{N}}{\text{m}} \\ \rho & \text{Dichte der Flüssigkeit} & [\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ r & \text{Radius der Kapillare} & [r] = \text{m} \\ d & \text{Durchmesser der Kapillare} & [r] = \text{m} \end{array}$$



benetzend



nicht benetzend

1.11 Druck in Seifenblase p

$$p = \frac{2 \cdot \sigma}{r}$$

$$\begin{aligned} \sigma & \text{ Oberflächenspannung} & [\sigma] &= \frac{\text{N}}{\text{m}} \\ r & \text{ Radius der Seifenblase} & [r] &= \text{m} \end{aligned}$$

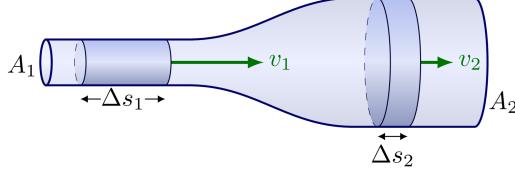
2 Hydrodynamik - Ideale Fluide

Ideale Fluide nehmen keine Scherkräfte auf (keine Reibung) und sind inkompressibel.

2.1 Stromlinien-Modell

- Stromlinien zeigen Geschwindigkeit des Fluids
- Dichte Stromlinien bedeutet hohe Geschwindigkeit
- Dünne Stromlinien bedeutet niedrige Geschwindigkeit
- Stationär: Stromlinien schneiden sich nicht

2.2 Kontinuitätsgleichung



$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \dot{V} = A \cdot v = \text{const} \Leftrightarrow A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \dot{V}$$

$$\Delta V \quad \text{Volumenänderung} \quad [\Delta V] = \text{m}^3$$

$$\Delta t \quad \text{Zeitänderung} \quad [\Delta t] = \text{s}$$

$$\dot{V} \quad \text{Volumenstrom (Volumen pro Zeit)} \quad [\dot{V}] = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

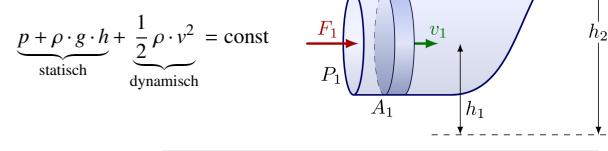
$$A_x \quad \text{Querschnittsfläche} \quad [A_x] = \text{m}^2$$

$$v_x \quad \text{Geschwindigkeit der Flüssigkeit} \quad [v_x] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

⇒ Gilt auch für Gase, wenn $v \ll v_{\text{Schall}}$

2.3 Bernoulli-Gleichung

Die Bernoulli-Gleichung beschreibt ein bewegtes Fluid



$$p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{const}$$

2.3.1 Spezialfall: Horizontal

$$p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{const}$$

2.3.2 Spezialfall: Statik

$$p + \rho \cdot g \cdot h = \text{const}$$

2.3.3 Hydrodynamisches Paradoxon

Je grösser die Strömungsgeschwindigkeit, desto kleiner der Druck

⇒ Gegen jede Intuition!

2.4 Bernoulli-Gleichung und Energieerhaltung

Die in der Bernoulli-Gleichung vorkommenden Terme können als Energie pro Volumen betrachtet werden.

$$\begin{aligned} E_{\text{Mech}} &= \text{Elastische Energie} + \text{pot. Energie} + \text{kin. Energie} \\ &= p \cdot V + m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \text{const} \end{aligned}$$

Wenn durch das Volumen dividiert wird erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{E_{\text{Mech}}}{\text{Volumen}} &= \frac{\text{elastische Energie}}{\text{Volumen}} + \frac{\text{pot. Energie}}{\text{Volumen}} + \frac{\text{kin. Energie}}{\text{Volumen}} \\ &= p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{const} \end{aligned}$$

Bei einer horizontalen Strömung entfällt die pot. Energie (pro Volumen)

$$\begin{aligned} \frac{E_{\text{Mech}}}{\text{Volumen}} &= \frac{\text{elastische Energie}}{\text{Volumen}} + \frac{\text{kin. Energie}}{\text{Volumen}} \\ &= p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{const} \end{aligned}$$

3 Hydrodynamik - Reale Fluide

Reale Fluide nehmen Scherkräfte auf (Reibung)

3.1 Newton'sches Reibungs-Gesetz

$$\tau = \eta \cdot \frac{v}{d}$$

$$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dz}$$

$$\tau \quad \text{Schubspannung} \quad [\tau] = \text{N}$$

$$\eta \quad \text{Dynamische Zähigkeit (Viskosität)} \quad [\eta] = \text{Pa s}$$

$$v \quad \text{Geschwindigkeitsdifferenz zw. Auflagen} \quad [v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$z \quad \text{Richtung senkrecht zur Verschiebung} \quad [z] = \text{m}$$

$$d \quad \text{Distanz zwischen den Auflagen} \quad [d] = \text{m}$$

$$\frac{dv}{dz} \quad \text{Geschwindigkeits-Gradient in z-Richtung} \quad \left[\frac{dv}{dz} \right] = \frac{1}{\text{s}}$$

Werte für η :

$$\eta_{\text{Luft}} := 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s} \quad \left| \begin{array}{l} \eta_{\text{Öl}} := 0.1 \text{ Pa s} \text{ bis } 1 \text{ Pa s} \\ \eta_{\text{Wasser}} := 10^{-2} \text{ Pa s} \end{array} \right.$$

3.1.1 Kinematische Zähigkeit ν

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

$$\nu \quad \text{Kinematische Zähigkeit} \quad [\nu] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\rho \quad \text{Dichte} \quad [\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

3.2 Stokes'sche Reibung F_R

Verwendet für z.B. Kugel in Öl oder fallende Wassertropfen

$$F_R = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot R \cdot v$$

$$F_R \quad \text{Reibungskraft} \quad [F_R] = \text{N}$$

$$\eta \quad \text{Dynamische Zähigkeit (Viskosität)} \quad [\eta] = \text{Pa s}$$

$$R \quad \text{Kugelradius} \quad [R] = \text{m}$$

$$v \quad \text{Geschwindigkeit} \quad [v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3.2.1 Kugelfall-Viskosimeter



Auf eine Kugel, welche in einer Flüssigkeit hinabgleitet wirken folgende Kräfte:

$$\begin{aligned} F_G & \text{ Gewichtskraft} \\ F_A & \text{ statischer Auftrieb} \\ F_R & \text{ Stokes'sche Reibung} \end{aligned}$$

Ansatz zum Lösen von Aufgaben:
Kräftegleichgewicht

3.3 Hagen-Poiseuille

Beschreibung von laminaren Strömungen in einem runden Rohr ⇒ Schichtströmung

3.3.1 Gesetz von Hagen-Poiseuille

$$\dot{V} = \frac{\pi \cdot \Delta p \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot l}$$

3.3.2 Geschwindigkeitsverteilung von $r = 0$ bis R

$$v(r) = \frac{1}{4 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta p}{l} (R^2 - r^2)$$

$$v(r) \quad \text{Fließgeschwindigkeit beim Radius } r \quad [v(r)] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$r \quad \text{betrachteter Radius} \quad [r] = \text{m}$$

$$\eta \quad \text{Dynamische Zähigkeit (Viskosität)} \quad [\eta] = \text{Pa s}$$

$$R \quad \text{Rohr-(Innen)Radius} \quad [R] = \text{m}$$

$$\Delta p \quad \text{Druckdifferenz} \quad [\Delta p] = \text{Pa}$$

$$\dot{V} = \frac{dV}{dr} \quad \text{Volumenstrom} \quad [\dot{V}] = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$l \quad \text{Länge des Rohrs} \quad [l] = \text{m}$$

3.4 Reynolds-Zahl Re

Die Reynoldszahl ist ein Richtmaß für die Wirbelbildung.

- Druck-Differenz (Bernoulli) begünstigt Wirbelbildung
- Innere Reibung (Schubspannung) verhindert Wirbelbildung

$$Re = \frac{\Delta p}{\tau} = \frac{\rho \cdot \bar{v} \cdot d}{\eta} \quad \text{mit } \bar{v} = \frac{\dot{V}}{A}$$

Re	Reynolds-Zahl	[Re] = 1
η	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	[η] = Pa s
\bar{v}	Mittlere Geschwindigkeit	[\bar{v}] = $\frac{m}{s}$
d	Typische Dimension (Rohrdurchmesser)	[d] = m
Δp	Druckdifferenz	[Δp] = Pa
τ	Schubspannung	[τ] = N

Sobald die Reynolds-Zahl Re grösser ist als ein kritischer Wert bilden sich Wirbel.

→ Rohr: $Re_{\text{kritisch}} \approx 2320$

3.4.1 Ähnlichkeitsgesetz

- Reynolds-Zahl dient auch richtigem Vergleich von Modellversuchen
→ Gleiche Reynolds-Zahl bedeutet gleiches Verhalten
- Gleiche Reynolds-Zahl bedeutet auch gleiche relative Grenzschicht-Dicke D (siehe Abschnitt 3.6)

3.5 Turbulente / Laminare Rohrströmung

3.5.1 Hilfe, um Reynoldszahl zu bestimmen (laminar)

$$\Delta p = 32 \cdot \eta \cdot l \cdot \frac{v}{d^2}$$

3.5.2 Druckunterschied in laminare / turbulente Strömung

$$\lambda_{\text{laminar}} = \frac{0.316}{\sqrt[4]{Re}} \quad \lambda_{\text{turbulent}} = \frac{64}{Re}$$

$$\Rightarrow \Delta p_x = \lambda_x \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$$

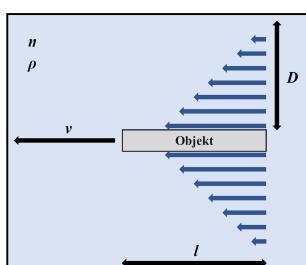
Δp_x	Druckdifferenz (laminar / turbulent)	[Δp] = Pa
η	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	[η] = Pa s
l	Rohr-Länge	[l] = m
v	Fliess-Geschwindigkeit	[v] = $\frac{m}{s}$
d	Rohr-Durchmesser	[d] = m
ρ	Dichte des Fluids	[ρ] = $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Re	Reynolds-Zahl	[Re] = 1

3.5.3 Unbekannt / Gemischt (Pratische Anwendung)

Vorgehen, wenn man nicht weiss, ob sich Wirbel bilden oder nicht

1. Laminar rechnen (um fehlenden Parameter ρ , v , d , oder η zu bestimmen)
2. Aus Resultat Reynolds-Zahl Re berechnen
3. Mit kritischer Reynolds-Zahl Re_{kritisch} vergleichen
4. Beim Überschreiten → Turbulent rechnen!

3.6 D



Prandtl'sche Grenzschicht-Dicke D beschreibt, in welcher **Distanz** die **Geschwindigkeit** eines laminar bewegten Teils (z.B. ein Flugzeugflügel) **Null** ist.

Die Geschwindigkeit innerhalb der Grenzschicht D nimmt von Teil bis hin zum äussersten Rand **linear** ab.

$$D = \sqrt{\frac{\eta \cdot l}{\rho \cdot v}}$$

D	Prandtl'sche Grenzschicht-Dicke	[D] = m
η	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	[η] = Pa s
ρ	Dichte des Fluids	[ρ] = $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
l	Länge des bewegten Teils (in Richtung von v)	[l] = m
v	Geschwindigkeit	[v] = $\frac{m}{s}$

3.7 Bernoulli-Gleichung mit innerer Reibung

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \alpha_2 \cdot \rho \cdot v_2^2 + \Delta p_v$$

	laminar	turbulent
Korrekturfaktoren	$\alpha_1 = \alpha_2 = 2$	$\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx 1$
Druckverlust Δp_v	$\Delta p_v = \lambda_x \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$	

$$\lambda_{\text{laminar}} = \frac{64}{Re}$$

$$\lambda_{\text{turbulent}} = \frac{0.316}{\sqrt[4]{Re}}$$

3.8 Druckwiderstand F_D

Beschreibt die turbulente Luftreibungskraft F_R und wird meist als Luftwiderstand bezeichnet.

$$F_D = \Delta p \cdot A_s = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A_s \cdot c_W$$

F_D	Druckwiderstand	$[F_D] = \text{N}$
Δp	Druckdifferenz	$[\Delta p] = \text{Pa}$
ρ	Luft-Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
c_W	Widerstandsbeiwert / Widerstandszahl	$[c_W] = 1$
v	Strömungs-Geschwindigkeit	$[v] = \frac{m}{s}$
A_s	Projizierte Fläche senkrecht zur Strömung	$[A_s] = \text{m}^2$

→ Der Widerstandsbeiwert c_W ist **geometrieabhängig**!

3.9 Auftriebskraft F_A nach Kutta-Jukowski

Beschreibt die Proportionalität zwischen dynamischem Auftrieb und Zirkulation.

$$F_A = \rho \cdot v \cdot l \cdot \Gamma$$

F_A	Dynamischer Auftrieb	$[F_A] = \text{N}$
ρ	Dichte des Fluids	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
v	Geschwindigkeit	$[v] = \frac{m}{s}$
l	Länge quer zur Strömung	$[l] = \text{m}$
Γ	Zirkulation	$[\Gamma] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

3.9.1 Zirkulation Γ

Die Zirkulation ist ein Mass für die **Rotation** im Strömungsfeld

$$\Gamma = \oint \vec{v} \bullet d\vec{s}$$

Γ	Zirkulation	$[\Gamma] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
$\vec{v} \bullet \vec{s}$	Geschwindigkeit entlang dem Weg	$[\vec{v}] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Skalarprodukt: $\vec{v} \bullet d\vec{s} = a \cdot b \cdot \cos(\varphi)$

3.10 Dynamischer Auftrieb F_A

$$F_A = c_A \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A_{||}}_{\Delta p}$$

F_A	Dynamischer Auftrieb	$[F_A] = \text{N}$
c_A	Auftriebskoeffizient	$[c_A] = 1$
ρ	Luft-Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
v	Strömungsgeschwindigkeit	$[v] = \frac{m}{s}$
$A_{ }$	Projizierte Fläche parallel zur Strömung	$[A_{ }] = \text{m}^2$

3.10.1 Wissenswertes zum dynamischen Auftrieb

- Ein gerade ausgerichtetes, symmetrisches Stromlinienprofil erzeugt **keinen** dynamischen Auftrieb
- An einem asymmetrischen Flügelprofil entsteht dynamischer Auftrieb

3.11 Induzierter Widerstand F_W

Kommt durch Energieverlust (Wirbelbildung) zu Stande, welcher entsteht, wenn die Umgebungsluft in Bewegung gesetzt wird.

$$F_W = c_W^* \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A_{||}$$

F_W	Induzierter Widerstand	$[F_W] = \text{N}$
ρ	Luft-Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
c_W^*	Widerstands-Koeffizient	$[c_W^*] = 1$
v	Strömungsgeschwindigkeit	$[v] = \frac{m}{s}$
$A_{ }$	Projizierte Fläche parallel zur Strömung	$[A_{ }] = \text{m}^2$

3.12 Gleitwinkel φ

Gibt die zurückgelegte Stecke pro verbrauchte Höhe an. Im Luft-Kanal ist dies der Anstell-Winkel.

$$\tan(\varphi) = \frac{F_W}{F_A} = \frac{c_W^*}{c_A} = \frac{v_V}{v_H}$$

φ	Gleitwinkel	$[\varphi] = {}^\circ$
F_W	Widerstandskraft	$[F_W] = \text{N}$
F_A	Auftriebskraft	$[F_A] = \text{N}$
c_W^*	Widerstands-Koeffizient	$[c_W^*] = 1$
c_A	Auftriebs-Koeffizient	$[c_A] = 1$
v_V	Vertikal-Geschwindigkeit	$[v_V] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
v_H	Horizontal-Geschwindigkeit	$[v_H] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

3.13 Helmholtz'sche Wirbelsätze

1. Wirbel hat kein Anfang und kein Ende
2. Wirbel besteht immer aus denselben Fluidteilchen
3. Zirkulation zeitlich konstant

II Thermodynamik

4 Temperatur – Dehnung / Streckung

4.1 Absolute Temperatur T

$$T = \theta + 273.15 \text{ K} = \theta - \theta_0$$

T	Absolute Temperatur gemessen in Kelvin	$[T] = \text{K}$
θ	Temperatur gemessen in ${}^\circ\text{C}$	$[\theta] = {}^\circ\text{C}$
θ_0	Absoluter Nullpunkt: $-273.15 {}^\circ\text{C} = 0 \text{ K}$	$[\theta_0] = \text{K}$

4.2 Thermische Ausdehnung

4.2.1 Längenausdehnung Δl

$$l' = l + \Delta l = l + \alpha \cdot l \cdot \Delta T = l(1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

l'	Länge nach Ausdehnung	$[l'] = \text{m}$
l	Anfangslänge	$[l] = \text{m}$
Δl	Längenänderung	$[\Delta l] = \text{m}$
α	Längenausdehnungskoeffizient	$[\alpha] = \frac{1}{\text{K}}$
ΔT	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$

4.2.2 Flächenausdehnung ΔA

$$A' = A + \Delta A = A + \underbrace{\beta}_{\approx 2\alpha} \cdot A \cdot \Delta T = A(1 + \beta \cdot \Delta T)$$

A'	Länge nach Ausdehnung	$[A'] = \text{m}^2$
A	Anfangslänge	$[A] = \text{m}^2$
ΔA	Längenänderung	$[\Delta A] = \text{m}^2$
β	Flächenausdehnungskoeffizient	$[\beta] = \frac{1}{\text{K}}$
ΔT	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$

4.2.3 Volumenausdehnung ΔV

$$V' = V + \Delta V = V + \underbrace{\gamma}_{\approx 3\alpha} \cdot V \cdot \Delta T = V(1 + \gamma \cdot \Delta T)$$

V'	Volumen nach Ausdehnung	$[V'] = \text{m}^3$
V	Anfangsvolumen	$[V] = \text{m}^3$
ΔV	Volumenänderung	$[\Delta V] = \text{m}^3$
γ	Volumenausdehnungskoeffizient	$[\gamma] = \frac{1}{\text{K}}$
ΔT	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$

4.3 Thermische Spannung σ

$$p = \sigma = \epsilon \cdot E = E \cdot \frac{\Delta l}{l} = E \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

σ	Thermische Spannung	$[\sigma] = \text{Pa}$
ϵ	Dehnung	$[\epsilon] = 1$
E	Elastizitätsmodul	$[E] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
α	Längenausdehnungskoeffizient	$[\alpha] = \frac{1}{\text{K}}$
ΔT	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$
p	Druck	$[p] = \text{Pa}$

5 Ideales Gas

5.1 Modell des idealen Gases

Jedes Gas ist gleich!

1. Moleküle sind Massepunkte (keine Ausdehnung)
2. Stöße sind elastisch (keine zwischenmolekularen Kräfte)
Kein Volumen bei $T = 0$
Kein Druck bei $T = 0$

5.1.1 Thermische Ausdehnung von Gasen

- Ausdehnung von Gasen ist sehr gross
- Bei allen Gasen ist die Ausdehnung **gleich**
- Volumen beim Nullpunkt ist **Null**

5.2 Universelle Gasgleichung

Alle Gase verhalten sich gleich, insbesondere bei gleicher Anzahl Moleküle

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{const} \Leftrightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

p_x	Absolut-Druck $p_0 + p$	$[p_x] = \text{Pa}$
V_x	Volumen	$[V_x] = \text{m}^3$
T_x	Absolut-Temperatur	$[T] = \text{K}$

5.2.1 Boyle-Mariotte

Das Gesetz gilt nur bei konstanter Temperatur!

→ **isotherme** Zustandsänderung

$$p \cdot V = \text{const} \Leftrightarrow p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

5.2.2 Gay-Lussac

Das Gesetz gilt nur bei konstantem Druck!

→ **isobare** Zustandsänderung

$$\frac{V}{T} = \text{const} \Leftrightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

5.2.3 Gay-Lussac und Amontons

Das Gesetz gilt nur bei konstantem Volumen!

→ **isochore** Zustandsänderung

$$\frac{p}{T} = \text{const} \Leftrightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

5.3 Universelle Gasgleichung für ideale Gase

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T = N \cdot k \cdot T$$

p	Absolut-Druck $p_0 + p$	$[p] = \text{Pa}$
V	Volumen	$[V] = \text{m}^3$
n	Mol-Zahl	$[n] = \text{mol}$
R	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
T	Absolut-Temperatur	$[T] = \text{K}$
N	Anzahl Moleküle	$[N] = 1$
k	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$

5.3.1 Zusammenhänge zwischen den Konstanten

$$R = k \cdot N_A = \frac{N \cdot k}{n} \quad n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M} = \frac{N \cdot k}{R}$$

R	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
k	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
N	Anzahl Moleküle	$[N] = 1$
N_A	Avogadrokonstante: $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$	$[N_A] = \frac{1}{\text{mol}}$
n	Mol-Zahl	$[n] = \text{mol}$
m	Masse	$[m] = \text{kg}$
M	Mol-Masse	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$

5.4 Mechanische Arbeit ΔW von Gasen

Folgende Formel ist für Flüssigkeiten **nicht** gültig, da diese inkompressibel sind ($\Delta V = 0$)

$$\Delta W = F \cdot \Delta s = p \cdot A \cdot \Delta s = p \cdot \Delta V$$

ΔW	Mechanische Arbeit von Gas	$[\Delta W] = \text{J}$
F	Kraft	$[F] = \text{N}$
Δs	Wegänderung	$[\Delta s] = \text{m}$
p	Druck	$[p] = \text{Pa}$
A	Fläche	$[A] = \text{m}^2$
ΔV	Volumenänderung	$[\Delta V] = \text{m}^3$

5.5 Gesetz von Avogadro

Ein Mol eines Gases nimmt bei Normalbedingungen immer das gleiche Volumen ein (=Molvolumen)

Ideale Gase enthalten bei gleichem Druck p und gleicher Temperatur T immer gleich viele Moleküle (im Molvolumen)

5.6 Molmasse M , Molvolumen V_m

Für 1 Mol Teilchen gilt:

$$p \cdot V = R \cdot T = N_A \cdot k \cdot T$$

5.6.1 Molmasse

Entspricht der **Ordnungszahl** im Periodensystem

$$n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$$

$$V_m = \frac{V}{n}$$

p	Absolut-Druck $p_0 + p$	$[p] = \text{Pa}$
V	Volumen	$[V] = \text{m}^3$
R	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
T	Absolut-Temperatur	$[T] = \text{K}$
N_A	Avogadrokonstante: $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$	$[N_A] = \frac{1}{\text{mol}}$
k	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
n	Mol-Zahl	$[n] = \text{mol}$
m	Masse	$[m] = \text{kg}$
M	Mol-Masse	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
N	Anzahl Moleküle	$[N] = 1$
V_m	Mol-Volumen	$[V_m] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$

5.7 Dichte eines Gases ρ

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M}{V_m} = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}$$

ρ	Gas-Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
m	Masse	$[m] = \text{kg}$
V	Volumen	$[V] = \text{m}^3$
M	Mol-Masse	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
V_m	Mol-Volumen (22.4 L bei 0 °C und 1000 hPa)	$[V_m] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
p	Absolut-Druck $p_0 + p$	$[p] = \text{Pa}$
R	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
T	Absolut-Temperatur	$[T] = \text{K}$

5.8 Phänomene von idealen Gasen

5.8.1 Anomalie des Wassers

Die feste Form (Eis) ist leichter als die flüssige Form (Wasser)

Die **größte Dichte weist Wasser bei 4 °C auf**, nicht beim Gefrierpunkt von 0 °C

→ Ein See gefriert somit nur an der Oberfläche. Am Grund des Sees beträgt die Wassertemperatur 4 °C

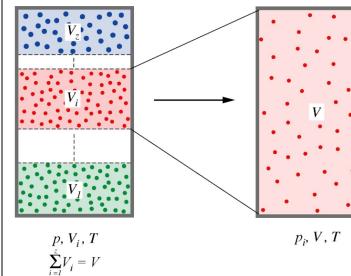
5.8.2 Osmotischer Druck (Zelldruck)

Große Moleküle innerhalb von vielen kleinen Molekülen in einer Flüssigkeit verhalten sich ähnlich wie die Moleküle eines idealen Gases, wenn die Flüssigkeit von einer für die Moleküle halb-durchlässigen (semi-permeabel) Membran umgeben ist.

$$\text{Osmotischer Druck: } p = \frac{n}{V} \cdot R \cdot T \quad (\text{ideale Gasgleichung})$$

5.9 Partialdruck p_i

Ausgangslage: Gasgemisch (z.B. Luft: Sauerstoff-Stickstoff)



Der Partialdruck p_i ist der Druck, welcher die i -te Gaskomponente erzeugen würde, wenn ihr das gesamte Volumen zur Verfügung stehen würde.

5.10 Gesetz von Dalton

In einem Gas ist die Summe der Partialdrücke p_i gleich dem Gesamtdruck

$$\sum_{i=1}^n p_i = p$$

$$p_i \quad \text{Partialdruck} \quad [p_i] = \text{Pa}$$

$$p \quad (\text{Gesamt-}) \text{ Druck} \quad [p] = \text{Pa}$$

5.11 Volumen- und Massenkonzentration (Gasgemisch)

5.11.1 Volumen-Konzentrationen (Volumen-Anteile)

$$q_i = \frac{V_i}{V} = \frac{n_i}{n} = \frac{p_i}{p}$$

q_i	Volumen-Konzentration	$[q_i] = 1$
V_i	Volumen der i -ten Gas-Komponente	$[V_i] = \text{m}^3$
V	Gesamt-Volumen	$[V] = \text{m}^3$
n_i	Molzahl der i -ten Gas-Komponente	$[n_i] = \text{mol}$
n	Gesamt-Molzahl des Gemisches	$[n] = \text{mol}$
p_i	Partialdruck der i -ten Gaskomponente	$[p_i] = \text{Pa}$
p	Druck des Gemisches	$[p] = \text{Pa}$

5.11.2 Massen-Konzentration (Massen-Anteile)

$$\mu_i = \frac{m_i}{m} = \frac{M_i}{M} \cdot q_i$$

μ_i	Volumen-Konzentrationen	$[\mu_i] = 1$
m_i	Masse der i -ten Gas-Komponente	$[m_i] = \text{kg}$
m	Masse der Gemischs	$[m] = \text{kg}$
M_i	Mol-Masse der i -ten Gas-Komponente	$[M_i] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
M	Mol-Masse des Gemischs	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
q_i	Volumen-Konzentration	$[q_i] = 1$

5.12 Mol-Masse Gasgemisch

Die Mol-Masse des Gas-Gemischs kann als gewichteter Mittelwert berechnet werden, gewichtet mit den jeweiligen Volumen-Anteilen.

$$M = \sum_{i=1}^n q_i \cdot M_i$$

M	Mol-Masse Gasgemisch	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
q_i	Volumen-Konzentration der i -ten Gas-Komponente	$[q_i] = 1$
M_i	Mol-Masse der i -ten Gas-Komponente	$[M_i] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$

6 Reales Gas

Im vergleich zum idealen Gas müssen zwei Dinge berücksichtigt werden:

Eigen-Volumen: Ideales Gas hat **kleineres** Volumen als gemessen
(\Rightarrow Ideal-Gas-Volumen um das Molekül-Eigenvolumen reduzieren)

Binnen-Druck: Ideales Gas hat **grösseren** Druck als gemessen
(\Rightarrow Ideal-Gas-Druck um Binnendruck erhöhen)

6.1 Van der Waals-Gleichung (1 mol)

\Rightarrow Für nicht-ideale Gase!

$$p' \cdot V'_m = R \cdot T$$

$$p' = p + \frac{a}{V'^2}$$

$$V'_m = V_m - b$$

p'	Korrigierter Druck	$[p'] = \text{Pa}$
V'_m	Korrigiertes Mol-Volumen	$[V_m] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
R	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$
T	Absolut-Temperatur	$[T] = \text{K}$
p	Druck des Gemischs	$[p] = \text{Pa}$
a	Eigenvolumen	$[a] = \frac{1 \text{m}^3}{\text{mol}^2}$
b	Binnendruck	$[b] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
V_m	Mol-Volumen	$[V_m] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$

6.2 Van der Waals-Gleichung (n mol)

$$(p + \frac{n^2 \cdot a}{V^2}) \cdot (V - n \cdot b) = n \cdot R \cdot T$$

p	Druck des Gemischs	$[p] = \text{Pa}$
n	Mol-Zahl	$[n] = \text{mol}$
a	Eigenvolumen	$[a] = \frac{1 \text{m}^3}{\text{mol}^2}$
V	Volumen	$[V] = \text{m}^3$
b	Binnendruck	$[b] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
R	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$
T	Absolut-Temperatur	$[T] = \text{K}$

6.2.1 Van der Waals-Parameter

$$a = \frac{9}{8} \cdot R \cdot T_k \cdot V_{mk}$$

$$b = \frac{V_{mk}}{3}$$

$$V_{mk} = 3 \cdot b$$

$$T_k = \frac{8 \cdot a}{27 \cdot R \cdot b}$$

$$p_k = \frac{a}{27 \cdot b^2}$$

a	Eigenvolumen	$[a] = \frac{1 \text{m}^3}{\text{mol}^2}$
R	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$
T_k	Kritische Absolut-Temperatur	$[T_k] = \text{K}$
V_{mk}	Kritisches Mol-Volumen	$[V_{mk}] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
b	Binnendruck	$[b] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
p_k	Kritischer Druck	$[p_k] = \text{Pa}$

7 Wärmelehre

7.1 Wärme Q

Wärme ist Energie, welche stets (von allein) von höherer zu niedrigerer Temperatur fliesst.

$$\Delta U = \frac{1. \text{ HS } 100\%}{2 \text{ HS } 100\%} \Delta W + \Delta Q$$

7.2 Erster Hauptsatz der Wärmelehre

Nicht nur durch Wärmezufuhr, sondern auch durch mechanische Arbeit lässt sich die Temperatur und damit die innere Energie U erhöhen.

$$\Delta U = \Delta W + \Delta Q$$

ΔU	Zu-/Abgeföhrte Innere Energie	$[\Delta U] = \text{J}$
ΔW	Zu-/Abgeföhrte Arbeit z.B. E_{kin} , E_{pot} , W_{Gas} , W_{reib}	$[\Delta W] = \text{J}$
ΔQ	Zu-/Abgeföhrte Wärme	$[\Delta Q] = \text{J}$

7.2.1 Ansätze für 1. HS

$$\Delta Q = E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \Delta Q = E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h \quad \Delta \dot{Q} = \Delta P$$

7.2.2 Mechanische Arbeit eines Gases

Für mehr Details, siehe Abschnitt 5.4

$$\Delta W = p \cdot \Delta V$$

7.3 Mechanische Wärmeäquivalente

1 Kalorie = 4,1868 J (cal)

\Rightarrow Energie, um 1 Gramm Wasser um 1 Grad zu erwärmen

1 kcal = 4186,8 J

\Rightarrow Energie, um 1 Kilogramm Wasser um 1 Grad zu erwärmen

7.3.1 Elektrisches Wärmeäquivalent c

Elektrische Energie = Wärme

$$U \cdot I \cdot t = c \cdot m \cdot \Delta T \Leftrightarrow c = \frac{U \cdot I \cdot t}{m \cdot \Delta T}$$

c	Elektrisches Wärmeäquivalent	$[c] = \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$
U	Spannung	$[U] = \text{V}$
I	Strom	$[I] = \text{A}$
t	Zeit	$[t] = \text{s}$
m	Masse	$[m] = \text{kg}$
ΔT	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$

7.4 Wärmekapazität

Die Wärmekapazität drückt das Energiespeicher-Vermögen aus.

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T = n \cdot C_m \cdot \Delta T = C \cdot \Delta T$$

7.4.1 Absolute Wärmekapazität C

Energiespeicher-Vermögen eines Gegenstands

$$\Delta Q = C \cdot \Delta T$$

7.4.2 Spezifische Wärmekapazität c

Energiespeicher-Vermögen einer Substanz

$$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T \quad c_{\text{Wasser}} = 4187 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

7.4.3 Molare Wärmekapazität C_m

Energiespeicher-Vermögen einer Anzahl Moleküle

$$C_m = \frac{c}{n} = M \cdot c$$

ΔQ	Zu-/Abgeföhrte Wärme	$[\Delta Q] = \text{J}$
c	Spezifische Wärmekapazität	$[c] = \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$
C	Absolute Wärmekapazität	$[C] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
C_m	Molare Wärmekapazität	$[C_m] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$
m	Masse	$[m] = \text{kg}$
ΔT	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$
n	Mol-Zahl	$[n] = \text{mol}$
M	Mol-Masse	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$

7.4.4 Molare Wärmekapazität von Gasen

$$C_{mp} - C_{mV} = R$$

- C_{mp} Isobare Wärme-Kapazität ($p = \text{const}$) $[C_{mp}] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$
 C_{mV} Isochore Wärme-Kapazität ($V = \text{const}$) $[C_{mV}] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$
 R Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$ $[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$

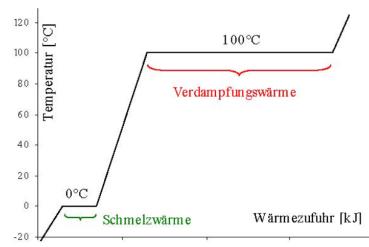
7.4.5 Molare Wärmekapazität von Festkörpern

$$T > \Theta_D : C_m \approx 3R \approx 25 \frac{\text{J}}{\text{mol}} \quad (\text{Dulong-Petit})$$

$$T \ll \Theta_D : C_m = \frac{12 \cdot \pi^4}{5} \cdot R \cdot \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \quad (\text{Debye})$$

- T Absolut-Temperatur $[T] = \text{K}$
 Θ_D Debye-Temperatur $\Theta_D \approx 200 \text{ K}$ $[\Theta_D] = \text{K}$
 C_m Molare Wärmekapazität $[C_m] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$
 R Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$ $[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$

7.5 Latente Wärme (Schmelz-/ Verdampfungswärme)



Beim Schmelzen und Verdampfen findet **keine** Temperaturerhöhung statt.

Beim Gefrieren und oder Kondensieren wird diese versteckte Wärme wieder frei, **ohne** Abnahme der Temperatur

→ Die Schmelz-/ Verdampfungswärme ist stark druckabhängig

$$Q_f = q_f \cdot m \quad q_{f\text{Wasser}} := 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$Q_s = q_s \cdot m \quad q_{s\text{Wasser}} := 2256 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

- | | | |
|-------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| Q_f | Schmelz-/Erstarrungs-Wärme | $[Q_f] = \text{J}$ |
| q_f | Spezifische Schmelzwärme | $[q_f] = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ |
| Q_s | Verdampfungs-/Kondensations-Wärme | $[Q_s] = \text{J}$ |
| q_s | Spezifische Verdampfungs-Wärme | $[q_s] = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ |
| m | Masse | $[m] = \text{kg}$ |

7.6 Wärmebilanz

Wärmeaustausch zwischen verschiedenen Materialien

In einem abgeschlossenen System (nach aussen isoliert) muss gelten:

Zugeführte Wärme = Abgeführte Wärme

$$\sum_{i=1}^n (\Delta Q_i + \Delta Q_{fi} + \Delta Q_{si}) = 0$$

- | | | |
|-----------------|--|------------------------------|
| ΔQ_i | i-te Wärme-Menge aus Temperatur-Zu-/Abnahme | $[\Delta Q_i] = \text{J}$ |
| ΔQ_{fi} | i-te Wärme-Menge aus Schmelz-/Erstarrungs-Vorgang | $[\Delta Q_{fi}] = \text{J}$ |
| ΔQ_{si} | i-te Wärme-Menge aus Verdampfungs-/Kondensations-Vorgang | $[\Delta Q_{si}] = \text{J}$ |
| + | Zugeführte Wärme-Menge | |
| - | Abgeführte Wärme-Menge | |

8 Phasen und Phasenübergänge

8.1 Phasen

Fest: feste Gestalt; festes Volumen

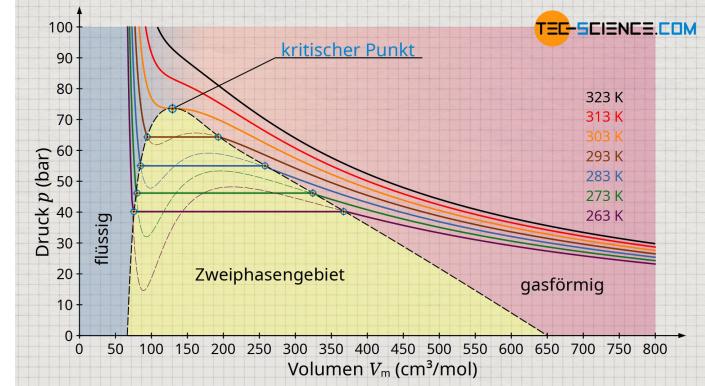
Flüssig: keine feste Gestalt; festes Volumen

Gasförmig: keine feste Gestalt; kein festes Volumen

Plasma: bei sehr hoher Temperatur ist Materie ionisiert (Elektronengas)

8.2 Dampfdruck $p_s(T)$

- Der Dampfdruck bedeutet das Gleichgewicht der Flüssigkeit mit ihrer Dampfphase
- Der Dampfdruck ist das Niveau des kontanten Drucks im 2-Phasengebiet eines realen Gases nach van der Waals
- Der Dampfdruck ist nur temperaturabhängig
- Bei Kompression oder Expansion ändert sich der Dampfdruck nicht, sondern der Anteil Flüssigkeit zu Gas muss ändern



- Verdunsten → Schnellste Teilchen treten aus Flüssigkeit aus
- Sieden/Verdampfen → Dampfdruck = Umgebungsdruck

8.3 Dampfdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron)

Kondensieren ↔ Verdampfen flüssig ↔ gasförmig

$$\frac{dp_s}{dT} = \frac{q_s}{T \cdot \left(\frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_f} \right)}$$

8.3.1 Dampfdruck $p_s(T)$ von Wasser (Clausius-Clapeyron)

$$p_s(T) = p_{s0} \cdot e^{\frac{q_s \cdot M_W}{R} \cdot \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$$

$$p_{s0} = 610.7 \text{ Pa} \quad T_0 = 273 \text{ K} \quad q_s = 2420 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad M_W = 18.02 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

8.4 Schmelzdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron)

Erstarren ↔ Schmelzen fest ↔ flüssig

$$\frac{dp_f}{dT} = \frac{q_f}{T \cdot \left(\frac{1}{\rho_f} - \frac{1}{\rho_s} \right)}$$

8.5 Gasdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron)

Desublimieren ↔ Sublimieren fest ← gasförmig

$$\frac{dp_{sub}}{dT} = \frac{q_s + q_f}{T \cdot \left(\frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_s} \right)}$$

- | | | |
|-------------|--------------------------------|---|
| q_s | Spezifische Verdampfungs-Wärme | $[q_s] = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ |
| q_f | Spezifische Schmelz-Wärme | $[q_f] = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ |
| $q_s + q_f$ | Spezifische Sublimations-Wärme | |
| p_s | Dampfdruck | $[p_s] = \text{Pa}$ |
| p_f | Schmelzdruck | $[p_f] = \text{Pa}$ |
| p_g | Schmelzdruck | $[p_g] = \text{Pa}$ |
| ρ_g | Dichte Gas | $[\rho_g] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ |
| ρ_f | Dichte Flüssigkeit | $[\rho_f] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ |
| ρ_s | Dichte Festkörper | $[\rho_s] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ |

8.6 Formeln von Magnus

Die Formeln von Magnus dienen der vereinfachten Berechnung des Dampfdrucks von Wasser = Sättigungsdruck

8.6.1 Dampfdruck von Wasser $p_s(\theta)$ ($\theta \geq 0^\circ\text{C}$)

$$p_s(\theta) = p_{s0} \cdot 10^{\frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237}}$$

8.6.2 Schmelzdruck von Wasser $p_s(\theta)$ ($\theta \leq 0^\circ\text{C}$)

$$p_s(\theta) = p_{s0} \cdot 10^{\frac{9.5 \cdot \theta}{\theta + 2655}}$$

- | | | |
|----------|----------------------------------|-------------------------------|
| p_s | Dampfdruck / Schmelzdruck | $[p_s] = \text{Pa}$ |
| p_{s0} | Dampfdruck bei 0°C | $p_{s0} = 610.7 \text{ Pa}$ |
| θ | Temperatur | $[\theta] = {}^\circ\text{C}$ |

8.7 Umkehrformeln von Magnus

8.7.1 $\theta(p_s)$ für $p_s \geq p_{s0}$

$$\theta(p_s) = \frac{237 \cdot \log \left(\frac{p_s}{6.107} \right)}{7.5 - \log \left(\frac{p_s}{6.107} \right)}$$

8.7.2 $\theta(p_s)$ für $p_s \leq p_{s0}$

$$\theta(p_s) = \frac{265.5 \cdot \log \left(\frac{p_s}{p_{s0}} \right)}{9.5 - \log \left(\frac{p_s}{p_{s0}} \right)}$$

8.8 Luftfeuchtigkeit

8.8.1 Abs. Luftfeuchtigkeit f

$$f = \frac{m_w}{V}$$

f	Absolute Luftfeuchtigkeit	$[f] = 1$
f_r	Relative Luftfeuchtigkeit	$[f_r] = 1$
m_w	Masse Wasserdampf	$[m_w] = \text{kg}$
m_s	Masse Wasserdampf bei Sättigung	$[m_s] = \text{kg}$
V	Volumen	$[V] = \text{m}^3$
p_d	Partialdruck Wasserdampf	$[p_d] = \text{Pa}$
p_s	Dampfdruck = Sättigungsdruck Wasserdampf	$[p_s] = \text{Pa}$
θ	Temperatur	$[\theta] = {}^\circ\text{C}$

8.8.3 Feuchte vs. trockene Luft

Feuchte Luft ist leichter als trockene Luft!

$$\rho_f < \rho_T \quad (\text{da } M_w < M_L)$$

ρ_F	Dichte feuchte Luft	$[\rho_F] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
ρ_T	Dichte trockene Luft	$[\rho_T] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
M_w	Molmasse H_2O	$[M_w] = \frac{\text{g}}{\text{mol}}$
M_s	Molmasse Luft	$[M_s] = \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

8.9 Taupunkts-Temperatur θ_d

Temperatur, bei welcher 100% Luftfeuchtigkeit herrscht.

Wenn die Taupunkt-Temperatur **unterschritten** wird, dann kondensiert Wasser.

$$\theta_d(\theta, f_r) = \frac{237 \cdot \left(\log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237} \right)}{7.5 - \left(\log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237} \right)}$$

$$\theta_d(x) = \frac{237 \cdot x}{7.5 - x} \quad \text{mit} \quad x(\theta, f_r) = \log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237}$$

θ_d	Taupunkts-Temperatur	$[\theta_d] = {}^\circ\text{C}$
f_r	Relative Luftfeuchtigkeit	$[f_r] = 1$
θ	Temperatur	$[\theta] = {}^\circ\text{C}$

8.10 Relative Innen-Feuchte f_{ri}

$$f_{ri} = \frac{p_s(\theta_a)}{p_s(\theta_i)} \cdot f_{ra}$$

f_{ri}	Relative Feuchte im Inneren	$[f_{ri}] = 1$
f_{ra}	Relative Feuchte der Außenluft	$[f_{ra}] = 1$
$p_s(\theta_i)$	Dampfdruck bei Innentemperatur	$[p_s(\theta_i)] = \text{Pa}$
$p_s(\theta_a)$	Dampfdruck bei Außentemperatur	$[p_s(\theta_a)] = \text{Pa}$

9 Kinetische Gas-Theorie

9.1 Aequipartitionsgesetz

Mittlere kinetische Energie

Idealisierte Annahmen:

- Moleküle = Massenpunkte
- Keine (bzw.) elastische Zusammenstöße
- Keine Kräfte zwischen den Molekülen
- Elastischer Stoß gegen Wand
- Alle Moleküle haben gleiche Geschwindigkeit
- $\frac{1}{6}$ aller Moleküle fliegen gegen eine einzelne Wand

$$\bar{E} = f \cdot \frac{k \cdot T}{2}$$

$$\begin{aligned} f &= 3 && \text{1-atomiges Gas} \\ f &= 5 && \text{2-atomiges Gas} \\ f &= 6 && \text{3-atomiges Gas} \end{aligned}$$

\bar{E}	Mittlere kinetische Energie	$[\bar{E}] = \text{J}$
f	Freiheitsgrade	$[f] = 1$
k	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
T	Absolute Temperatur	$[T] = \text{K}$

9.2 Geschwindigkeiten

9.2.1 Mittlere quadratische Geschwindigkeit u

$$u = \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot R \cdot T}{M}}$$

9.2.2 Mittlere Geschwindigkeit \bar{v}

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot k \cdot T}{\pi \cdot m}} = \sqrt{\frac{8 \cdot R \cdot T}{\pi \cdot M}}$$

9.2.3 Wahrscheinlichste Geschwindigkeit v_0

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot T}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot T}{M}}$$

k	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
T	Absolute Temperatur	$[T] = \text{K}$
m	Masse des Teilchens	$[m] = \text{kg}$
M	Mol-Masse	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
R	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

9.3 Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$f(m, T, v) = \sqrt{\frac{2 \cdot m^3}{\pi \cdot k^3 \cdot T^3}} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{m \cdot v^2}{2 \cdot k \cdot T}}$$

m	Masse des Teilchens	$[m] = \text{kg}$
k	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
T	Absolute Temperatur	$[T] = \text{K}$
v	Geschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

9.4 Mittlere freie Weglänge $\bar{\lambda}$

Gibt an, um welche Strecke sich ein Molekül im Mittel bis zum nächsten Zusammenstoß fortbewegen kann.

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{n \cdot (\pi \cdot d^2)} \quad \text{mit Wirkungsquerschnitt } \sigma = \pi \cdot d^2$$

n	Molekül-Dichte	$[n] = \frac{1}{\text{m}^3}$
d	Molekül-Durchmesser	$[d] = \text{m}^2$

9.5 Dichtefunktion

Verteilungsfunktion der mittleren, freien Weglänge

$$f(x) = \frac{1}{\bar{\lambda}} \cdot e^{-\frac{x}{\bar{\lambda}}}$$

9.6 Transportvorgänge

9.6.1 Wärmeleitung

Transport von **kinetischer Energie** (als Wärme wahrgenommen)

$$j_Q = -\lambda_Q \cdot \frac{dT}{dx} \quad \lambda_Q = \frac{1}{6} \cdot n \cdot \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \cdot f \cdot k$$

9.6.2 Diffusion

Transport von **Masse**

$$j_D = -D \cdot \frac{dn}{dx} \quad D = \frac{1}{3} \cdot \bar{v} \cdot \bar{\lambda}$$

9.6.3 Viskosität

Transport von **Impuls**

$$\tau = -\eta \cdot \frac{dv}{dx} \quad \eta = \frac{1}{3} \cdot n \cdot \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \cdot \rho$$

j_Q	Wärmestrom	$[j_Q] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
λ_Q	Wärmeleitfähigkeit	$[\lambda_Q] = \frac{\text{W}}{\text{K}}$
j_D	Diffusionsstrom	$[j_D] = ?$
D	Diffusionskonstante	$[D] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
τ	Schubspannung	$[\tau] = \text{N}$
η	Viskosität	$[\eta] = \text{Pas}$
n	Molekül-Dichte	$[n] = \frac{1}{\text{m}^3}$
\bar{v}	Mittlere Geschwindigkeit	$[\bar{v}] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\bar{\lambda}$	Mittlere freie Weglänge	$[\bar{\lambda}] = \text{m}$
f	Anzahl Freiheitsgrade	$[f] = 1$
k	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
T	Absolute Temperatur	$[T] = \text{K}$
ρ	Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

10 Temperaturstrahlung

- Wärmestahlung = Berührungslose Übertragung von Wärme
- In Form von elektromagnetischen Wellen ($\lambda @ \text{IR}$)
- Körper absorbiert elektromagn. Strahlung und erhöht seine Temperatur
- Jeder Körper mit $T > 0 \text{ K}$ strahlt Wärme ab (Temp-strahlung)
- Für jede Wellenlänge muss ein Körper gleich viel Energie abstählen, wie er zuvor aufgenommen hat!

10.1 Strahlungs-Gesetze

10.1.1 Stefan-Boltzmann-Gesetz

- Idealer schwarzer Körper (Hohlraum) absorbiert alle Wellenlängen zu 100 %
- Je mehr ein Körper absorbiert, desto mehr muss er emmitten (Energie-Gleichgewicht)

Ein schwarzer Körper (=Hohlraumstrahler) der Temperatur T hat eine totale Abstrahlungsleistung pro Oberfläche K_S von:

$$K_S = \sigma \cdot T^4$$

K_S Schwarzkörper-Emission

σ Stefan-Boltzmann-Konstante $\sigma = 5.671 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$

T Absolute Temperatur

$$[K_S] = \frac{W}{m^2}$$

$$[\sigma] = \frac{W}{m^2 K^4}$$

$$[T] = K$$

10.1.2 Wien'sches Verschiebungsgesetz

Verschiebung der maximalen Wellenlänge:

$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{const} = b$$

λ_{\max} Wellenlängen-Maximum (Planck)

T Absolute Temperatur

b Konstante: $b = 2.898 \cdot 10^{-3} m K$

$$[\lambda_{\max}] = m$$

$$[T] = K$$

$$[b] = m K$$

10.1.3 Planck'sches Gesetz der Quantenmechanik

Ein Oszillator, welcher auf ein anderes Energieniveau (=Elektronen-Kreisbahnen nach Bohr) wechselt, setzt die Energiedifferenz ΔE in ein Lichtquant (Photon) mit entsprechender Frequenz f um.

Je nach Vorzeichen von ΔE wird das Photon emmitten oder absorbiert.

$$\Delta E = h \cdot f$$

ΔE spektrale Abstrahlung (Energie)

h Planck'sches Wirkungsquantum $h = 6.628 \cdot 10^{-34} Js$

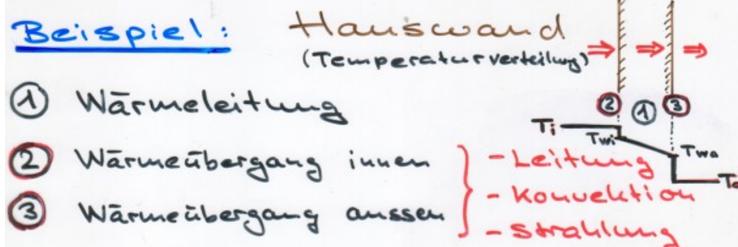
f Frequenz des Photons

$$[\Delta E] = J$$

$$[h] = Js$$

$$[f] = \frac{1}{s} = Hz$$

10.2 Wärmetransport (an Beispiel Hauswand)



10.2.1 Wärmeleitung

$$j = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}$$

j Wärmestromdichte

λ Wärmeleitfähigkeit

$\frac{dT}{dx}$ Wärmeabnahme / Gradient

$$[j] = \frac{W}{m^2}$$

$$[\lambda] = \frac{W}{m K}$$

$$[\frac{dT}{dx}] = \frac{K}{m}$$

10.2.2 Wärmeübergang

$$\text{innen: } j = \alpha_i \cdot (T_i - T_{wi}) \quad \text{mit } \alpha_i = 8 \frac{W}{m^2 K}$$

$$\text{außen: } j = \alpha_a \cdot (T_{wa} - T_a) \quad \text{mit } \alpha_a = 20 \frac{W}{m^2 K}$$

10.2.3 Wärmedurchgang

Material + Dicke zusammengefasst

$$j = k \cdot (T_i - T_a) = k \cdot \Delta T \quad \text{mit } k = \frac{\lambda}{d}$$

$$P = \dot{Q} = j \cdot A$$

j Wärmestromdichte

λ Wärmeleitfähigkeit

α_i Wärmeübergangszahl innen

α_a Wärmeübergangszahl aussen

T_{wa} Temperatur Wand aussen

T_a Außentemperatur

T_{wi} Temperatur Wand innen

T_i Innentemperatur

k Wärmedurchgangszahl

d Dicke der Wand

$$[j] = \frac{W}{m^2}$$

$$[\lambda] = \frac{W}{m K}$$

$$[\alpha_i] = \frac{W}{m^2 K}$$

$$[\alpha_a] = \frac{W}{m^2 K}$$

$$[T_{wa}] = K$$

$$[T_a] = K$$

$$[T_{wi}] = K$$

$$[T_i] = K$$

$$[k] = \frac{W}{m^2 K}$$

$$[d] = m$$

10.2.4 Wärmedurchgang komplett

Der komplette Wärmedurchgang leitet sich durch die Erhaltung der Wärmestromdichte j und errechnet sich mit:

$$\text{n Schichten: } \frac{1}{k_{\text{tot}}} = \frac{1}{\alpha_i} + \sum_x \frac{1}{k_x} + \frac{1}{\alpha_a}$$

$$\text{zylindrisch: } \frac{1}{k_{\text{tot}}} = r_a \left(\frac{1}{\alpha_i \cdot r_i} + \sum_x \frac{1}{\lambda_x} \cdot \ln \left(\frac{r_{xa}}{r_{xi}} \right) + \frac{1}{\alpha_a} \cdot \frac{1}{r_a} \right)$$

k_x Wärmedurchgangszahl x -te Schicht

$$[\alpha_x] = \frac{W}{m^2 K}$$

α_i Wärmeübergangszahl innen

$$[\alpha_i] = \frac{W}{m^2 K}$$

α_a Wärmeübergangszahl aussen

$$[\alpha_a] = \frac{W}{m^2 K}$$

r_i Innenradius Rohr

$$[r_i] = m$$

r_a Außenradius Rohr

$$[r_a] = m$$

λ_x Wärmeleitfähigkeit

$$[\lambda] = \frac{W}{m K}$$

10.3 Wärme-Bedarf (Heizleistung)

Der Wärme-Bedarf (=Heizleistung) setzt sich zusammen aus Wärmeverlust durch Wärmeleitung und durch Wärmeverlust durch Luftaustausch:

$$\underbrace{\dot{Q}}_{\text{Wärmeverlust}} = \underbrace{P}_{\text{Heizleistung}}$$

$$P = \dot{Q}_{\text{tot}} = \dot{Q}_W + \dot{Q}_L$$

$$\dot{Q}_W = A \cdot j = A \cdot \lambda \cdot \Delta T$$

$$\dot{Q}_L = c_L \cdot \rho_L \cdot \dot{V} \cdot \Delta T$$

$$\text{allgemein: } \dot{Q}_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^n [(A_i \cdot k_i + c_L \cdot \rho_L \cdot \dot{V}) \cdot \Delta T]$$

\dot{Q}_{tot} Totaler Wärmeverlust

$$[\dot{Q}_{\text{tot}}] = \frac{J}{s} = W$$

\dot{Q}_W Wärmeleitung

$$[\dot{Q}_W] = \frac{J}{s} = W$$

\dot{Q}_L Luftaustausch

$$[\dot{Q}_L] = \frac{J}{s} = W$$

k_i Wärmedurchgangszahl i -te Schicht

$$[k_i] = \frac{W}{m^2 K}$$

\dot{V} Volumenstrom

$$[\dot{V}] = \frac{m}{s}$$

ρ_L Dichte der Luft: $\rho_L = 1.2 \frac{kg}{m^3}$

$$[\rho_L] = \frac{kg}{m^3}$$

c_L Wärmekapazität Luft: $c_L = 1000 \frac{J}{kg K}$

$$[c_L] = \frac{J}{kg K}$$

A Fläche der Wärmeleitung

$$[A] = m^2$$

ΔT Temperaturdifferenz

$$[\Delta T] = K$$

10.4 Wärmeverlust durch Abstrahlung

Durch Strahlung kann auch Wärme übertragen werden.

$$j_{12} = c_{12} \cdot (T_1^4 - T_2^4) = \sigma \cdot \varepsilon \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

j_{12} Wärme-Transport durch Strahlungsaustausch

$$[j_{12}] = \frac{W}{m^2}$$

c_{12} Strahlungsaustauschzahl

$$[c_{12}] = \frac{W}{m^2 K^4}$$

σ Stefan-Boltzmann-Konstante $\sigma = 5.671 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$

$$[\sigma] = \frac{W}{m^2 K^4}$$

ε Emissionsverhältnis

$$[\varepsilon] = 1$$

10.5 Zustandsänderungen

Erinnerung 1. Hauptsatz: $\Delta U = \Delta W + \Delta Q$

10.5.1 Isotherm

bei konstanter Temperatur

$$W_{ab} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)$$

$$\Delta Q_{zu} = W \quad (\Delta U = 0)$$

10.5.2 Isobar

bei konstantem Druck

$$W_{ab} = p \cdot (V_2 - V_1)$$

$$\Delta Q_{zu} = n \cdot C_{mp} \cdot \Delta T$$

10.5.3 Isochor

bei konstantem Volumen

$$W = 0$$

$$\Delta Q_{zu} = n \cdot C_{mv} \cdot \Delta T \quad (\Delta U = \Delta Q)$$

10.5.4 Adiabatisch

ohne Wärme-Austausch

$$W_{ab} = n \cdot C_{mV} \cdot \Delta T$$

$$\Delta Q = 0$$

C_{mp}	Isobare Wärme-Kapazität ($p = \text{const}$)	$[C_{mp}] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$
C_{mV}	Isochore Wärme-Kapazität ($V = \text{const}$)	$[C_{mV}] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$
R	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$
n	Mol-Zahl	$[n] = \text{mol}$
T	Absolute Temperatur	$[T] = \text{K}$
V_x	Volumen	$[V_x] = \text{m}^3$

11 Rückwandlung innerer Energie

11.1 Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre

- Innere Energie kann **nicht zu 100 %** in Arbeit umgesetzt werden
→ Carnot-Wirkungsgrad ist der theoretisch höchstmögliche
- Wärme kann niemals von selbst von einem kälteren Ort zu einem wärmeren Ort fließen (Clausius)
- Es gibt keine periodisch wirkende Maschine, die nichts anderes bewirkt als Erzeugung mechanischer Arbeit und Abkühlung eines Wärme-Reservoirs (Kelvin)
→ Es gibt kein Perpetuum mobile 2. Art

11.2 Kreisprozess (reversibler Prozess)

Anfangszustand = Endzustand

Rechtslaufender Kreisprozess

- Gibt Arbeit ab
- Wärmekraftmaschine**
- Bei hoher Temperatur wird Wärme aus Prozess **zugeführt**
- Nur Bruchteil der Wärme in Arbeit verwandelbar
- Obergrenze: Carnot-Wirkungsgrad

Linkslaufender Kreisprozess

- Verbraucht Arbeit
- Wärmepumpe**
- Bei hoher Temperatur wird dem Prozess Wärme **abgeführt**
- Erzeugt mehrfaches an Wärme
- Obergrenze: Inv. Carnot-Wirkungsgrad

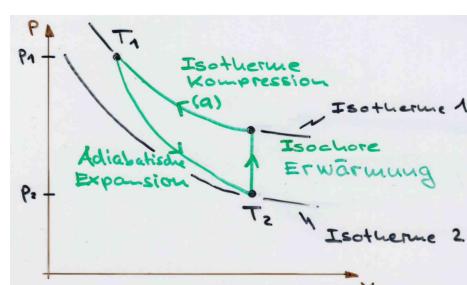
11.3 Carnot-Wirkungsgrad

$$\text{Wärmekraftmaschine: } n_C = \frac{W_{ab}}{Q_{zu}} = \frac{T_{\text{hoch}} - T_{\text{tief}}}{T_{\text{hoch}}}$$

$$\text{Wärmepumpe: } n_{iC} = \frac{Q_{zu}}{W_{ab}} = \frac{T_{\text{hoch}}}{T_{\text{hoch}} - T_{\text{tief}}}$$

11.4 Adiabaten-Gleichung (Kreisprozess)

Adiabate wird beschrieben im pV- / TV- / Tp-Diagramm



$$p \cdot V^\kappa = \text{const}$$

$$T \cdot V^{\kappa-1} = \text{const}$$

$$T^\kappa \cdot p^{1-\kappa} = \text{const}$$

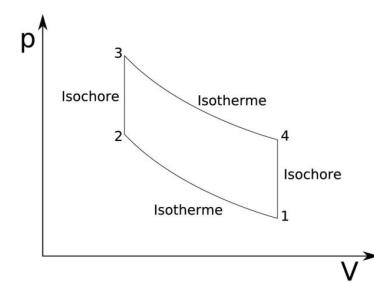
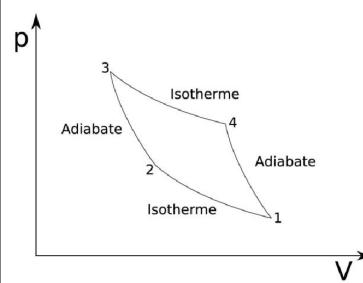
$$\kappa = \frac{C_{mp}}{C_{mV}}$$

$$C_{mp} - C_{mV} = R$$

11.5 Kreisprozesse (Vorgänge)

isotherme Expansion	liefert Wärme	benötigt Energie
isotherme Kompression	benötigt Wärme	liefert Energie
adiabatische Expansion	liefert Arbeit	ohne Wärme
adiabatische Kompression	benötigt Arbeit	ohne Wärme
isochore Erwärmung	ohne Arbeit	benötigt Wärme
isochore Abkühlung	ohne Arbeit	liefert Wärme

11.6 Beispiel Kreisprozess



11.7 Entropie-Zunahme

11.7.1 Definition der Entropie-Zunahme

$$\Delta S = S_1 + S_2 = \int \frac{1}{T} dQ$$

11.7.2 Boltzmann-Gleichung für Entropie-Zunahme

$$\Delta S = k \cdot \ln(W)$$

ΔS	Entropie	$[\Delta S] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
k	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
W	Wahrscheinlichkeit eines Zustands	$[W] = 1$

11.7.3 Abgeschlossenes System

- $\Delta S \geq 0$ Entropie kann nur zunehmen in abgeschlossenem System
- $\Delta S > 0$ Irreversibler Prozess
- $\Delta S = 0$ Reversibler Prozess

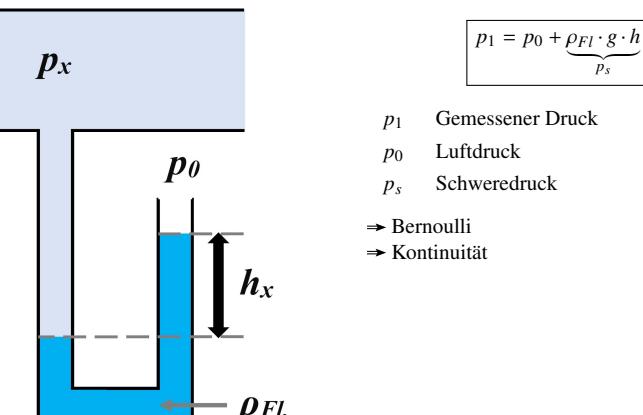
III Anhang

12 Molmassen wichtiger Atome

Symbol	Molekül	Molmasse
H	Wasserstoff	1.008 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
C	Kohlenstoff	12.011 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
N	Stickstoff	14.007 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
O	Sauerstoff	15.999 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
Al	Aluminium	26.982 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
Si	Silicium	28.982 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$

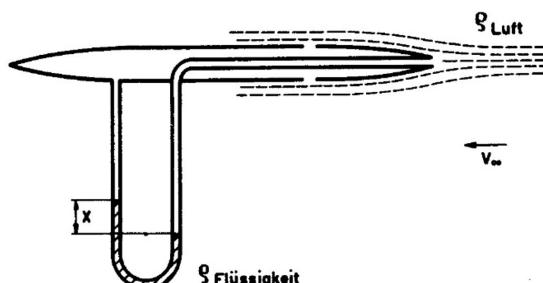
13 Ansätze zu Aufgaben

13.1 Barometer



13.2 Pitotrohr

Prandtl'sches Staurohr; Staudruckmesser
Zur Messung von Strömungsgeschwindigkeiten



$$\text{Bernoulli horizontal: } \frac{p_1}{\rho_L} + \frac{1}{2} \rho_L \cdot \underbrace{v_1^2}_0 = \frac{p_2}{\rho_L - \Delta p} + \frac{1}{2} \rho_L \cdot v_2^2$$

$$0 = -\Delta p + \frac{1}{2} \rho_L \cdot v_2^2 \quad \Rightarrow \Delta p = \frac{1}{2} \rho_L \cdot v_2^2$$

$$\text{Gleichsetzen: } \Delta p = \rho_{Fl} \cdot g \cdot h$$

13.3 Pumpe

$$W = P \cdot t = F \cdot \Delta s = p \cdot A \cdot \Delta s = p \cdot \Delta V$$

$$F = p \cdot A$$

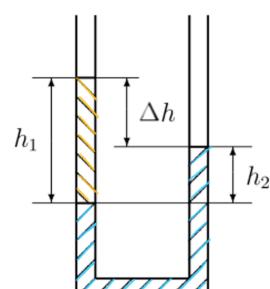
$$P = \frac{W}{t} = \frac{p \cdot V}{t} = p \cdot \dot{V}$$

13.4 Bewegungen

$$P = F \cdot v$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

13.5 U-Rohr



Ansatz: Druckgleichgewicht

$$p_1 = p_2$$

$$\rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2$$

13.6 Wasser mit Dampf erhitzen

Ein Tasse mit $m_W = 200 \text{ g}$ Wasser mit einer Temperatur von $T_K = 20^\circ\text{C}$ wird an der Wasserdampfdüse einer Kaffeemaschine mittels Wasserdampf erhitzt.

Der aus der Kaffeemaschine ausströmende Wasserdampf ist $T_H = 96^\circ\text{C}$ heiss.

Am Schluss haben Sie 10 % mehr Wasser in der Tasse. (entspricht m_D)

Wie warm ist das Wasser nun?

$$\text{Ansatz: 1. Hauptsatz } \Delta Q_{\text{zu}} = \Delta Q_{\text{ab}}$$

$$m_W \cdot c_W (T_M - T_K) = q_s \cdot m_D + m_D \cdot c_W (T_H - T_M)$$

13.7 Eis in Wasser schmelzen

In einem Gefäß befinden sich $m_W = 1 \text{ kg}$ Wasser.

Dazu wird ein Eiswürfel von $m_E = 20 \text{ g}$ gegeben.

Das Eis hat eine Temperatur von $T_E = -5^\circ\text{C}$ und das Wasser hat eine Temperatur T_W . Die Temperatur T_0 steht für 0°C bzw. 275.15 K

Gesucht ist die Mischtemperatur T_M

$$\Delta Q_{\text{ab}} = \Delta Q_{\text{zu}}$$

$$m_W \cdot c_W \cdot (T_W - T_M) = m_E \cdot c_E \cdot (T_0 - T_E) + q_f \cdot m_E + m_E \cdot c_W \cdot (T_M - T_0)$$