Matemática basica

ARITMÉTICA

La aritmética es la rama de las matemáticas que estudia los números y las reglas que rigen las operaciones que se realizan entre ellos.

Tipos de números

- Enteros: Números que al dividir entre tienen residuo igual a cero. Pueden ser negativos, positivos o cero. Ejemplo: 25; 2,500; -785; -340; 0 1.2.2
- Fracciones Números que son la representación de una división. Se componen de numerador y denominador. • Ejemplo: $\frac{1}{2}, \frac{5}{10}$
- Decimales Números que expresan el resultado de una división con residuo distinto de cero. Pueden ser finitos o continuos. • Ejemplo: 0.25; 0.375; 2.5; 1.3

Regla de signos

Al realizar operaciones es necesario considerar los signos positivo y negativo de cada término. Se siguen las siguientes reglas:

- Suma y resta: Cuando se opera dos términos con el mismo signo se suman los valores y se mantiene el signo
- Cuando se operan dos términos con signos distintos se restan los valores y se mantiene el signo del valor más alto.
- Multiplicación y división: Cuando se operan dos términos con signos iguales, el resultado tiene un signo positivo.
- Cuando se operan dos términos con signos distintos, el resultado tiene un signo negativo.
- Operaciones con precedencia de signos y signos de agrupación: En una expresión matemática se tiene una jerarquía para realizar las operaciones.
- Se realiza operaciones dentro de paréntesis o signos de agrupación
- Operaciones con exponentes o dentro de un radical, luego se operan multiplicaciones y divisiones, por último, se operan sumas y restas.
- cuando se tienen operaciones con la misma jerarquía, se realizan de izquierda a derecha.

$$2^{4\div 2} + 5 \times \sqrt{(6-2)}$$
$$2^\wedge(2) + 5 \times \sqrt{4}$$
$$4 + 5 \times 2$$
$$4 + 10$$
$$14$$

ALGEBRA BÁSICA

El álgebra es la rama de las matemáticas en la que se utiliza una combinación de números, letras, símbolos y signos para realizar operaciones aritméticas.

- Términos semejantes: Los términos algebraicos pueden estar compuestos de un número y/o una variable. Los términos semejantes poseen la misma variable con el mismo exponente en sus potencias. $2x + 3x = 5x$

Términos como y no son semejantes, poseen la misma variable, pero distinto exponente.

- Reducción de términos semejantes: Los términos semejantes pueden sumarse y restarse para obtener solamente un término en una expresión algebraica.

$$4x^2 + 5y - x^2 + 2y - 15 = 0$$
$$(4x^2 - x^2) + (5y + 2y) - 15 = 0$$
$$3x^2 + 7y - 15 = 0$$

Potencias: En el álgebra un término con potencia se expresa de la forma Donde n es un número entero que indica que se multiplica por sí mismo n veces.

$$5^4 = 5 * 5 * 5 * 5$$

Teoremas de potencias:

- Potencia con exponente uno: un número elevado a un exponente igual a uno da como resultado el mismo número.

- Potencia con exponente cero: un número elevado a un exponente igual a cero el resultado es igual a uno.

- Potencia con exponente negativo: un número elevado a un exponente negativo es igual al reciproco del número elevado al exponente positivo.

- Potencia de una multiplicación o división: una multiplicación o división elevada a una potencia tiene como resultado cada término de la operación elevado a la potencia.

- Multiplicación de potencias: Se tienen dos términos y, al multiplicarlos se tiene lo siguiente. Al multiplicar dos términos con la misma variable y distinto exponente, los exponentes se suman.

- División de potencias: Se tienen dos términos a^n y a^m y , al dividirlos se tiene lo siguiente.

$$\frac{a^n}{a^m} = (a_1 * a_2 * \ldots * a_n)/(a_1 * a_2 * \ldots * a_m)$$
$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Al dividir dos términos con la misma variable y distinto exponente, los exponentes de los términos se restan.

$$\frac{1{,}000}{1{,}000{,}000} = \frac{10^3}{10^6} = 10^{3-6} = 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1{,}000}$$
$$\frac{A^5}{A^3} = \frac{A*A*A*A*A}{A*A*A} = A^{5-3} = A^2$$

- Potencia de una potencia: Se tiene un término el cuál se eleva a una potencia "m" se tiene lo siguiente. $(a^n)^m = a^{n*m}$

  Al elevar a una potencia un término con exponente, el exponente se "n" se multiplica por la potencia "m"

Notación científica:

- Utiliza potencias base 10.
- Permite expresar números muy grandes o pequeños de forma simple.
- Se utiliza para expresar las cifras significativas de un número muy grande o pequeño.
- Simplifica los cálculos de multiplicación y división de números muy grandes o pequeños.

Logaritmos:

- Es la operación inversa de una potencia, considerando que una potencia se expresa de la siguiente forma $a^y = x$
- El logaritmo se expresa de la siguiente forma, donde representa la base del logaritmo, y representa el exponente y se denomina logaritmo de x con base a. $y = \log_a x$
- Cuando la base del logaritmo es 10, se conoce como logaritmo común o decimal. Y= log X
- Propiedades de los logaritmos:

$$LogAB = LogA + LogB$$
$$Log\left(\frac{A}{B}\right) = LogA - LogB$$
$$LogA^n = nLogA$$
$$Log\sqrt[n]{A} = \frac{1}{n}logA$$

Radicales:

- En álgebra un término con radicales se puede expresar de la forma $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = b$

$$b^n = a$$

- Donde es n un número entero positivo que representa la cantidad de veces que se debe de multiplicar b por sí mismo para obtener a.
- Cuando n es par a, no puede ser negativo
- Cuando n es impar, a puede ser negativo o positivo

Teorema de radicales:

- Raíz "n" de un producto: equivale a multiplicar la raíz n da cada término. $\sqrt[n]{abc} = \sqrt[n]{a} * \sqrt[n]{b} * \sqrt[n]{c}$
- Raíz "n" de una fracción: equivale a la raíz n del numerador entre la raíz n del denominador.
- Raíz "m" de una raíz "n": equivale a tener una raíz de índice mn. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
-

Factorización:

Proceso inverso de multiplicar términos algebraicos.

- Una expresión factorizada se indica como el producto de dos o más expresiones.
- Factorización de un término: Un solo término se descompone en sus distintos factores

$$30x^3 = (2x)(15x^2)$$
$$30x^3 = (6x^2)(5x)$$
$$30x^3 = (10)(3x^3)$$
$$30x^3 = (2)(3)(5)(x)(x)(x)$$

Factor común monomio:

En un polinomio, todos los términos poseen el mismo factor en común.

$$6x^2 + 9xy = (3x)(2x + 3y)$$

- Factorización por diferencia de cuadrados:

Un binomio se considera diferencia de cuadrados al cumplir las siguientes condiciones. Está compuesto por dos términos, ambos cuadrados de otro término. Uno de los dos términos posee signo negativo y el otro posee signo positivo.

$$\boldsymbol{A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)}$$

- Factorización por trinomio cuadrado perfecto:

El cuadrado de un binomio se conoce como trinomio cuadrado perfecto, cumple las siguientes características.

$$A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$$
$$A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$$

Factorización de la forma: $\boldsymbol{ax^2 + bx + c}$

- El producto de los números del primer término de cada binomio da como resultado el término A.

- El producto de los números del segundo término de cada binomio da como resultado el término C.
- La suma de los productos de los números externos e internos da como resultado el término B

$$6X^2 - x - 12 = (3X - 4)(2X + 3)$$
$$4A^2 - 14A + 6 \ = (4A - 2)(A - 3)$$

Sistemas de ecuaciones:

Ecuación lineal: $y = mx + b$

- Es una ecuación compuesta por una o más variables.
- Todas sus variables tienen un exponente igual a uno.
- Los términos de la ecuación están compuestos únicamente por una variable.

Ecuaciones de 1 incógnita:

$$4x - 3 = 7$$
$$4x - 3 + 3 = 7 + 3$$
$$4x = 10$$
$$x = 2.5$$

Ecuaciones de 2 incógnitas por método de suma y resta:

Ejemplo 1:

$$x + 2y = 12$$
$$x - 2y = 4$$

Al sumar las ecuaciones se obtiene

$$2x = 16$$
$$x = 8$$

Al restar la segunda ecuación de la primera se obtiene

$$4y = 8$$
$$y = 2$$

Ecuaciones de 2 incógnitas por método de sustitución:

$$2x + 3y = 5$$
$$5y - 3x = 8$$

Se despeja y en la segunda ecuación

$$y = \frac{8 + 3x}{5}$$

Se sustituye y en la primera ecuaci

$$2x + 3\left(\frac{8 + 3x}{5}\right) = 5$$

Se resuelve para x

$$2x + \frac{24 + 9x}{5} = 5$$

$$10x + 24 + 9x = 25$$

$$x = 1/19$$

Se resuelve para y

$$y = \frac{8 + 3\left(\frac{1}{19}\right)}{5}$$

$$y = \frac{31}{19}$$

Ecuaciones cuadráticas:

$$AX^2 + BX = 0$$

$$AX^2 + BX + C = 0$$

$$AX^2 + C = 0$$

Formula cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$