

# ESTRUCTURAS DE DATOS LINEALES

# COLAS

Joaquín Fernández-Valdivia

Javier Abad

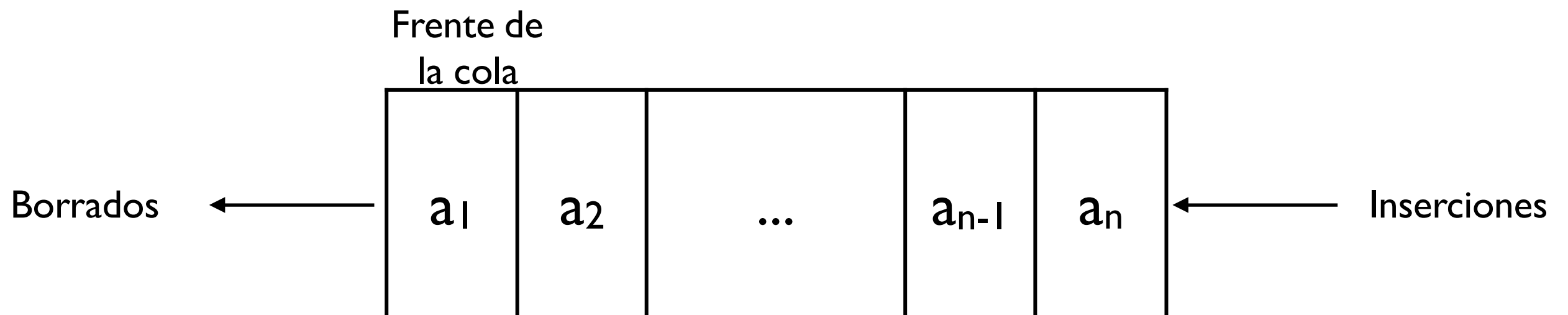
Dpto. de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial

Universidad de Granada



# Colas

- Una cola es una estructura de datos lineal en la que los elementos se insertan y borran por extremos opuestos
- Se caracteriza por su comportamiento **FIFO** (*First In, First Out*)



# Colas

## I. Especificación:

- Contiene una secuencia de datos  $\{a_0, a_1, a_n\}$  especialmente diseñada para hacer las inserciones por un extremo y los borrados y consultas por otro.
- El extremo en el que están el primer elemento  $\{a_0, a_1, \dots\}$  se llama **frente**, y es por el que se hacen las consultas y borrados.
- El extremo en el que están los últimos valores ( $a_n$ ) se llama **última** y es por el que se realizan las inserciones.
- Las colas responden a la política FIFO (First In, First Out).

# Colas

## 2. Operación:

- Frente: consulta o accede al elemento en el frente
- Vacía: devuelve true si la cola está vacía
- Quitar (pop): elimina el elemento que está en el frente
- Poner (push): inserta un nuevo elemento por el final (la posición última)

## 3. Implementación:

- Dinámica: Basada en celdas enlazadas y dos punteros (para que todas las operaciones sean  $O(1)$ )
- Estática: Basada en vectores (**circulares**)

# Colas

## Esquema de la interfaz

```
#ifndef __COLA_H__  
#define __COLA_H__
```

```
typedef char Tbase;
```

```
class Cola{  
private:
```

```
... //La implementación que se elija
```

```
public:
```

```
Cola();  
Cola(const Cola& c);  
~Cola();  
Cola& operator=(const Cola& c);
```

```
bool vacia() const;  
void poner(const Tbase valor);  
void quitar();
```

```
Tbase frente() const;
```

```
};
```

```
Tbase & frente();  
const Tbase & frente() const;
```

```
#endif // __COLA_H__
```

# Ejemplos

- Palíndromo

# Colas

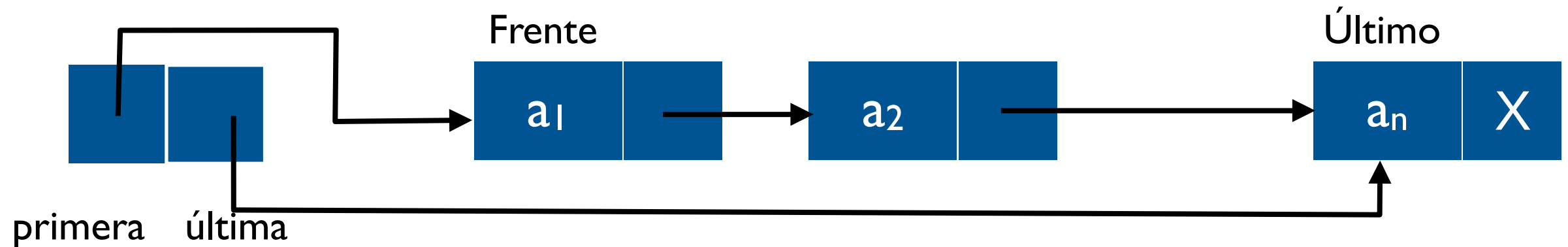
## Uso de una cola

```
#include <iostream>
#include "Pila.hpp"
#include "Cola.hpp"
using namespace std;

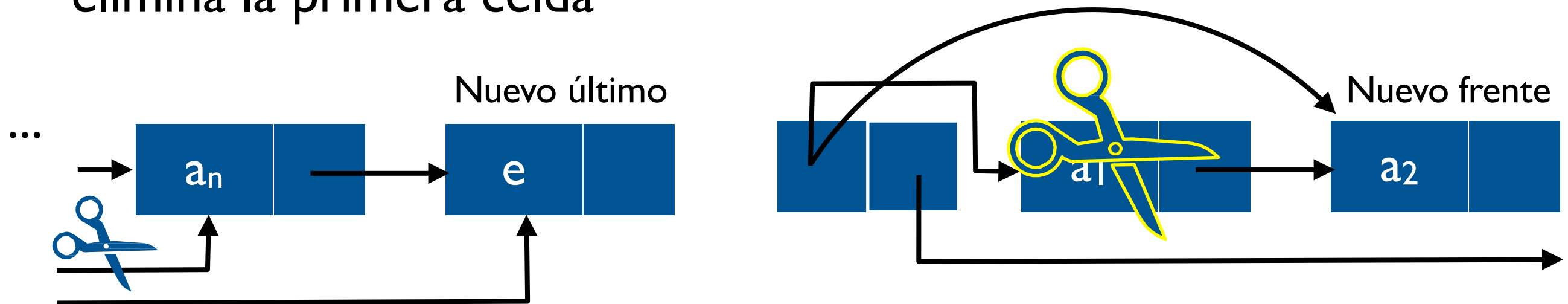
int main() {
    Pila p;
    Cola c;
    char dato;
    cout << "Escriba una frase" << endl;
    while((dato=cin.get()) != '\n')
        if (dato != ' '){
            p.poner(dato);
            c.poner(dato);
        }
    bool palindromo = true;
    while(!p.vacia() && palindromo){
        if(c.frente() != p.tope())
            palindromo = false;
        p.quitar();
        c.quitar();
    }
    cout << "La frase "
         << (palindromo?"es":"no es")
         << " un palíndromo" << endl;
    return 0;
}
```

# Colas. Implementación con celdas enlazadas

Almacenamos la secuencia de valores en celdas enlazadas



- Una cola vacía tiene dos punteros nulos
- El frente de la cola está en la primera celda (muy eficiente)
- En la inserción se añade una nueva celda al final y en el borrado se elimina la primera celda





# Cola.h

```
#ifndef __COLA_H__  
#define __COLA_H__
```

```
typedef char Tbase;
```

```
struct CeldaCola{  
    Tbase elemento;  
    CeldaCola* sig;  
};
```

```
class Cola{  
private:  
    CeldaCola* primera, *ultima;  
public:  
    Cola();  
    Cola(const Cola& c);  
    ~Cola();  
    Cola& operator=(const Cola& c);  
    bool vacia() const;  
    void poner(const Tbase & c);  
    void quitar();  
    Tbase frente() const;  
private:  
    void copiar(const Cola& c);  
    void liberar();  
};  
#endif // __COLA_H__
```

```
Tbase & frente ();  
const Tbase & frente () const;
```

# Cola.cpp

```
#include <cassert>
#include "Cola.hpp"
```

```
Cola::Cola(){
    primera = ultima = 0;
}
```

```
Cola::Cola(const Cola& c){
    copiar(c);
}
```

```
Cola::~~Cola(){
    liberar();
}
```

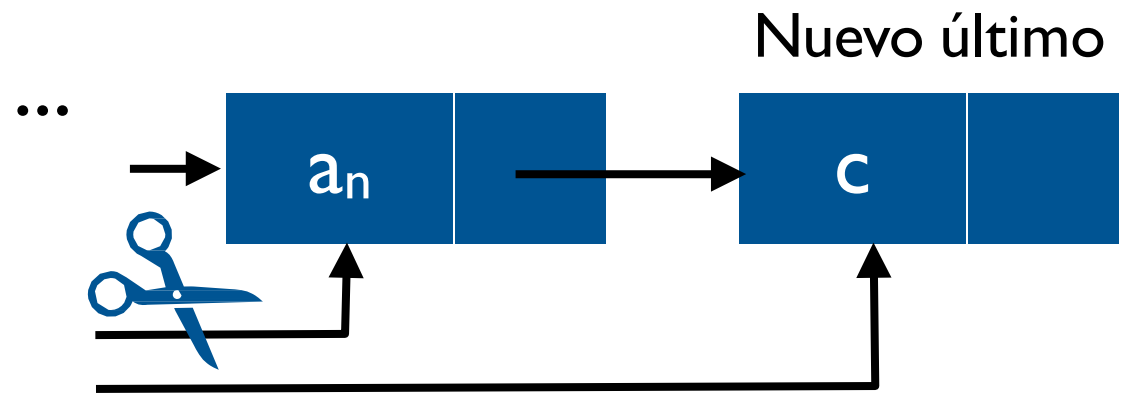
```
Cola& Cola::operator=(const Cola &c){
    if (this != &c){
        liberar();
        copiar(c);
    }
    return *this;
}
```

```
bool Cola::vacía() const{
    return (primera == 0);
}
```

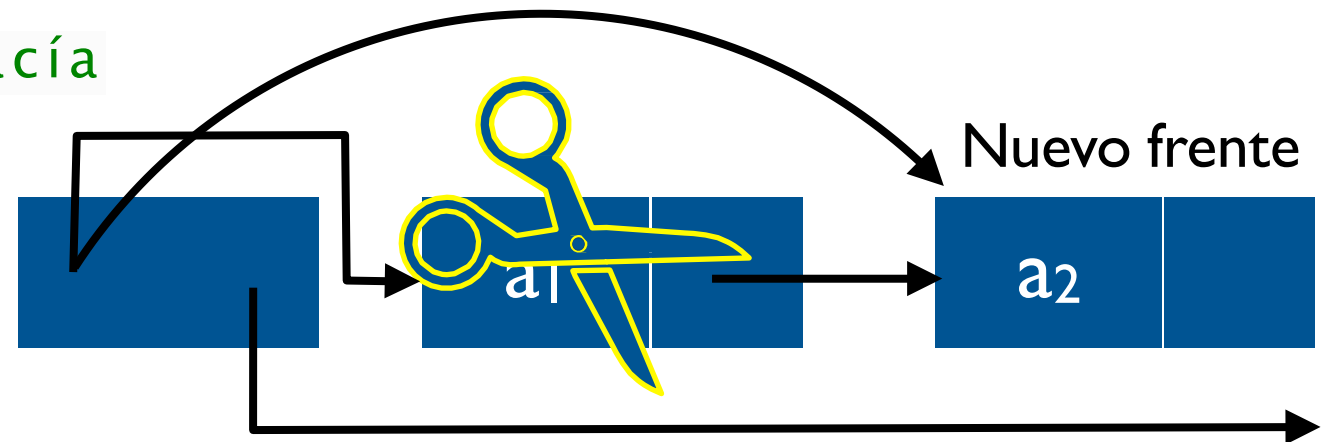
```
Tbase Cola::frente() const{
    //Comprobamos que no está vacía
    assert(primera != 0);
    return primera->elemento;
}
```

# Cola.cpp

```
void Cola::poner(const Tbase & c){  
    //Creamos una nueva celda  
    CeldaCola* nueva = new CeldaCola;  
    nueva->elemento = c;  
    nueva->sig = 0;  
    //Conectamos la celda  
    if (primera==0) //Cola vacía  
        primera = ultima = nueva;  
    else{ //Cola no vacía  
        ultima->sig = nueva;  
        ultima = nueva;  
    }  
}
```



```
void Cola::quitar(){  
    //Comprobamos que la cola no está vacía  
    assert(primera!=0);  
    //Hacemos que primera apunte  
    //a la siguiente celda  
    CeldaCola* aux = primera;  
    primera = primera->sig;  
    //Borramos la celda  
    delete aux;  
    //Si la cola queda vacía, tenemos que ajustar última  
    if (primera==0)  
        ultima = 0;  
}
```



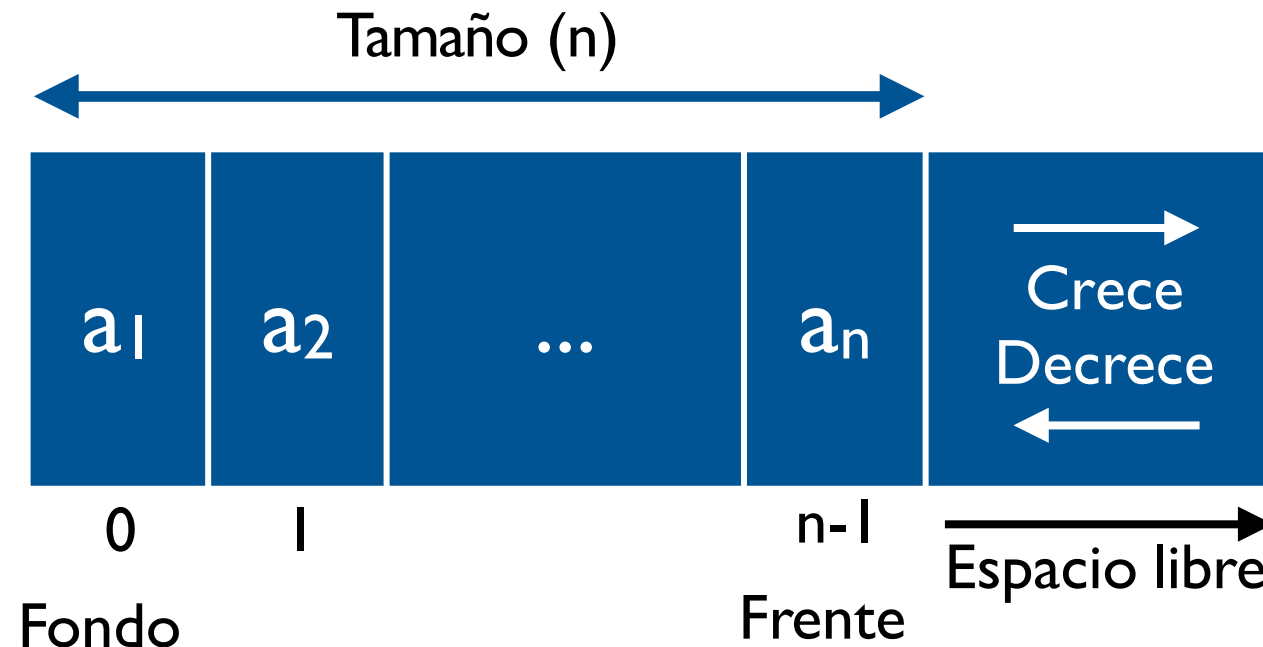
# Cola.cpp

```
void Cola::copiar(const Cola& c){
    if (c.primeras == 0) //Si la cola está vacía
        primeras = ultimas = 0;
    else{ //Caso general. No está vacía
        //Creamos la primera celda
        primeras = new CeldaCola;
        primeras->elemento = c.primeras->elemento;
        ultimas = primeras;
        //Recorremos y copiamos el resto de la cola
        CeldaCola* orig = c.primeras;
        while(orig->sig != 0){
            orig = orig->sig;
            ultimas->sig = new CeldaCola;
            ultimas = ultimas->sig;
            ultimas->elemento = orig->elemento;
        }
        ultimas->sig = 0;
    }
}
```

```
void Cola::liberar(){
    CeldaCola* aux;
    while(primeras!=0){
        aux = primeras;
        primeras = primeras->sig;
        delete aux;
    }
    ultimas = 0;
}
```

# Colas. Implementación con vectores

Almacenamos la secuencia de valores en un vector



- El fondo de la cola está en la posición 0
- El número de elementos varía. Debemos almacenarlo
- Si insertamos elementos, el vector puede agotarse (tiene una capacidad limitada). Podemos resolverlo con memoria dinámica
- Problema: no se puede garantizar  $O(1)$  en inserciones y borrados

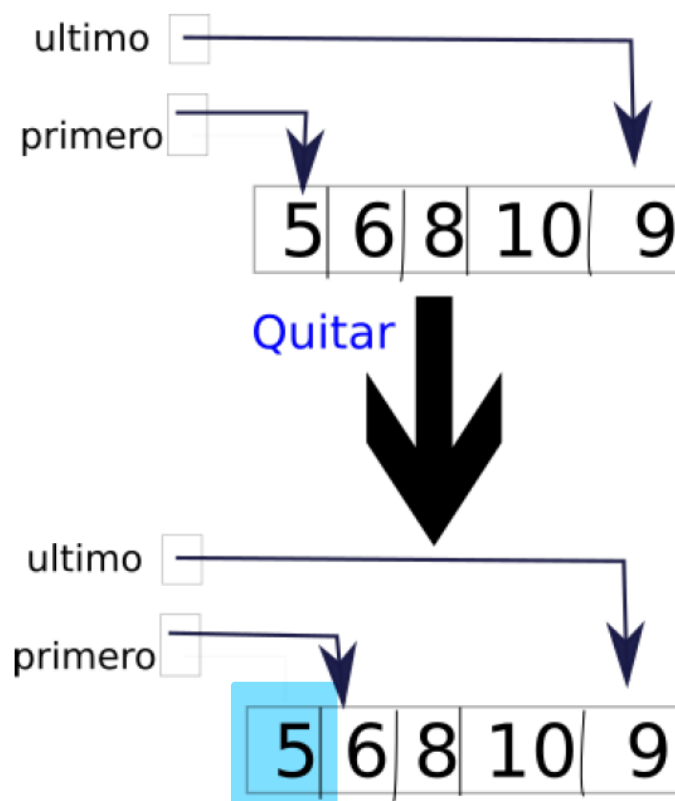
# Colas. Implementación con vectores

- **Coste de las operaciones:**

1. **Vacía**  $\rightarrow$  *return*  $n == 0$ , tiene eficiencia  $O(1)$
2. **Frente**  $\rightarrow$  *return*  $v[0]$ , tiene eficiencia  $O(1)$
3. **Poner**  $\rightarrow$   $v[n] = \text{nuevo\_elemento}$ ; si tenemos memoria suficiente, tiene eficiencia  $O(1)$ , y si tenemos que ampliar el vector,  $O(n)$ . Si tenemos en cuenta el tiempo amortizado realmente nos costaría **en promedio  $O(1)$**
4. **Quitar**  $\rightarrow$  debemos hacer un *for* para desplazar todos los elementos, por lo que tenemos eficiencia  $O(n)$

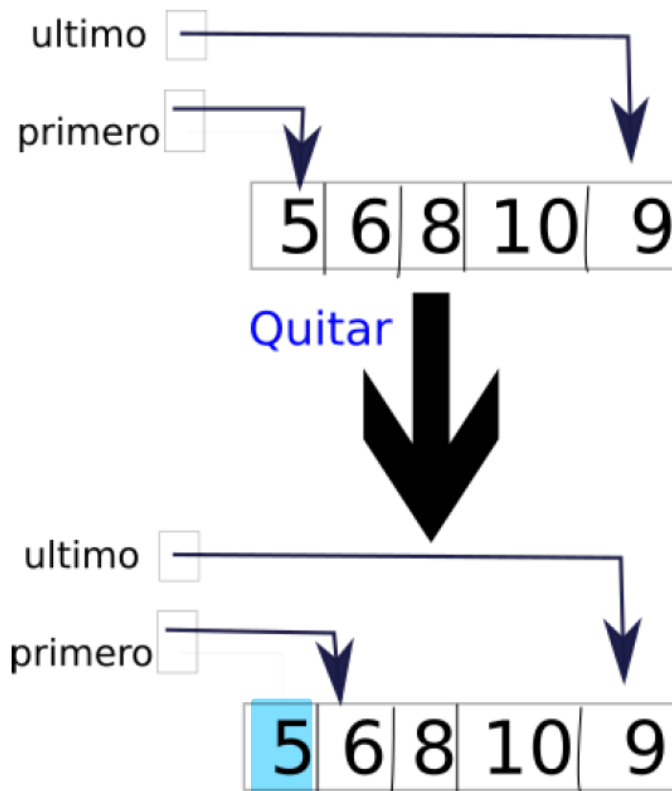
# Colas. Implementación con vectores

- **Mejora de eficiencia Quitar:**
  - Debemos pasar de  $O(n)$  a  $O(1)$  para ello podemos tener dos índices extra: uno que apunte al primer elemento y otro que apunte al último. Así, cuando queramos eliminar un elemento sólo debemos desplazar el primer índice dejando ese elemento como valor basura.



# Colas. Implementación con vectores

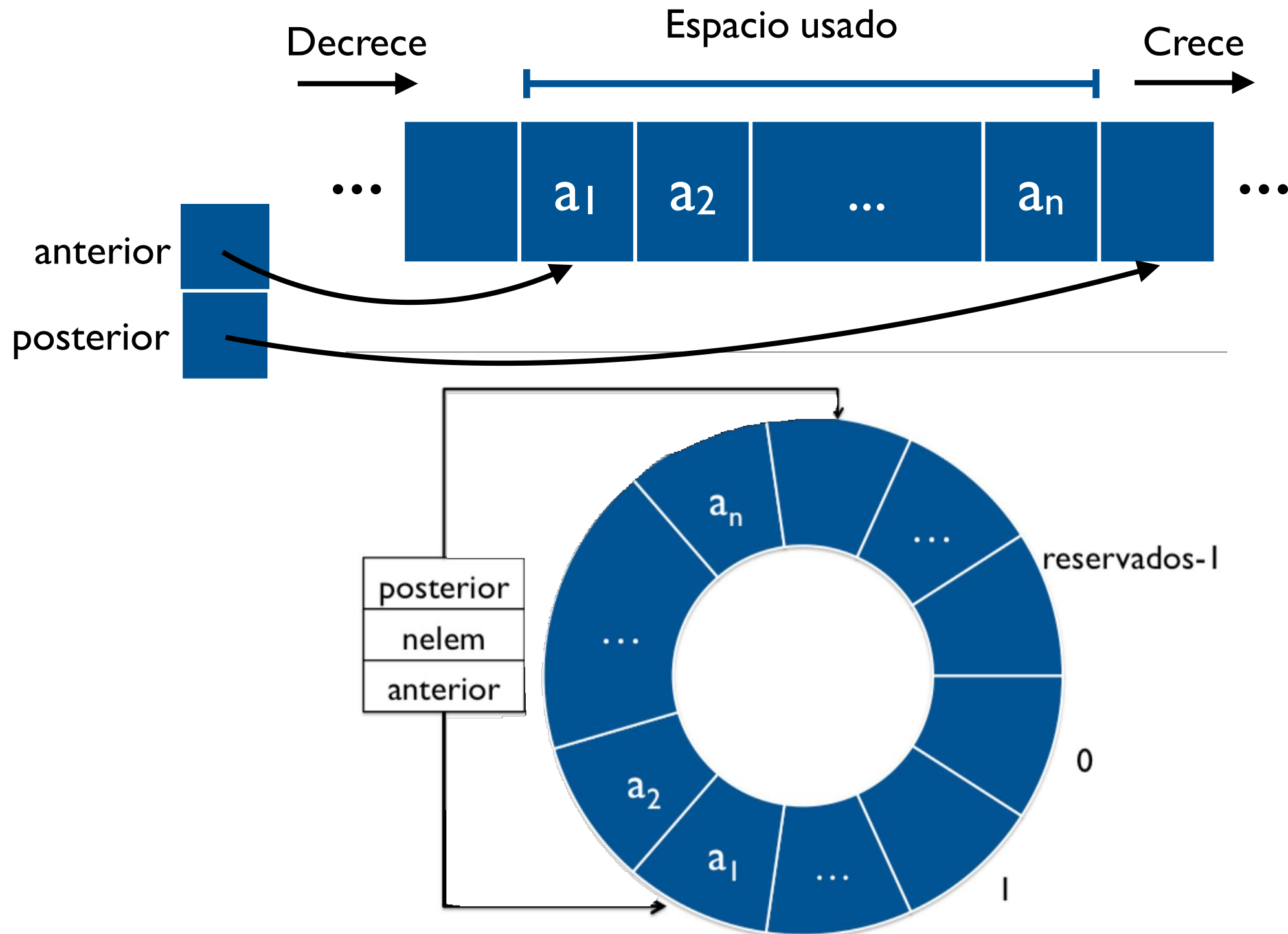
- **Mejora de eficiencia Quitar:**
  - El problema de esta solución es que puede llegar un momento en el que se colapse la memoria.
  - Para solucionarlo, usamos **vectores circulares**: cuando nos quedamos sin espacio por el final (el índice del primer elemento y el del último se igualan), seguimos rellenando por el principio.





# Colas. Implementación con vectores circulares

- Almacenamos la secuencia de valores en un vector



# Cola.h

```
#ifndef __COLA_H__  
#define __COLA_H__
```

```
typedef char Tbase;
```

```
class Cola{  
private:
```

```
    Tbase * datos;  
    int reservados;  
    int nelem;  
    int anterior, posterior;
```

```
public:
```

```
    Cola();  
    Cola(const Cola& c);  
    ~Cola();  
    Cola& operator=(const Cola & c);
```

```
    bool vacia() const;  
    void poner(const Tbase & valor);  
    void quitar();  
    Tbase frente() const;
```

```
private:
```

```
    void reservar(const int n);  
    void liberar();  
    void copiar(const Cola& c);  
    void redimensionar(const int n);
```

```
};
```

```
#endif // __COLA_H__
```

```
Tbase & frente ();  
const Tbase & frente () const;
```

# Cola.cpp

```
#include <cassert>
#include "Cola.hpp"
```

```
Cola::Cola(){
    reservar(10);
    anterior = posterior = nelem = 0;
}
```

```
Cola::Cola(const Cola& c){
    reservar(c.reservados);
    copiar(c);
}
```

```
Cola& Cola::operator=(const Cola& c){
    if(this != &c){
        liberar();
        reservar(c.reservados);
        copiar(c);
    }
    return(*this);
}
```

```
Cola::~~Cola(){
    liberar();
}
```

# Cola.cpp

```
void Cola::poner(const Tbase & valor){  
    if (nelem==reservados)  
        redimensionar(2*reservados);  
    datos[posterior] = valor;  
    posterior = (posterior+1)%reservados;  
    nelem++;  
}
```

uso del operador %

```
void Cola::quitar(){  
    assert(!vacía());  
    anterior = (anterior+1)%reservados;  
    nelem--;  
    if (nelem< reservados/4)  
        redimensionar(reservados/2);  
}
```

uso del operador %

```
Tbase Cola::frente() const{  
    assert(!vacía());  
    return datos[anterior];  
}
```

```
bool Cola::vacía() const{  
    return (nelem == 0);  
}
```

# Cola.cpp

```
void Cola::reservar(const int n){
    assert(n>0);
    reservados = n;
    datos = new Tbase[n];
}
void Cola::liberar(){
    delete[] datos;
    datos = 0;
    anterior = posterior = nelem = reservados = 0;
}
void Cola::copiar(const Cola &c){
    for (int i= c.anterior; i!=c.posterior; i= (i+1)%reservados)
        datos[i] = c.datos[i];
    anterior = c.anterior;
    posterior = c.posterior;
    nelem = c.nelem;
}
void Cola::redimensionar(const int n){
    assert(n>0 && n>=nelem);
    Tbase* aux = datos;
    int tam_aux = reservados;
    reservar(n);
    for(int i=0; i<nelem; i++)
        datos[i] = aux[(anterior+i)%tam_aux];
    anterior = 0;
    posterior=nelem;
    delete[] aux;
}
```

## Ejercicios propuestos:

- Desarrollar una clase Cola genérica con templates
- Sobrecargar += y --

# TDA Cola (Queue)

```
#include <iostream>
#include <queue>
#include <stack>
using namespace std;
```

Uso de una cola  
**STL**

```
int main() {
    stack<char> p;
    queue<char> c;
    char dato;
    cout << "Escriba una frase" << endl;
    while((dato=cin.get()) != '\n')
        if (dato != ' '){
            p.push(dato);
            c.push(dato);
        }
    bool palindromo = true;
    while(!p.empty() && palindromo){
        if (c.front() != p.top())
            palindromo = false;
        p.pop();
        c.pop();
    }
    cout << "La frase " << (palindromo ? "es" : "no es")
        << " un palíndromo" << endl;

    return 0;
}
```

# Ejemplos

- Eliminar elementos repetidos consecutivos de una cola

Ej.  $1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 5\ 5\ 1 \rightarrow 1\ 2\ 5\ 1$

# Ejemplos

- Eliminar elementos repetidos consecutivos de una cola

Ej. 

```
1  #include "Cola.h"
2
3  void EliminarConsecutivos (Cola<int> &c)
4  {
5      Cola<int> caux;
6
7      while (!c.Vacia())
8      {
9          int d = c.Frente();
10         c.Quitar();
11         caux.Poner(d);
12         while (!c.Vacia() && d==c.Frente())
13             c.Quitar();
14     }
15
16     while (!caux.Vacia())
17     {
18         int d = caux.Frente();
19         c.Poner(d);
20         caux.Quitar();
21     }
22 }
```



# Ejemplos

- Representa el T.D.A. Cola haciendo uso de T.D.A. Pila.

# Ejemplos

- Representa el T.D.A. Cola haciendo uso de T.D.A. Pila.
- Para ello representaremos nuestra cola con **dos pilas**. Una primera pila sobre la que hago las **consultas y borrados  $P_2$**  y otra para realizar las **inserciones  $P_1$** .

1. **Insertar:** 3 2 1 9

P1: 3 2 1 9      donde 9 es el tope de la pila

P2:

2. **Consultar frente:** para ello debemos insertar los elementos en P2 para obtener el primer elemento que se insertó en la cola:

P1:

P2: 9 1 2 3      en este caso, el frente sería 3

3. **Insertar:** 5 7

P1: 5 7

P2: 9 1 2 3

4. **Quitar (el frente):**

P1: 5 7

P2: 9 1 2

# Ejemplos

- Representa el T.D.A. Cola haciendo uso de T.D.A. Pila.
- Podemos quitar elementos de  $P_2$  hasta dejarla vacía, y si quisiésemos seguir quitando, insertaríamos los elementos de  $P_1$  en  $P_2$  y haríamos la operación de quitar el frente.

1. **Insertar:** 3 2 1 9

P1: 3 2 1 9      donde 9 es el tope de la pila

P2:

2. **Consultar frente:** para ello debemos insertar los elementos en P2 para obtener el primer elemento que se insertó en la cola:

P1:

P2: 9 1 2 3      en este caso, el frente sería 3

3. **Insertar:** 5 7

P1: 5 7

P2: 9 1 2 3

4. **Quitar (el frente):**

P1: 5 7

P2: 9 1 2

# Ejemplos

- Representa el T.D.A. Cola haciendo uso de T.D.A. Pila.

```
1  #include "Pila.h"
2
3  class Cola
4  {
5  private:
6      Pila<int> p1; //insertar
7      Pila<int> p2; //frente y quitar
8
9  public:
10     int Frente () {
11         if (p2.Vacia()) {
12             while (!p1.Vacia()) {
13                 int d = p1.Tope();
14                 p2.Poner(d);
15                 p1.Quitar();
16             }
17         }
18         return p2.Tope();
19     }
20
21     bool Vacia() const {
22         return p1.Vacia() && p2.Vacia();
23     }
```

# Ejemplos

- Representa el T.D.A. Cola haciendo uso de T.D.A. Pila.

```
25     void Poner (int d) {
26         p1.Poner(d);
27     }
28
29     void Quitar () {
30         if (p2.Vacia()) {
31             while (!p1.Vacia()) {
32                 int d = p1.Tope();
33                 p2.Poner(d);
34                 p1.Quitar();
35             }
36         }
37         p2.Quitar();
38     }
39 };
```



## Colas (celdas enlazadas).

Cola.h	Cola.cpp
<pre> <b>template &lt;class T&gt;</b> <b>class Cola</b>{ <b>private:</b>     <b>struct Celda</b> {         T elemento;         Celda * siguiente;          Celda() : siguiente(0) {}         Celda(<b>const</b> T &amp; elem, Celda * sig)             : elemento(elem), siguiente(sig) {}     };      Celda * primera;     Celda * ultima;     <b>int</b> num_elem;  <b>public:</b>     Cola(): primera(0),ultima(0),num_elem(0)     {}     Cola(<b>const</b> Cola&lt;T&gt; &amp; p);     ~Cola();     Cola&amp; operator= (<b>const</b> Cola&lt;T&gt;&amp; p);     <b>bool</b> Vacia() <b>const</b> {<b>return</b> num_elem==0;}     T&amp; Frente ()     { <b>assert</b>(primera! =0); <b>return</b> primera-&gt;elemento;}     <b>const</b> T &amp; Frente () <b>const</b>     { <b>assert</b>(primera! =0); <b>return</b> primera-&gt;elemento;}     <b>void</b> Poner(<b>const</b> T &amp; elem);     <b>void</b> Quitar();     <b>int</b> Num_elementos() <b>const</b> { <b>return</b> num_elem; } }; </pre>	<pre> <b>template &lt;class T&gt;</b> Cola&lt;T&gt;::~~Cola() {     Celda *aux;     <b>while</b> (primera! =0) {         aux= primera;         primera=primera-&gt;siguiente;         <b>delete</b> aux;     } }  <b>template &lt;class T&gt;</b> <b>void</b> Cola&lt;T&gt;::Poner(<b>const</b> T &amp; elem) {     Celda *aux=<b>new</b> Celda(elem,0);     <b>if</b> (primera==0) primera=ultima= aux;     <b>else</b> {         ultima-&gt;siguiente=aux;         ultima= aux;     }     num_elem++; }  <b>template &lt;class T&gt;</b> <b>void</b> Cola&lt;T&gt;::Quitar() {     <b>assert</b>(primera! =0);     Celda *aux=primera;     primera= primera-&gt;siguiente;     <b>delete</b> aux;     <b>if</b> (primera==0) ultima=0;     num_elem--; } </pre>



## Colas (vectores).

Cola.h	Cola.h
<pre> <b>template &lt;class T&gt;</b> <b>class Cola{</b>   <b>private:</b>     <b>Vector&lt;T&gt; v;</b>     <b>int num_elem;</b>     <b>int anterior,posterior;</b>      <b>void Expandir(int nelem) {</b>       <b>assert(nelem&gt;v.size());</b>       <b>Vector&lt;T&gt; aux(nelem);</b>       <b>for (int i=0;i&lt;num_elem;i++)</b>         <b>aux[i]=v[(anterior+i)%v.size();]</b>       <b>anterior=0;</b>       <b>posterior=(anterior+num_elem);</b>       <b>v=aux;</b>     <b>}</b>      <b>void Contraer(int nelem) {</b>       <b>assert(nelem&lt;v.size());</b>       <b>Vector&lt;T&gt; aux(nelem);</b>       <b>for (int i=0;i&lt;num_elem;i++)</b>         <b>aux[i]=v[(anterior+i)%v.size();]</b>       <b>anterior=0;</b>       <b>posterior=(anterior+num_elem);</b>       <b>v=aux;</b>     <b>}</b>    <b>public:</b>     <b>Cola(): v(1),num_elem(0),anterior(0),posterior(0) {}</b>     <b>Cola(const Cola&lt;T&gt; &amp; p):v(p.v),num_elem(p.num_elem),</b>       <b>anterior(p.anterior),posterior(p.posterior) {}</b>     <b>~Cola() {}</b> </pre>	<pre> <b>Cola&amp; operator= (const Cola&lt;T&gt;&amp; p)</b>   <b>{</b>     <b>v=p.v; num_elem=p.num_elem;</b>     <b>anterior=p.anterior; posterior=p.posterior;</b>   <b>}</b>    <b>bool Vacia() const</b>     <b>{return num_elem==0;}</b>    <b>T&amp; Frente ()</b>     <b>{ assert(num_elem!=0); return v[anterior];}</b>    <b>const T &amp; Frente () const</b>     <b>{ assert(num_elem!=0); return v[anterior];}</b>    <b>void Poner(const T &amp; elem)</b>     <b>{</b>       <b>if (num_elem==v.size())</b>         <b>Expandir(2*v.size());</b>       <b>v[posterior]=elem;</b>       <b>posterior=(posterior+1)%v.size();</b>       <b>num_elem++;</b>     <b>}</b>    <b>void Quitar()</b>     <b>{</b>       <b>assert(num_elem!=0);</b>       <b>anterior=(anterior+1)%v.size();</b>       <b>num_elem--;</b>       <b>if (num_elem&lt;v.size()/4)</b>         <b>Contraer(v.size()/2);</b>     <b>}</b>    <b>int Num_elementos() const { return num_elem; }</b> <b>};</b> </pre>