

1 Présentation du service étudié

1.1 Principe général de Communauto

Communauto est un service basé dans différentes villes, principalement au Canada mais également à Paris, qui propose de la location de voitures sous deux formules :

free-floating : les utilisateurs peuvent utiliser une voiture garée dans l'espace public afin d'effectuer un trajet d'un point A à un point B, tout en restant dans la zone de service de Communauto. Cette formule est principalement destinée aux trajets quotidiens, par exemple entre le domicile et le lieu de travail.

basé-station : les utilisateurs peuvent utiliser une voiture garée dans l'une des nombreuses stations réparties dans la ville afin d'effectuer un trajet puis de ramener la voiture à la station de départ. Cette formule est plus destinée aux plus long trajets, planifiés à l'avance, par exemple dans le cadre de voyages sur le week-end.

Ces deux systèmes partagent un même abonnement ainsi qu'un tarif identique après 4 heures d'utilisation, ce qui permet des interactions entre ces deux systèmes, par le report d'utilisateur d'un système à l'autre en fonction de la disponibilité.

1.2 Fonctionnement du système et lexique utilisé

Les utilisateurs ont accès à une application sur lesquelles ils peuvent réserver une voiture. Le moment où un usager réserve une voiture est appelé *temps d'inscription*.

Pour les deux systèmes, on peut séparer le temps entre l'inscription d'une réservation et sa fin en deux : Le temps s'écoulant entre l'inscription et le début de la réservation est appelé *temps de pré-réservation*, le *temps de réservation* (et non temps de trajet) correspond lui à la durée de réservation elle-même.

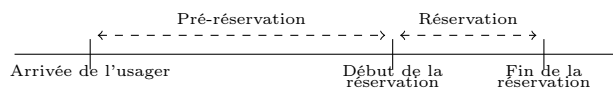


FIGURE 1 – Schéma d'une réservation

1.2.1 Système free-floating

Dans ce système, les usagers peuvent sélectionner une voiture disponible et la réserver. Une voiture réservée l'est alors pendant 30 minutes, temps pendant lequel le client peut se rendre à la voiture et la prendre. La réservation est automatiquement annulée au bout de 30 minutes si le client ne s'est pas présenté. Une fois la voiture récupérée, l'utilisateur peut la garder aussi longtemps qu'il le souhaite avant de la libérer.

Le temps de pré-réservation est ainsi inférieur à 30 minutes.

1.3 Système basé-stations

Dans ce système, les usagers se connectant à un certain instant peuvent sélectionner une voiture assignée à une station et réserver un créneau futur s'il est disponible. La réservation peut s'effectuer jusqu'à un mois à l'avance.

Il est également possible pour un usager d'annuler une réservation effectuée ou encore de rendre la voiture avant la fin annoncée de la réservation. Dans ce dernier cas, on parlera de *fin de réservation anticipée* par opposition aux *réservations menées à leur terme*.

Le temps de pré-réservation peut ainsi monter à 1 mois tandis que la durée de réservation, à la différence du free-floating, est défini dès le début même s'il peut être modifié par la suite.

2 Analyse de données

2.1 Présentation des données

Grâce à un partenariat entre Communauto et Polytechnique Montréal, j'ai eu accès aux données correspondant aux réservations de voitures effectuées dans la ville de Montréal. J'ai ainsi pu étudier les données de l'année 2021, comprenant aussi bien les réservations effectuées sur les voitures en free-floating que sur celles en basés-stations, cela correspondant à respectivement à 69% et 31% des réservations effectués.

Le système est basé sur plus de 2000 voitures, dont environ 40% sont en free-floating tandis que 60% sont des voitures basées-station réparties en près de 500 stations réparties dans la ville.

Je disposais pour ces données d'un grand nombre de champs dont ceux que j'ai principalement utilisés sont les suivant :

- la date et l'heure de début et de fin de la réservation
- la distance effectuée durant la réservation

- les points de départ et d’arrivée de la réservation. Cela correspond à la localisation de la station pour les basées-station
- l’adresse approximative des usagers
- lorsque la réservation est annulée, la date d’annulation
- le statut de la réservation, parmi active, finie prématurément, annulée ou modifiée entre autres

On retrouve dans les données principalement des réservations actives (menées à leur terme), annulées ou finies prématurément ainsi qu’un très petit nombre de réservations au statut spécial car effectuées par Communauto pour maintenance. Leur répartition est présentée figure 2.

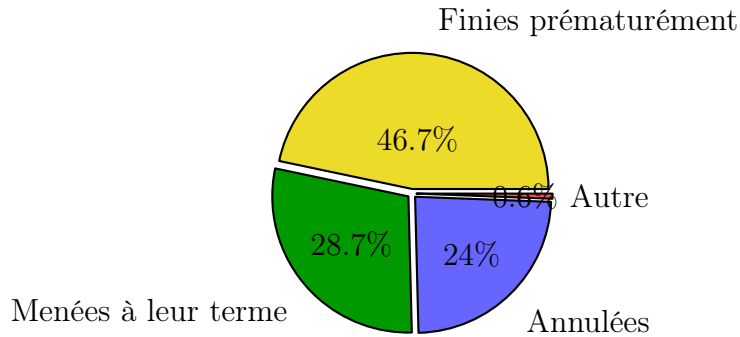


FIGURE 2 – Répartition des statuts des réservations basées-stations en 2021

2.2 Nettoyage préalable des données

Pour étudier les données et tenter de déterminer les lois de probabilités par lesquelles on peut approximer les différentes distribution, il faut commencer par nettoyer et filtrer les données :

Dans un premier temps, il s’agit ainsi d’isoler les réservations réelles, c’est à dire les réservations effectuées par les usagers, et d’éliminer les autres, par exemple les réservations pour maintenance ou pour changer la voiture de station de rattachement. Ce filtrage se fait très simplement en considérant uniquement les réservation dites actives dans les données.

Suivant le paramètre étudié, j’ai pu avoir à filtrer selon le statut de la réservation, afin d’éliminer les trajets annulés pour mesurer le temps de réservation effectif par exemple.

2.3 Fluctuations au cours du temps de la capacité utilisée

Je me suis intéressé au comportement des usagers, pour voir notamment quelles périodes sont les plus prisées par les usagers.

La figure 3 présente le nombre de voitures réservées tout au long de l'année afin d'avoir un premier aperçu des périodes pendant lesquelles les voitures basées-stations sont les plus utilisées.

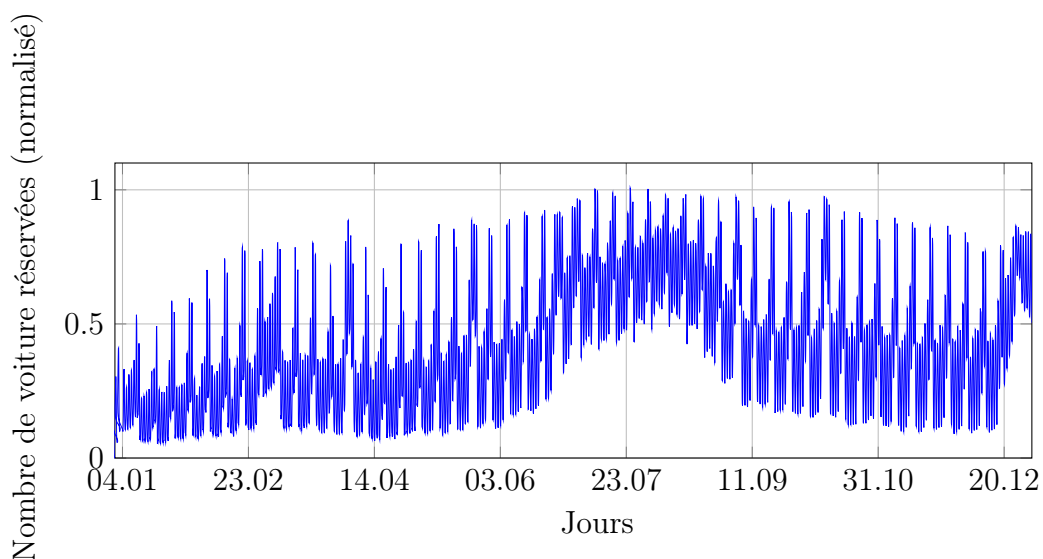


FIGURE 3 – Occupation du système au cours de l'année 2021

Ce graphe permet d'identifier les périodes les plus importantes, qui sont par ordre décroissant les vacances d'été et de Noël, où le minimum de réservation à un instant donné est particulièrement élevé, les autres vacances et week-ends prolongés puis les week-ends.

Ce graphe ne prend pas en compte les réservations ayant commencé avant 2021, ce qui explique le faible nombre de réservations début 2021 par rapport à 2021 : il y a en réalité un grand nombre de longues réservations commençant fin 2020 qui n'apparaissent pas sur ces données.

La figure 4 présente la capacité utilisée typique durant une semaine, obtenue en moyennant chaque jour de la semaine sur les 53 semaines de l'année 2021 et qui permet de voir plus finement ce qui se passe au cours d'une semaine.

On y observe ainsi de grandes fluctuations de l'occupation au cours de la semaine, principalement à l'échelle de la journée avec des pics chaque jour

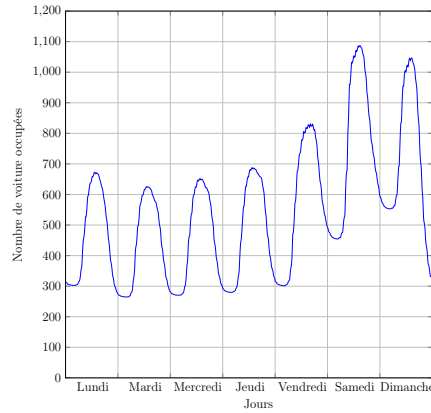


FIGURE 4 – Occupation du système au cours d’une semaine type

aux alentours de 13h et des périodes de creux durant les nuits. Cette unicité du pic est intéressante car c’est un comportement différent des voitures de free-floating, présentant un pic d’utilisation en matinée et en soirée (figure à tracer),

Par ailleurs un effet dû aux weekends est très clairement présent, tout d’abord avec des pics en journée plus hauts que durant le reste de la semaine mais aussi avec des creux plus élevés, représentant les usagers qui réservent une voiture afin de partir en week-end avec. Par ailleurs, on remarque que le vendredi fait en quelque sorte la transition entre la semaine et le week-end, avec un pic intermédiaire en milieu de journée et un creux de nuit entre vendredi et samedi plus chargée que les nuits de semaine, ce qui montre que les départs en weekends peuvent commencer dès le vendredi.

2.4 Étude du temps de réservation des usagers

2.4.1 Premières analyses

On mesure un temps de réservation moyen de 7.8h alors que le maximum de la distribution est situé à 2h et le temps médian est lui de 3.5. La moyenne du temps de réservation est en effet bien augmentée par la présence de très longues réservations, certains faisant plus de 3 semaines.

De plus le kurtosis de cette distribution vaut 160, ce qui indique que l’on a affaire à une distribution à queue lourde, c’est à dire qu’elle possède une queue plus épaisse qu’une loi normale et donc que les événements extrêmes y sont plus probables.

2.4.2 Détermination et lissage de la distribution

Afin de déterminer des informations plus fines, il faut étudier l'allure de la distribution : Pour cela, dans le cadre du temps de réservation des usagers, le champ *res_trip_length_hr* présent dans les données correspond précisément au temps de réservation de chaque élément.

Il ne comprend supposément que des temps définies au quart d'heure près, les réservations pour les voitures basés-station se faisant sur des créneaux de la taille d'un quart d'heure. Cependant, on retrouve parmi les données certaines valeurs aberrantes, telles des réservations durant 1 ou 40 minutes par exemple. Cela correspondant à seulement 13 réservations, j'ai décidé de les enlever de l'étude du temps de réservation.

On peut alors obtenir la répartition empirique des temps de réservation (courbe bleue sur la figure 5) qui reste néanmoins très irrégulière ; on peut en effet observer une certaine périodicité d'ordre 4, certainement due aux utilisateurs, qui auront une plus grande tendance à réserver une durée entière en heures. Pour la même raison, on observe un pic de réservations d'une durée de 10 heures ainsi que des pics successifs présents pour tout les jours entiers.

Afin de pouvoir exploiter la courbe, il est nécessaire de lisser la courbe, par exemple avec un estimateur à noyau de fenêtre assez large pour enlever ces périodicités. J'ai préféré un estimateur à taille de noyau variable afin de ne pas trop écraser les données présentes à l'origine et ainsi de garder l'allure générale de la courbe, ce qui est réalisé sur la courbe rouge en figure 5.

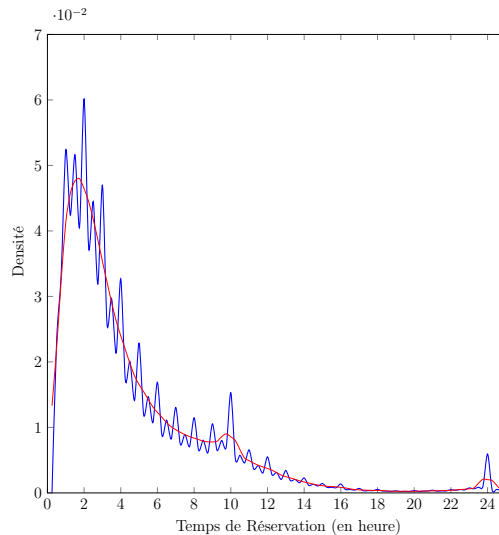


FIGURE 5 – Densité du Temps de réservation lissée

2.4.3 Détermination de la loi la mieux adapté aux données

A partir de cette courbe lissée, j'ai cherché à déterminer par quelle loi l'approcher pour correspondre le mieux aux données et ainsi adapter le mieux le modèle. Pour cela, je me suis concentré sur des lois à queues lourdes, à savoir notamment loi gamma, loi log-normale, loi de Weibull ou encore loi de Burr.

Je les aies comparées à la distribution empirique du temps de réservation en utilisant la distance en variation totale :

Definition 1. Distance en variation totale

Soient μ, ν deux mesures de probabilité de densités respectives f et g .

On note $d_{VT}(\mu, \nu) = \int_{\mathbb{R}} |f(x) - g(x)| dx$ la distance en variation totale entre μ et ν .

Après optimisation des différents paramètres pour les différentes lois, j'ai obtenu le tableau 6 présentant la distance minimale entre chaque loi et la distribution du temps de réservation.

Loi approximant	Distance
Loi gamma	0.23
Loi Log-normale	0.17
Loi de Weibull	0.24

FIGURE 6 – Distance entre différentes lois et la distribution du temps de réservation

Grâce à cela, il s'avère que c'est une loi log-normale de paramètres $\mu = 2.6$ et $\sigma^2 = 0.9$ qui permet la meilleur approximation du temps de réservation.

Le choix d'une loi log-normale est confirmé par l'étude des graphes quantile-quantile des différentes distributions théoriques présents figure 2.4.3 seule la loi log-normale sélectionnée permet une bonne approximation de la queue de distribution.

Definition 2. Loi log-normale

Une variable aléatoire X suit une loi log normale de paramètres μ et σ^2 lorsque $Y = \ln(X)$ suit une loi normale de paramètres μ et σ^2 .

2.5 Étude des stations

Dans le cadre de cette étude, il est intéressant de regarder la capacité des stations dans lesquelles sont stationnées les voitures basées-stations ainsi que leur répartition dans la ville.

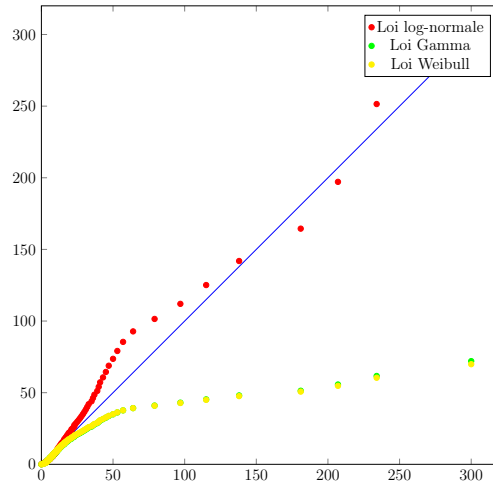


FIGURE 7 – QQPlot

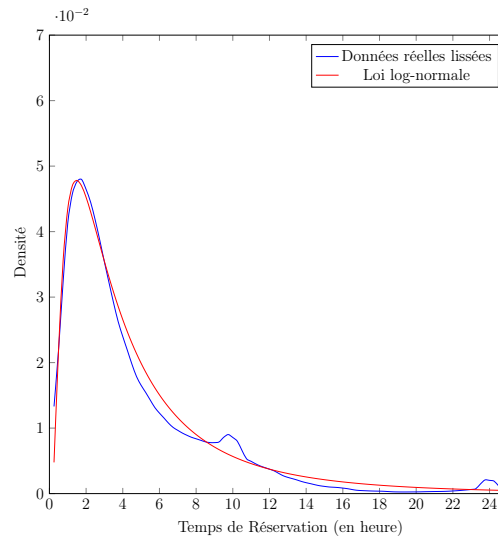


FIGURE 8 – Ajustement du temps de réservation par loi log-normale

Pour cela, j’ai regardé les voitures en activité et leur station lorsque le maximum de voitures étaient utilisées, à savoir le 24 juillet à 15h30, avec un pics à plus de 1300 voitures réservées en même temps. J’ai procédé ainsi afin de ne pas avoir des doublons dans les données, dues aux éventuelles voitures changeant de stations au gré des ajustements réalisées par Communauto.

Les graphes suivants se basent donc sur l’hypothèse que toutes les voitures étaient réservées à ce moment là, ce qui est assez proche de la réalité car trouver une voiture le week-end, et à fortiori durant la période estivale,

est très difficile. Les graphes permettent d’avoir un aperçu du système au maximum de sa capacité.

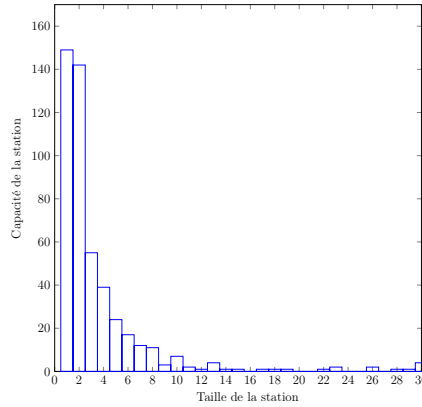


FIGURE 9 – Distribution du nombre de voitures par station

En traçant l’histogramme de la capacité (figure 9), on observe une majorité de très petites stations : 66% des stations ayant 1 ou 2 voitures seulement. C’est explicable par la politique de Communauto d’avoir des stations au plus près des usagers, multipliant ainsi la quantité de stations déployées, ainsi que par la difficulté d’obtenir des zones afin d’y réaliser de grandes stations. Il y a cependant quelques grandes stations, 5% des stations ayant plus de 10 voitures et elles représentent ainsi plus du quart des voitures basées-stations en circulation.

2.6 Étude de la distance de trajet

Afin d’étudier la loi de la distance parcourue, il faut dans un premier temps retirer des données les réservations ayant une distance parcourue nulle, correspondant la majorité du temps à des réservations "à vide", sans bouger la voiture. (Cela pourrait également correspondre à de très petits trajets, la distance relevée étant arrondie au kilomètre près, mais cela ne concerne qu’un faible nombre de trajets).

L’étude de la distance est après cela tout à fait similaire à celle de du temps de trajet, les distributions lissées étant similaires.

Dans ce cas, la distribution qui l’approche le mieux est encore une fois une loi log-normale, dont les paramètres sont $\mu =$, $\sigma^2 =$. La figure 10 présente la loi expérimentale et la loi approchée en superposition.

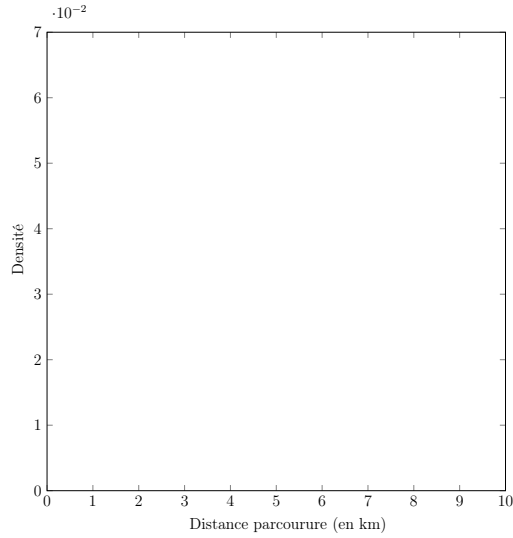


FIGURE 10 – Ajustement de la distance parcourue par loi log-normale

2.7 Corrélation entre le temps de réservation et la distance parcourue pour obtenir une voiture

2.8 Étude du temps d’annulation

Une autre donnée intéressante concerne l’annulation des réservations. En effet, comme montré par la figure 2 cela correspond à une grande part des données : 24% des réservations initiales étant annulées.

Il est alors intéressant de regarder quand cette annulation a lieu dans le cycle de vie de la réservation. Pour cela, on peut s’intéresser à la loi du temps s’écoulant entre l’annulation de la réservation et son début théorique. La loi empirique est tracée figure 11

La première chose que l’on remarque est la présence d’un petit nombre de réservations annulées après leur temps de début de réservation, correspondant à environ 0.5% des trajets annulés. Ceci n’est pas une erreur des données, la réservation étant payée par les usagers pour le temps écoulée.

Ensuite la majorité des annulations ont lieu juste avant le début du trajet, comme montré par le pic observées sur les données en 0. Ainsi, les réservations annulées le sont en moyenne moins de 3 jours avant le début de la réservation : 62% étant annulées moins de 24h à l’avance.

On observe cependant pour la suite une tendance géométrique qui apparaît bien sur la courbe lissée, encore une fois à l’aide d’un estimateur à noyau.

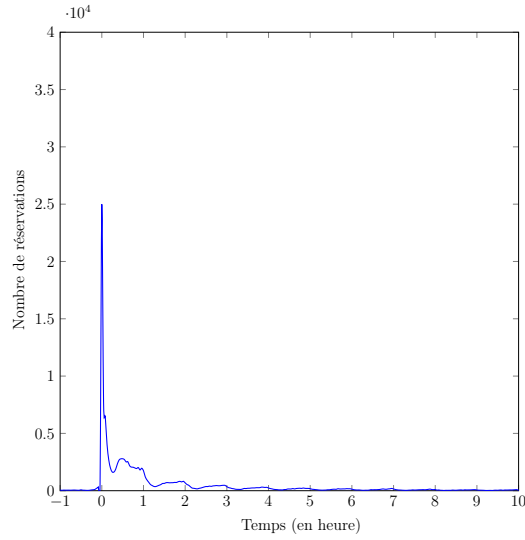


FIGURE 11 – Loi du temps entre annulation et début de la réservation

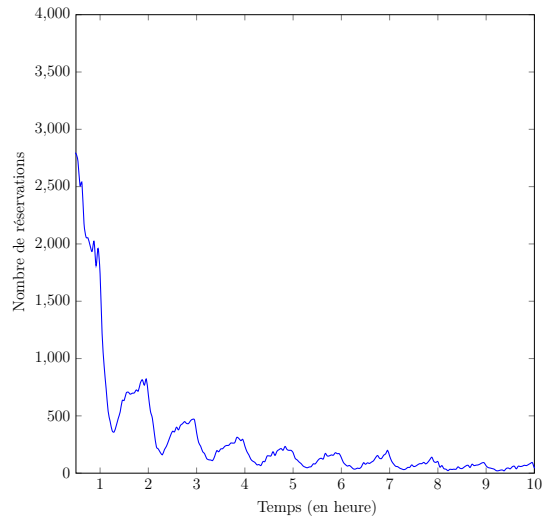


FIGURE 12 – Loi du temps entre annulation et début de la réservation

2.9 Étude du temps de pré-réservation

Les données disposent d'un champ *date d'inscription* correspondant en théorie à la date à laquelle une réservation a été inscrite dans le système, c'est à dire la date à laquelle l'utilisateur a réservé un créneau. Cependant, cette date ne correspond généralement pas à la date d'inscription réelle mais à la date de dernière action sur la réservation, que ce soit son annulation, sa modification ou bien un retour anticipé de la voiture. Ainsi les données présentant leur

date d'inscription initiale sont très partielles et difficiles à identifier.

3 Simulations numériques