

# BUT1 – OUTILS FONDAMENTAUX MATHÉMATIQUES

## DEVOIR TD – ÉTUDE DE FONCTIONS

IUT DE NANTES – DÉPARTEMENT INFORMATIQUE – 2021/2022

*Cette évaluation dure 1 heure. (1h20 pour les bénéficiaires d'un tiers-temps).*

*Le barème donné sur le sujet est indicatif, il est susceptible de changer. Une importance toute particulière sera donnée aux justifications des calculs.*

*Tout document, calculatrice, téléphone portable, ordinateur, appel à un ami, ... est formellement interdit.*

EXERCICE 1 – ÉQUATIONS ET INÉQUATION DU SECOND DEGRÉ (2+2+2 PTS) – Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations et l'inéquation suivantes :

$$-2x^4 - x^2 + 1 = 0, \quad 2x^2 + x + 3 = 0 \quad \text{et} \quad -6x^2 - 2x + 4 \leq 0.$$

EXERCICE 2 – ÉTUDE D'UNE FONCTION RATIONNELLE (10 PTS) – Faire l'étude complète de la fonction rationnelle suivante :

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{3x^3 - 5x^2 - 11x - 3}{x^2 - x - 6}. \end{aligned}$$

Pour cela, vous déterminerez, en justifiant, notamment :

1. l'ensemble de définition de la fonction ;
2. l'ensemble de dérivabilité ;
3. la dérivée de la fonction ainsi que son signe ;
4. les variations de la fonction ;
5. les différentes limites afin de terminer l'étude.

On terminera cette étude par un tracé de l'allure de la courbe représentative de  $f$ .

EXERCICE 3 – EXISTENCE DE POINT FIXE (4 PTS) – On considère une fonction  $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  définie et continue sur l'intervalle  $[0, 1]$ . Démontrer que la fonction  $f$  admet toujours un point fixe, c'est-à-dire que l'équation  $f(x) = x$  admet toujours une solution. Pour cela, on pourra poser la fonction  $g(x) = f(x) - x$ .

*Email address: johan.leray@univ-nantes.fr*

DÉPARTEMENT D'INFORMATIQUE – IUT DE NANTES