Befüllung eines kegelförmigen Tanks

STEFAN KAMP 18718

FLORIAN WEGE 15856

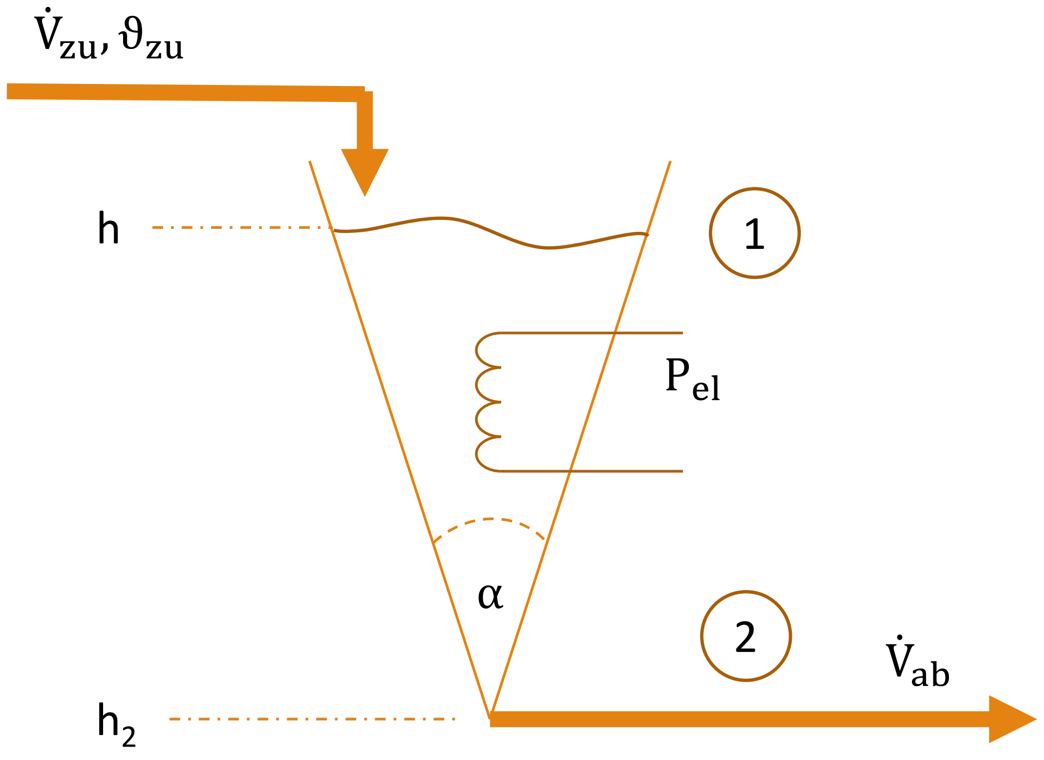
MARTIN WEBER 19656

Inhalt

- Aufgabenstellung
- Herangehensweise
- Probleme und Lösungen
- Vorführung
- Ausblick

Aufgabenstellung

- mathematisches und simulationsfähiges Modell für einen mit einer elektrischen Heizung beheizten kegelförmigen Behälter



$p_1 \approx p_2$

$p_1 \cdot p_2 \rightarrow 0$

$h_2 = 0$

$\rho = 1 = \text{konst.}$

$\dot{V}_{zu}$ ... Volumenstrom Zufluss
ϑ_{zu} ... Temperatur Zufluss
$\dot{V}_{ab}$ ... Volumenstrom Abfluss
P_{el} ... Elektr. Leistung Heizung
α ... Kegelwinkel
h ... Füllhöhe
h_2 ... Nullhöhe
p_1 ... Druck auf Füllhöhe
p_2 ... Druck auf Nullhöhe
ρ ... Dichte des Mediums

Herangehensweise - Massenbilanz

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_{zu} - \dot{m}_{ab}$$

$$\rho \cdot \frac{dV}{dt} = \rho \cdot \dot{V}_{zu} - \rho \cdot \dot{V}_{ab}$$

mit: $\dot{V}_{ab} = v \cdot A_R$

Ansatz nach Bernoulli: $\cancel{p_1} + \rho \cdot g \cdot h_1 + \cancel{\frac{\rho}{2} \cdot v_1^{\,2}} = \cancel{p_2} + \cancel{\rho \cdot g \cdot h_2} + \frac{\rho}{2} \cdot v_2^{\,2}$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$\dot{m}_{zu}$ ... Massenstrom Zufluss
$\dot{m}_{ab}$... Massenstrom Abfluss
A_R... Rohrquerschnittsfläche
v ... Geschwindigkeit Abfluss
g ... Fallbeschleunigung
V ... Volumen des Mediums im Tank
r ... Radius des Kegels (abhängig von Füllhöhe)

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot h^3$$

mit: $r^2 = \tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot h^2$

Herangehensweise - Füllhöhe

$$\dot{V} = \dot{V}_{zu} - \dot{V}_{ab}$$

$$\pi \cdot \tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot h^2 \cdot \dot{h} = \dot{V}_{zu} - \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot A_R$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\dot{V}_{zu} - \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot A_R}{\pi \cdot \tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot h^2}$$

Herangehensweise - Enthalpiebilanz

$$\frac{dH}{dt} = \dot{H}_{zu} - \dot{H}_{ab} - \dot{H}_{O} - \dot{H}_{M} + P_{el} \qquad mit: \dot{H} = c_p \cdot \dot{m} \cdot \vartheta$$

$$\frac{c_p \cdot d(m \cdot \vartheta)}{dt} = c_p \cdot \dot{m}_{zu} \cdot \vartheta_{zu} - c_p \cdot \dot{m}_{ab} \cdot \vartheta - \dot{Q}_O - \dot{Q}_M + P_{el}$$

$$c_p \cdot \dot{m} \cdot \vartheta + c_p \cdot m \cdot \dot{\vartheta} = c_p \cdot \dot{m}_{zu} \cdot \vartheta_{zu} - c_p \cdot \dot{m}_{ab} \cdot \vartheta - \dot{Q}_O - \dot{Q}_M + P_{el}$$

$$c_p \cdot \dot{m}_{zu} \cdot \vartheta - \cancel{c_p \cdot \dot{m}_{ab} \cdot \vartheta} + c_p \cdot m \cdot \dot{\vartheta} = c_p \cdot \dot{m}_{zu} \cdot \vartheta_{zu} - \cancel{c_p \cdot \dot{m}_{ab} \cdot \vartheta} - \dot{Q}_O - \dot{Q}_M + P_{el}$$

$$c_p \cdot m \cdot \dot{\vartheta} = c_p \cdot \dot{m}_{zu} \cdot (\vartheta_{zu} - \vartheta) - \dot{Q}_O - \dot{Q}_M + P_{el} \qquad mit: \; m = \rho \cdot V(h)$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\dot{m}_{zu} \cdot (\vartheta_{zu} - \vartheta)}{\rho \cdot V(h)} - \frac{\dot{Q}_O + \dot{Q}_M}{c_p \cdot \rho \cdot V(h)} + \frac{P_{el}}{c_p \cdot \rho \cdot V(h)}$$

c_p … spezifische Wärmekapazität des Mediums
ϑ … Aktuelle Temperatur des Mediums
m … Aktuelle Masse des Mediums
$\dot{H}$ … Enthalpieänderung
$\dot{H}_{zu}$ … Enthalpiedelta durch Zufluss
$\dot{H}_{ab}$ … Enthalpiedelta durch Abfluss
$\dot{H}_{O}$ … Enthalpiedelta über Oberfläche des Mediums
$\dot{H}_{M}$ … Enthalpiedelta über Mantelfläche des Mediums
$\dot{Q}_{O}$ … Wärmestrom über Oberfläche
$\dot{Q}_{M}$ … Wärmestrom über Mantelfläche

Herangehensweise - weitere Formeln

allgemein: $\dot{Q} = K \cdot A(h) \cdot (\vartheta - \vartheta_u)$

$$A_M = \pi \cdot r \cdot s$$

$$A_M = \pi \cdot \frac{\tan(\frac{\alpha}{2}) \cdot h^2}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

mit: $r = \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot h$

und: $s = \frac{h}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$

$$A_O = \pi \cdot r^2$$

$$A_O = \pi \cdot \tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot h^2$$

$\dot{Q}$ ... Wärmestrom
K ... Wärmedurchgangskoeffizient
ϑ_u ... Umgebungstemperatur
A_M ... Mantelfläche
A_O ... Oberfläche
s ... Länge der Diagonale der Kegelwand

Probleme und Lösungen I

- zunächst eingesetzter stetiger PI-Regler ließ sich nicht auto-tunen
  → Parameter wurden manuell eingestellt
- nachfolgend implementierter mehrstufiger Regler verursachte starkes flackern am Ausgang
  → Wurde mit Hysterese und Verzögerungseigenschaften versehen
- GUI Editor („guide“) ziemlich mangelhaft:
  - nur eine kleine Widget-Auswahl
  - der Property-Inspektor aktualisiert sehr langsam
  - Kombination aus asynchronem Verhalten und geringer Performanz dehnte Entwicklungszeit deutlich

Probleme und Lösungen II

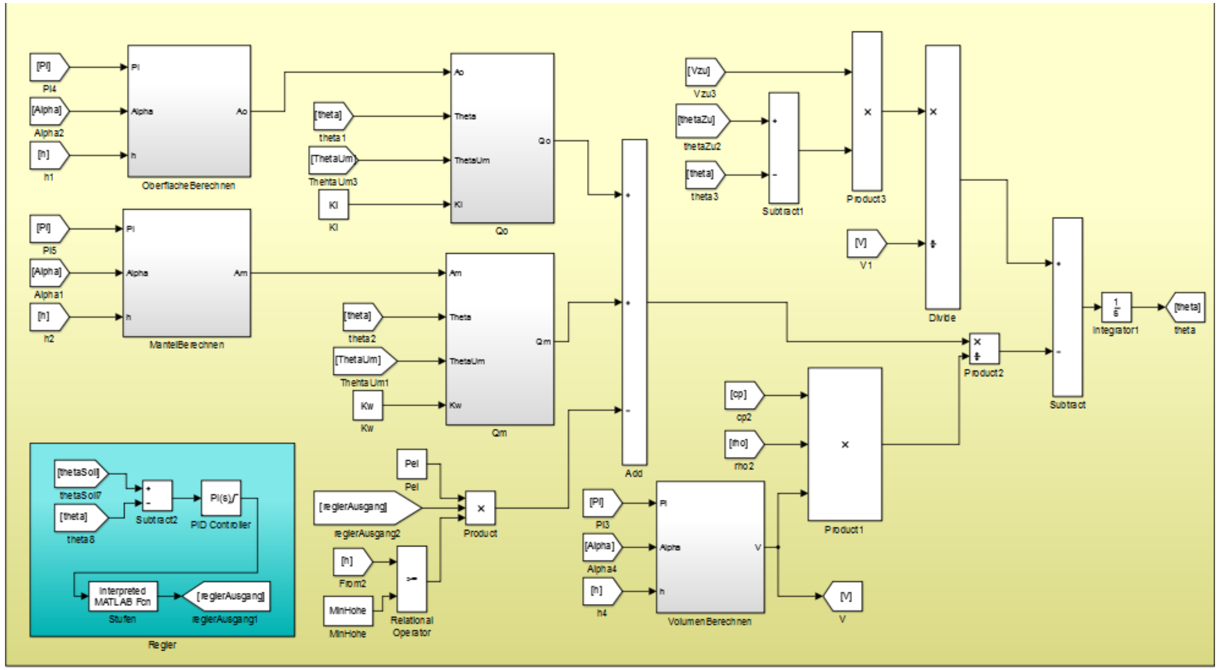
- Übertragung von Variablenwerten aus GUI-Code erwies sich als schwierig, da Daten nicht direkt in den Base-Workspace geschrieben werden

  → zur Kommunikation mit Simulink extra Funktionsaufrufe erforderlich („assignin“)

- Matlab lässt nativ nur den Export einer einzigen Figur in eine PDF-Datei zu, Komposition nicht direkt möglich

  → extra Library-Scripts integriert („append_pdfs“)

Vorführung



Ausblick

- Je nach Parametern dauert die Einregelung unterschiedlich lang
- Simulationszeit ist aktuell noch statisch:
  - ineffektiv, sollte das statische Gleichgewicht früher erreicht werden
  - sollte Versuch mehr Zeit benötigen bricht dieser vorzeitig ab

  → Simulationszeit von einer berechneten Prognose abhängig zu machen oder zu prüfen, ob sich die Deltas nicht mehr signifikant ändern
- im Verlauf parallel zu Simulink Darstellung des Tankinhaltes im GUI

  → asynchrone Kommunikation mit dem Simulationsmodel