



1. (1 punto) **(1)** Supongamos que hacemos las 3 siguientes afirmaciones:
- (a) En un esquema de hashing puede usarse como función hash  $h(x)=M - (x \% M)$  con M primo.
  - (b) Si insertamos un conjunto de **enteros ordenados** en un **AVL** y en un **APO**, la altura de ambos es la misma.
  - (c) El orden en que las hojas se listan en los recorridos preorden, inorden y postorden de un **ABB** cambia dependiendo del recorrido
- 1-a:** Las tres son ciertas **1-b:** Dos son ciertas y una falsa **1-c:** Dos son falsas y una cierta; **1-d:** Las tres son falsas. **Razonar la respuesta.**

**(2)** Si inserto las claves {17, 9, 13, 25, 11, 20, 32, 3} en un AVL de enteros, **2-a:** Hay que hacer dos rotaciones simples y una rotación doble **2-b:** Hay que hacer una rotación simple y una rotación doble, **2-c:** Hay que hacer dos rotaciones dobles y una rotación simple **2-d:** Todo lo anterior es falso. **Mostrar el árbol final**

**(3)** Dados los siguientes recorridos en **preorden** = (Z,M,P,S,W,Q,L,R), y **postorden** = (S,W,P,Q,M,R,L,Z) **3-a:** No hay ningún árbol binario con esos recorridos asociados; **3-b:** Hay 1 solo árbol binario con esos recorridos asociados; **3-c:** Hay dos árboles binarios con esos recorridos asociados ; **3-d:** Todo lo anterior es falso. **Razonar la respuesta.**

2. (1 punto) Tenemos un contenedor de pares de elementos, **{string, queue<int>}** definido como:

```
class contenedor {  
    private:  
        map<string, queue<int> > datos;  
        .....  
        .....  
}
```

Implementar una clase **iterator** (constructor, \*, ==, !=, ++ ) que itere sobre los string de longitud 5 y para los que la queue<int> tenga todos sus enteros pares. Además de los métodos **begin()** y **end()** de la clase contenedor.

3. (1 punto) Implementar una función

**vector<list<int> > secuencia\_ascendente(const list<int> &L)**

que dada una lista de enteros L, encuentre (y devuelva en un vector de listas) todas las secuencias ascendentes que contenga. Una secuencia ascendente es una sublista de enteros consecutivos  $a_i, a_{i+1}, \dots, a_{i+k}$  de modo tal que  $a_j \leq a_{j+1}$  para  $j = i, \dots, i+k-1$ , y sea de la mayor longitud posible.

Por ejemplo:

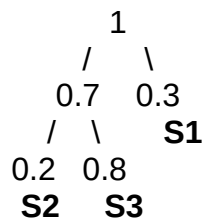
si  $n = 10$  y la lista es  $L = [0,5,5,9,4,3,9,6,5,5,2]$ , entonces hay **6** secuencias ascendentes, a saber, **[0,5,5,9], [4], [3,9], [6], [5,5] y [2]**.



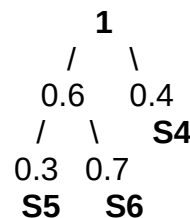
4. (1 punto) Un **árbol de probabilidades** es un árbol binario donde cada nodo tiene asociada una etiqueta con un valor real en el intervalo  $[0,1]$ . Cada nodo que no es hoja cumple la propiedad de que la suma de los valores de las etiquetas de sus hijos es 1. Un **suceso** es una hoja y la probabilidad de que ocurra viene determinada por el producto de los valores de las etiquetas de los nodos que se encuentran en el camino que parte de la raíz y acaba en dicha hoja. Se dice que **un suceso es probable si la probabilidad de que ocurra es mayor que 0.5**. Implementar (sin usar iteradores) una función que devuelva true si existe algún suceso probable en el árbol de probabilidades. Su prototipo será :

**bool probable ( const bintree<float> & A)**

Ejemplo:



**True: Suceso probable: S3**



**False**

5. (1 punto) Implementar una función

**bool contieneparejas(vector< set<int> > &sw, int n);**

que devuelva true si cada par de enteros  $(j; k)$  con  $0 \leq j < k; k < n$  está contenido en al menos uno de los conjunto en  $sw[]$ .

P.ej si:  $sw[0] = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ ;  $sw[1] = \{0; 1; 5; 6; 7\}$ ;  $sw[2] = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$  **contieneparejas(sw,8) debe devolver true.**

Por otra parte si tenemos  $sw[0] = \{0; 2; 3; 4\}$ ;  $sw[1] = \{0; 1; 5; 7\}$ ;  $sw[2] = \{2; 3; 5; 6; 7\}$  entonces los pares  $(0; 6)$ ,  $(1; 2)$ ,  $(1; 3)$ ,  $(1; 4)$ ,  $(1; 6)$ ,  $(4; 5)$ ,  $(4; 6)$  y  $(4; 7)$  no están en ningún conjunto y **contieneparejas(sw,8) debe devolver false.**

6. (1 punto) Insertar (detallando los pasos) las claves

$\{8, 16, 12, 41, 10, 62, 27, 65, 13\}$

en una **Tabla Hash cerrada** de tamaño 13. Resolver las colisiones usando **hashing doble**.

Construir (detallando los pasos) un **APO** con las claves anteriores. Borrar dos elementos en el APO resultante.

**Tiempo: 2.30 horas**

## Soluciones al examen de Estructuras de Datos de 16 de Febrero de 2022

### Pregunta 1

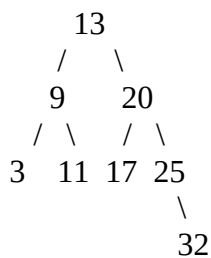
1.- **1.a es falsa.** Nunca se accede a la posición 0 y se sale del rango  $[0, M-1]$  si  $x \% M = 0$

**1.b es verdadera** por la propia construcción de ambos cuando se insertan elementos ordenados

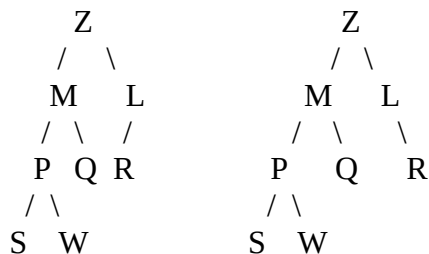
**1.c es falsa.** las hojas en los 3 recorridos se listan de izquierda a derecha por lo que su orden relativo coincide.

**La respuesta correcta es por tanto 1.c**

2.- **La respuesta correcta es la 2.d. Hay que hacer dos rotaciones dobles.** El árbol final es:



3.- **Hay 2 árboles binarios con esos recorridos**



No hay forma de distinguir con pre/post si R es un hijo a la derecha o a la izquierda de L. Hay por tanto 2 árboles binarios con esos recorridos. **La respuesta correcta es 3.c**

## Pregunta 2

```
#include <iostream>
#include <map>
#include <vector>
#include <queue>
#include <string>
```

```
using namespace std;
```

```
template <class T>
class contenedor {
```

```
private:
```

```
//Una pequeña modificacion para que se inicialice la cola con otro contenedor.
// Esto es para implementar el constructor mas facilmente y no altera el ejercicio
map<string,queue<int, T > >datos;
```

```
public:
```

```
//Construyo
```

```
contenedor(){
```

```
    vector<int> l1={1,3,5};
    queue<int,vector<int> > q1(l1);
    vector<int> l2={6,7,8};
    queue<int,vector<int> > q2(l2);
    vector<int> l3={9,11,13,15};
    queue<int,vector<int> > q3(l3);

    datos.emplace("pera",q1);
    datos.emplace(string("naranja"),q2);
    datos.emplace(string("coco"),q3);
}
```

```
class iterator{
```

```
private:
```

```
    typename map<string,queue<int, T > >::iterator it,final;
```

```
    bool condicion(const pair<const string,queue<int, T> > &d){
        if (d.first.size()!=5) return false;
        queue<int,T> aux(d.second);
        while (!aux.empty()){
            if (aux.front()%2!=0 ) return false;
            aux.pop();
        }
        return true;
    }
```

```
public:
```

```
    iterator(){} 
```

```
    bool operator==(const iterator &i)const{
        return (i.it==it );
    }
```

```
    bool operator!=(const iterator &i)const{
        return !(*this==i);
    }
```

```

pair<const string,queue<int, vector<int> > > & operator*(){
    return *it;
}
iterator & operator ++(){
    do{
        ++it;
    }while (it!=final && !condicion(*it));
    return *this;

}
friend class contenedor;
};

```

```

iterator begin(){
    iterator i;
    i.it=datos.begin();
    i.final=datos.end();
    if (i.it!=datos.end()){
        if (!i.condicion(*i)) ++i;
    }
    return i;
}
iterator end(){
    iterator i;
    i.it=datos.end();
    i.final=datos.end();
    return i;
}
};

```

```

int main(){

    contenedor<vector<int> > micontainer;
    contenedor<vector<int> >::iterator i;

}

```

### Pregunta 3

```
#include <list>
#include <iostream>
#include <vector>
#include <algorithm>
using namespace std;

template <typename T>
void Imprimir(T comienzo,T fin){
    for (auto it =comienzo; it!=fin; ++it){
        cout<<*it<<" ";
    }
}
/**
@brief Obtiene las secuencias ascendentes de una secuencia de elementos
*/
vector<list<int> > secuencia_ascendente (const list<int> &L){
    vector<list<int>>v;
    auto it=L.begin();
    while( it!=L.end()){
        auto it2=it;
        auto it3=it2;
        ++it3;
        bool seguir=true;
        while ( it3!=L.end()&& seguir){
            if ((*it2)<=(*it3)){
                ++it2;
                ++it3;
            }
            else seguir=false;
        }
        list<int>aux(it,it3);
        v.push_back(aux);
        it=it3;
    }
    return v;
}

int main(){
    list<int> L={0,5,5,9,4,3,9,6,5,5,2};
    vector<list<int> > v=secuencia_ascendente (L);
    cout<<endl; cout<<"L:";
    Imprimir(L.begin(),L.end());
    cout<<endl;
    cout<<"Secuencias ascendentes encontradas :";
    auto im_vl=[](list<int> l)->void{
        cout<<"(";
        Imprimir(l.begin(),l.end());
        cout<<") ";
    };
    for_each(v.begin(),v.end(),im_vl);
}
```

## Pregunta 4

```
#include <iostream>
#include "bintree.h"
using namespace std;

// para comprobar si tenemos un arbol de probabilidades

bool check_rep_node (const bintree<float>::node &n) {
    if (!n.left().null() && !n.right().null()) {
        if (((*n.left()) + (*n.right())) == 1.0) {
            return check_rep_node(n.left());
            return check_rep_node(n.right());
        }
        else
            return false;
    }
    else // el nodo es una hoja
        return true;
}

bool check_rep (const bintree<float> &A) {
    return check_rep_node(A.root());
}

// para comprobar si tenemos sucesos probables en el arbol

float probable_nodo (const bintree<float>::node &n) {
    if (n.left().null() && n.right().null())
        return *n;

    else {
        float v_i = probable_nodo(n.left());
        if ((*n * v_i) > 0.5)
            return *n * v_i;

        float v_d = probable_nodo(n.right());
        if ((*n * v_d) > 0.5)
            return *n * v_d;

        return 0;
    }
}

bool probable (const bintree<float> &A) {
    return probable_nodo (A.root()) >= 0.5;
}
```

```

int main(){
    // Creamos el árbol:
    //      1.0
    //     /  \
    //    0.7  0.3
    //   /  \
    //  0.2  0.8

    bintree<float> Arb(1.0);
    Arb.insert_left(Arb.root(), 0.7);
    Arb.insert_right(Arb.root(), 0.3);
    Arb.insert_right(Arb.root().left(), 0.8);
    Arb.insert_left(Arb.root().left(), 0.2);

    if (probable(Arb))
        cout<<"Hay suceso probable "<<endl;
    else
        cout<<"No hay suceso probable "<<endl;
}

```



## Pregunta 5

```
#include <iostream>
#include <set>
#include <vector>
```

```
using namespace std;
```

```
bool contieneparejas(vector< set<int> > &sw, int n){
    for (int i=0;i<n-1;i++)
        for (int j=i+1;j<n;j++){
            bool enc=false;
            for (auto it=sw.begin();it!=sw.end() && !enc; ++it){
                if (it->find(i)!=it->end() && it->find(j)!=it->end())
                    enc=true;
            }
            if (!enc) return false;
        }
    return true;
}
```

```
int main(){
    vector<set<int>> sw(3,set<int>());
    sw[0] = {0, 1, 2, 3, 4}; sw[1] = {0, 1, 5, 6, 7};
    sw[2] = {2, 3, 4, 5, 6, 7};
    if (contieneparejas(sw,8)){
        cout<<endl<<"Si cumple la condicion "<<endl;
    }
    else cout<<endl<<"No cumple la condicion"<<endl;
}
```

## Pregunta 6

6.a

<b>k</b>		<b>8</b>	<b>16</b>	<b>12</b>	<b>41</b>	<b>10</b>	<b>62</b>	<b>27</b>	<b>65</b>	<b>13</b>
-----										
<b>h(k)</b>		<b>8</b>	<b>3</b>	<b>12</b>	<b>2</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
-----										
<b>h_o(k)</b>		<b>9</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>9</b>	<b>11</b>	<b>8</b>	<b>6</b>	<b>11</b>	<b>3</b>
-----										

$$h(k) = k \% 13$$

$$h_o(k) = 1 + k \% 11$$

$$h_i(k) = (h_{i-1}(k) + h_o(k)) \% 13$$

**Todas se insertan a la primera excepto:**

$$h_2(62) = (10 + 8) \% 13 = 5$$

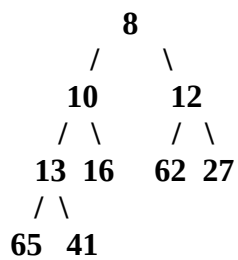
$$h_2(13) = (0 + 3) \% 13 = 3 \text{ Colisión}$$

$$h_3(13) = (3 + 3) \% 13 = 6$$

**Tabla resultante**

<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
-----												
<b>65</b>	<b>27</b>	<b>41</b>	<b>16</b>		<b>62</b>	<b>13</b>		<b>8</b>		<b>10</b>		<b>12</b>

6.b El APO que resulta es:



Tras hacer 2 borrados queda el APO:

