

## Giải full câu 1

### Contents

Giải full câu 1.....	1
Phương pháp giải tổng quát .....	1
BẮT BUỘC PHẢI BIẾT .....	2
Mã 102 .....	4
Mã 111 .....	6
Mã 112 .....	8
Mã 114 .....	10
Mã 116 .....	12
Mã 117 .....	14

### Phương pháp giải tổng quát

## BẮT BUỘC PHẢI BIẾT

### Thông kê các bước giải

Để giải quyết bài toán này, chúng ta cần thực hiện 4 bước sau:

1. **Bước 1:** Xác định tần số Analog ( $F$ ) của từng thành phần tín hiệu.

Từ phương trình  $x_a(t)$ , ta suy ra tần số Hz của từng thành phần dựa trên công thức  $\Omega = 2\pi F$ .

2. **Bước 2:** Kiểm tra hiện tượng chồng phổ (Aliasing).

So sánh tần số tín hiệu với tần số Nyquist ( $F_{Nyquist} = F_s / 2$ ). Nếu tần số tín hiệu nhỏ hơn  $F_{Nyquist}$ , tần số được giữ nguyên. Nếu lớn hơn, nó sẽ bị chồng phổ về một tần số thấp hơn.

3. **Bước 3:** Quy đổi tần số cắt của bộ lọc sang miền Analog (Hz).

Chuyển đổi  $\omega_c$  (tần số góc chuẩn hóa) sang  $F_c$  (tần số thực tế) để dễ so sánh.

Công thức:  $F_c = \frac{\omega_c}{2\pi} \cdot F_s$ .

4. **Bước 4:** So sánh và kết luận.

So sánh tần số của các thành phần tín hiệu (sau khi lấy mẫu) với tần số cắt  $F_c$ .

- Nếu  $F \leq F_c$ : Tín hiệu đi qua.
- Nếu  $F > F_c$ : Tín hiệu bị lọc bỏ (tắt).

## Giải đề tín hiệu và hệ thống

### BỘ LỌC THÔNG

Đặc điểm	Bộ lọc thông thấp (LPF)	Bộ lọc thông cao (HPF)
Điều kiện đi qua	$ \omega  \leq \omega_c$	$ \omega  \geq \omega_c$
	THÔNG DÀI	CHẶN DÀI
	Điều kiện: $\omega_{c1} \leq  \omega  \leq \omega_{c2}$	Điều kiện: $\omega < \omega_{c1}$ hoặc $\omega > \omega_{c2}$

### Kiểm tra hiện tượng chồng phổ.

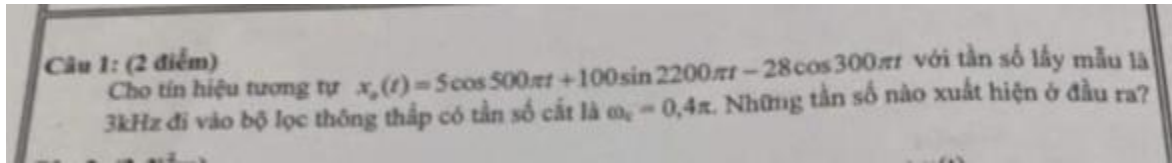
- Nếu  $f_{in} \leq F_s / 2$ : Tần số giữ nguyên.  $f_{kq} = f_{in}$ .
- Nếu  $f_{in} > F_s / 2$ : Tần số bị gấp khúc (folding). Tính lại tần số giả:  $f_{kq} = |f_{in} - k \cdot F_s|$ .

### So sánh với bộ lọc:

Bây giờ mới lấy cái  $f_{kq}$  (tần số sau khi chồng phổ) để so sánh với tần số cắt  $f_c$  của bộ lọc.

- $f_{kq} \leq f_c \rightarrow \text{QUA}$
- $f_{kq} > f_c \rightarrow \text{CHẶN}$

## Mã 102



**Câu 1: (2 điểm)** Cho tín hiệu tương tự  $x_a(t) = 5 \cos 500\pi t + 100 \sin 2200\pi t - 28 \cos 300\pi t$  với tần số lấy mẫu là 3kHz đi vào bộ lọc thông thấp có tần số cắt là  $\omega_c = 0,4\pi$ . Những tần số nào xuất hiện ở đầu ra?

Giải:

Tóm tắt:

$$x_a(t) = 5 \cos 500\pi t + 100 \sin 2200\pi t - 28 \cos 300\pi t$$

$$F_s = 3\text{kHz} = 3000\text{Hz}$$

Thông thấp

(Kiểm tra hiện tượng chồng phổ)

Tần số cắt:  $\omega_c = 0.4\pi$

1. Xác định thông số đầu vào.

Ví dụ: Thành phần 1:  $5 \cos (500\pi t)$

$$\text{Có: } \Omega_1 = 500\pi$$

$$F_1 = \frac{500\pi}{2\pi} = 250\text{Hz}$$

Tương tự:

Có:

$$F_2 = 1100\text{Hz} ; F_3 = 150\text{Hz}.$$

2. Xét quá trình lấy mẫu:

Với  $F_s = 3000\text{Hz}$  và giới hạn Nyquist  $\frac{F_s}{2} = 1500\text{Hz}$ .

Kiểm tra hiện tượng chồng phổ

- $F_1 = 250\text{Hz} < 1500\text{Hz} \rightarrow$  Không bị chồng phổ.
- $F_2 = 1100\text{Hz} < 1500\text{Hz} \rightarrow$  Không bị chồng phổ.
- $F_3 = 150\text{Hz} < 1500\text{Hz} \rightarrow$  Không bị chồng phổ.

### Giải đề tín hiệu và hệ thống

Tất cả các tần số đều nằm trong vùng Nyquist, nên sau khi lấy mẫu, các tần số này được bảo toàn đúng giá trị.

3. Chuẩn hoá tần số góc:

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{F}{F_s}$$

□ Với  $F_1 = 250\text{Hz}$ :

$$\omega_1 = 2\pi \frac{250}{3000} = 2\pi \frac{1}{12} = \frac{\pi}{6} \approx 0,167\pi$$

□ Với  $F_2 = 1100\text{Hz}$ :

$$\omega_2 = 2\pi \frac{1100}{3000} = 2\pi \frac{11}{30} = \frac{11\pi}{15} \approx 0,733\pi$$

□ Với  $F_3 = 150\text{Hz}$ :

$$\omega_3 = 2\pi \frac{150}{3000} = 2\pi \frac{1}{20} = \frac{\pi}{10} = 0,1\pi$$

4. Xét bộ lọc thông thấp.

Theo bài, ta có bộ lọc thông thấp  $\omega_c = 0,4\pi$ . Điều kiện để tín hiệu đi qua bộ lọc thông thấp lý tưởng là  $|\omega| \leq \omega_c$ .

○ So sánh đối với các thành phần, ta được:

Thành phần 1:  $\omega_1 = \frac{\pi}{6} \approx 0,167\pi$

$0,167\pi < 0,4\pi \rightarrow$  **Thỏa mãn (Đi qua).**

Tần số đầu ra tương ứng:  $F_{out1} = 250\text{Hz}$ .

Thành phần 2:  $\omega_2 = \frac{11\pi}{15} \approx 0,733\pi$

$0,733\pi > 0,4\pi \rightarrow$  **Không thỏa mãn (Bị lọc bỏ).**

Thành phần 3:  $\omega_3 = 0,1\pi$

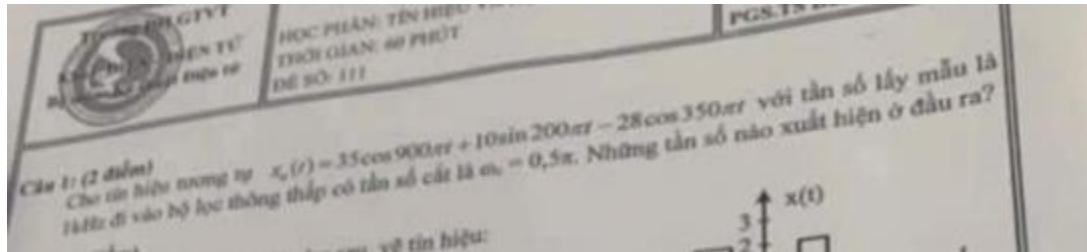
$0,1\pi < 0,4\pi \rightarrow$  **Thỏa mãn (Đi qua).**

Tần số đầu ra tương ứng:  $F_{out3} = 150\text{Hz}$ .

5. Kết luận:

Vậy.... 250Hz và 150Hz.

**Mã 111**



**Câu 1: (2 điểm)** Cho tín hiệu tương tự  $x_a(t) = 35 \cos 900\pi t + 10 \sin 200\pi t - 28 \cos 350\pi t$  với tần số lấy mẫu là 1kHz đi vào bộ lọc thông thấp có tần số cắt là  $\omega_c = 0,5\pi$ . Những tần số nào xuất hiện ở đầu ra?

**Tín hiệu vào:**  $x_a(t) = 35 \cos(900\pi t) + 10 \sin(200\pi t) - 28 \cos(350\pi t)$

**Tần số lấy mẫu:**  $F_s = 1\text{kHz} = 1000\text{Hz}$

**Bộ lọc thông thấp:** Tần số cắt  $\omega_c = 0,5\pi$ .

Giải:

□ **Thành phần 1:**  $35 \cos(900\pi t)$

- $\Omega_1 = 900\pi$
- $F_1 = \frac{900\pi}{2\pi} = 450\text{Hz}$

□ **Thành phần 2:**  $10 \sin(200\pi t)$

- $\Omega_2 = 200\pi$
- $F_2 = \frac{200\pi}{2\pi} = 100\text{Hz}$

□ **Thành phần 3:**  $-28 \cos(350\pi t)$

- $\Omega_3 = 350\pi$
- $F_3 = \frac{350\pi}{2\pi} = 175\text{Hz}$

$$F_{\text{Nyquist}} = \frac{F_s}{2} = 500\text{Hz}.$$

### *Giải đề tín hiệu và hệ thống*

□  $F_1 = 450\text{Hz} < 500\text{Hz} \rightarrow$  **Không bị chồng phổ.**

□  $F_2 = 100\text{Hz} < 500\text{Hz} \rightarrow$  **Không bị chồng phổ.**

□  $F_3 = 175\text{Hz} < 500\text{Hz} \rightarrow$  **Không bị chồng phổ.**

Chuẩn hoá:

$$\omega_1 = 0.9\pi$$

$$\omega_2 = 0.2\pi$$

$$\omega_3 = 0.35\pi$$

Bộ lọc thông thấp:

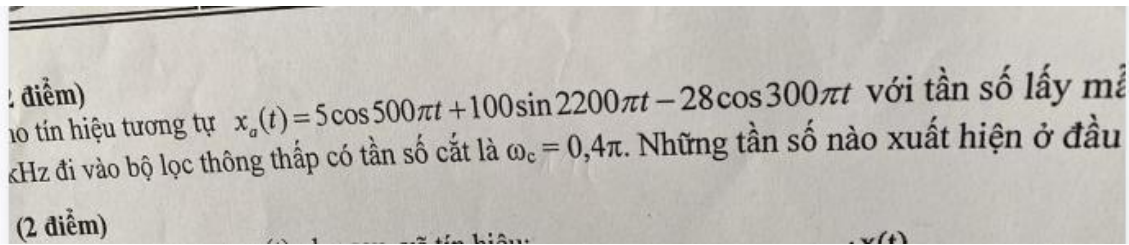
Đk:

$$|\omega| \leq 0.5\pi.$$

So sánh:

**Kết luận: 100Hz và 175Hz.**

## Mã 112



**Câu 1: (2 điểm)** Cho tín hiệu tương tự  $x_a(t) = 5 \cos 500\pi t + 10 \sin 2200\pi t - 28 \cos 350\pi t$  với tần số lấy mẫu là 1kHz đi vào bộ lọc thông thấp có tần số cắt là  $\omega_c = 0,4\pi$ . Những tần số nào xuất hiện ở đầu ra?

(đề bị cắt => chế đề)

Giải:

- **Tín hiệu vào:**  $x_a(t) = 5 \cos(500\pi t) + 10 \sin(2200\pi t) - 28 \cos(350\pi t)$
- **Tần số lấy mẫu:**  $F_s = 1\text{kHz} = 1000\text{Hz}$ . (Nyquist = 500Hz)
- **Bộ lọc:** Thông thấp (LPF),  $\omega_c = 0,4\pi$ .

**Giải:**

**1. Xác định tần số thực và kiểm tra chồng phổ:**

- $500\pi \rightarrow F_1 = 250\text{Hz}$ . ( $< 500$  OK).
- $2200\pi \rightarrow F_2 = 1100\text{Hz}$ . ( $> 500$  Bị chồng phổ).
  - Xét  $F'_2 = |1100 - 1000| = 100\text{Hz}$ .
- $350\pi \rightarrow F_3 = 175\text{Hz}$ . ( $< 500$  OK).

**2. Chuẩn hóa tần số số ( $\omega = 2\pi \frac{F}{F_s}$ ):**

- $F_1 = 250\text{Hz} \rightarrow \omega_1 = 2\pi \frac{250}{1000} = 0,5\pi$ .
- $F'_2 = 100\text{Hz} \rightarrow \omega_2 = 2\pi \frac{100}{1000} = 0,2\pi$ .
- $F_3 = 175\text{Hz} \rightarrow \omega_3 = 2\pi \frac{175}{1000} = 0,35\pi$ .



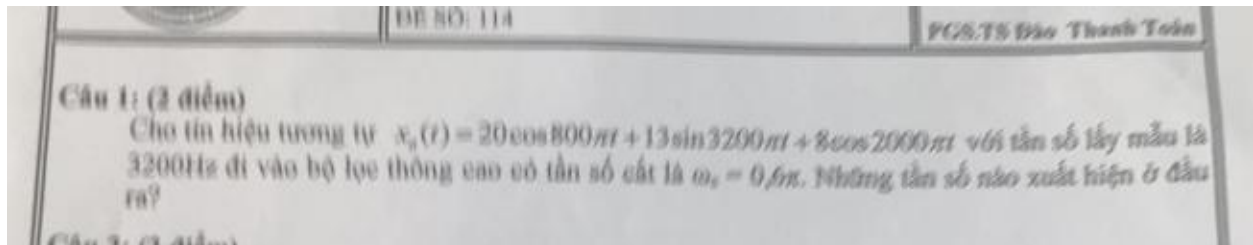
### *Giải đề tín hiệu và hệ thống*

#### 3. Xét qua bộ lọc LPF ( $\omega_c = 0,4\pi$ ):

- Điều kiện qua:  $|\omega| \leq 0,4\pi$ .
- $\omega_1 = 0,5\pi > 0,4\pi \rightarrow$  **Loại**.
- $\omega_2 = 0,2\pi < 0,4\pi \rightarrow$  **Qua**.
- $\omega_3 = 0,35\pi < 0,4\pi \rightarrow$  **Qua**.

**Kết quả:** Tần số xuất hiện ở đầu ra là **100Hz** và **175Hz**.

Mã 114



**Câu 1: (2 điểm)** Cho tín hiệu tương tự  $x_a(t) = 20 \cos 800\pi t + 13 \sin 3200\pi t + 8 \cos 2000\pi t$  với tần số lấy mẫu là 3200Hz đi vào **bộ lọc thông cao** có tần số cắt là  $\omega_c = 0,6\pi$ . Những tần số nào xuất hiện ở đầu ra?

Giải:

**Tín hiệu vào:**  $x_a(t) = 20 \cos(800\pi t) + 13 \sin(3200\pi t) + 8 \cos(2000\pi t)$

- **Tần số lấy mẫu:**  $F_s = 3200\text{Hz}$ .
- **Bộ lọc:** Thông cao (HPF),  $\omega_c = 0,6\pi$ .

Giải:

1. **Xác định tần số thực ( $F$ ):**

- $800\pi \rightarrow F_1 = 400\text{Hz}$ .
- $3200\pi \rightarrow F_2 = 1600\text{Hz}$ .
- $2000\pi \rightarrow F_3 = 1000\text{Hz}$ .

2. **Chuẩn hóa tần số số ( $\omega = 2\pi \frac{F}{F_s}$ ):**

- $\omega_1 = 2\pi \frac{400}{3200} = 0,25\pi$ .
- $\omega_2 = 2\pi \frac{1600}{3200} = \pi$  (Tần số Nyquist).
- $\omega_3 = 2\pi \frac{1000}{3200} = 0,625\pi$ .

3. **Xét qua bộ lọc HPF ( $\omega_c = 0,6\pi$ ):**

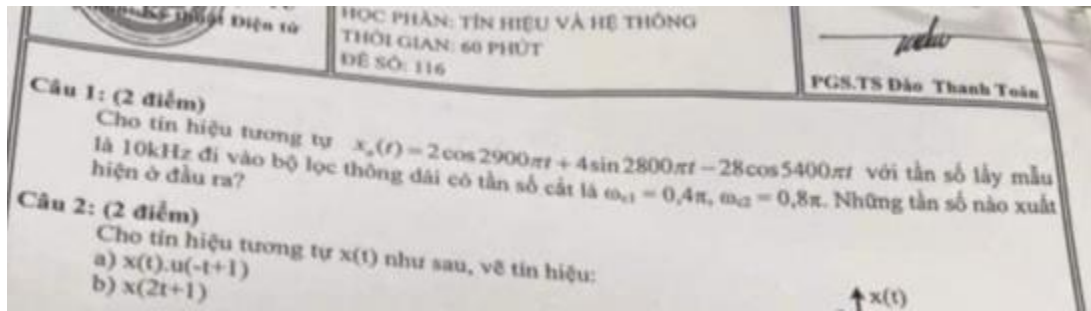
- Điều kiện qua:  $|\omega| \geq 0,6\pi$ .

***Giải đề tín hiệu và hệ thống***

- $\omega_1 = 0,25\pi < 0,6\pi \rightarrow \text{Loại.}$
- $\omega_2 = \pi > 0,6\pi \rightarrow \text{Qua.}$
- $\omega_3 = 0,625\pi > 0,6\pi \rightarrow \text{Qua.}$

**Kết quả:** Tần số xuất hiện ở đầu ra là **1000Hz** và **1600Hz**.

**Mã 116**



**Câu 1: (2 điểm)** Cho tín hiệu tương tự  $x_a(t) = 2 \cos 2900\pi t + 4 \sin 2800\pi t - 28 \cos 5400\pi t$  với tần số lấy mẫu là 10kHz đi vào bộ lọc thông dải có tần số cắt là  $\omega_{c1} = 0,4\pi$ ,  $\omega_{c2} = 0,8\pi$ . Những tần số nào xuất hiện ở đầu ra?

**Giải:**

- **Tín hiệu vào:**  $x_a(t) = 2 \cos(2900\pi t) + 4 \sin(2800\pi t) - 28 \cos(5400\pi t)$
- **Tần số lấy mẫu:**  $F_s = 10\text{kHz} = 10000\text{Hz}$ .
- **Bộ lọc:** Thông dải,  $\omega_{c1} = 0,4\pi$ ,  $\omega_{c2} = 0,8\pi$ .

**Giải:**

**1. Xác định tần số thực ( $F$ ):**

- $2900\pi \rightarrow F_1 = 1450\text{Hz}$ .
- $2800\pi \rightarrow F_2 = 1400\text{Hz}$ .
- $5400\pi \rightarrow F_3 = 2700\text{Hz}$ .

**2. Chuẩn hóa tần số số ( $\omega = 2\pi \frac{F}{F_s}$ ):**

- $\omega_1 = 2\pi \frac{1450}{10000} = 0,29\pi$ .
- $\omega_2 = 2\pi \frac{1400}{10000} = 0,28\pi$ .
- $\omega_3 = 2\pi \frac{2700}{10000} = 0,54\pi$ .

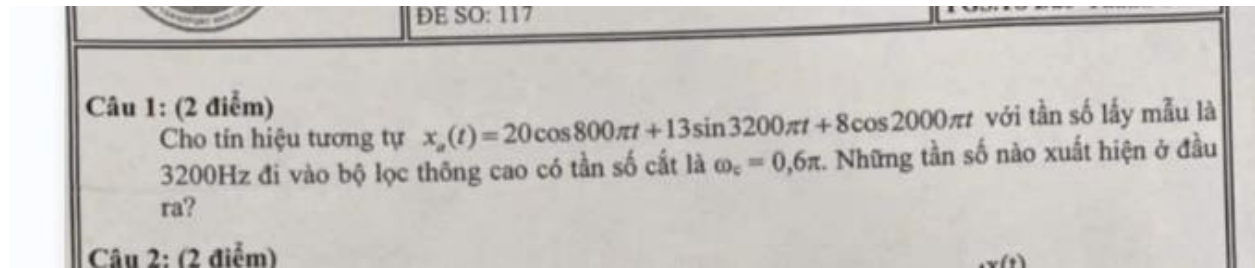
**3. Xét qua bộ lọc thông dải:**

### *Giải đề tín hiệu và hệ thống*

- Điều kiện qua:  $0,4\pi \leq |\omega| \leq 0,8\pi$ .
- $\omega_1 = 0,29\pi$  (Ngoài dải)  $\rightarrow$  **Loại**.
- $\omega_2 = 0,28\pi$  (Ngoài dải)  $\rightarrow$  **Loại**.
- $\omega_3 = 0,54\pi$  (Trong dải  $0,4\pi \rightarrow 0,8\pi$ )  $\rightarrow$  **Qua**.

**Kết quả:** Tần số xuất hiện ở đầu ra là **2700Hz**.

Mã 117



**Câu 1: (2 điểm)** Cho tín hiệu tương tự  $x_a(t) = 20 \cos 800\pi t + 13 \sin 3200\pi t + 8 \cos 2000\pi t$  với tần số lấy mẫu là 3200Hz đi vào bộ lọc thông cao có tần số cắt là  $\omega_c = 0,6\pi$ . Những tần số nào xuất hiện ở đầu ra?

(trùng đề 114)

**Đáp án:**

**Tần số xuất hiện ở đầu ra là 1000Hz và 1600Hz.**